Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra dějin a didaktiky dějepisu

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Symbolický zápis ve vybraných početnicích 16. století z českého prostředí: příklad Jiřího Goerleho

Symbolic notation in selected 16th century arithmetic books from Czech environment: an example of George Goerl

Anna Fantová

Vedoucí práce: PhDr. Jan Zdichynec, Ph.D.

Studijní program: Specializace v pedagogice

Studijní obor: Dějepis se zaměřením na vzdělávání — Matematika se zaměřením na vzdělávání

2023

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma *Symbolický zápis ve vybraných početnicích 16. století z českého prostředí: příklad Jiřího Goerleho* vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne

....
podpis

Poděkování

Velké poděkování patří mému vedoucímu bakalářské práce, PhDr. Janu Zdichyncovi, Ph.D., za jeho vstřícnost, trpělivost, přínosné připomínky a neodmyslitelnou pomoc s překladem latinských textů. Poděkování patří také prof. RNDr. Martině Bečvářové, Ph.D. za její laskavost při počátečním nasměrování práce a panu JUDr. Mgr. Filipu Beranovi za konzultaci týkající se matematického obsahu. Velké uznání patří mé rodině, která mě v průběhu celého studia i psaní práce plně podporovala, a mým přátelům.

ABSTRAKT

Práce si klade za cíl charakterizovat matematickou symboliku (používání zástupných znaků obvykle daného významu pro popis objektů a dějů), v početnicích 16. století psaných českým jazykem a zaměřených především na primární osvojení si aritmetiky. Nejprve přímou metodou analýzy pramenů kategorizuji dobovou symboliku dle její formy a účelu použití. Následně porovnávám symboliku popsanou v jednotlivých početnicích a zasazuji odhalené odlišnosti do časových souvislostí, v omezené míře též vzhledem k podobám symbolického zápisu v soudobé matematice. Ve své analýze se soustředím na početnici Jiřího Goerl spadající zhruba do druhé třetiny sledovaného období. Podrobněji rozebírám i ranější početnici Ondřeje Klatovského a početnici Beneše Optáta. Celkově se přidržuji chronologického řazení pramenů.

Dalším cílem mé studie je zhodnotit tři uvedené početnice po formální stránce. V té souvislosti se dotýkám obsahu početnic, jejich uspořádání a paratextů literární i obrazové povahy. Zajímají mě i jednotlivé příklady a úlohy jakožto zdroje poznání každodennosti doby autorů. U vybraných příkladů hodnotím vhodnost tehdejšího způsobu zápisu a řešení ve srovnání s dnešním přístupem. Pro zajištění ucelenosti, dostatečné vypovídací hodnoty a mezioborovosti v práci soustavně propojuji historickou rovinu s matematickou. Práce skrze konkrétní případy přispívá k málo prozkoumané problematice raně novověkých českých početnic a tím i k poznání úrovně tehdejšího matematického a kulturního myšlení.

KLÍČOVÁ SLOVA

Početnice; symbolika; aritmetika; 16. století; matematický symbolický zápis; země Koruny české; Jiří Goerl; Ondřej Klatovský; Beneš Optát

ABSTRACT

A primary objective of this bachelor thesis is to characterize mathematical symbolism (the use of substitute signs of usually fixed meaning for a description of objects and processes) in arithmetic books from the 16th century written in the Czech language with a primary focus on the foundations of arithmetic. Firstly, I categorize the period notation based on its form and purpose by analysing the historical sources. Then, I compare the symbolism described in the individual arithmetic books and connect the discovered differences in time. The analysis focuses on an arithmetic book by George Goerl from approximately the second third of the monitored period. Futhermore, I elaborate on an earlier arithmetic book by Andreas Klatovský and a different one by Benes Optát. In general, I arrange the arithmetic books chronologically.

Another aim of this paper is to evaluate the above-mentioned arithmetic books from a formal point of view. Therefore, I touch on the contents of each of them, ordering, and literary and pictorial paratexts. I am also interested in particular exercises and examples as sources of knowledge of the everydayness in the age of the authors. I evaluate the suitability of their way of notation and problem solving in some exercises in comparison with today's approach. Throughout the whole work, the mathematical and historical aspects are being interconnected to ensure coherence, sufficient information value, and interdisciplinarity. This thesis hopes to contribute through concrete examples to the little-explored topic of early modern history Czech arithmetic books while observing the level of the then mathematical and cultural thinking.

KEYWORDS

arithmetic book; symbolism; arithmetic; 16th century; mathematical notation; Lands of the Crown of the Kingdom of Bohemia; George Goerl; Andreas Klatovský; Benes Optát

Obsah

1 Úvod

Význam symbolického zápisu v matematice je nezanedbatelný. Za předpokladu vhodného použití a jasně definovaného významu má potenciál zkrátit délku vyjadřované myšlenky a konceptualizovat její podstatu. Tím se zvyšuje pravděpodobnost pochopení i následné reprodukce. Přesto je k symbolickému zápisu přistupováno v minulosti i přítomnosti na různých úrovních většinou pouze jako k užitečnému nástroji napomáhajícímu na cestě k cíli, sám o sobě předmětem výzkumu nebývá. Z důvodu této nepříliš často zaplňované mezery, vlastního zájmu a také pro propojení oborů mého studia (dějepis a matematika, obojí se zaměřením na vzdělávání), jsem si jako téma bakalářské práce zvolila podoby a proměny matematické symboliky v česky psaných početnicích 16. století.[1]

Mým hlavním záměrem je charakterizovat matematickou symboliku na konkrétních příkladech dobových početnic, kategorizovat ji dle grafické stránky a účelu použití. Též mě bude zajímat otázka provázanosti zvolené symboliky s vnitřní podstatou matematického řešení úlohy, tedy zda symbolika dokázala efektivně a názorně tento proces zachytit. Směrodatné bude všímat si blíže, kdy byla symbolika využívána často a také naopak, ve kterých případech nebyla používána vůbec. Dále se budu snažit zodpovědět, zda lze postihnout proměny, kterými symbolika ve sledovaném období a oblasti prošla. Získám-li pozitivní odpověď, přistoupím k definování těchto proměn a jejich případného ustalování, negativní odpověď se pokusím odůvodnit.

Podoba matematické symboliky rovněž závisí na způsobu uvažování a dobových tendencích ve světě matematiky, které nejsou izolované od kulturní, filozofické a v 16. století samozřejmě také náboženské sféry života. V té souvislosti se mým vedlejším cílem stává přiblížení formální stránky početnic. Zajímat mě bude, zda obsahují ilustrace nebo veršované texty, kolik jich je a jak jsou rozsáhlé, jestli v nich matematická symbolika hraje roli a jaký je důvod jejich zařazení. Samotná jejich existence prokazuje, že humanisté byli často polyhistory – dokázali napsat kvalitní latinskou báseň, vyložit počtářství i rozvíjet teologické otázky. Všímat si budu odkazů na dávné filozofy, matematiky a církevní autority.

Směrodatným bude definování vztahu autora k matematice, jestli a čím argumentuje, aby dokázal její význam. Neopominutelnou se stane využitelnost

[1] Početnicí je myšlena učebnice matematiky zaměřující se v prvé řadě na aritmetiku. Tento termín je používaný i v odborné literatuře.

a praktičnost matematiky, a tedy používání příkladů ze života. Sledování tehdejší každodennosti skrze zadání matematických úloh je dalším vedlejším potenciálním přínosem mé práce.

O splnění vymezených cílů budu usilovat v prvé řadě prostřednictvím metody sondy uplatněné na vybrané početnice. Každou z nich budu analyzovat v samostatné kapitole. Bude-li se podstata některého jevu opakovat ve více z nich, blíže ho popíšu pouze při prvním výskytu, v dalším textu se přidržím kratšího připomenutí nebo pouhého zpětného odkazu. V závěru přistoupím ke komparaci početnic. Užitečnou zde bude i metoda statistická pro jasné kvantifikování jednotlivých tendencí. Obecná doporučení pro práci s početnicemi či podobnými texty jsem nenalezla, popsané metody vychází z podstaty mého tématu, dostupných prostředků a vlastní empirie s materiálem.

Vnitřní uspořádání hlavních tří kapitol bude vycházet z kategorizace symboliky dle složitosti. Nejprve se zaměřím na symboliku statické povahy, jejímž účelem je vyjadřovat určitou hodnotu, typicky tedy číslice a čísla. Následovat budou operace a symbolika dynamické povahy znázorňující interakci mezi statickými objekty. Nakonec zařadím komplikovanější symboliku vystihující zřetězení několika procesů probíhajících paralelně i sériově, a to vždy na příkladu matematického pravidla.

Podotýkám, že považuji za nutné veškerou symboliku popisovat v souvislosti s příklady jejího použití, a to z důvodu její časté všeobecné nekonzistence. Někdy může být stejný jev zapisován různými způsoby, stejně tak ale jeden zápis může vyjadřovat odlišné skutečnosti. Vytržením z kontextu ztrácíme smysl sdělení a tím i možnost docházet k validním závěrům. Nezafixovaný význam symbolů vede na jednu stranu k vyšší pružnosti ve vyjadřování se, na druhou stranu může působit matoucím dojmem. Jistá míra nekonzistence trvá dodnes, byť je snaha symboliku sjednotit napříč matematickými obory i oblastmi světa větší. Již na základní škole se ale můžeme setkat s nejednoznačností symboliky.

I přes popsanou nejednotnost v používání znaků lze vysledovat převažující trendy, které se mohou do jisté míry ustálit v nepsané konvence. Znalost takových konvencí, kterých se nějaký autor, kniha nebo region přidržuje, je nezbytná pro správné přečtení textů a pomáhá jejich hlubšímu pochopení. Existence zvyklostí zápisu navíc dosvědčuje jeho výhodnost vzhledem ke slovnímu popisu, jehož pomocí dnes v některých případech abstraktní podstatu nelze vyjádřit dostatečně. Vytváření a ustalování těchto zvyklostí je tudíž přirozeným vývojem a jejich předávání pomocí výukových materiálů je nedílnou součástí formování matematického myšlení.

Proto budu mít v průběhu celé práce na paměti dvě obecné otázky. Zaprvé: jak se rozvoj aritmetiky a matematického myšlení projevil na vývoji zápisu; a zadruhé: jak se ustalování forem zápisu projevovalo zpětně na fixaci myšlení. Vzhledem k omezenému rozsahu práce a úzce stanovenému tématu nepovažuji za smysluplné na obě uvedené otázky hledat jasnou či jednoznačnou odpověď z důvodu nutného zavádějícího a nepřesného zobecňování. Uvádím je zde pro vytvoření širšího rámce, do kterého je práci možné zařadit, kam by se mohl ubírat další výzkum a také pro přiblížení mého způsobu uvažování nad tématem.

1.1 Prameny

Vzhledem k tématu práce je zřejmé, že základními prameny pro mě budou česky psané tištěné početnice z 16. století.[2] Dle Jiřího Mikulčáka jich vyšlo v období 1530 až 1615 celkem pět, jejich přehled viz tabulka 1-1.[3]

Autor	Zkrácený název početnice	První vydání
Ondřej Klatovský	*Nowé knijžky wo počtech na Cýfry / a na Liný*[4]	1530, Norimberk, Fridrich Peypus
Beneš Optát	*Jsaǵogicon genž g*[es]*t / prwnij wvedenij / každému počijnágijcýmu se včiti*[5]	1535, Náměšť na Moravě, Jan Pytlík z Dvořiště
Jiří Mikuláš Brněnský	*Knjžka / wnijž ob sahugij se začátkowé vměnj Arythmetyckého*[6]	1567, Staré Město Pražské, Jan Had Kantor
Jiří Goerl z Goerlštejna	*Arithmetika to gest knijžka početnij neb uměnij počtůw*[7]	1577, Staré Město Pražské, Jiří Černý
Pavel Šram	*Arithmetica Swobodné Vmenj Slowe Počtůw Znánj / neb Počijtánj*[8]	1615, Olomouc, Pavel Šram

Tabulka 1-1: Přehled česky psaných početnic vydaných v 16. a na začátku 17. století.

[2] Rukopisnými příručkami se nezabývám a při heuristice jsem na žádný odkaz na netištěnou nenarazila.
[3] MIKULČÁK, Jiří; BEČVÁŘ, Jindřich, ed.: *Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v Českých zemích do roku 1918*, Praha: Matfyzpress, 2010, str. 41.
[4] Celým názvem *Nowé knijžky wo počtech na Cýfry / a na Liný / přitom niekteré welmi užitečné regule / a exempla Mince rozličné / podlé biehu Kupeckého / krátce a užitečnie sebraná*.
[5] Celým názvem *Jsaǵogicon genž g[es]t / prwnij wvedenij / každému počijnágijcýmu se včiti. A to ku poznánij dwogij[h]° každému welmi potřebného vměnij. Orthoǵraphij předkem. Kdež se vkazuge / České řeči / prawé a mijrné psanij / y čtenij. yak kdo má řádně psáti y čijsti. Arythmetyky potom. Kdež se oznamuge vměnij / mijrného a snadného počijtanij. yak kdo wsseliké počty mijrně a snadně má činiti.*
[6] Celým názvem *Knjžka / wnijž ob sahugij se začátkowé vměnj Arythmetyckého / to gest počtůw na Czýffry neb liny poznánij / pro pacholátka a Lidi kupecké*.
[7] Celý název zní *Arithmetika to gest knijžka početnij neb uměnij počtůw / na linách a cyffrách skrze exempla a mince rozličné / wšem w handlech / w auřadech / a w hospodářstwij se obijragijcým / welmi užitečná a prospěšná*.
[8] Jedná se o překlad početnice psané původně německy matematikem Adamem Riesem (1492–1559). Pro zhodnocení věrnosti překladu by bylo zapotřebí rozsáhlejší analýzy.

Vznikly především pro potřebu vrstvy měšťanů kvůli sílící potřebě znalosti čtení, psaní a počítání pro obchodní účely. Pravděpodobně byly používány různými věkovými kategoriemi, jejich zařazení do konkrétní školní výuky se mi však nepodařilo doložit. Kromě těchto početnic existují ještě krátké přehledové příručky obsahující tabulky pro urychlení převodu různých měr, vah a měn, nejčastěji zaměřené na oblast vinařství.[9]

V této studii budu pracovat se třemi z předložených pěti početnic. Zde v úvodu podám pouze jejich výčet spolu s důvodem jejich výběru (a vynechání zbylých dvou), bližší informace k vydání a autorovi přiřadím do kapitol vyhrazených početnicím.

Samozřejmou volbou se stala početnice Ondřeje Klatovského, prvně vydaná roku 1530 v Norimberku (tam se v tehdejší době díla psaná česky tiskla běžně)[10], podruhé na Starém Městě Pražském o 28 let později (1558).[11] Samozřejmou proto, že z oněch pěti početnic byla vydaná jako první, jednalo by se tedy z mé strany o nedůslednost, pokud bych ji vypustila. Z důvodů dostupnosti a dále okomentované porovnatelnosti obou vydání (blíže v kapitole věnované početnici) pracuji až s vydáním z roku 1558, početnici ale v práci zařazuji na první místo.

Za druhou početnici jsem si zvolila práci Beneše Optáta vydanou poprvé v Náměšti na Moravě 1535.[12] Z důvodů blíže uvedených v příslušné kapitole, budu pracovat opět až s druhým vydáním vytištěným u Jana Günthera 1548 v Prostějově. Z výběru jsem ji nevynechala pro nižší pravděpodobnost jejího ovlivnění předchozí prací Klatovského, než by tomu bylo u pozdějších početnic, a pro možnost porovnání stavu výuky matematiky v Čechách a na Moravě.

Z výběru jsem vypustila početnici Pavla Šrama kvůli pozdějšímu datu jejího vydání (1615, bývá ale uváděna u početnic z 16. století).[13] Druhou neanalyzovanou se stala početnice Jiřího Mikuláše Brněnského z roku 1567, protože je jednak kratší rozsahem a zároveň jsou z ní přímo přejímány některé pasáže Goerlem i Šramem.[14]

---

[9] Příkladem může být spis Jana Kobiše z Bytýšky *O měrách Winných Sudůw / wedlé ceny Zegdliku aby wěděl yaká summa za který Sud přigde* vytištěný roku 1596 na Starém Městě Pražském u Giřijka Nygrina. [online]. [cit. 27.2.2023]. Dostupné z: https://books.google.cz/books?vid=NKP:1002290923&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false.

[10] VOIT, Petr: *Encyklopedie knihy: Starší knihtisk a příbuzní obory mezi polovinou 15. a počátkem 19. století*, Praha: LIBRI, 2006.

[11] Knihopis Národní knihovny (dále KPS) Klatovského početnici obsahuje ve dvou různých exemplářích (vydání z roku 1530 číslo KPS K03950, z roku 1558 číslo KPS K03951). Databáze Starých tisků Národní knihovny (dále STT) uvádí pouze jeden exemplář (vydání z roku 1558).

[12] V KPS je Optátova početnice ve čtyřech exemplářích (vydání z roku 1535 K06640, z roku 1548 K06641, z roku 5189 K18148 a blíže neurčené vydání K19446). STT obsahuje pouze vydání z roku 1548.

[13] Srov. např. MIKULČÁK: *Nástin dějin vzdělávání v matematice*, str. 41.

[14] Tamtéž, str. 41.

Posouzení míry porovnatelnosti Brněnského, Goerleho a Šrama by si zasloužilo hlubší pozornost. Protože se ale z opodstatněného důvodu třetí zmíněné nevěnuji a komparace pouze dvou zbylých by mohla být neúplná a nedostatečně vypovídající, rozhodla jsem se vynechat i Brněnského. Goerleho (kterého nevynechávám jakožto autora nejmladší a navíc matematicky nejpokročilejší početnice ze mnou zvoleného století) budu hodnotit samostatně, ovšem budu mít na paměti jeho možnou neoriginalitu.[15]

Samozřejmě se nabízí otázka, nakolik jsou studované početnice samostatné a nakolik případně vycházejí ze svých soudobých matematických protějšků či vzorů. Z důvodu rozsahu a tématu práce ale tuto analýzu neprovádím, a je nutno konstatovat, že dosavadní bádání se k této otázce příliš nevyjadřuje. Soustředím se čistě na symboliku česky psaných textů, a tedy vynechávám případné učebnice tištěné latinsky či německy.

