

Posudek oponenta na diplomovou práci Petra Chmely „New Intersection Graph Hierarchies“

Předložená práce patří do oblasti diskrétní geometrie a zabývá se otázkou geometricky definovaných tříd průnikových grafů. Téma práce je moderní a navazuje na řadu dříve publikovaných výsledků jiných autorů. Diplomant velmi dobře zvládl do práce začlenit jejich přehled.

Těžištěm práce jsou ovšem vlastní výsledky diplomanta, které jsou rozděleny do dvou kapitol.

V Kapitole 2 autor zavádí definice „pure“ a „impure“, „line“ a „tile“ reprezentací grafů. Tyto definice zobecňují dříve zavedené a studované třídy jako např. k -interval, 2-DIR a PURE-2-DIR grafy. Vlastní výsledky autora pak podávají řadu vzájemných vztahů mezi nově definovanými parametry navzájem, a mezi nimi a standardními parametry jako tree-width, clique-width apod. Důkazy jednotlivých výsledků nejsou příliš obtížné, jejich význam tkví především v komplexnosti pohledu na nově definované třídy grafů, který přinášejí. Za nejvýznamnější považuji kategorizaci tříd grafů z hlediska omezenosti či neomezenosti jednotlivých paramterů. Separátně dále vypichuji Větu 23, která říká, že rovinné grafy mají pure-2-tile reprezentace (jakkoliv důkaz této věty vypadá krátký a jednoduchý, oceňuji její eleganci).

V Kapitole 3 se autor zabývá otázkou průnikových grafů křivek s předepsanými počty průsečíků. To je koncepčně zajímavý krok, dosud se studovaly průnikové grafy s předepsaným maximálním počtem průsečíků (k -String grafy). Diplomant ukazuje několik inkluzí mezi jím definovanými třídami v tvrzeních Proposition 31-34, následně věnuje podkapitolou 3.3 důkazu velmi zajímavého výsledku, a totiž že po sobě jdoucí liché a sudé třídy nejsou v žádném směru ve vztahu inkluze (Věta 39 a Věta 41). Důkazy posledních dvou vět vyžadovaly zvládnutí techniky „noodle forcing lemmatu“ známého z literatury (článku, jehož je vedoucí diplomové práce spoluautorem) a jejího vhodného přizpůsobení pro danou situaci.

Obě kapitoly jsou zakončeny přehledem otevřených problémů, z nichž některé jsou velmi zajímavé a měly by ovlivnit další výzkum v oblasti geometrických průnikových grafů. Domnívám se, že výsledky předložené diplomové práce jsou publikovatelné na mezinárodních konferencích a v odborných časopisech.

Práce je napsána velmi pěknou angličtinou, s velkým nadhledem na problematiku. Snad jediným upozorněním stran formální úpravy je uvádění citací z konferenčních sborníků, kde bývá zvykem uvést akronym konference a číslo sborníku LNCS, což autor neučinil (např. [10], [15], [26] či [33]).

K práci mám jednu připomínku. Na straně 7 za Definicí 10 je poznámka o tom, že rozpoznávání k -size-disk grafů je otevřené. Domnívám se, že ze způsobu důkazu NP-těžkosti rozpoznávání průnikových grafů kruhů [Petr Hliněný, Jan Kratochvíl: Representing graphs by disks and balls (a survey of recognition-complexity results). Discret. Math. 229(1-3): 101-124 (2001)] vyplývá, že od jistého k výše již rozpoznávání k -size-disk grafů je NP-těžké.

Předloženou práci diplomant jednoznačně prokázal schopnost nastudovat a přehledně předat potřebné poznatky z odborné literatury, jakož i především schopnost vlastní vědecké práce.

Jednoznačně ji doporučuji uznat za práci diplomovou.

V Praze 31.8.2022

Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc.