

Posudek vedoucího diplomové práce

Název práce: New Intersection Graph Hierarchies

Autor práce: Bc. Petr Chmel

Vedoucí: Doc. RNDr. Vít Jelínek, Ph.D.

Diplomová práce pana Chmele je teoreticky zaměřená a spadá do širší oblasti výzkumu průnikových reprezentací grafů. Průnikovou reprezentací se zde rozumí taková reprezentace grafu, v níž každý vrchol má přiřazenu množinu tak, že dva vrcholy spolu sousedí právě když jejich množiny mají neprázdný průnik. Častou oblastí výzkumu jsou zejména průnikové reprezentace, v nichž reprezentující množiny jsou jednoduché, zpravidla dvourozměrné geometrické objekty, například křivky, kruhy nebo mnohoúhelníky. V této oblasti je obecně velká pozornost věnována výsledkům, které zkoumají vzájemné inkluze mezi různými průnikovými třídami grafů. Toto je i hlavní téma předložené diplomové práce.

Pan Chmel se ve své diplomové práci věnuje dvěma novým typům průnikových reprezentací, které nebyly dosud v literatuře zkoumané, ačkoliv mají velmi přirozené definice a jsou inspirované známými, často zkoumanými třídami.

V první části práce pan Chmel studuje průnikové reprezentace, v nichž je každý vrchol reprezentován sjednocením daného počtu vodorovných a svislých úseček. U takovýchto reprezentací je přirozené zavést grafový parametr, který udává, jaký nejmenší počet úseček je potřeba sjednotit, abych byl schopen reprezentovat daný graf. Pan Chmel zkoumá celkem čtyři různé varianty tohoto grafového parametru, přičemž jeho hlavním cílem je identifikovat, pro které třídy grafů jsou jednotlivé varianty nově definovaného parametru omezené. Dále zkoumá souvislost mezi svými nově zavedenými parametry a klasickými grafovými parametry, jako je stromová šířka, kliková šířka nebo degenerovanost. Výsledky dosažené panem Chmelem v této části práce dávají velmi přesný a ucelený pohled na celou problematiku.

Druhým hlavním tématem zkoumaným v této práci jsou grafové třídy označené jako *precisely- k -string*, kde $k \in \mathbb{N}$ je parametr. Graf patří do třídy *precisely- k -string* právě tehdy, když ho lze průnikově reprezentovat pomocí křivek v rovině tak, že každé dvě protínající se křivky mají přesně k společných bodů a v každém z těchto bodů se tyto křivky kříží. Tato nově zavedená hierarchie grafových tříd je inspirována často zkoumanými třídami *k -string*, obsahujícími grafy, o jejichž reprezentacích se pouze předpokládá, že každé dvě křivky mají nejvýše k společných bodů. Pro třídy *k -string* přímo z definice vyplývají inkluze

$$1\text{-string} \subseteq 2\text{-string} \subseteq 3\text{-string} \subseteq \dots$$

a je známo, že všechny tyto inkluze jsou ostré. Pan Chmel ukázal, možná překvapivě, že pro třídy *precisely- k -string* je situace podstatně složitější. Konkrétně ve své práci ukazuje jednak několik netriviálních inkluzí, které mezi těmito tří-

dami platí, ale také konstruuje poměrně sofistikované protipříklady ukazující, že mnohé přirozeně vyhlížející inkluze naopak neplatí.

Celkově hodnotím vědecké výsledky obsažené v této práci jako velmi kvalitní. V široké oblasti průnikových reprezentací grafů, která je dlouhodobě intenzivně zkoumána, se pan Chmel dokázal velmi dobře zorientovat a najít nová přirozená témata pro svou práci a dosáhnout v jejich studiu zajímavých výsledků. Věřím, že výsledky obsažené v této práci budou základem pro kvalitní vědecké publikace.

I po jazykové a stylistické stránce jsem s odevzdanou prací spokojený, text je srozumitelný a dobře strukturovaný a jazykových chyb jsem v něm našel jen málo.

Doporučuji přijmout tuto práci jako diplomovou.

1. 9. 2022, Vít Jelínek