Z pramenů přepisuji dvěma způsoby. V případě čistě textových ukázek se přidržím pravidel transliterace. Zachovám členění textu pomocí „/", velká písmena i jiné archaické gramatické jevy. Jediné, co z důvodu mírného zvýšení přehlednosti při opisu pomíjím, je rozlišování „s" a „ſ". Všechny zapisuji jednotně znakem „s". Pokud používám mimo citaci slovo objevující se v početnicích, ale dnes již neaktuální, označuji je kurzívou. Druhou využívanou možností citování jsou obrazové výňatky. Po zvážení přesunutí všeho obrazového materiálu do příloh jsem se rozhodla tak neučinit v případech, kdy je obrázek pevně provázaný pouze s jedním místem textu a slouží ke zpřesnění představy o popisovaném jevu symboliky nebo metodě výpočtu.

1.2 Dosavadní bádání

Relevantní sekundární literaturu bych mohla rozdělit dle tematického zaměření. Početnicemi se zabývala ve své diplomové práci psané na MFF UK roku 1981 Ivana Füzéková-Vrchotková. Na práci jsem narazila prostřednictvím sv. 42 z edice Dějiny matematiky vydávané MFF UK, fyzicky dohledat se ji ale nepodařilo.[16] Z MFF UK pochází i *Antologie matematických didaktických textů* od Jaroslava Šedivého, který více

---

[15] V KPS je Goerlova početnice ve třech exemplářích (z roku 1577 K02716, z roku1597 K02717 a z roku 1610 K02718). Ve STT jsem nalezla dva exempláře, vydání z roků 1577 a 1597.

[16] Za účelem získání práce jsem kontaktovala archiv UK (Jiří Přenosil a Jan Boukal) a knihovnu MFF UK (Jan Cvačka). J. Boukal mne odkázal na knihovnu MFF, odkud mne J. Cvačka informoval, že práce byla pravděpodobně zničena za povodní roku 2002, v jejich fondu se práce již nenalézá a ani nikde jinde se mu nepodařilo ji objevit. Navrhl mi kontaktování autorky, k jejíž adrese mi ale J. Přenosil (poté, co potvrdil domněnku s povodní) napsal, že nelze zjistit. Všem třem zmíněným velmi děkuji za ochotu a pomoc se sháněním informací.

či méně podrobně popisuje všech pět početnic.[17] Z větší části pouze přepisuje níže zmíněnou publikaci od J. Smolíka, nicméně např. Smolíkem opomíjenou Optátovu učebnici stručně připomíná. Podrobněji výpovědní hodnotu literatury rozeberu přímo v kapitolách věnovaných jednotlivým početnicím.

K historii matematiky považuji pro svou práci za základní Smolíkovu knihu *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*.[18] Obsahuje různě podrobné životopisy matematiků, včetně poznámek a občasného rozebrání jejich díla. Optát v této studii zmíněný není (důvodem by mohlo být primární místo jeho působení – Morava, nikoli Čechy), Klatovskému i Goerlovi se naopak věnuje velmi důkladně. U obou se Smolík zaobírá i jejich početnicemi, ovšem pouze z hlediska obsahu, který uvádí chronologicky a občas přidává vlastní komentář ke způsobu výpočtu, případně poukáže na zmínění dávné autority. Já se na rozdíl od Smolíka více zaměřuji na symbolickou a výpočetní stránku početnic, stejně tak mé propojení s kulturní složkou je obsáhlejší a podrobnější. Obecně lze konstatovat, že sekundární literatura mnou sledovaná témata nijak podrobně nerozebírá.

Dále je historie matematiky obecně zpracována i v edici Dějiny matematiky vycházející pod MFF UK. Pro své účely jsem využila v prvé řadě kapitolu Rozvoj školství v době předbělohorské ze svazku 42 (*Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v Českých zemích do roku 1918*).[19] Obsahuje pasáž o diplomové práci I. Füzékové-Vrchotkové, jedinou, kterou jsem nalezla. Dále je zde v seznamu uvedeno všech pět zmíněných početnic, které jsou ale charakterizovány a porovnány velmi stručně. Podobně kusé je i následné představení základních témat ve výuce matematiky a zasazení do evropského kontextu.

Dalšími svazky z edice využitelnými pro mé téma jsou sv. 12 (*Matematika v 16. a 17. století*), sv. 18 (*Matematika v jezuitském Klementinu v letech 1600–1740*) obsahující i krátký přehled ke stavu před rokem 1600 a sv. 63 (*Matematika ve středověké Evropě, Pozdní středověk a renesance*).[20] Kratičkou prací, shrnující některé poznatky

---

[17] ŠEDIVÝ, Jaroslav; kol.: *Antologie matematických didaktických textů. Období 1360–1860*, Praha: SPN, 1987, skriptum MFF UK.
[18] SMOLÍK, Josef: *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*, Praha: vl.n., 1864.
[19] MIKULČÁK: *Nástin dějin vzdělávání* v *matematice*. Pro tuto práci jsou relevantní zejména str. 40–52.
[20] BEČVÁŘ, Jindřich, ed.; FUCHS, Eduard, ed.: *Matematika v 16. a 17. století*, edice Dějiny matematiky, sv. 12, Praha: Prometheus, 1999. MAČÁK, Karel; SCHUPPENER, Georg: *Matematika v jezuitském Klementinu v letech 1600–1740*, edice Dějiny matematiky, sv. 18, Praha: Prometheus, 2001. BEČVÁŘOVÁ, Martina; kol.: *Matematika ve středověké Evropě, Pozdní středověk a renesance,* edice Dějiny matematiky, sv. 63, Praha: Prometheus, 2018.

o způsobu počítání ve starověku a středověku čerpající mimo jiné. ze sv. 19 výše jmenované edice, je *Vývoj číselných soustav* od Ladislavy Francové.[21] Relevantní je z důvodu návaznosti metod raného novověku na praxi starších období.

Konkrétně k symbolice matematiky je základem dvousvazková publikace Floriana Cajoriho *A History of Mathematical Notations*.[22] Nalezneme v ní přehled vývoje symboliky od začátků vývoje matematiky až do autorovy současnosti. Vzhledem ke své obsáhlosti občas až překvapivě zabíhá do detailů, na symboliku konkrétně v českých zemích v ní ale není dostatek prostoru. Ani s jinými regiony nepracuje izolovaně, protože je strukturovaná primárně dle matematických oborů a jejich vývoje. Teprve poté bere v úvahu regionální odlišnosti, přičemž se zaměřuje na ty, které dále ovlivnily budoucí vývoj nebo jsou nějakým způsobem ojedinělé.

U matematického zápisu v českém prostoru lze vycházet z předpokladu, že v daném období nebyl ustálený a teprve se formovaly jeho základy. Soudím tak z poznámky o početnici Jiřího Brněnského *objevuje se v ní … poprvé u nás* [!] *znamení + a − pro početní operace*.[23] Ani za hranicemi nebylo používání „+" a „–" v 16. století samozřejmostí. Jejich používání se sice postupně rozšiřovalo i autoritou německé školy kosistů,[24] ale např. ještě v roce 1609 Johannes Kepler ve své *Astronomia nova Aitiologētos* používal pro vyjádření operací raději latinská slova.[25]

---

[21] FRANCOVÁ, Ladislava: *Vývoj číselných soustav*, Centrum talentů M&F&I, Univerzita Hradec Králové, 2010.
[22] CAJORI, Florian: *A History of Mathematical Notations: Two Volumes Bound As One*, New York: Dover, 1993, 870 stran. Dostupné z [cit. 31.3.2022]: https://monoskop.org/images/2/21/Cajori_Florian_A_History_of_Mathematical_Notations_2_Vols.pdf.
[23] MIKULČÁK: *Nástin dějin vzdělávání v matematice*, str. 42.
[24] Kosisté nebo také mistři počtářství (*Rechenmeister*) se zabývali především praktickou matematikou použitelnou obchodníky nebo správci. Podstatně rozvinuli symboliku, hlavně co se týče označování operací. Zmiňované znaky „+" a „–" byly kosisty prvně použity v knize Johanna Widmanna z Chebu roku 1489. (Srov.: BEČVÁŘ: *Matematika v 16. a 17. století*, str. 185.)
[25] Srovnání např.: KEPLER, Johannes: *ASTRONOMIA NOVA AITIOLOGĒTOS, SEV PHYSICA COELESTIS, tradita commentariis DE MOTIBVS STELLAE MARTIS*, Heidelbergae: Gotthard Vögelin, 1609, str. 99.

1.3 Vysvětlení klíčových pojmů (slovníček)

Následující pojmy vymezuji za účelem sjednocení pojmosloví ve své práci a zvýšení srozumitelnosti. Pojmy vybírám dle vlastního uvážení a jejich definice odnikud nepřejímám. Může se proto stát, že význam, který pojmu přisuzuji já, se mírně liší od slovníkové definice. Dobová slova z početnic, která nejsou obsažena ve slovníčku (a jsou klíčová pro porozumění), obvykle vysvětluji při jejich prvním použití v textu.[26]

- Znak (také *figura*) = grafická jednotka textu spíše ustáleného významu.
- Symbol = znak zastupující význam často abstraktní podstaty bez významnějšího požadavku ustálenosti.

(Poznámka autorky: z vymezení pojmů znak a symbol vyplývá, že ne každý znak je symbolem, ale každý symbol je znakem nebo spojením více znaků.)

- Matematický zápis = používání zástupných znaků nebo symbolů obvykle daného významu pro popis objektů a dějů v matematice.
- Úloha = matematický problém, ke kterému je uvedeno pouze jeho zadání, případně konečný výsledek.
- Příklad = úloha, k níž je připojen postup řešení.
- *Regule* = pravidlo nebo ustálená poučka, v oblasti matematiky věta či tvrzení.
- *Proba* = důkaz správnosti výsledku, respektive ověření správnosti.

[26] Občas jsem používala *Vokabulář webový: webové hnízdo pramenů k poznání historické češtiny*. Praha: Ústav pro jazyk český AV ČR, v. v. i., oddělení vývoje jazyka. © 2006–2020. Verze dat 1.1.15, [online], [citováno 31.3. 2023]. Dostupné z: https://vokabular.ujc.cas.cz.

2 Početnice Ondřeje Klatovského

Za nejstarší rozsáhlejší aritmetickou příručku vydanou v českých zemích po nástupu Habsburků roku 1526 je považována početnice Ondřeje Klatovského. O životě autora mnoho známo není, vycházet můžeme pouze z omezených informací, které o sobě sám uvádí v předmluvách knih a z pravděpodobně nejucelenějšího přehledu k jeho osobě ve 14. svazku Ottova slovníku naučného.[27] Pro představu zde uvedu jeho základní životní data.

Ondřej se narodil v rodině pekaře asi roku 1504 v Klatovech. Po absolvování místní latinské školy pokračoval ve studiích na pražské univerzitě, kde roku 1524 získal titul bakaláře. Dále působil na školách a věnoval se zpracovávání předmětné početnice i dvou jazykových příruček, z nichž jedna, *Knížka v českém a německém jazyku složená, kterak by Čech německy a Němec česky čísti, psáti i mluviti učiti se měl*, se po svém prvním vydání roku 1540 dočkala deseti přetisků. Roku 1545 mu byl udělen šlechtický přídomek „z Dalmanhorstu“ a po svém následném ročním působení na pozici staroměstského purkmistra byl z Prahy vyhoštěn, protože nezamezil bouřím mířeným proti císaři. Uplatnění následně nalezl jako vychovatel ve šlechtických rodinách na Moravě, kde pravděpodobně v roce 1551 také zemřel.

Klatovského početnice zní *Nowé knijžky wo počtech na Cýfry / a na Liný* byla poprvé vydaná 1530 v Norimberku u Fridricha Peypusa, podruhé na Starém Městě Pražském u Jana Kantora v roce 1558, tedy již po autorově smrti. Druhé vydání se dle Smolíka *neliší hrubě od prvního*.[28] Pro jeho snadnější dostupnost na internetu pracuji právě s ním.[29] I přes nižší počet vydání této početnice vzhledem k některým jiným pozdějším, nesmíme přehlédnout její velký význam. Jednak existuje možnost, že se *pro svůj praktický způsob výkladu udržely* [Klatovského početnice] *déle než sto let v rukou učitelův i žákův*.[30] Především ale udala směr ve vytváření dalších početnic, které v jisté míře zachovávaly podobnou strukturu, obsah a někdy přejímaly definice pojmů či mnohé

[27] *Ottův slovník naučný: illustrovaná encyklopaedie obecných vědomostí*, Praha: J. Otto, 1899, sv. 14, str. 317.

[28] SMOLÍK: *Mathematikové v Čechách*, str. 39, poznámka pod čarou 2).

[29] Vydání je dostupné na [cit. 27.2.2023]: https://www.manuscriptorium.com/apps/index.php?direct=record&pid=AIPDIG-NKCR__54_E_108____12WD504-cs#search. Na místa v početnici odkazuji podle paginace zavedené na uvedeném odkazu.

[30] *Ottův slovník naučný*, sv. 14, str. 317.

příklady.[31] Pro pochopení tématu početnic, ať už je na ně nahlíženo z jakékoli perspektivy, je tedy zpracování Klatovského početnice nezbytností.

V porovnání s jinými početnicemi je tato v odborné literatuře zpracována obstojně, o nevyčerpatelném množství zdrojů ale rozhodně nemůže být řeč. Nejvíce dopodrobna ji popsal Smolík, který se zaměřil čistě na její obsahovou stránku, občas doplněnou o blíže příliš nekomentované ukázky příkladů.[32] Jeho popis bez větších zásahů, spočívajících většinou ve zkrácení textu, převzal Šedivý.[33] Šedivý navíc připojil několik ukázek přímo z početnice, přepisem více se přibližujícím původní podobě textu. Nezmiňuje, s jakým vydáním pracuje, a vybrané ukázky blíže nerozebírá. Nakolik se početnici věnovala ztracená práce I. Füzékové-Vrchotkové, nemohu zhodnotit.

2.1 Obecná charakteristika

Početnice je rozdělena do čtyř traktátů, které spolu s předmluvou zabírají 108 oboustranných popsaných listů. Po titulní straně následují tři strany úvodního slova, traktáty mají po řadě 71, 55, 30 a 56 stran. Obsah traktátů je blíže rozebrán ve Smolíkovi, viz výše. Pro lepší pochopení symbolické stránky a matematických principů ho zde ale zběžně představím. Blíže se dotknu pouze pasáží, které si zasluhují bližší pozornost, než jaké se jim dostalo ve Smolíkovi.

Každý traktát kromě prvního začíná na nové straně a je nadepsán svým pořadím. První traktát je přímo napojen na předmluvu. Té je předřazena jediná báseň knihy pojednávající o stvoření počtů, jejich rozdělení a výhod vyplývajících z jejich znalosti. Předmluva je zakončena místním a časovým zařazením, traktáty uzavírají slova *zde se skonáwá prwnij (druhý) tractat* v případě prvního (druhého) traktátu, případně prostším *Konec Třetijho Tractatu*, za posledním traktátem nalezneme informaci o vydání. Na každé straně je v zápatí napravo napsáno pár písmen, kterými začíná strana následující (tzv. vodiče). Postupně se v početnici také čím dál častěji objevuje znak „¶“ na začátku nového tématu, pravděpodobně pro optické oddělení textu.

Z úvodní věty předmluvy *Jakož twá przedesslá žádost kemnie gest byla / Bratře neymilegssij* [Svatoslav z Klatov dle věnování] */ abych počty k twému užitku / podlé biehu Kupeckého w jazyk Czeský sepsal* vyplývá příčina vzniku početnice.[34] Dále je ukázán

[31] Přejímání zmiňuje např. MIKULČÁK: *Nástin dějin vzdělávání v matematice*, str. 41.
[32] SMOLÍK: *Mathematikové v Čechách*, str. 40–52.
[33] ŠEDIVÝ: *Antologie matematických didaktických textů*, str. 67.
[34] KLATOVSKÝ, *Nowé knijžky wo počtech na Cýfry / a na Liný*, Staré Město Pražské: Jan Kantor, 1558, str. 2 r. V dalších odkazech zkracuji na Klat., [číslo strany].

význam počtů v životě, který autor odůvodňuje odkazy na mnohé dávné mudrce, občas zmiňované i dále v početnici. Zmíněni jsou: Šalamoun, Pythagoras, Platón, Euklides, Terentius, sv. Augustin, Boethius a Isidor ze Sevilly (seřazeno dle životních dat, nikoli první zmínky v knize).[35] Menší prostor je věnován samotnému vzniku počtů.

První traktát představuje sedm *species* (druhů) počítání: arabské číslice, čtyři základní početní operace rozšířené o dvojení a půlení a posloupnosti (celkem tedy osm, nikoli sedm). Ke každé operaci je připojena *proba*. Dále kapitola obsahuje množství příkladů na různé mince i míry. Pro vysvětlení jejich označení a uvedení převodních vztahů je tato příkladová část oddělena od předchozí rejstříkem se seznamy všech potřebných měr. V poslední části se Klatovský věnuje zavedení a procvičení *regule detry*.

Ve druhém traktátu je vysvětlen počet na *liny*, a to od zápisu čísel, přes všechny již jednou probrané aritmetické operace až po *reguli detry*. Krátce je na začátku čtenář seznámen i s tzv. *czeským počtem*, rozuměj s římskými číslicemi. Za velmi podstatnou z matematického hlediska považuji nenápadnou poznámku pronesenou zdánlivě mezi řečí tvrdící, že *yako Boecius powiediel / počet nahoru roste / konce nemage*.[36] Věta ukazuje na matně formující se představu o nekonečnu a vlastnostech přirozených čísel související s jejich uspořádatelností a tvrzením, že ke každému přirozenému číslu lze nalézt větší.

Náplní třetího traktátu je *obecné lámanij*, neboli počítání se zlomky. Důraz je kladen na představu, co zlomek je, jak se s ním počítá a jak ho převést na složené číslo nebo naopak. Autor tak dokončuje kompletaci nutných schopností pro komplikovanější počty a pokročilejší *regule* potřebné v *biehu kupeckém*. Upozorňuji na fakt, že si pod lámaným počtem nesmíme představit racionální čísla v dnešním slova smyslu, nicméně pouze jejich velmi redukovanou variantu omezující se na popis reálně existujících částí celku.

Ve čtvrtém traktátu *wo rozličném biehu kupeckém* už zkušený počtář může uplatnit své nabyté schopnosti v příkladech ze života uspořádaných do skupin podle používaného pravidla výpočtu, dále podle hlavní jednotky (mince, váhy, délky), případně podle tématu. Mezi probranými *regulemi* nalezneme *reguli* o tovaryšství (obsahující princip dnešních úloh o společné práci), zisku a ztráty, dvojitou trojčlenku, *wo prostrženij zboží*, *reguli cecis* nebo pasáž zabývající se lichvou. Tento poslední traktát bych

[35] Kompletní přehled autorit, na které všechny zkoumané početnice odkazují a kolikrát se jich dovolávají, je zpracováno v příloze 2.
[36] Klat., 39 v.

zhodnotila jako obzvlášť důležitý, pokud bychom chtěli zkoumat každodennost v praktických úlohách zachycenou.

Úplný závěr autor využil pro morální apel a ujištění, že umění počtářství je užitečné, protože nejen že *každého počtu lehce dosáhneš*, ale *k tomu y k ginýmu swobodnýmu umienij snadný přijstup mijti budess*.[37] S průvodním *Terencius powiedoel kolik hlaw tolik rozumu* je dychtivému čtenáři doporučena blíže neurčená další četba od Euclida a Boetia.[38] Všimněme si, že jsou doporučovány dávné autority a nikoli současní matematici nebo vzdělanci. Nepřímo je tak podložena neexistence nebo malý význam nedávné studijní literatury. V otázce morálky jsou čtenáři připomenuta tři z Desatera Božích přikázání. Konkrétně přikázání sedmé *Neučijss Krádeže*, osmé *Nebudess wydáwati ffalessného swiedectwij proti bližnijmu swiemu* a desáté *ani požádáss wěcý geho*.[39]

Z uspořádání obsahu traktátů a jejich seřazení je jasně vidět snaha o návaznost a zvyšování náročnosti. Uplatnění didaktického principu postupnosti, tedy seřazení látky od jednodušší ke složitější, možná dnes považujeme za samozřejmý, jak ale bude ukázáno v Goerlově početnici, automatickým ve skutečnosti nebyl. Klatovský občas také předbíhá sám sebe, zejména co se týče používání zlomků. Ty jsou definovány až ve třetím traktátu, objevují se ale už v prvním a uprostřed druhého je dokonce bez vysvětlení ukázán princip krácení.[40]

Početnice je provázena nemalým počtem ilustrací, z toho čtyři dominují celému listu. Na titulní straně je zobrazeno šest mužů v místnosti, z nichž každý se zabývá úkonem souvisejícím s aritmetikou nebo *kupčením*. Jeden počítá na *linách*, jiný pravděpodobně s číslicemi na tabulce, dva pročítají blíže neurčitelné knihy, další listinu taktéž neznámého obsahu a poslední stojí nad nimi s prstem zvednutým, za pasem měšec. Téma počítání se opakuje i na ilustracích před druhým a třetím traktátem. Poslední větší ilustrace před čtvrtým z traktátů zachycuje ženu držící rovnoramenné váhy. Menších obrázků je v početnici celkem šest, z toho jeden ve druhém traktátu, zbylé až v posledním, všechny přímo souvisí s úlohami.

[37] Tamtéž, 108 r.
[38] Tamtéž, 108 r.
[39] Tamtéž, l r.
[40] Tamtéž, 19 r, 55 v.

2.2 Symbolika

Připomínám, že při hodnocení symboliky v matematice je nutné mít na paměti nejednoznačnost a přizpůsobitelnost zápisu. Tentýž obsah může být zapsán různými způsoby, stejně tak jeden znak může odkazovat na různé skutečnosti. Někdy je místo znaku důležitější jeho absence, jindy nás zajímá vzájemné uspořádání.

Celkově početnice preferuje slovní popis místo symbolického zápisu. Druhý zmíněný používá pro vysvětlení nové látky a v prvních několika úlohách s ní souvisejících. Obvykle je připojeno i několik úloh na procvičení. Kromě vysvětlování dělení a pár dalších principů navíc nejsou uváděny ani průběžné výpočty (jejich příklad na obr. 2-6 u dělení), autor se omezil čistě na zápis počátečního a koncového stavu. Neukázání postupu symbolickým zápisem nechává čtenáře napospas vlastnímu úsudku v případech, kdy se bez mezivýpočtů nelze obejít. Z didaktického hlediska tak lze hovořit o nedostatku.

Snaha šetřit znaky nám z jisté perspektivy komplikuje snahu hlouběji tehdejší symboliku poznat. Na druhou stranu díky úspornosti v početnici vznikají série příkladů, kde je více zadání spojeno do jednoho, což naopak pestrost zápisu rozšiřuje. I sama střídmost může být zajímavou, uvážíme-li možnost, že i žáci mohli být vedeni k výpočtům odehrávajícím se z větší části v abstraktní rovině a v paměti. Nicméně míra důrazu na počítání na *linách* (čistě hmatatelného vizuálního způsobu počítání, viz dále), uvedenou hypotézu vcelku přesvědčivě vyvrací.

2.2.1 Číslice a čísla

Do první kategorie znaků kódujících specifickou hodnotu patří v prvé řadě číselné soustavy. Jak lze nahlédnout z již představeného obsahu početnice, Klatovský rozebírá hned dva druhy číslic. Nejprve se zabývá arabskou soustavou, k níž dále vztahuje všechny nové informace. O římských číslicích se zmiňuje okrajověji, pečlivě provádí způsobem jejich zápisu, ale v příkladech ani jinde v početnici je nevyužívá.[41] Dále podrobně rozkrývá počítání na *liny*, které sice není číselnou soustavou v pravém slova smyslu, ale z důvodu shodného významu je k nim zařadím.

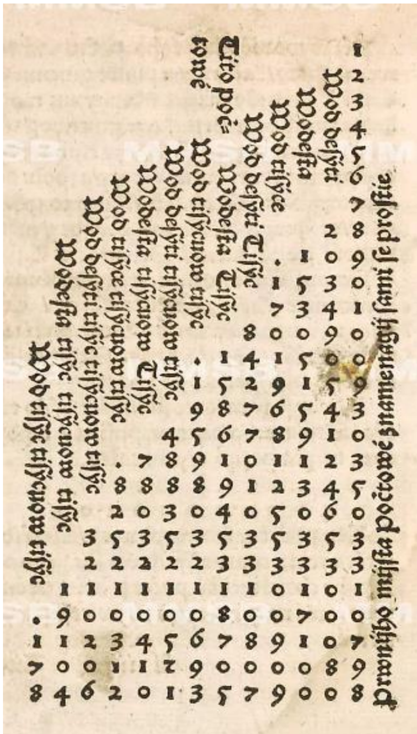
Arabská soustava je zavedena, aniž by byla explicitně pojmenována. Devět cifer od 1 po 9 je uvedeno v řadě za sebou, ke každé připojen její název. *Desátá slowe nulla /*

[41] K římským číslicím obecně viz např. KEPARTOVÁ, Jana: *Římané a Evropa–Antické dědictví v evropské kultuře*, Praha: Karolinum, 2005.

kteráž sama wo sobie nic neznamená / toliko jsúc přisazena k znamenitým / činí ge wíse znamenati I0 deset 20 dwacet...[42] Kromě velmi povrchního povědomí o nule je z uvedené věty patrné, že jednička měla podobu spíše velkého písmene „I“.[43] Dále je ve větě obsažen přechod do vyšších řádů a první spojování číslic v čísla.

Klatovský sám velmi dobře popisuje rozdíl mezi číslicí (cifrou), řádem a číslem. *Wsseliký počet w trogijm Rozdýlu se nalijzá / kterýž latinskými slowy se gmenuge / Digitus* [číslice] */ Articulus* [řád] */ a Compositus* [číslo]. *Digitus slowe prst / to gest ten počet kterýž má znamenij swá pod deset takto. I. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Articulus slowe članek / kterýžti rownie w deset gse sielij. I0. 20. 30. 50. 80. I00. 300. 8000. Compositus slowe spolu složeney počet z obogijho nadepsaného prstu a članku / takto. II. I2. 58. 37. 376.*[44]

V ukázce chci vyzdvihnout vybrané příklady pro prezentování vykládaného. Byly vybrány různé cifry, a ne po sobě jdoucí čísla, což je pro rozvíjení matematického myšlení vhodná volba. Podobný princip lze spatřit i v rozsáhlejší tabulce zobrazující čísla zvyšujícího se řádu spolu se slovním popisem danému řádu příslušícímu, viz obr. 2-1.



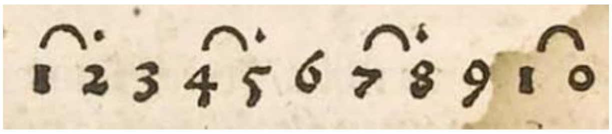
Obrázek 2-1. Pojmenování jednotlivých řádů uspořádaná do tabulky. Klat., 4 v.

[42] Klat., 3 r, 3 v.

[43] K historii nuly viz více např. SEIFE, Charles. *Nula: životopis jedné nebezpečné myšlenky*. Praha: Dokořán, 2005.

[44] Klat., 5 r.

Jak konkrétně dochází k přeložení čísla do slovní podoby, je čtenář informován na několika příkladech, např. na číslu *I2345678910*. Ve výkladu jsou poprvé použity pomocné znaky, jejichž účelem je zjednodušení orientace. Jedná o tečky nadepsané nad každou třetí číslicí počínaje čtvrtou zprava a oblouček spojující onu číslici s levou sousední, viz obr. 2-2. Tečka označuje řád tisíců, miliónu, miliardy etc., oblouček zase dvojice čísel vyslovující se nikoli zleva doprava, ale zprava doleva. Například 127 bychom dle Klatovského nečetli sto dvacet sedm, ale sto sedm a dvacet.



Obrázek 2-2. Příklad k výkladu korektního čtení čísel Klat., 3 v.

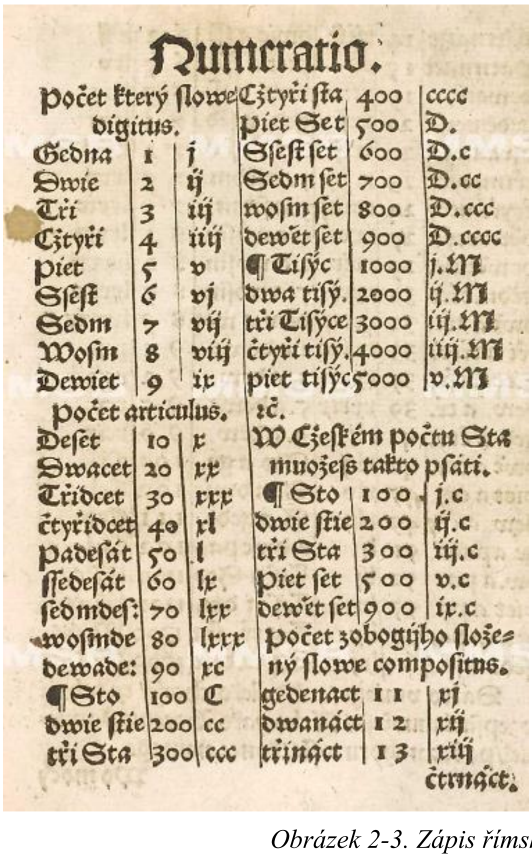
Arabské číslice jsou dále používány ve zlomcích, se kterými je čtenář seznámen takto: *Neyprwé aby znal / že lámanij nic ginébo nenij / toliko dijl celé wiecy / yako* $\frac{I}{3}$ */ to gest I. Dijl celé wiecy na tři rozdielené /* $\frac{2}{3}$ *znamená dwa zetřij dijluow. Při lámanij též ty figúry se užijwagij wssecky předesslé / ale gináč se kladau a gináč se gmenugij. Hořegssij počet nad linu posazený slowe latinie numerator / Czesky čtedlnýk* [čitatel] */ kterýž čte a oznamuge / diel / každé wiecy / a ten wždycky se nahoře nad liny klade. Druhý počet který se wdole pod liny klade / slowe Latinie denominator / Czesky gmenowatel* [jmenovatel] */ kterýž gmenuge a oznamuge wiec celau / w kolik dijluow gest rozdělena* …[45]

Důkladná pozornost je věnována možnostem převádění zlomků na celá, případně složená, čísla. Této tematice jsou věnovány tři *regule* rozdělené podle toho, zda je čitatel rovný, větší nebo menší jmenovateli. Z *regulí* i výpočtu jinde v početnici je patrné, že je upřednostňováno složené číslo před tvarem čistě zlomkovým.

Doložením je ukázka z druhé *regule*: $\frac{22}{16}$ *fa. I* $\frac{6}{26}$ | $\frac{60}{15}$ *fa. 4.*[46] Jednotlivé příklady jsou odděleny svislou čarou a výsledek předchází zkrácenina slova *facit*, což je obecným zvykem celé početnice. Na uvedené úloze se šestadvacetinami kromě jasné chyby (způsobené pravděpodobně pouhým přepsáním) může zarazit, že zlomek $\frac{6}{26}$ není dále převeden do základního tvaru. Přitom snaha uniknout vyšší abstraktnosti převodem zlomků do celků a zbytku by implikovala opak. Krácení v početnici pokryto je, nicméně ne vždy je, jak vidno, použito v praxi.

[45] Tamtéž, 66 r, 66 v.
[46] Tamtéž, 67 r.

Římské číslice zvané v početnici *czeské*, zařazené na začátek druhého traktátu, jsou vysvětleny prostřednictvím dvoustranných tabulek, viz obr. 2-3. Z hlediska symboliky si můžeme všimnout několika skutečností. Jednak není vždy jednoznačné, zda použít velkého či malého písmene. U jednotky, desítky, padesátky a tisíce se preference zdá být jasná, u stovky a pětiset záleží, zda znak stojí osamocen, nějaký mu předchází nebo naopak následuje. Nejednoznačným je i zápis například stovek, kdy 300 lze zapsat jak *ccc*, tak *iij.c*. U tisíců Klatovský preferuje druhý zobrazený způsob zápisu, tedy „kolik“ „čeho“ v tomto pořadí. Pro nás neobvyklý je zápis čtyřky, kdy není využíváno odečtení jednotky od pětky. Stejně tak 400 je zapsáno nikoli CD, ale *cccc*, a 24 *xxiiij* místo XXIV. U devítky je naopak odečítací princip až na 900 důsledně dodržován. Zároveň je zápis 9 coby *ix* jediným příkladem, kdy není poslední jednotka v pořadí zapsaná jako *j*, ale klasicky *i*.



Numeratio.

Počet který slowe digitus.

Gedna	1	j	Cžtyři sta	400	cccc
Dwie	2	ij	piet Set	500	D.
Tři	3	iij	Ssest set	600	D.c
Cžtyři	4	iiij	Sedm set	700	D.cc
piet	5	v	wosm set	800	D.ccc
Ssest	6	vj	dewět set	900	D.cccc
Sedm	7	vij	¶ Tisyc	1000	j.M
Wosm	8	viij	dwa tisý.	2000	ij.M
Dewiet	9	ix	tři Tisýce	3000	iij.M
			čtyři tisý.	4000	iiij.M
			piet tisýc	5000	v.M

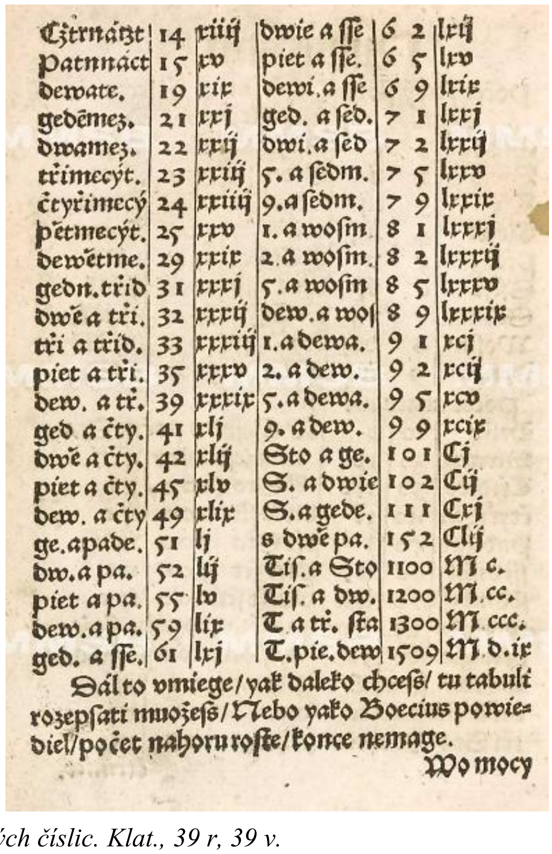
Počet articulus. etc.

Deset	10	x			
Dwacet	20	xx			
Třidcet	30	xxx	¶ Sto	100	j.c
čtyřidcet	40	xl	dwie stie	200	ij.c
padesát	50	l	tři Sta	300	iij.c
ssedesát	60	lx	piet set	500	v.c
sedmdes:	70	lxx	dewět set	900	ix.c
wosmde	80	lxxx			
dewade:	90	xc			
¶ Sto	100	C	gedenact	11	xj
dwie stie	200	cc	dwanáct	12	xij
tři Sta	300	ccc	třináct	13	xiij

W Czeském počtu Sta muožeš takto psáti.

Počet zobogijho slože ný slowe compositus.

čtrnáct.



Cžtrnáczt	14	xiiij	dwie a sse	62	lxij
Patnnáct	15	xv	piet a sse.	65	lxv
dewate.	19	xix	dewi. a sse	69	lxix
gedēmez.	21	xxj	ged. a sed.	71	lxxj
dwamez.	22	xxij	dwi. a sed	72	lxxij
třimecýt.	23	xxiij	5. a sedm.	75	lxxv
čtyřimecý	24	xxiiij	9. a sedm.	79	lxxix
pětmecýt.	25	xxv	1. a wosm	81	lxxxj
dewětme.	29	xxix	2. a wosm.	82	lxxxij
gedn. třid	31	xxxj	5. a wosm	85	lxxxv
dwě a tři.	32	xxxij	dew. a wos	89	lxxxix
tři a třid.	33	xxxiij	1. a dewa.	91	xcj
piet a tři.	35	xxxv	2. a dew.	92	xcij
dew. a tř.	39	xxxix	5. a dewa.	95	xcv
ged a čty.	41	xlj	9. a dew.	99	xcix
dwě a čty.	42	xlij	Sto a ge.	101	Cj
piet a čty.	45	xlv	S. a dwie	102	Cij
dew. a čty	49	xlix	S. a gede.	111	Cxj
ge. a pade.	51	lj	s dwě pa.	152	Clij
dw. a pa.	52	lij	Tis. a Sto	1100	M c.
piet a pa.	55	lv	Tis. a dw.	1200	M.cc.
dew. a pa.	59	lix	T a tř. sta	1300	M.ccc.
ged. a sse.	61	lxj	T. pie. dew	1509	M.d.ix

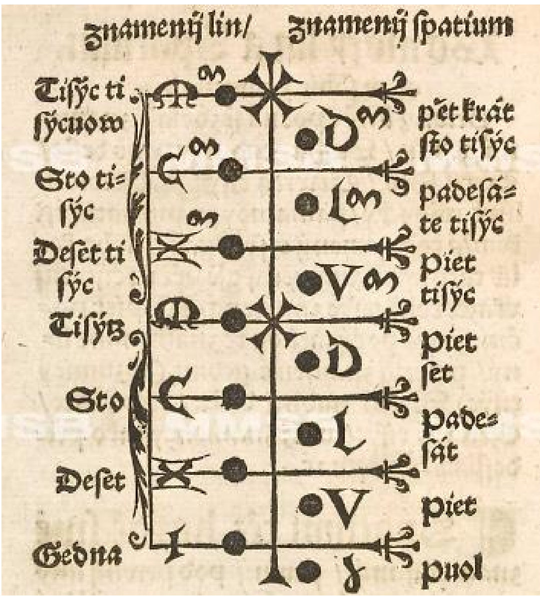
Dál to vmiege/ yak daleko chcess/ tu tabuli rozepsati muožess/ Nebo yako Boecius powie diel/ počet nahoru roste/ konce nemage.

Wo mocy

Obrázek 2-3. Zápis římských číslic. Klat., 39 r, 39 v.

Po ukončení vysvětlení římských číslic autor přechází na počet na *liny*. Jedná se o logickou návaznost, protože *liny* jsou vizuálním přeložením (lze říci počítadlem) fungujícím na stejném principu půlení řádů. Počet na *liny* spočívá v umisťování kuliček na a mezi vodorovné čáry uspořádané nad sebou, kdy nejspodnější vyjadřuje řád jednotek, druhá řád desítek etc. Řád tisíců a každý třetí vyšší se pro usnadnění orientace označoval křížkem. Mezera měla hodnotu poloviny řádu *liny* nad ní.

Klatovský počítání na *liny* uvádí slovy: *Wo mocy lin a Spacium. Co w sobie znamenagij. Prwnij liný (počna sezdola) znamena gednu / Druhá nad nij weyss deset / Třetij sto / Cžtwrtá tisýc. Cžtwrtau liný wždycky / pamatuoy znamenati kžjžkem / a to znamenij tisýce gest / Nebo kolik takowých znamenij gse při počijtanij vkaže / tolik tisýc znamená…*[47] Obr. 2-4 pak zobrazuje vizualizaci výkladu. Všimněme si křížků u zmiňovaných řádů, slovního popisu po stranách a římských číslic, které orientaci v hodnotách usnadňují. Pravděpodobně pro účely prvního seznámení je počitadlo graficky zdobené, v praktickém používání bychom ale nalezli pouze rovné čáry, kuličky na požadovaných místech a křížky u správných řádů.



Obrázek 2-4. První představení počítání na liny. Klat., 40 v.

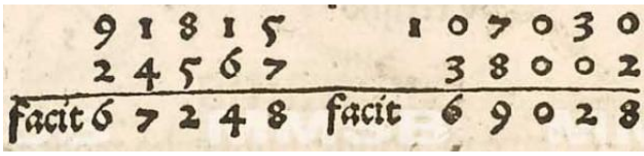
2.2.2 Operace

Po seznámení se se znaky představujícími hodnotu je zapotřebí ukázat, jak se tyto hodnoty mohou ovlivňovat a interagovat spolu. Postupně se v následujících odstavcích dotknu aritmetických operací, jejich zápisu a několika myšlenek, jejichž účelem je zjednodušení a urychlení výpočtů a jejich kontrola. Klatovský mezi operace řadí sčítání a odčítání, násobení a dělení, dvojení a půlení. Zabývá se jimi jednak na *linách*, do větší podrobnosti ale zabíhá u počítání s arabskými číslicemi. Já se z důvodu větší bohatosti symboliky omezím na druhé jmenované (nemluvě o tom, že operace na *linách* jsou lépe popsány Optátem). Z důvodu podobnosti k operacím přidám posloupnosti, krácení zlomků a jejich porovnávání.

[47] Tamtéž, 40 r.

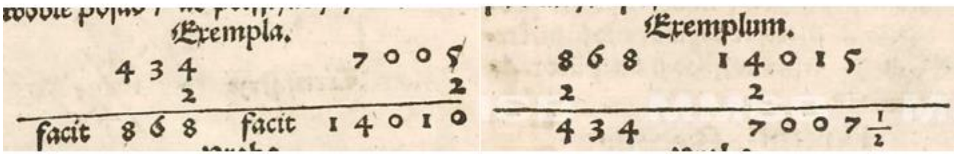
U operací je z hlediska symboliky obecně třeba upozornit na několik věcí. Jednak v celé početnici nenalezneme jediné „+“, „−“ nebo jiné znaménko dnes s výpočty neodmyslitelně spojené. Druh operace vyčteme z kontextu, slovního označení nebo maximálně zkratky latinského slova operaci příslušícího, často také ze vzájemného uspořádání číslic. Umístění čísel se zde poprvé stává zásadním. Kromě různých čar a levé kulaté závorky (více viz u dělení) je také tím jediným, co lze z hlediska symboliky komentovat.

Sčítání (*Additio. Slowe summowánij*) i odčítání (*Subtractio. Slowe wodgijmánij*) probíhalo výpočtem pod sebou.[48] Příklady měly téměř totožnou formu jako dnes, viz obr. 2-5 s příkladem odčítání. Chybí pouze mínus, které bychom dnes psali před menšitele. Všimněme si čáry oddělující zadání od výsledku a důsledného zarovnávání odpovídajících si řádů pod sebe.



Obrázek 2-5. Ukázka odčítání. Klat., 7 v.

U dvojení a půlení kvituji Klatovského uvědomění si, že se jedná o specifický příklad násobení a dělení. *Duplatio a Mediatio / ty dwie species zdagij mi se zbytečné a daremnij zaneprázdnienij / Nebo duplatio giného nic nennij / než skrze. 2. multiplicatio / Mediatio gest skrze. 2. divisio…*[49] Přesto k obojímu píše samostatnou kapitolku.[50] Při zápisu se rozdíl projevuje na umístění dvojky. Při dvojení ji zarovnáváme pod číslici na místě jednotek dvojeného čísla, kdežto při půlení pod první číslici zleva větší než jedna, viz obr. 2-6. Ještě více zde stoupá význam přesnosti ve vzájemném umísťování číslic.



Obrázek 2-6. Ukázka dvojení (vlevo) a půlení (vpravo). Klat., 8 v, 9 r.

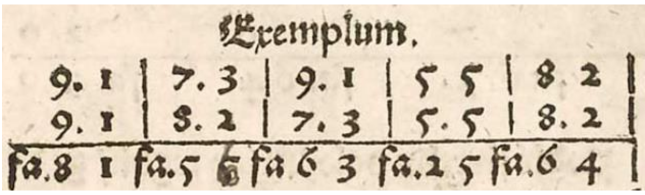
Násobení (*Multiplicatio. Slowe množenij*) v základu zachovává strukturu výpočtu pod sebou.[51] Pro výpočet součinu dvou libovolných jednociferných čísel je ale poprvé

[48] Tamtéž, 5 r, 7 r.
[49] Tamtéž, 8 r.
[50] Dvojení a půlení pochází z egyptské matematiky, kdy se pomocí těchto operací násobilo a dělilo. Princip vysvětluje např. FRANCOVÁ: *Vývoj číselných soustav*, str. 3. Jisté principiální podobnosti si lze všimnout u násobení a dělení na *linách*, ovšem u počítání s arabskými číslicemi dvojení a půlení ztrácí samostatně smysl a stává se spíš přežitkem.
[51] Tamtéž, 9 v.

představeno několik strategií, které mohou zjednodušit výpočet, pokud se použijí ve vhodném případě.

Základní pomůckou je i dnes používaná tabulka, kdy si v záhlaví sloupce vyhledáme číslo násobené, v záhlaví řádku číslo, kterým násobíme a na průniku nalezeného sloupce a řádku nalezneme jejich součin. Klatovský tuto tabulku zve *Pithagore Mensa* nebo *Pithagirij Stuol* a její přehlednou variantu zařazuje teprve do druhého kvadrátu k vysvětlování násobení u počtu na *liny*. Vzhledem k jeho jinak vysoké organizovanosti může tato volba udivit. Do prvního traktátu nicméně vypisuje malou i velkou násobilku do seznamů, které mohou působit méně přehledně. Pro vizuální představu viz příloha IV.

Kromě z tabulky vyplývající poučky „Zapamatuj si!“ Klatovský ještě doporučil čtyři pomocné *regule*. První z nich zjednodušuje příklad převedením násobených čísel na menší. Klatovský ji popisuje takto: *ty figury kteréby spolu multiplicowati chtiel posad gednu nad druhú puncti při nich zdielage / gedné každé gegij rozdyl posaď podlé nij zapunctem / to gest co se nedostáwá od té figúry k deseti. Podtrhni pod nimi liny / potom ty rozdily multiplicúy spolu / to což odtud wygde / gestli že wgednom počtu bude / ten posaď rownie dole pod liný / pakli dwiema / tehdy z nich prwnij posaď a druhey schowey / hned pak gedné figúry / na křijž / rozdijl odeymi od druhé / a zbytek též rownie pod nimi posaď kterému ten počet (ač bylliby) přidey / a budeť udieláno.*[52] Zápis viz na konkrétních příkladech na obr. 2-7.

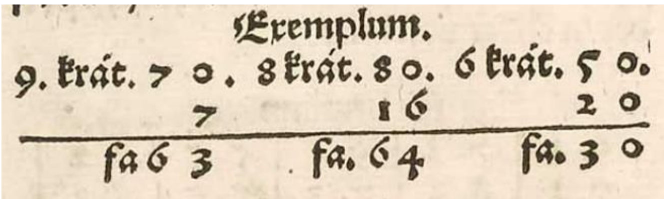

Exemplum.

9. 1	7. 3	9. 1	5 5	8 2
9. 1	8. 2	7. 3	5. 5	8. 2
fa.8 1	fa.5 6	fa 6 3	fa.2 5	fa.6 4

Obrázek 2-7. Ukázka násobení metodou dopočtu do deseti. Klat., 10 r.

Jak vyplývá z popisu *regule* a příkladů na obr. 2-7, ne vždy se vyplatí ji použít. V příkladech, kde násobíme čísla menší než pět, dojde paradoxně ke zkomplikování. Výhodnost druhé *regule* je ještě diskutabilnější. Její přínos považuji v nepřímém vyslovení důležitého matematického principu, který říká, že místo počítání originálního příkladu je možné si výsledek odhadnout shora a pak odečíst rozdíl. Konkrétně chci-li například zjistit, kolik je $9 \cdot 8$, nejprve si spočítám $10 \cdot 8$ a odečtu $(10-9) \cdot 8$. Ze symbolického hlediska v zápisu lze vidět řetězení operací, které jsou na rozdíl od *regule* první alespoň částečně slovně popsány, viz obr. 2-8.

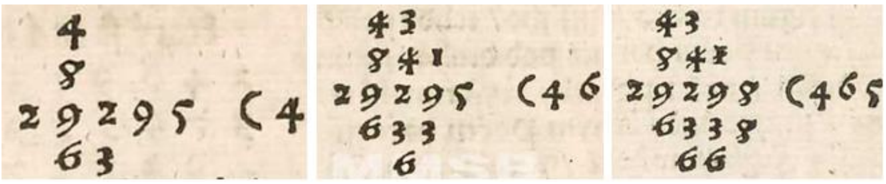
[52] Tamtéž, 10 r.



Obrázek 2-8. Ukázka násobení metodou odečtení rozdílu od vyššího násobku. Klat., 10 v.

Třetí *regule* se zabývá násobením čísel zakončených nulou nebo více nulami, čtvrtá popisuje násobení dvojciferného čísla jednociferným a tvoří tak přechod k rozsáhlejším úkonům. Ani jedna z nich symboliku ničím neobohacuje. Stejně tak nic nového již nepřináší ani konečné spojení *regulí* v obecný návod násobení dvou libovolně velkých čísel. Zůstává nám jak zápis pod sebou, tak podtržení zadání a napsání *fa.* či *facit* před výsledek. I řetězení operace násobení s následným součtem mezivýsledků již není ničím novým.

Dělení (*Divisio. Slowe dielenij*) se skládá ze tří čísel, *Prwnij který dělen býti má / druhý w který a nebo skrze který se dielij / a ten slowe divisor. Třetij neznámý… a ten slowe quotient…*[53] Klatovský dělení zavádí spolu s ukázkou, ve které je jednak přehledně přiřazeno pojmenování k odpovídajícím členům, jednak hned vidět tři ze čtyř hlavních symbolických atributů této operace. Pro nezahlcení obrazovým materiálem úvodní ilustrační příklad stejně jako dělení jednociferným číslem vynechám a přesunu se na úlohu komplexnější povahy. Na obr. 2-9 je příklad z početnice 29 295 : 63 = 4.



Obrázek 2-9. Ukázka dělení rozdělená na tři mezikroky: postupně zleva M1, M2, M3. Klat., 16 v, 17 r.

Nejprve si všimněme didaktické snahy Klatovského zaznamenat průběžný postup i číselně. Dosud čtenář vždy viděl zadání i s výsledkem a všemi mezivýpočty, nyní může lépe poznat jednotlivé fáze příkladu a lépe tak pochytit návaznost. Co se zápisu týče, opět výpočet stojí na korektním umísťování cifer a vykonávání správných operací v určeném sledu. Dělitel je zapsán pod dělence co nejblíže k levé ruce tak, aby první dělení vyšlo větší jedné (6, 3 pod 9, 2 a ne pod 2, 9). Postupně vznikající výsledek se zapisuje za levou kulatou závorku významem odpovídající dnešnímu „=“ na řádek za dělence, zbytky se zapisují nad dělence. Protože se zpětné násobení provádí zleva, tedy od vyšších řádů, je

[53] Tamtéž, 14 v.

nutné průběžně přepisovat mezivýsledky, což se projevuje škrtáním již použitých číslic.[54] Na jednu stranu tak dochází ke zpřehlednění výpočtu. Hledání a napravování chyby naopak může větší počet čar zkomplikovat. Klatovský postup řešení uvedeného příkladu popsal takto:

[obr. 2-9 (M1)] *Rcy 6 mohu mijti. 29. čtyřikrát / ty čtyři posaď do quotientu. Wezmi. 4. krát 6. učini 24 wod 29 zůstane 5 kteréž posaď nad dewijti / ty pak přetrhni odkterýchs bral y dolejssý / potom rcy 3 krát 4 učini I2. ty též wodeymi wod 52 a zbytek posaď nahoru yako 4 nad 5. piet a dva. Přetrhni y dolegssij tři / To udielage podsaď twuog divisor podruhé / wod gednu figúru blijž k prawé ruce / a hleď kolikrátby wzýti mohl twuog divisor w počtu nadepsaným / tolikrát wezmi / a to kkolikrát zapuol wokrúhlého sstrychu posaď podlé předešlého quotientu takto:* [obr. 2-9 (M2)] *Rcy 6 we 40 mohu mijti 6krát / multiplicuoy / wezmi / zuostanau 4. kteréž posaď nad dwiema přetrženýma / od kterýchž bral přetrhcy / dál rcy 3. krát 6 učinij I8. ty wodeymi wod 49. zuostane wod dewijti I. Nad čtyřmi 3. přetrhey 49. y divisor. Posaď wopiet znowa twuog divisor / a ssetř pilnie kolikrát muožess mijti twůj divisor wobau figurách / tolikrát wezmi / znameney / multiplicuoy gednu podruhé figúru twého divisoru / wodeymi / zbytku státo nech / přetrhni brané / Multiplicuoy druhú figúru s quotientem / wezmi a přetrhey / stane takto.* [obr. 2-9 (M3)].[55]

K tématu dělení připojím ještě jednu poznámku týkající se systematičnosti a úspornosti početnice. Za vysvětlením látky často bývá zařazeno několik úloh na procvičení. Tyto úlohy bývají obvykle propojeny v jeden celek společnou vlastností, například shodným výsledkem. Tak je tomu i u dělení trojciferným číslem, kde najdeme

[54] Metoda postupného nahrazování mezivýsledků jinými plynoucí z postupu nikoli od nejnižšího, nýbrž od nejvyššího řádu, byla ve středověku běžná i u operací sčítání, odčítání a násobení. Tato praxe pochází z Indie, kde se počítalo na tabulkách posypaných pískem nebo prachem a mezivýsledky se tak mohly jednoduše mazat. Náchylnost k chybovosti přemazáváním byla pravděpodobně ještě větší než u škrtání čísel na papíru. Příklady k jednotlivým operacím pomocí této metody viz FRANCOVÁ: *Vývoj číselných soustav*, str. 16–18.

[55] Tamtéž, 16 v, 17 r.

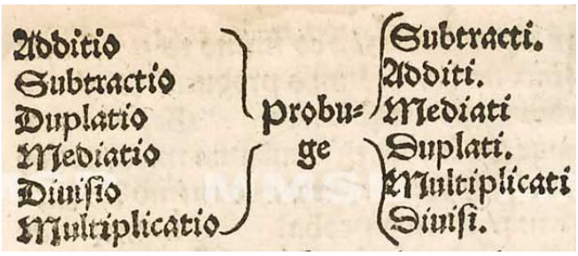
tabulku o dvou sloupečcích. Vydělí-li se číslo v pravém sloupci číslem ze sloupce levého na stejném řádku, vyjde vždy shodný výsledek připsaný pod tabulku, viz obr. 2-10.

Diuisor	tito dieleni magij býti.
123	028345432410
234	053925456780
345	079505481150
456	105085505520
567	130665529890
678	156245554260
789	181825578630
891	205331546970
912	210171011040

Facit (230450670. Quotient.

Obrázek 2-10. Série úloh na dělení. Klat., 18 v.

Po každé operaci jsou v početnici popsány možnosti ověření správnosti výpočtu. Způsobů *proby* je u každého druhu operace několik. Nejpřímější způsob spočívá v provedení inverzní operace na výsledek a druhý z činitelů původního příkladu. Na obr. 2-11 je k prohlédnutí přehledová tabulka, která operace se ověřuje kterou.



Obrázek 2-11. Která operace je ověřována kterou. Klat., 6 r.

Druhý způsob je pojmenován *proba skrze 9*. V dnešní výuce matematiky už nemá své místo, možná pro vyšší počet mezikroků, které mohou zapříčinit vyšší chybovost. Naopak pro její snížení hovoří značné zmenšení čísel, se kterými je pracováno (pokud po prvním kroku získáme číslo větší než 9, někde se stala chyba).

Klatovský *probu skrze 9* doprovází slovy [v hranatých závorkách rovnou ilustruji na příkladu 69 028 + 38 002 = 107 030].: *Té proby takto užijwey / zbeř. 9. s pownijho počtu tolikrát muožess / a to w nic wobrať / a cok mimo. 9. zuostane / to twá proba.* [69 028 vydělím devítí, získaný zbytek 7 zapíši do kříže doprava] *Též podobnie z druhého počtu zbeř* [zbytek po vydělení 38 002 devíti je 4, ta se zapíše do kříže nalevo] */ wostatek twau probu wzdey s prwnij whromadu / od kterýchž budessli mocy. 9. odwrž / a co mimo to zuostane / státi nech* [zbytky 4 a 7 sečtu, získané číslo 11 opět vydělím devíti a zbytek 2 položím do kříže nahoru] */ ktomu s producti též zbera* [do kříže dolů přijde zbytek po dělení devíti ověřovaného výsledku 107 030, tedy 2] / *rowná proba se neyde.* [výsledek je správný, pokud se čísla v kříži nahoře a dole rovnají].[56]

Popisovaný kříž je ve druhém řádku vpravo na obr. 2-12. Místo „šikmého kříže“ je v některých příkladech (typicky u *regule de tri*, viz obr 2-16) použit kříž s rameny horizontálním a vertikálním. U zlomků se také setkáváme se zapsáním čtyř čísel do řady, možná z důvodu snížení přehlednosti se zvýšením počtu čar.

Obrázek 2-12. Ukázka ověření výsledku. Klat., 7 r.

U jiných operací funguje zkouška skrze 9 shodně. Jediným rozdílem je volba operace v kroku 3, která se musí shodovat s operací, jejíž správnost chceme dokázat. Prázdné místo v kříži (viz třetí řádek obr. 2-12) zastupuje nulu. Absence číslice pro nulu potvrzuje domněnku, že práce s nulou jako samostatným objektem nebyla rozvinutá. Kromě čísla 9 je často doporučováno i číslo 7. U zlomků funguje princip této zkoušky shodně, jen je třeba při hledání zbytků počítat čitatele a jmenovatele odděleně.

V návaznosti na předchozí poznámku připojuji krátký komentář k operacím prováděných se zlomky. Opět jsou probrány operace sčítání, odčítání, dvojení a půlení, násobení a dělení. Principy výpočtů se shodují se současnými, není představen žádný nový znak. Lehce se ustálila slovní diferenciace operací. Pro sčítání je používaná předložka *ke*, pro odčítání *wod*, dvojení a půlení předložka chybí, pro násobení je používáno *se*, pro dělení *we*.[57]

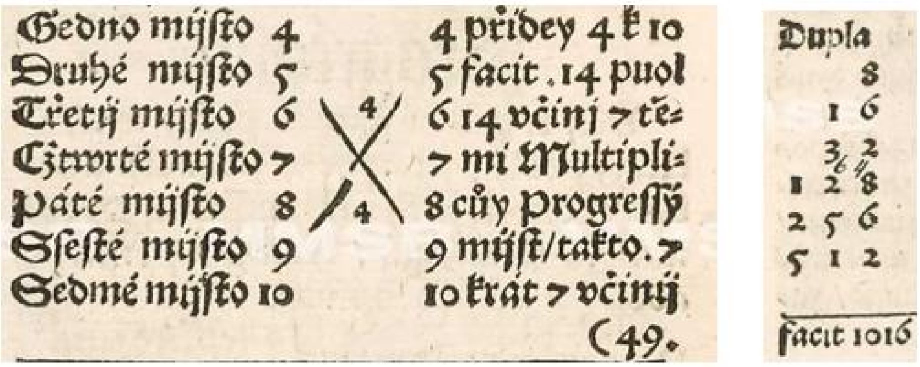
Mezi operace se zlomky by se okrajově dalo začlenit krácení neboli převádění zlomku do základního tvaru. Účelem krácení je čitatele i jmenovatele vydělit stejnou hodnotou (pokud to lze) a dosáhnout tak menších čísel, což je výhodné pro výpočty i snazší pro představu. Klatovský radí nejprve krátit dvěma, pokud oba členy zlomku končí na 0, 2, 4, 6 nebo 8. Následně postupně zkoušet čísla 3, 5, 7, 9, 11 etc. Z jeho doporučení vyplývá, že jediný vnitřní vztah v dělitelnosti vnímal u sudých čísel. Existence prvočísel mu pravděpodobně byla neznámá, dokonce i jednoduché myšlenkové

[56] Tamtéž, 6 r, 6 v.
[57] Např. tamtéž, 67 v, 68 r.

spojení, že není-li číslo dělitelné třemi, rozhodně nebude dělitelné ani devíti, mu nestálo za zmínění.[58] Proto může překvapit, že u počítání s *regulí detry*, více o ní viz dále, poznamenává *Muožess též to exemplum skrze. 4. dwakrát / a potřetí skrz. 3. wmenssij wyzdwihnúti / a nebo skrz. 6. neyprwé druhé skrze. 4. potřetij skrze. 2.*[59] Z věty je patrné, že si uvědomoval možnost spojení dělených čísel ve větší.

Posloupnosti jsou zmíněny dvakrát. Jednou více do hloubky ke konci prvního traktátu, podruhé pouze pro připomenutí jejich existence v závěru traktátu druhého. Klatovský posloupnosti dělí na přirozené a nepřirozené. *Progressio přirozená Latinie slowe naturalis / a nebo continua / Naturalis progressio gest ta / kteráž když nahoru wzrost gde / žádného počtu newypausstij takto I. 2. 3. 4: 5. ... Nepřirozená progressio latinie slowe discontinua / kteráž když nahoru wzrosť gde / rowný počet gednosteynie wypausstij / takto. 2: 4. 6. 8. I0. ...*[60] Přirozenou posloupností je tedy míněna aritmetická s diferencí rovnou jedné, nepřirozenou aritmetická o diferenci větší než jedna. Dále je k nepřirozeným posloupnostem přiřazena i geometrická posloupnost kladného kvocientu.

Stěžejní znalostí pro posloupnosti je výpočet součtu několika jejích po sobě následujících členů. Metody výpočtu jsou dvě, jeden pro aritmetické posloupnosti, druhý pro geometrické. U aritmetické posloupnosti se postup nijak neliší od dnešního, který lze vyjádřit vzorcem $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$, kde n je počet sčítaných členů, a_1 první člen, a_n poslední člen. Na příkladu (viz obr. 2-13 (L)) si všimněme dvojnásobného vypsání členů posloupnosti pod sebe a kříže zkoušky mezi nimi (jedna čtyřka vychází z výpočtu skrze pravidlo součtu členů posloupnosti, druhá z prostého využití operace sčítání.


Gedno mijſto 4
Druhé mijſto 5
Třetij mijſto 6
Cztwrté mijſto 7
Páté mijſto 8
Sſeſté mijſto 9
Sedmé mijſto 10
4 4
4 přidey 4 k 10
5 facit . 14 puol
6 14 wčinj 7 tě-
7 mi Multipli-
8 cůy progreſſý
9 mijſt/takto. 7
10 krát 7 wčinij
49.

Dupla
8
16
32
128
256
512
facit 1016

Obrázek 2-13. Ukázky výpočtů s posloupnostmi aritmetickou nalevo (L) a geometrickou napravo (P). Klat., 20 v, 22 r.

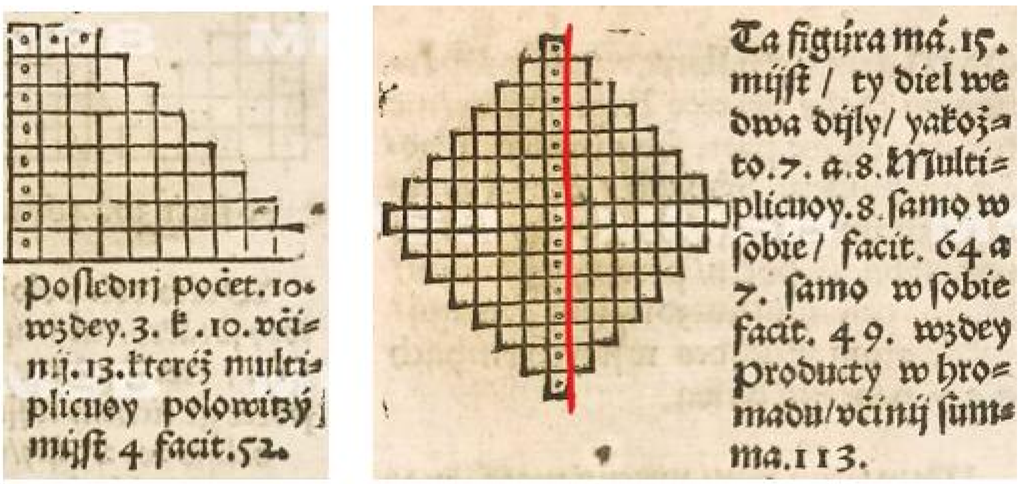
[58] Jestli o dělitelnosti věděl více, než je patrné z textu, by potřebovalo další šetření. Jisté je, že termín „prvočísla“ Klatovský nepoužil. Stejně tak slovo „dělitelnost“ se v početnici nevyskytuje. Naopak slova „lichý“ a „sudý“ lze nalézt u popisu krácení (srov.: tamtéž, 70 r).

[59] Tamtéž, 37 v.

[60] Tamtéž, 20 v.

Součet prvních n členů geometrické posloupnosti v současnosti počítáme přes vzorec $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$, kde n je počet sčítaných členů, a_1 první člen a q kvocient. Ve vzorci se používá operace mocnění, proto nepřekvapí, že Klatovského postup je odlišný: *multiplicuoy poslednij počet té progressý / tim počtem odkud se ta proporcij gmenuge / yakožto Dupla skrze 2: Tripla skrze 3. Quadrupla skrze 4… To udělage odwrz od produktu prwnij počet té origressý / potom to facit dividuoy (krom duplam proporcionem) tijm počtem odkud ta / proporcio gméno má yako triplu mýnie gedné / skrze 2. Quadrupla skrze tři…*[61] Klatovského návod lze vyjádřit vzorcem $s_n = \frac{q \cdot a_n - a_1}{q - 1}$. Je zřejmé, že oba uvedené vzorce jsou vzhledem k rovnosti $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ekvivalentní. Příklad zápisu (viz obr. 2-13 (P)) by nebyl ničím zajímavý, pokud by nedošlo k opomenutí čtvrtého členu posloupnosti, dopsaného ručně do již vytištěné knihy.

Unikátním v rámci početnice je grafické znázornění některých příkladů s posloupnostmi. Členy jsou zapsány pomocí čtverců do uspořádaného schématu, což teoreticky může napomoci k lepší představě o tom, co je cílem výpočtu. Obr. 2-14 (L) ukazuje příklad „přirozené posloupnosti“ s prvním členem 3, (P) obr. 2-14, je inovativnější. Počtáři se radí rozdělit si čtverec na dvě posloupnosti (toto rozdělení v obr. 2-14 vyznačuji červenou čárou), každou vypočítat zvlášť a výsledky sečíst. Příklad ukazuje na rostoucí nutnost pohlížet na zadání komplexněji a kombinovat postupy s vlastními nápady, což je praxe v početnici obecně moc neprosazovaná.



Obrázek 2-14. Další ukázky výpočtů s posloupnostmi. Část levá (L) a pravá (P). Klat., 32 r, 33 r.

[61] Tamtéž, 21 v.

2.2.3 Regule

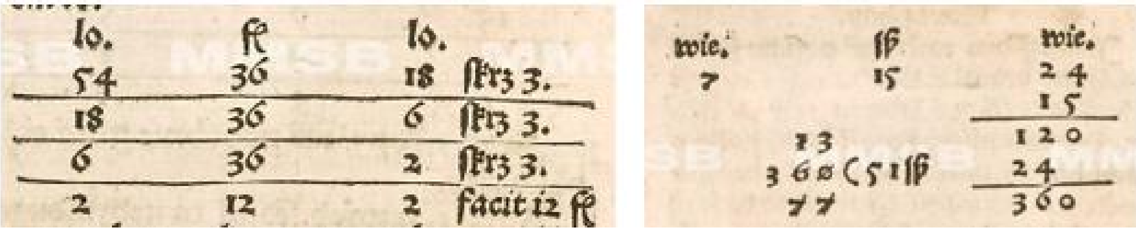
Trojčlenka je základem všech pokročilejších výpočtů. V různých obměnách a příkladech se objevuje v každém traktátu. Poprvé byl její princip použit dokonce ještě před jejím oficiálním pojmenováním stejně jako tomu bylo u zlomků. V prvním traktátu je zahájena popisem: *Regula detry. W kaupi a w prodagi wobecnie se čtyři počtowé užijwagij / tři gsau známi / kterýž w Latinském yazyku slowau detry / proto že w sobie tři wiecy známé nesau / čtvrtá wiec neznámá / kteráž z tiech třij nalezena býwá*.[62]

Dále jsou uvedena jiná pojmenování. Kupci ji nazývají *zlatá regule*, protože *akožto zlato swau usslechtilostij / giné wssecky metally a nebo kowy přewyssuge / tak také tato Regule giné wssetzky* [převyšuje]...[63] čímž bylo poukázáno na její význam. Matematici ji zvou i *regula proportionum, kdež i při této Reguli detry / niekterij počtowé … W yaké proporcý a nebo wspůsobnosti počtu / prwnij s zadnijm / druhý s prwnijm / wyzdwiženi býwagij / yakož otom Euclides w swých knihách 5. a. 7. naučenij dáwá*.[64]

Nakonec se čtenář dozvídá postup, jakým se regule řeší. *Mezi tiemi třmi wiecmi wotázku to což wiedieti chcess / posaď zadu proti prawé ruce / zdruhých dwau počtů / geden kterýž w gménu a v wěcy se srownáwá s zadnijm počtem wotázkau / posaď napřed proti lewé ruce / přitom pamatůg na to že ty dwa počty wždycky rownú wěc a gméno mijti magij / gináč regule nenese / ten počet kterýž ginau wěc nese / posaď do prostředku / ty tři wěcy mage tak spořádané podlé Regule a správy / Multiplicuoy prostřednij počet spolu s zadnijm / odtud wysslý product diel prwnijm počtem / přigdet facit w gménu a v wietcy rowné prostřednijmu počtu.*[65] Dochází ke zdůraznění upozornění na správné seřazení čísel. Opět ale není vysvětleno, proč jsou seřazena právě takto a jaká je podstata výpočtu.

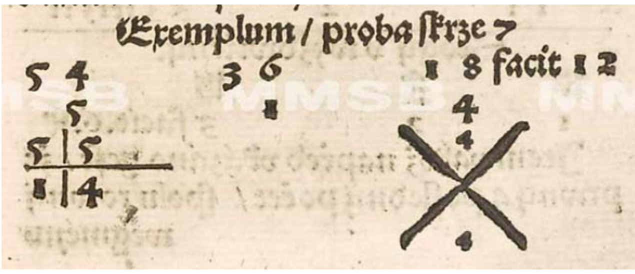
Postup je prezentovaný na příkladech, které nabývají na složitosti např. nutným rozměněním větších mincí na menší pro umožnění dělení nebo zvyšováním hodnot v zadání příkladu. S nimi lze pracovat jejich poměrovým zmenšením, na což odkazovala varianta jména *regule* pocházející od matematiků. V zápise se každá taková manipulace píše na nový řádek, jenž se vodorovnou čarou oddělí od předchozího, na který se doprava připíše podstata provedené změny (viz obr. 2-15 (L)). Do zápisu pomocí symbolů občas proniká mezivýpočet (viz obr. 2-15(P)).

[62] Tamtéž, 33 r.
[63] Tamtéž, 33 r.
[64] Tamtéž, 33 v.
[65] Tamtéž, 33 v.



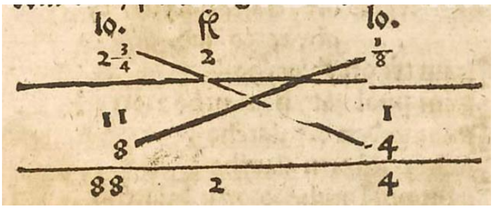
Obrázek 2-16. Ukázka zápisu regule detry. Část levá (L), část pravá (P). Klat., 36 v, 35 v.

