

Posudek vedoucího diplomové práce

Název práce: The combinatorics of pattern-avoiding matrices

Autor práce: David Mikšaník

Vedoucí: RNDr. Vít Jelínek, Ph.D.

Předložená práce pana Mikšaníka se věnuje enumeraci permutačních matic bez zakázaných vzorů. Tomuto tématu je v oblasti enumerativní kombinatoriky věnována poměrně velká pozornost, ovšem většina publikovaných prací v této oblasti se věnuje situaci, kdy zakázaným vzorem je opět permutační matice. Pan Mikšaník se rozhodl zkoumat obecnější situaci, kdy zakázaným vzorem je obecná (tj. ne nutně permutační) matice. Ačkoliv se jedná o celkem přirozenou otázku, v literatuře jí bylo dosud věnováno jen minimum pozornosti.

Hlavním předmětem zájmu v předložené práci je pojem takzvané *Wilfovy ekvivalence*: dva zakázané vzory A a B jsou Wilf-ekvivalentní, pokud počet permutací dané délky n , které neobsahují vzor A , je stejný jako počet těch, které neobsahují B . Zkoumání Wilfovy ekvivalence mezi permutačními vzory je poměrně dobře probádaná oblast, kde nelze očekávat mnoho nových výsledků. Naproti tomu o Wilfově ekvivalenci mezi obecnými maticovými vzory nebylo dosud známo nic.

V této práci pan Mikšaník položil základy zkoumání Wilfovy ekvivalence mezi maticovými vzory. Protože se při tom nemohl opřít o žádné předchozí výsledky v této oblasti, musel do své práce zahrnout i mnoho důkazů základních, jednodušších tvrzení. Musím však zdůraznit, že práce obsahuje i velmi netriviální nové poznatky.

Obzvláště vysoko hodnotím výsledky ze třetí kapitoly, konkrétně Větu 42. Tato věta ukazuje novou konstrukci nekonečné třídy Wilf-ekvivalentních dvojic maticových vzorů, která nemá žádnou přímou obdobu mezi dosud známými Wilf-ekvivalentními permutačními vzory. Důkaz této věty je poměrně dlouhý a technický a používá argument založený na specifickém typu vyplnění Ferrersových diagramů.

Jedním z výsledků práce pana Mikšaníka je mimo jiné i úplná klasifikace maticových vzorů do velikosti 4×4 vzhledem k Wilfově ekvivalenci, k čemuž bylo zapotřebí nejen využít obecné výsledky odvozené v této práci, ale i implementovat počítačovou enumeraci permutací bez maticových vzorů, kvůli ověření, že neexistují žádné další Wilf-ekvivalentní vzory.

Obecně má práce pana Mikšaníka vysokou vědeckou kvalitu na úrovni odborného článku v kvalitním impaktovaném časopise z oblasti kombinatoriky a diskrétní matematiky. Nepochybuji, že z této práce takový článek ještě vznikne. I proto oceňuji, že pan Mikšaník psal svou práci anglicky, a dle mého posouzení je i jazyková a stylistická úroveň textu na patřičné výši.

Celkem hodnotím předloženou práci jako velmi zdařilou a doporučuji ji uznat jako diplomovou.

1. 2. 2023, V. Jelínek