

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Fourierova transformace na polytopech
a dláždění obdélníky

Autor: František Couf

Práce pojednává o dláždění obdélníků, či obecněji uzavřených d -rozměrných intervalů. Takový interval nazveme pěkný, má-li alespoň jedna jeho hrana celočíselnou délku. Hlavní věta dokázaná v tomto textu říká, že pokud lze d -rozměrný uzavřený interval vydláždít pomocí pěkných intervalů, pak je sám pěkný.

Práce je rozdělena do úvodu a čtyř kapitol. V první kapitole jsou shrnuty základní pojmy a tvrzení o Fourierově transformaci, která hraje hlavní roli v pozdějším důkazu hlavního výsledku.

Ve druhé kapitole je podrobně vysvětlen důkaz hlavní věty pro případ $d = 2$ a třetí část obsahuje důkaz pro obecné d . Obě kapitoly jsou psány velmi podrobně a pečlivě a důkazy jsou narozdíl od původních zdrojů rozděleny do množství lemmat.

V poslední kapitole je zaveden pojem harmonický interval, tj. takový uzavřený d -rozměrný interval, jehož délky stran c_1, \dots, c_d po vhodném přerazení splňují $c_i | c_{i+1}$ pro $i = 1, \dots, d - 1$. Je zde dokázána charakterizace těchto intervalů jako takových, jejichž kopiemi lze vydláždít pouze jejich násobky (což lze pomocí "triviálního" dláždění). Tato kapitola je doplněna pěknými příklady, které ilustrují nezbytnost některých předpokladů.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Práce pojednává o pěkné aplikaci Fourierovy transformace v kombinatorické úloze. Téma práce bylo spíše jednodušší, ale přiměřené požadavkům na bakalářskou práci. Autor se jej zhostil svědomitě a splnil zadání.

Vlastní příspěvek. Hlavní přínos práce spočívá v podrobném rozpracování důkazů hlavních tvrzení a uvedení příkladů, jež objasňují důležitost předpokladů. Tyto příspěvky autor jasně specifikuje v úvodu textu.

Matematická úroveň. Po matematické stránce je práce psána velmi pečlivě, text obsahuje minimum snadno opravitelných nedostatků (viz připomínky níže). Ocenil bych větší množství neformálních komentářů či příkladů, které by ilustrovaly zaváděnou teorii a usnadnily čtení.

Práce se zdroji. V práci jsou uvedeny čtyři zdroje, ale zdá se, že citovány jsou pouze tři.

V úvodu textu je zmíněn výsledek článku (Dehn (1903), *Über Zerlegung von Rechtecken in Rechtecke*, *Mathematische Annalen*, 57, 314–33,) kde je dokázána slabší verze

hlavního výsledku bakalářské práce. Ocenil bych alespoň krátkou poznámku o metodě tohoto důkazu, případně vysvětlení, proč nevede ke kýženému výsledku.

V úvodu jsou také zmíněny další možné důkazy "založené na teorii grafů a další diskrétních metodách", které by si naopak zasloužily řádný odkaz na dostupnou.

Formální úprava. Až na drobné nedostatky zmíněné výše není po formální stránce co vytknout.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Strana 2, řádek 7: "celočíslnou stranou" by bylo lepší nahradit "stranou celočíselné délky".
2. Strana 4, řádek -15: $e^{=2\pi b}$ má být $e^{-2\pi b}$.
3. Strana 8, řádek -12: formálně správněji by bylo zavést funkci $V(a_j, b_j, \xi_j)$ namísto $V_j(a_j, b_j, \xi_j)$.
4. Strana 14, příklad 2: v definici $J([a, b], [c, d], e)$ má místo $[(1 - e)\frac{30}{f}, \frac{30}{f}]$ asi být $[(e - 1)f, f]$.
5. Strana 16, řádek -7: definice J_{k+1} má zřejmě být

$$J_{k+1} = \bigcup_{i=1}^n \bigcup_{l=0}^{m-1} I_{i,l},$$

kde

$$I_{i,l} = J_{k,i} \times [a_{j+k+1} + l(b_{j+k} - a_{j+k}), a_{j+k+1} + (l + 1)(b_{j+k} - a_{j+k})]$$

ZÁVĚR

Práci doporučuji uznat jako bakalářskou a ohodnotit stupněm výborně.

Mgr. Martin Čech, Ph.D.,
University of Turku,
24.01.2023