Zkouška *regule detry* má opět několik možných podob. Buď lze otočit sérii operací, nebo vyměnit otázku a známou hodnotu, možností je i *proba* skrze 7 nebo 9, 11, 13 a podobně. Pro větší komplikovanost a tím vyšší obsáhlost zápisu uvedu příklad *proby* skrze 7. Na obr. 2-16 lze vidět již známý kříž na pravé straně. Jeho vyplnění předchází tabulka o čtyřech číslech, každé pro jeden známý počet plus zjištěný výsledek. 5 vlevo nahoře je zbytkem po dělení 7 prvního členu (54), pětka vpravo nahoře je tímtéž pro výsledek (12). Levé dolní čísla odpovídá zbytku po vydělení druhého členu (36), pravé dolní témuž pro třetí člen (18). Čísla na prvním řádků se mezi sebou vynásobí a zbytek po dělení 7 vzniklého součinu se zapíše do kříže nahoru. Dolní číslo v kříži vznikne obdobně, pouze se násobí čísla spodního řádku tabulky. Rovná-li se horní a dolní číslo, výsledek platí.



Obrázek 2-15. Ukázka zkoušky u regule detry. Klat., 37 r.

Druhý traktát trojčlenku pouze znovu trochu jinými slovy komentuje, formuluje více úloh v jednom na principu již uvedeného u popisu operace dělení a pak ji opouští. Počítání na *linách* přeci jen není příliš vhodným nástrojem pro delší výpočty. Třetí traktát ji dává do souvislosti s *lámaným* počtem. Není sice „zakázáno" počítat se zlomky, ale jsou dány k dispozici návody, jak se jich jednoduše zbavit díky proporčním vlastnostem trojčlenky. Místo dělení pro zmenšení vysokých čísel, je ale třeba naopak násobit, aby z částí vznikly celky. Jednu z možností lze zhodnotit dle obr. 2-17, kde pro zlepšení orientace mezi čísly autor použil pomocných čar. Podobné čáry jsou podstatnou pomůckou při výpočtech a jednoduchou vysvětlující technikou. V početnici jsou používány zejména v souvislosti se zlomky, občas pak i ve čtvrtém traktátu u některých *regulí*.



Obrázek 2-17. Ukázka práce se zlomky v trojčlence. Klat., 75 r.

Poslední traktát bere základní schéma *regule detry* a používá ho jako výchozí bod pro ozřejmění jiných složitějších *regulí*. Nejnápadněji na ni odkazuje tzv. dvojitá trojčlenka. Jak napovídá název, nejedná se o nic jiného než spojení dvou trojčlenek v jednu, a to zdvojením prvního a třetího místa ve schématu. Následující tabulka 2-1 obsahuje dvojí výpočet příkladu z početnice, který by po jazykové úpravě mohl být v jakékoli dnešní sbírce úloh pro druhý stupeň základní školy. Levý sloupeček zobrazuje zadání, postup a řešení Klatovského přes dvojitou trojčlenku. Pro přesnost je převzato obr. 2-18 a jen krátce komentováno. Pravý sloupeček kopíruje postup, jaký by na základě mé zkušenosti byl běžně volen dnešními žáky, a sice zřetězení dvou trojčlenek za sebe.

<table>
<tr><th>Klatovského početnice</th><th>Přepis do dnešní podoby</th></tr>
<tr><td>


Obrázek 2-18. Ukázka příkladu. Klat., 92 r.

Schéma se drží rozvržení tří sloupečků, první odpovídá jednotkami třetímu, na který se ptáme. Jednotky si odpovídají i na řádcích prvního a třetího sloupce, došlo jen k nepodstatné záměně dělníků s nádeníky. Hodnoty ve sloupcích se spolu vynásobí (18·6, 12, 5·30) a vzniknou tak tři čísla, na které je použit již známý postup klasické trojčlenky. Výsledek je zapsán smíšeným číslem, zlomková část není převedena do základního tvaru.
</td><td>
Příklad: Na vinici okopalo 18 nádeníků za 6 dnů 12 řad. Kolik řad okope 5 nádeníků ve 30 dnech?

Řešení:

Příklad rozdělím na dva, oba řeším trojčlenkou.

1. Kolik řad okope 5 pracovníků, když 18 jich okopalo 12 řad?

$$\uparrow \begin{array}{ccc} 18 & \dots & 12 \\ 5 & \dots & x \end{array} \uparrow$$

$$x = \frac{5}{18} \cdot 12 = \frac{10}{3}$$

2. Kolik řad bude okopáno za 30 dnů, když za 6 dnů bylo okopáno $x = \frac{10}{3}$ řad?

$$\uparrow \begin{array}{ccc} 6 & \dots & \frac{10}{3} \\ 30 & \dots & y \end{array} \uparrow$$

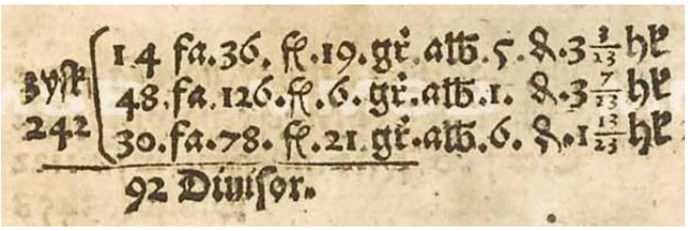
$$y = \frac{30}{6} \cdot \frac{10}{3} = \left(\frac{30}{6} \cdot \frac{5}{18} \cdot 12\right) = \frac{50}{3}$$

Výsledek: 5 zemědělců okope za 30 dnů $\frac{50}{3}$ (= 16 a $\frac{2}{3}$) řad.

Všimněme si, že hodnoty, které jsme násobili, jsou tytéž. Pouze se jinak uspořádaly a změnila se formální stránka schématu. Výsledek (samozřejmě) odpovídá.
</td></tr>
</table>

Tabulka 2-1. Porovnání Klatovského a současného řešení příkladu na dvojitou trojčlenku.

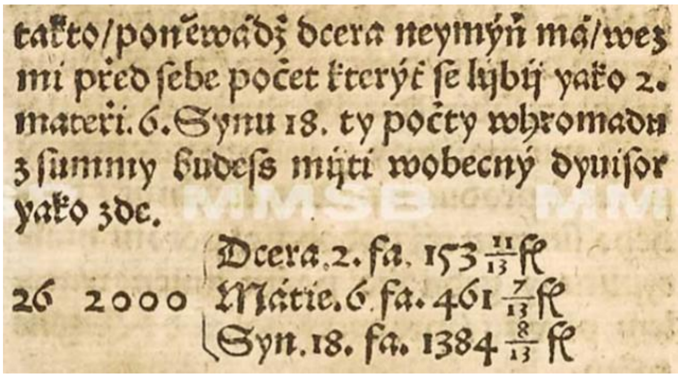
Velké množství zadání v různé podobě pracuje s poměry. Slovo poměr přitom nikdy není vysloveno, zmíněno je pouze slovo „proporce“ v souvislosti s vydělením nebo vynásobením více čísel stejnou hodnotou. Nejtypičtějšími příklady obsahující poměr jsou ty o *Geselschaftu* neboli *Towarystwij*, které *giného nic nenij / toliko složenij peniez dwú a nebo tři Towaryssuow whromadu / wijc a mýň podlé každého možnosti / kterýmiž když zisk wydielagij / yak se oniey rozdieliti práwě magij / a co na každého dýl peněz přigijti má…*[66] Klatovského zápis řešení dle *regule* o tovaryšství je na obr. 2-19 (zadání řešeného: Kolik ze zisku 242 zlatých náleží každému ze tří tovaryšů, když první na začátku přispěl 14 zlatými, druhý 48 zlatými a třetí 30 zlatými?). Srovnání dobového a současného pravděpodobného přístupu k *reguli* je obsaženo v kapitole 4.2.3 v tabulce 4-1.



Obrázek 2-19. Ukázka zápisu schématu u regule o tovaryšství Klat., 82 r.

Trojčlenka je Klatovským dále doporučována pro převody měn, při některých výpočtech na dlužnictví nebo dědictví pozůstalým. U posledního jmenovaného početnice uvádí jeden úsměvný příklad, který je sice vysoce praktický, ovšem z hlediska výpočtů částečně chybný. Zadání říká, že *geden miesstienin ležal nemocen k smrti / miel ženu tiehotnú / kterýžto nemage žiw býti / udielal kssaft takowý / Gestližeby po smrti geho žena porodila syna / tehdy ten syn aby* $\frac{3}{4}$ *statku a zbožij miel / a matie wostatek / gestliby pak dceru porodila / tehdy třetij dýl dceři statku aby byl / a mateři wostatek* $\frac{2}{3}$ */ Nu ten gistý miesstenin umřel / Statku po sobie pozuostawil 2000. fl. Té ženie když čas přissel / porodila Syna a Dceru spolu / wotázka co se tomu Synu té Dceři a Mateři podlé kssaftu zřijzeného dostati má sprawedliwie*.[67] Komentovaný výpočet z početnice je na obr. 2-20.

[66] Tamtéž, 81 v.
[67] Tamtéž, 84 r.


takto/poněwadž dcera neymýň má/wez
mi před ſebe počet kterýž ſe lybij yako 2.
materi. 6. Synu 18. ty počty whromadu
z ſummy budeſs mijti wobecný dyuiſor
yako zde.

		Dcera. 2. fa. 153 $\frac{11}{13}$ fl
26	2000	Mátie. 6 fa. 461 $\frac{7}{13}$ fl
		Syn. 18. fa. 1384 $\frac{8}{13}$ fl

Obrázek 2-20. Část chybného příkladu z početnice. Klat., 84 v.

Nejprve je třeba vytvořit poměr. Početnice vhodně radí zvolit číslo *kterýk se lýbij yako 2* a přiřadit ho dceři coby té, která má dostat nejméně.[68] Od zvoleného čísla se dle vztahů ze zadání dopočítají zbývající dvě čísla nejprve pro matku, pak pro syna. Klatovský k matce přiřadil číslo 6, což je chyba, protože dle závěti měla matka dostat dvakrát více než dcera, nikoli třikrát. Z toho vyplývá, že i syn (byť by 18 bylo správně za předpokladu, že 6 u matky odpovídá) k sobě má přiřazené špatné číslo. Místo 2, 6, 18 (dcera, matka, syn) by pravý sloupec měl obsahovat 2, 4, 12. Divisor v levém sloupci má tudíž hodnotu 18, nikoli 26 a dcera, matka a syn by po řadě dostali 222 $\frac{2}{9}$ zlatých, 444 $\frac{4}{9}$ zlatých a 1333 $\frac{1}{3}$ zlatých, ne 153 $\frac{11}{13}$ zlatých, 461 $\frac{7}{13}$ zlatých a 1384 $\frac{8}{13}$ zlatých. Příklad dokazuje, že početnici nelze vždy věřit správnost výpočtů.

[68] Tamtéž, 84 v.

3 Početnice Beneše Optáta

V pořadí druhou vydanou česky psanou příručkou z 16. století zabývající se počty je spis *Jsaģogicon genž g*[es]*t / prwnij vwedenij / každému počijnágijcýmu se včiti…*[69] Kromě Beneše Optáta na něm pracoval i Petr Gzel a poprvé vyšel v Náměšti nad Oslavou roku 1535 u Jana Pytlíka z Dvořiště. *Isagogicon* (v překladu úvod) poskytuje v prvé řadě základní přehled české gramatiky, teprve jeho druhá část je věnovaná aritmetice. Roku 1548 tato část vyšla samostatně pod titulem *Knijžky Početnij / na rozličné kaupě / w nowě wytisstěné* u Jana Günthera v Prostějově. Dalšího vydání se dočkala v Praze 1589 v dílně Jiřího Jakubova Dačického. Sama pracuji s výtiskem z roku 1548, čímž se pro mě Optátova početnice stává nejstarším sledovaným textem s přihlédnutím ke zkoumanému vydání.[70]

Jak napovídá *Isagogicon*, nejvýznamnější přínos Beneše Optáta nepatří do oblasti matematiky. Poté, co se vrátil roku 1520 ze zahraničí na Moravu do Náměšti, kde začal jako kněz pod obojí (vysvěcen původně jako katolík) působit jako vychovatel u Václava z Lomnice, se spolu s Petrem Gzelem jali překládat Nový zákon hlavně podle latinské předlohy Erasmovy.[71] Za tím účelem zpracovali pravopisné zásady, z nichž vznikla vůbec první tištěná Gramatika česká.[72] Ta byla, stejně jako zmíněný překlad Nového zákona, vydaná dokonce o dva roky před *Isagogicem*.

Jan Blahoslav, který se s Benešem Optátem setkal 1551 v Prostějově, si pochvalně vyjádřil o Optátově *pobožnosti opravdové a věrném sloužení Pánu Bohu*, jeho pravopisná pravidla ale kritizoval s odůvodněním, že byl Optát *více Němec nežli Čech, zvláště v mládí*.[73] I přes výše zmíněný přínos mluvnici a životní poslání kněze, byl Vlastivědným

[69] „Jsagogicon“ je psáno v databázi Národní knihovny, spis sám hovoří o „Isagogiconu“ a stejně tak jiná literatura se přidržuje varianty s „I“.

[70] Používám dokument dostupný na [cit. 27.2.2023]: https://books.google.cz/books?vid=NKP:1002605588&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false. Na místa v početnici odkazuji podle paginace dokumentu PDF, který lze získat na uvedeném odkazu.

[71] *Ottův slovník naučný: illustrovaná encyklopaedie obecných vědomostí*, Praha: J. Otto, 1902, sv. 18, str. 828.

[72] Původní vydání OPTÁT, Beneš; GZEL, Petr; PHILOMATES, Václav: *Grā[m]matyka Cžeska w. dwogij stránce ORTHOGRAPHIA PRZEDKEM Kteráž včij českú řeč práwě a wlastně psáti / y čijsti. Ta se y leykom hodij. ĒTYMOLOGIA POTOM Kteráž včij českú řeč práwě a wlastně mluwiti / y z latijny wykládati. Ta samým latinijkom přijslussij.* …, Náměšť nad Oslavou: Aorg Kašpar, Matěj Pytlík z Dvořiště, 1533. Dnes je tato mluvnice označovaná přívlastkem „náměšťská“ a byla vydána např. v edici nakladatelství Akropolis. Jejím editorem je Ondřej Koupil, Petra Voita komentuje typografii.

[73] *Ottův slovník naučný,* sv. 18, str. 829.

věštníkem moravským označen za nejstaršího spisovatele aritmetiky.[74] Zemřel v Mostkovicích roku 1559. V rodné Telči je po něm pojmenován dům, v Brně ulice.[75]

3.1 Obecná charakteristika

Zatímco Klatovského práce byla co do obsahu poměrně podrobně rozebraná Smolíkem a znovu připomenutá ve skriptech Šedivého, Optát ve Smolíkově seznamu matematiků nefiguruje a Šedivý ho zmiňuje jen velmi okrajově. Krátce připomíná osobu autora, načež po zhodnocení početnice jako *elementárnější než Klatovského* uvádí pět ukázek *jen z dílu věnovaného speciálním regulím, kde však většinou chybějí návody k řešení*.[76] Tyto ukázky jsou pouze transkripcí zadání jednotlivých úloh, u jedné je připsán nástin řešení dle v početnici napsaného návodu. Komplexnější a podrobnější zpracování této početnice tedy zcela chybí (do jaké míry se mu věnovala diplomová práce I. Füzékové-Vrchotkové, mi z důvodu její nedostupnosti není známo).

Rozsahem je Optátova příručka kratší než ta Klatovského. Čistě aritmetice je věnovaných pouze 65 oboustranných listů z celkových 88. Ze zbylých 46 stran je devět úvodních a zbylých 37 pojednává o dvou stránkách české ortografie. Ta by dle výše uvedených informací o jednotlivých vydáních měla být zkrácenou verzí gramatické části *Isagogiconu*. Aby bylo dosaženo jistějšího závěru, bylo by třeba obě vydání porovnat, pro nearitmetickou podstatu se ale blíže ortografickou stránkou tohoto tisku zabývat nebudu. Bez povšimnutí nenechám pouze část souvětí: *aby každý / kdožby nowý Testament skrze Erazma zprawney četl*, protože dosvědčuje výše uvedený důvod Optátova zabývání se českou gramatikou.[77]

Kromě střídmých iniciál na začátcích témat spis postrádá jakékoli zdobení. Prostého vzhledu je i titulní strana obsahující pouze název a údaje o vydání. Vzhledem k chybějící paginaci nepřekvapuje absence podrobnějšího obsahu. Za titulní stranou nicméně následuje list se stručnou informací o trojím rozdělení spisu. List byl pravděpodobně v nepozměněné formě přejat z prvního vydání, protože před ortografií a aritmetikou je uveden *Isagogicon*. Každá stránka má hlavičku s tématem pod ní. Podobně obsah vybraných odstavců bývá v pár slovech shrnut v prostoru mezi odstavcem

---

[74] ŠIMEK, Alois: *Starší pěstitelé matematiky a geometrie na Moravě*, in: Vlastivědný věstník moravský, roč. 7, č. 1, str. 37.
[75] Po Klatovském ani Goerlovi žádný geografický objekt dle mého hledání pojmenován není.
[76] ŠEDIVÝ: *Antologie matematických didaktických textů*, str. 51.
[77] OPTÁT: *Knijžky Početnij / na rozličné kaupě / w nowě wytisstěné,* Prostějov: Jan Günther, 1548, str. 40. Dále zkracuji na Opt., [číslo strany].

a okrajem stránky situované proti vazbě. Spolu s poměrně vysokou členitostí kapitol tyto sloupky přispívají k rychlé a snadné orientaci v textu.

V předmluvě Beneš Optát spis adresuje *Urozenému pánu / Panu Wáclawowi z Lomnice / a na Náměssti / Pánu swému milostiwému* a podepisuje se jako *kněz Beness Optát z Telče / na ten čas Učitel w Náměssti*.[78] Následně rozebírá na konkrétních příkladech užitečnost dvojího umění (zaprvé číst a psát, zadruhé počítat), čímž vysvětluje i své rozhodnutí nechat vytisknout příručku, která se jím zaobírá. U obou druhů umění na první místo v jejich významu uvedl, že skrze ně lze lépe poznat *Pána Boha…* [a] *…mnohé pobožné spasytedlné wěcy*.[79]

Předmluva je uzavřená stranou nazvanou *Carmen Saphicum. Metaphora,* která je spíše kulturně motivační vložkou bez konkrétního praktického užitku. Kromě krátké věty v závěru první části ortografie,[80] obsahuje jediný ucelený latinský text (včetně překladu viz tabulka 3-1). Ve své podstatě shrnuje zde neuvedený text český, který mu předchází.

