

## Posudek oponenta diplomové práce

*The combinatorics of pattern-avoiding matrices*

David Mikšaník

Diplomová práce pana Mikšaníka je napsána anglicky, má 80 stran včetně příloh, pět kapitol, seznam literatury a více než dvacetistránkovou přílohu. Téma práce je enumerace 0-1 matic vyhýbajících se daným zakázaným vzorům. Angličtina práce je velmi dobrá.

V úvodu práce je uveden užitečný Přehled (Outline) obsahu práce. V první kapitole jsou zavedeny základní pojmy práce, zejména kvazipermutační 0-1 matice a dva druhy vyhýbání se zakázaným vzorům, přesné a částečné. Je též definována wilfovská ekvivalence zakázaných vzorů.

Druhá kapitola zkoumá důsledky operace, která k dané kvazipermutační matici přidá nový nulový první či poslední řádek, respektive sloupec. Ve větě 21 je dokázán vztah  $p_n^P(A|0) = n \cdot p_{n-1}^P(A)$  svazující počty  $n \times n$ , resp.  $(n-1) \times (n-1)$ , permutačních matic částečně se vyhýbajících obecné řádkově permutační matici  $A$ , resp.  $A|0$ . Podobně ve větě 28 se pro libovolnou  $k \times k$  permutační matici  $A$  dokazuje podobný vzorec ( $n \geq 3$ )

$$p_n^P \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{pmatrix} = p_{n-1}(A) + (n-1)^2 \cdot p_{n-2}(A),$$

který mi připadá jako velmi zajímavý.

Kapitola 3 definuje a zkoumá tvarovou wilfovskou ekvivalenci, podává přehled předchozích výsledků a je tu dokázán jeden z hlavních výsledků práce, jímž je věta 42: pro řádkově permutační  $2 \times 3$  matice  $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  a  $Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  a každou kvazipermutační matici  $A$  s nenulovým prvním sloupcem platí, že

$$\begin{pmatrix} 0 & A \\ X & 0 \end{pmatrix} \stackrel{P}{\sim} \begin{pmatrix} 0 & A \\ Y & 0 \end{pmatrix},$$

to jest pro každé  $n$  se počty  $n \times n$  permutačních matic částečně se vyhýbajících těmito dvěma zakázanými vzorůmi rovnají.

V kapitole 4 se klasifikují podle wilfovské ekvivalence všechny zakázané vzory velikosti nejvýše  $4 \times 4$ . Závěrečná kapitola 5 uvádí otevřené problémy

a náměty na další výzkum. Pak následuje stručný seznam literatury a rozsáhlá příloha s počátečními úseky enumeračních posloupností délky 8.

**Otázka.** Setkal jste se s enumerací vícerozměrných, s dimenzí  $\geq 3$ , binárních matic se zakázanými vzory?

Pár překlepů a stylistických vylepšení: ř. -3 na str. 4: matrices  $\mapsto$  matrix; na stejném řádku by theorem měla být očíslována; ř. 3 na str. 7: We describe the outline of this chapter.  $\mapsto$  We outline this chapter; ř. 18 na str. 9: For example (...) where  $\sigma = 1, 3, 2, 4$ .  $\mapsto$  For example, for  $\sigma = 1, 3, 2, 4$  the exact formula (...)

*Práci doporučuji uznat jako diplomovou a hodnotil bych ji známkou výborně.*

V Praze, 6. února 2022

Doc. RNDr. Martin Klazar, Dr.  
(Katedra aplikované matematiky MFF UK Praha)