Posudek vedoucího diplomové práce:

Lineární ODR se singulárními členy

AUTOR PRÁCE: DAVID ŽÁRSKÝ

Námět práce. Inspirací k této práci byl článek Pražák, Průša, Tůma (Internat. J. Non-Linear Mech. 2022), kde jsme studovali stabilitu periodických řešení pro Hillovu rovnici se singulárními členy (šlo o Diracovy míry se střídavými znaménky). V článku bylo pouze stručně řečeno, že korektní teorie pro takovou rovnici se ,,dá udělat". Cílem předložené diplomové práce bylo toto skutečně provést (na počátku šlo především o existenci a jednoznačnost řešení, Floquetovu teorii a Liouvilleovu formuli).

Obsah práce. Kapitola 1 shrnuje řadu základních i pokročilejších poznatků z abstraktní teorie míry a integrálu. Pozornost je dále věnována prostoru BV funkcí. Je zaveden pojem měrové resp. přírůstkové derivace a studován vztah těchto pojmů. Důležitým pomocným výsledkem je zde také Lemma 26 (integrace per-partes), které později hraje roli Leibnizova pravidla při práci s řešeními singulárních ODR.

V kapitole 2 je představena třída lineárních ODR, připouštějících na jistých místech singulární členy (konkrétně znaménkové Radonovy míry). Je definovám pojem řešení (jakožto dvojice funkcí v $AC \times \mathrm{BV}$ na příslušném intervalu). Hlavním výsledkem je zde potom Věta 6 (o globální existenci, jednoznačnosti a spojité závislosti řešení na počátečních podmínkách a parametru λ). Dále jsou odvozeny standardní výsledky týkající se homogenní úlohy (Liouvilleova formule, variace konstant).

Systém dvou lineárních ODR zahrnuje speciálně i (jednu) lineární ODR druhého řádu. Těm jsou věnovány Kapitoly 3 a 4, kde je dokázána Sturmova srovnávací věta a dále pak rozvinuta Sturm-Liouvilleova teorie. Tu jde především o vlastní funkce a jejich vlastnosti: počty nulových bodů, ortogonalita a úplnost ve vhodném (váhovém) prostoru L^2.

Poslední Kapitola 5 studuje další speciální případ úloh s periodickými mírami, pro něž je udělána analogie klasické Floquetovy teorie.

Hodnocení práce. Zobecnění diferenciálních rovnic způsobem, který připouští singulární členy (typicky míry) je v literatuře často a různě studovaný problém. D. Žárský navrhl vlastní přístup, založený na abstraktní teorii míry a integrálu. Zatímco některé výsledky jsou více méně jednoduchou adaptací klasické teorie, jiné pasáže vyžadovaly více invence. Zde bych vyzdvihl především základní existenční větu (Věta 6). S klasickým přístupem sdílí metodu důkazu (Banachova věta o kontrakci), selhává zde však trik zkrácení intervalu. D. Žárský si pomohl důvtipným zavedením vah v dotyčných prostorech. Dalším oříškem byla Sturm-Liouvilleova teorie, kde se nepodařilo odvodit Průferovu transformaci a bylo potřeba zvolit jiný postup, založený na Piconeho identitě.

Vlastní výklad je nadprůměrně podrobný a pečlivý, doplněný navíc množstvím (proti)příkladů, které dobře ilustrují dokazované výsledky (mj. též ukazují, proč nelze uvažovat singulární členy i na jiných místech studované soustavy).

V kritičtějším pohledu bych poznamenal, že v protikladu k výchozímu (fyzikálně motivovanému) problému je práce psána pro čistě matematické publikum. Uživatelsky orientovaný čtenář by se v první kapitole patrně ztrácel. Pro účely případné publikace by bylo potřeba celou teorii zjednodušit a zestručnit.

V Praze dne 30. 8. 2022

.... D. Pražák