Přepis textu z početnice	**Volný překlad do českého jazyka**
Distichon Bene: Op: Telcen: ad lectorém, *Quisquis es, orthographie qui rudimnéta vide* *Vis, & arithmetices, hec lege & iuenies. (re* *Distichon eiusdem in detractorem.* *Zoile ne latres, linguam compesce minacem* *Aut hec ne laceres, aut Meliora doce.*[81]	Dvojverší Beneše Optáta z Telče: čtenáři, kdokoli jsi, chceš-li spatřit základy ortografie a aritmetiky, přečti si toto a nalezneš [je tady]. Tatáž dvojverší proti kritikovi. Abys, Zoile, neštěkal, uklidni hrozivý jazyk, abys buď toto neroztrhal, nebo sám učil lépe.

Tabulka 3-1. Báseň sdělující téma početnice a prosbu o mírnou kritiku.

Aritmetická složka spisu následuje po úvodních slovech a ortografické části. Je rozdělena do dvou hlavních *stránek* (částí). První představuje sedm *způsobů* počítání (*numeratio*, *addytio*, *subtractio*, *duplatio*, *mediatio*, *multiplicatio*, *divisio* a *progressio*), druhá popisuje sedm užitečných *regulí* (*de try*, *towarystwa*, *o Pěti*, *rozličné rowné Kaupě*, *gedné nerowné kaupě*, *na Sta a na Tisýce*, *Zysku a stráty*, *o Berlu*). Proč Optát píše o sedmi, když obě části obsahují osm podkapitolek, není vysvětleno. Je možné, že vždy první jmenované, *numeratio* a *reguli de try* nepočítal, protože se promítají do všech zbylých sedmi probíraných bodů, ale za pravděpodobnou tuto myšlenku nepovažuji. Ani možnost ovlivnění křesťanským významem čísel nelze bezpečně obhájit.

[78] Tamtéž, 8.
[79] Tamtéž, 9, 10.
[80] Jedná se o větu *Non omnia possumus omnes*, v překladu „Ne všechno můžeme všichni“. Autor se jí snažil dodat povzbuzení tomu, komu by učení se první části ortografie trvalo déle než obvyklé tři neděle. Srov. tamtéž, 40.
[81] Tamtéž, 13.

Každá z podkapitolek se drží jednotné struktury. U všech forem počítání je nejprve sdělen jeho *weypis* a *užitek* (definice a využití), následuje *způsob* (postup výpočtu), poté je uvedeno určité množství příkladů podle náročnosti postupu a množství možných překážek a vše uzavírá *proba*. Vysvětlení každé z *regulí* je doprovázeno opět *weypisem* (tentokrát obsahujícím kromě popisu *regule* i její účel, případně zlomek jejího principu) a ukázáním postupu okamžitou aplikací na konkrétním příkladu. Konečně následuje jeden nebo více hlouběji nerozebraných úloh na procvičení a případně opět *proba*.

Po obou *stránkách aritmetiky* autor oznamuje, že *Skonáwagij se Knijžky početnij / od Kněze Benesse Optáta učiněné*, ale že *Gesstě sau přidány některé Regule pěkné / y užitečné / nikdý prwé netištěné*.[82] Pokud bychom mezi nimi hledali převratné matematické postupy, byli bychom zklamáni. Pasáž neobsahuje nic nového, pouze 18 takzvaných *regulí* (zde spíše typizovaných problémů) a 4 *ryčanty* (Šedivý jednu z nich přepisuje s titulováním „zábavná úloha“)[83], které jsou variacemi na již sdělené. *Regule* jsou pojmenovány pouze řadovou číslovkou, každá obsahuje jeden příklad a *probu*, *ryčanty* si vystačují pouze s příkladem. Význam této části spisu z hlediska matematické symboliky je nízký, maximálně vypovídá o faktu, že se bez ní autor plně obešel (nepočítáme-li číslice). Bližší pozornost by si zasloužila, pokud bych se zaměřila na každodenní život v ní promítnutý.

Úplně na konci je na jednom listu z jedné strany schematicky zaznamenaná malá násobilka, na jeho druhé straně pak druhé mocniny čísel 11 až 20 (není zmíněno, že se jedná o „druhé mocniny“). Optát nepřipojuje slovo závěrem ani se znovu neloučí pomocí *zde skonáwá*.

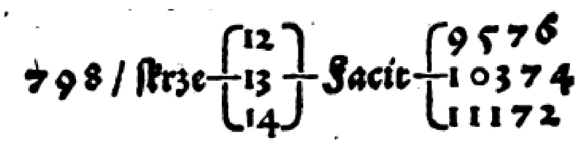
Zatím bez hodnocení matematické kvality obsahu a symbolické stránky lze tvrdit, že Optátova početnice celkově vykazuje vysokou míru strukturovanosti a přehlednosti. Nepoužívá zbytečně dlouhé formulace, je sdělná, ale nezabíhá do detailů a neuvádí mnoho příkladů k procvičení. Z umělecko-kulturní stránky téměř nemá co nabídnout. Kromě několika odkazů na Bibli zejména v ortografické části, výše zmíněného Erasma a použití jména Pythagora pro pojmenování matematického objektu jsem nenarazila na žádné odkazy na jiná díla či osobnosti. Z hlediska zachycení některých stránek každodenního života je početnice o něco bohatší. Kromě předpokládatelných příkladů

[82] Tamtéž, 160, 161.
[83] ŠEDIVÝ: *Antologie matematických didaktických textů*, str. 52.

o obchodování a směňování nalezneme úlohu s tematikou lichvy, dědictví, s otázkou *kolik gest hodin do roka* nebo s posíláním jízdních oděnců Turkům.[84]

3.2 Symbolika

Naznačenou elementárnost Optátovy početnice podporuje i její nepříliš rozvinutá symbolická stránka. Stejně jako Klatovský, i Optát dává z větší části přednost slovnímu popisu než jeho zkrácení do schematičtější formy matematického zápisu. Přesto existuje několik druhů situací, kde se posledně zmíněný objevuje pravidelně. Jednak je jím demonstrováno praktické řešení teoreticky vykládané problematiky. Úlohy nedoprovází vždy, pravidelně se vyskytuje pouze u prvního seznámení se s novým typem problematiky (je-li problematika obtížnější nebo mnohovrstevnatá, může být uveden u více z nich). Poté se symbolický zápis objevuje u zadání úloh určených k procvičení, kdy je pomocí svorek spojeno více příkladů do jednoho, ukázka na obr. 3-1 (tuto metodu používal i Klatovský, srov. obr. 2-10). Nakonec je symboliky využito i pro systémový zápis malé násobilky nazývaný *Mensula Pytagore (stolček pytagorij)*, který se objevuje opět v podobě srovnatelné s Klatovským. Stejně tak je kromě tabulky poskytnut i seznam s jednotlivými kombinacemi násobených čísel seřazený do dvou úrovní dle rostoucí hodnoty činitelů s vynecháním příkladů vzniklých výměnou jejich pořadí.



Obrázek 3-1. Ukázka série úloh na násobení. Opt., 110.

Jak *stolček pytagorij*, tak zadání úloh k procvičení používají symboliku účelně, výsledkem je zjednodušení a zabstraktnění myšlenky. Naopak u ukázek řešení úloh plní symbolický zápis z větší části doprovodnou funkci textu podávajícímu komplexnější vysvětlení. Dokladem tohoto tvrzení je (až na ojedinělé výjimky) nezaznamenávání postupu výpočtu, nýbrž zapsání zadání i výsledku najednou, bez rozlišení sledu kroků. Počtářský nováček se proto neobejde bez doprovodného textu a také může mít potíže sám si poradit se zapisováním průběhu výpočtu, pro který je v reálné praxi využíván čistě symbolický zápis.

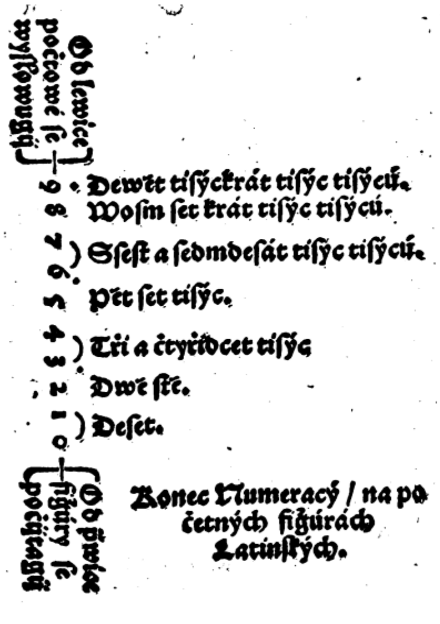
[84] Rok má dle Beneše Optáta 8736 hodin, tedy o 24 méně, než by dle tehdy používaného juliánského kalendáře vyjít mělo. Pravděpodobně k číslu dospěl pouze pro matematickou názornost výpočtu 7 dní krát 52 týdnů krát 24 hodin. Srov. Opt., 96. Příklad s Turky nalezneme tamtéž na straně 110.

Z hlediska používaných znaků si Optát dal práci s definováním naprosté většiny z nich. Dále platí, že je-li nějaký definován, nadále je používán shodně s definicí a neobjevuje se v jiných významech. Tato jednota odpovídá celkové Optátově důslednosti zřetelné i v ortografické části. Spojení symbolu a významu, který chceme vyjádřit, ale není jednoznačné obousměrně. V závislosti na kontextu i náhodě může být jeden význam znázorněn různými symboly. Nejčastěji je tato variabilita vidět u nahodilého používání různých číselných soustav ve srovnatelných situacích.

3.2.1 Číslice a čísla

Seznámení s číselnými soustavami Optát řadí do první stránky aritmetiky jako první způsob počtů, *numeratio*. Postupně popisuje ve shodě s Klatovským tři druhy: *po Latinsku*, *po Czesku neb Německu* a *na linách*. U všech rozděluje výklad shodně na tři etapy: *Předkem / w psanij / a w gmenowánij figúr... Druhé / w pořádku / a w mocy figúr... Třetij / weyslowenij počtúw...*[85]

Latinské (arabské) číslice seřazuje do řady dle velikosti, kromě *nully*. Té věnuje samostatnou pozornost jako číslici *newyznamenáwagijcí...* [která] *mijsto držij / a přisazena k figurám wyznamenáwagijcým ge činij wětssij mocy*.[86] U vyslovování čísel vyšších řádů se opět setkáváme s metodou nadepsání tečky nad řád tisíců, miliónů etc. a spojení tohoto řádu obloučkem s řádem o jedna vyšším. Tečku i oblouček Optát píše nad cifry, jak lze odvodit z inovativně zapsaného příkladu z početnice, viz obr. 3-2.



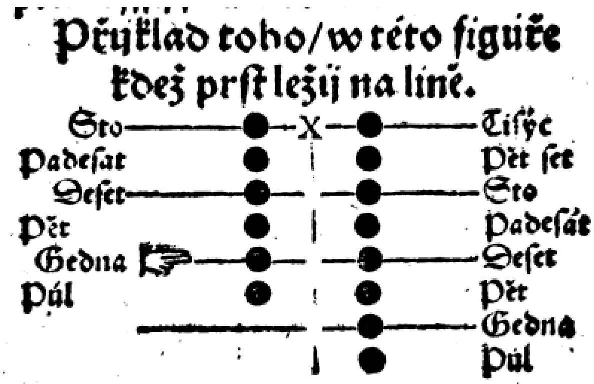
Obrázek 3-2. Názorný výklad výslovnosti čísel. Opt., 56.

---

[85] Opt., 51.
[86] Tamtéž, 52.

U římské číselné soustavy, kterou Optát nazývá *czeskou*, případně *německou*, jsou také nejprve vypsány znaky ustálené hodnoty. Pak je řečeno, že ostatní čísla se zapisují kombinováním těchto znaků tak, aby jejich suma dala požadovanou hodnotu. Pro některá čísla nicméně existuje více způsobů jejich správného zapsání. Čísla obsahující 4 nebo 9 Optát častěji zapisuje čtyřnásobným zopakování znaku I, X, C nebo M, zmiňuje ale možnost využít pravidla odečtení menší hodnoty od větší jejich vzestupným seřazením bráno zleva. Další pravidlo, které vysvětluje bez dalšího používání, je obyčej zapisovat stovky a tisíce pomocí horního indexu. Vysvětleno na příkladu: II^{C} je totéž, co CC a $IIII^{M}$ se rovná MMMM. Obojí je první příklad zápisu téhož různými způsoby.

Ohledně základu počítání na *linách* se spokojím s odkázáním se na Klatovského, protože se od něj Optátův výklad i zápis využívající vodorovné čáry, *spacia* a křížky označující určité řády v ničem podstatném neliší (až na chybějící ozdobnost). Základy jsou doplněné o pravidlo měnitelnosti řádů *lin* položením prstu. *Na kterěžkoli linĕ prst se položij / ta se ztoho pokládá za neynižssij... k doleyssijm linám pod prstem / žádného zřenij nenij... když by se prst odgal / tehdy ta lina wssecku prwněyssij swú moc má.*[87] Symbolicky se položení prstu označuje figurativním symbolem ruky s namířeným ukazováčkem a prostředníčkem, viz obr. 3-3.



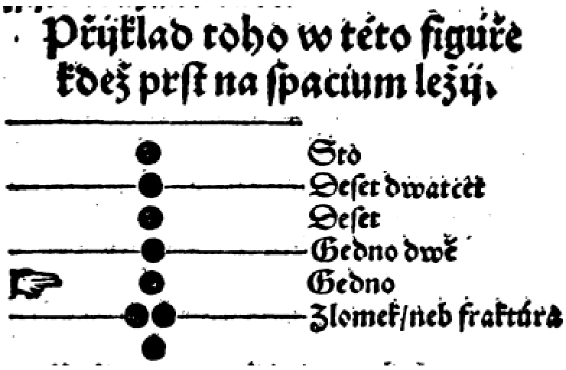
Obrázek 3-3. Názorné dokreslení výkladu počítání na linách. Opt., 62.

Nakonec nesmím vynechat velmi krátké zpravení o zlomcích. Optát nevysvětluje, co *fraktúra* je, navíc se omezuje pouze na jednu polovinu, ke které nadto není přistupováno jako k samostatnému číslu. Její funkcí je rozpůlit rozdíl dvou po sobě jdoucích přirozených čísel, respektive být přičtena ke kterémukoli z nich. Tento zjednodušený pohled je užitečný pro příklady z praxe, k rozvoji abstraktnějšího matematického uvažování ale nepřispívá. Pro zápis polovin početnice nevyužívá *latinské* číslovky, zlomkovou čáru ani desetinnou čárku. Vyjadřuje je buď *czeskými figurami*

[87] Tamtéž, 62.

dodefinováním zakroucenějšího písmene „j“ pro hodnotu 0,5. Například 1,5 se tedy rovná ij, 14,5 je xiiiij a 50,5 by bylo lj (slovně by se mimochodem 50,5 řeklo nikoli „padesát a půl“, ale „půl jednapadesáti“).[88] Druhou možností je zaznamenání poloviny na *linách*, kdy se jednoduše využije *spacia* pod první *linou*, viz obr. 3-3.

Kromě položení prstu na *linu* ho lze položit i na *spacium*. *Spacia* pak plní roli *lin*. To, na kterém držíme prst, má hodnotu jedna, *spacium* o jedna výš 10 etc. *Liny* se nicméně nepočítají za 5 nebo za 50, ale za na první pohled podivných „desetdvacet“ nebo „jednodvě“. Vychází to z pravidla, že *lina* má dvojnásobnou hodnotu vzhledem ke *spaciu* pod ní. Polovina se v tomto případě zapíše dvěma kuličkami na *lině* pod počátečním *spaciem* a ještě jednou pod touto *linou*. Pro ověření tohoto tvrzení se lze jednoduše zeptat, kolik je 5 děleno 2 a jak by vypadal výsledek. Obr. 3-4 ukazuje popsanou problematiku držení prstu na *spaciu* včetně zaznamenání poloviny pojmenované obecným označením *Zlomek / neb fraktura* dokládajícím, že se Optát s jinými zlomky neobtěžuje.



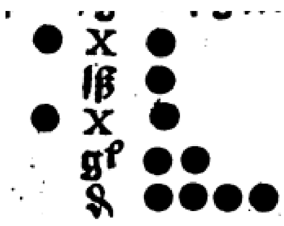
Obrázek 3-4. Hodnota lin a spacií, drží-li se prst na spaciu. Opt., 64.

3.2.2 Operace

Čtyři základní druhy operací, sčítání, odčítání, násobení a dělení, rozšířené o nadbytečné dvojení a půlení a obohacené o základy posloupností v početnici nalezneme ve druhém až osmém způsobu počtů v první stránce aritmetiky. Kromě poznámky u násobení, že *Multyplikacý Latinská / skrze latijnské figúry* [je] *mnoheym spěssněyssij…* [a že k ní] *…stolček Pytagorij / gest potřebij každému znáti* a podobné poznámky u dělení, Optát veškeré operace provádí pouze na *linách*. Je tedy jasné, že symbolika nebude kdovíjak rozmanitá. Přesto mi připadá užitečné zmínit některá pravidla a principy, které jsou při výpočtech používány, protože ukazují, že naprosto totožné schéma může popisovat vnitřně rozdílné věci.

[88] K výslovnosti např.: tamtéž, 142.

Addytio probíhá jednoduše postupným přidáváním sčítaných částek na *liny*. Obvykle si počtář vystačí s jedním sloupečkem, sčítáme-li ale hodnoty různých jednotek, oddělujeme je svislou čarou a vzniklé sloupečky nadepisujeme příslušnou jednotkou. Z hlediska zápisu Optát upozorňuje, že *Pijsaři dúchodnij / mijsto lin / obyčeyně tyto karaktery / neb tato početná znamenij / pořádně před sebe znamenagij*.[89] Na obr. 3-5 lze vidět, jak tento zápis vypadá v praxi. Zaznamenaná hodnota činí 61 kop, 62 grošů a 4 peníze. Kuličky se neumisťují na *liny*, ale do řádků s nadepsanou hodnotou, odspodu se zvyšující. Všimněme si, že peníz nemá řádek pro 10, ale groš a kopa už ano. Ukazuje to na praxi simultánního převádění slabších měn na ty silnější.[90] Právě díky možnosti provádět najednou operaci i převod měn se počítání na *linách* udrželo i po rozšíření arabských číslic.[91] Kuličky nalevo od nadepsání řádků plní funkci *spacií*, tedy mají pětinásobnou hodnotu řádku, na kterém leží.



Obrázek 3-5. Ukázka zápisu na liny používaný písaři. Opt., 78.

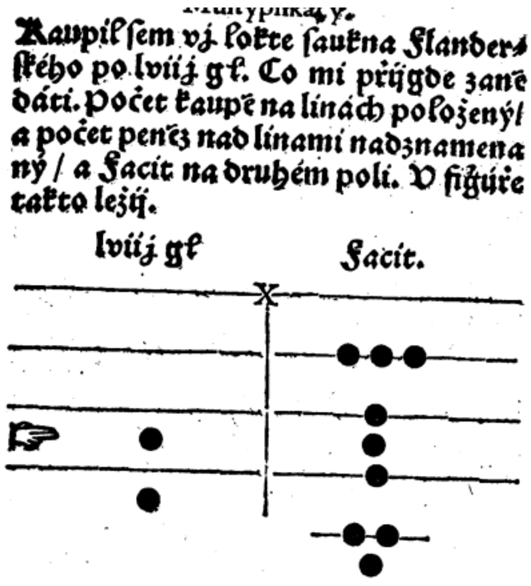
Kromě sčítání je odčítání jediným příkladem, kdy jsou do symbolů převedeny i dva mezivýpočty (spíše z důvodu sčítání či odčítání více čísel, než pro didaktickou snahu). K *subtrakcý* lze dle Optáta přistupovat dvěma způsoby. Buď položit na *liny* počáteční hodnotu a postupně snímat množství, které odečítáme; nebo nejprve položit menšence a menšitele (v početnici činitelé odčítání nejsou pojmenováni) odděleně do sloupečků, postupně porovnávat odpovídající si *liny* a *spacia* a odnímat od jedné či druhé strany kuličky tak, aby se obě rovnaly; vzniklé hodnoty od sebe teprve poté odečíst. Druhý způsob je projevem strategické manipulace s čísly a cíleného zjednodušení problému, které pro rozvoj matematického myšlení považuji za nezbytný.

Duplatio a *mediatio* z důvodu shodnosti jejich praxe s násobením a dělením dvěma přeskočím.[92] Násobení i dělení sdílí mnoho podobností. U obou jsou pojmenovány činitele operace, jmenovitě *multiplicandus* (první činitel, „množený“), *multiplikátor*

[89] Tamtéž, 74.
[90] Převodní poměr penízů na groše je 7:1, proto není potřeba řádek desítek. Naproti tomu teprve 30 grošů dá jednu kopu, řádek desítek je u grošů tedy nutný.
[91] MIKULČÁK: *Nástin dějin vzdělávání v matematice*, str. 27, 28.
[92] Optát na tuto shodnost sám upozorňuje, nicméně stejně je probírá. Prostoru jim však věnuje méně než ostatním operacím.

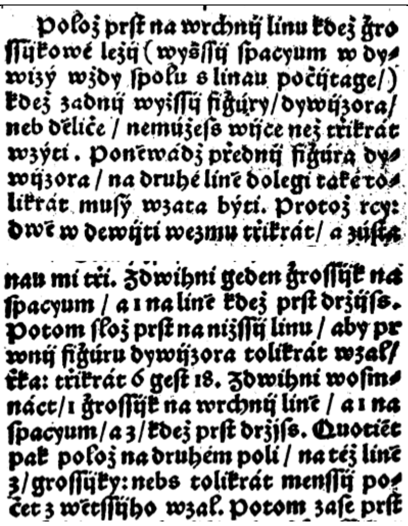
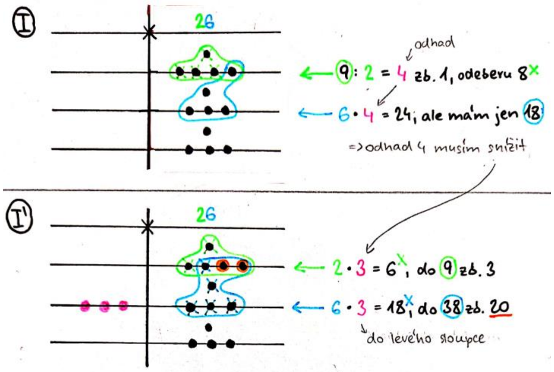
(druhý činitel, *množitel*), *dywidendus* (dělenec) a *dyvisor* (dělitel). Dále se obě operace zapisují do dvou sloupců, kdy druhý z činitelů nadepisujeme nad sloupec s prvním činitelem posazeným vlevo v případě násobení a vpravo u dělení. Druhý sloupec obsahuje výsledek, a je proto nadepsán *facit*. Levý sloupec tedy vždy obsahuje menší hodnotu než pravý. Nakonec jsou příklady u obou operací rozdělené podle počtu *figur* druhého činitele a při výpočtech se postupuje od vyšších řádů (odshora) po jednotlivých *linách*.

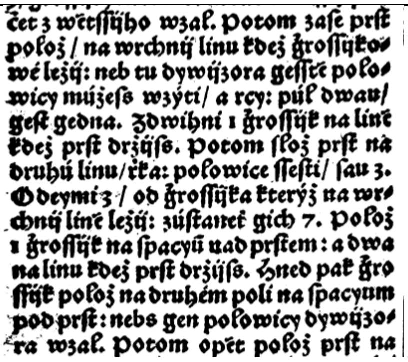
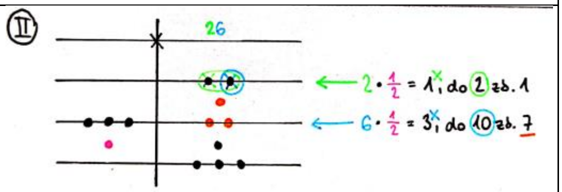
U násobení se dále mnohdy používá výše zmíněné pravidlo „desetidvaceti“ při pokládání prstu na *spacium* místo na *linu*. Poprvé a naposledy se v početnici také objevuje jiný zlomek než $\frac{1}{2}$. Stalo se tak v příkladu $57{,}5 \cdot 5{,}5 = 316{,}25$. V zápisu výpočtu tohoto příkladu na obr. 3-6 (připojeno také zadání příkladu) si můžeme všimnout, že podstatou se zápis necelé části výsledku více blíží racionálnímu číslu ve tvaru desetinném (X,25) než ve tvaru zlomku $\left(\frac{X}{4}\right)$. Rovněž podotýkám absenci jakýchkoli mezivýpočtů, které Optát nicméně dost podrobně popisuje slovně.

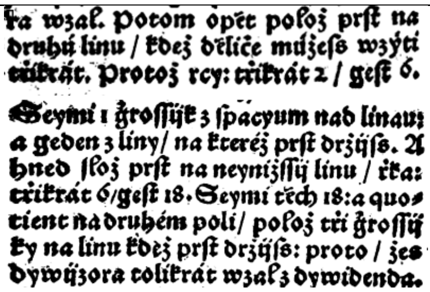
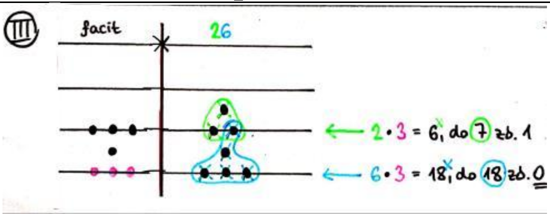


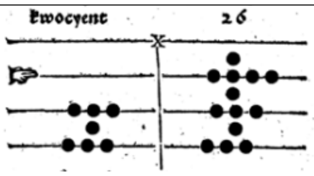
Obrázek 3-6. Ukázka násobení na linách. Opt., 97.

Absence zaznamenání jednotlivých kroků pokračuje i u tématu dělení, což pro zvyšující se složitost jednotlivých úkonů a jejich návaznosti považuji za nešťastné. Následující tabulka na příkladu z početnice ukazuje jednu z možností, jak by se dal připojit symbolický zápis k jednotlivým krokům Optátova slovního popisu.

<table>
<tr><th colspan="2">Zadání</th></tr>
<tr><td colspan="2">Gest u nás 26 kupeckých towaryssú. Magij se ziskem kterýž z wijna wzali děliti / kdež 988 [kop] magi. Gest otázka / co se každému dostane?[93]</td></tr>
<tr><th colspan="2">Postup</th></tr>
<tr><td>
Položž prſt na wrchnij linu kdež gro
ſſijkowé ležij (wyšſſij ſpacyum w dy-
wizý wždy ſpolu s linau počijtage/)
kdež žadnij wyiſſij figůry/dywijzora/
neb dělicže / nemůžeš wijce než třikrát
wzýti. Pončwadž předníj figůra dy-
wijzora / na druhé linč dolegi takéto-
likrát muſý wzata býti. Protož rcy:
dwě w dewijti wezmu třikrát/ a zůſta-
nau mi tři. Zdwihni geden groſſijk na
ſpacyum / a i na linč kdež prſt držijš.
Potom ſlož prſt na nižſſij linu / aby pr-
wnij figůru dywijzora tolikrát wzal/
řka: třikrát 6 geſt 18. Zdwihni woſm-
náct/i groſſijk na wrchnij linč / a i na
ſpacyum/a 3/kdež prſt držijš. Quotiet
pak polož na druhém poli / na též linč
3/groſſijky: nebs tolikrát menſſij po-
čet 3 wětſſijho wzal. Potom zaſe prſt
Obrázek 3-7. Opt. 121, 122.</td>
<td>

Obrázek 3-8. Autorský.
Část I ukazuje, proč nemůžu wijce než třikrát wzýti (viz levý sloupec). Počtář by tento krok pravděpodobně nevynechal. Část I' už přímo kopíruje slovní popis v levém sloupci.</td></tr>
<tr><td>
čet 3 wětſſijho wzal. Potom zaſe prſt
položž / na wrchnij linu kdež groſſijko-
wé ležij: neb tu dywijzora geſſtě polo-
wicy můžeš wzýti/ a rcy: půl dwau/
geſt gedna. Zdwihni i groſſijk na linč
kdež prſt držijš. Potom ſlož prſt na
druhů linu/řka: polowice ſſeſti/ ſau 3.
Odeymi 3 / od groſſijka kterýž na wr-
chnij linč ležij: zůſtanet gich 7. Polož
i groſſijk na ſpacyů nad prſtem: a dwa
na linu kdež prſt držijš. Hned pak gro-
ſſijk polož na druhém poli na ſpacyum
pod prſt: nebs gen polowicy dywijzo-
ra wzal. Potom opět polož prſt na
Obrázek 3-9. Opt. 122.</td>
<td>

Obrázek 3-10. Autorský.
Počtář by pravděpodobně nejprve vyzkoušel místo $\frac{1}{2}$ jedničku. Následně by se dostal do situace podobné část I a došel by k závěru, že je nutné vzít pouze $\frac{1}{2}$.</td></tr>
<tr><td>
ra wzal. Potom opět polož prſt na
druhů linu / kdež dělicže můžeš wzýti
třikrát. Protož rcy: třikrát 2 / geſt 6.
Seymi i groſſijk 3 ſpacyum nad linau:
a geden 3 liny/ na kteréž prſt držijš. A
hned ſlož prſt na neynižſſij linu / řka:
třikrát 6/geſt 18. Seymi těch 18: a quo-
tient na druhém poli/ polož tři groſſij-
ky na linu kdež prſt držijš: proto / žes
dywijzora tolikrát wzal 3 dywidenda.
Obrázek 3-11. Opt. 122, 123.</td>
<td>

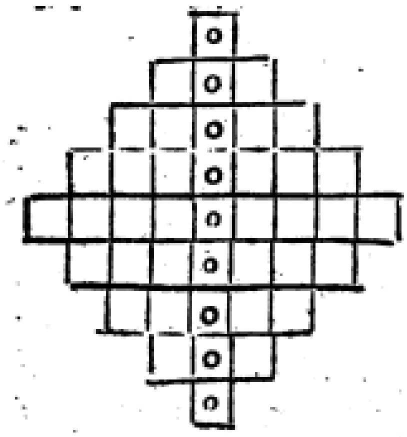
Obrázek 3-12. Autorský.
Zde už jen přímočaré dokončení výpočtu, postup se opakuje.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Řešení</th></tr>
<tr><td>

Obrázek 3-13. Opt. 121.</td>
<td>Konečný výsledek početnice naopak nevyslovuje, ukazuje ho pouze na linách.
Celý příklad můžeme shrnout do rovnosti $988 \cdot 26 = 38$.
Každý tovaryš dostane 38 kop.</td></tr>
</table>

Tabulka 3-2. Ukázka příkladu na dělení s doplněním mezikroků.

[93] Opt., 120, 121.

Poslední podkapitolou první stránky aritmetiky je způsob počtů zvaný *progressio* neboli *wygitij / wystaupenij / neb wzrost / dalssij a wyšssij*.[94] Podobně jako Klatovský, také Optát dělí *progressi přirozenou* dle toho, jestli počet narůstá bez nebo za pravidelného vynechávání čísel. *Progressi* narůstající ne přičítáním, ale násobením už nepopisuje. Smyslem tohoto počtu je opět součet posloupnosti čísel řídící se pevnými pravidly. Celkem je předveden výpočet pro sedm takových pravidel, z nichž většina by se snadno dala převést na jedno společné. Zprávy příslušící k pravidlům jsou doplněny obrázky prakticky totožnými s těmi od Klatovského (pro srovnání obr. 2-14 a obr. 3-14). Na rozdíl od něj však Optát tolik nevede počtáře k zobecňování principů, více se zaměřuje na jemné typizování problémů.



Obrázek 3-14. Ukázka ilustrace k progressio. Opt., 131.

3.2.3 Regule

Druhá stránka aritmetiky složená ze sedmi *regulí* se zabývá složitějšími příklady řešenými specifickým sledem operací. První z nich je základem ostatních a je jí již známá *regule de try* (tentokrát psaná s mezerou). Její definice i princip se shodují s první zkoumanou početnicí, znovu se jí tedy zabývat nebudu. Shodné zůstává i základní schéma o třech číslech zapsaných na jednom řádku a oddělených mezerou. I zvyk nadepsat nad čísla jednotky k nim příslušné je zachován. Rozdíl spočívá ve složitosti příkladů uváděných pro její vysvětlení. Optát u trojčlenky nepracuje se zlomky, zjednodušující *regule* uvádí jen v omezeném počtu a do zápisu je nepromítá vůbec. Nepoužívá ani pomocné čáry spojující tři členy, ani neodděluje zápis zadání a výsledek podtržením.[95]

[94] Tamtéž, 125.
[95] Např. tamtéž, 138.

Ve shodě s Klatovským Optát vysvětluje *reguli* tovaryšstva (opět jednodušeji, ale s vyšší přehledností a jednotou v zápisu, způsobenou z části možná rozdílným tiskařem), *reguli o pěti* (jiným názvem *regule de sex* nebo u Klatovského dvojitá *regule detry;* Optát opět nepoužívá pomocné čáry, čísla pouze seskupuje do tří pozic pro účely schématu trojčlenky) i *reguli o berlu* (převody měn a jiných jednotek, zde schématický zápis u Optáta dokonce úplně mizí).

Regule zisku a ztráty je také ukázána v obou početnicích, dle mého soudu ji ale lépe vysvětluje tato moravská. Obecně ji provází slovy *lidé w kupectwij obyčeyně wždy zysku za swú prácy hledagij: a sskody se wystřijhagij. Protož zisk ten kterýž by z swého kupectwij chtěl mijti / aby z kaupě kaupené uměl wyhledati / yak by gi měl prodáwati: a stráty neb sskody aby se uměl wystřijcy / k tomu této užiwess zpráwy*.[96] V řešení je opět hlavní práce na trojčlence. Ze symbolického hlediska na *reguli* není nic převratného. Optát v ní ale dovedl hezky popsat cenu vlastní práce a ukázat, jak ji připočíst k nákladům za suroviny, zároveň jak předejít ztrátě a pokud bychom se jí náhodou nevyhnuli, jak zjistit, kde vznikla. Přestože má tato pasáž matematickou stránku, podstata jejích rad cílí víc na život a přístup k obchodování.

Zbývající tři *regule* (*rozličné rowné kaupě*, *gedné nerowné kaupě* a *na sta a na tisýce*) Klatovský specificky nezmiňuje vůbec. *Regule na sta a na tisíce* není ničím převratným, je v ní obsažena pouze možnost zjednodušení výpočtu na *linách* dočasným snížením řádu čísel (vynecháním lin nulové hodnoty počínaje od nejnižšího řádu). Místo počítání s velkými čísly se výsledek zjistí na menších, pak se jen doplní správný počet *lin*. *Reguli* je výhodné použít při koupi zboží potřebného po stech nebo tisících kusů, např. hřebíků, cihel či šindelů. Typickou je otázka: Koupil jsem 70 tisíc hřebíků, vždy 100 za 5 kop, kolik patří za ně dáti?[97]

Reguli rozličné rowné kaupě (také zvanou *equialitatis*) používáme, pokud chceme koupit stejné množství od produktů různé ceny a víme, kolik máme k dispozici peněz. Za příklad poslouží úloha z početnice: *Pán dal ſlužebnijku swému I* [kopu] */ a čtyři flassky: aby mu prinesl čtwereho wijna. Gedno ssenkugij / más po I0* [penězích] *druhé po 8* [penězích] *třetij po 6* [penězích] *čtwrté po 4* [penězích]. *Kdež mu má přinesti gednoho tolik yako druhého. Gest otazka co každého přinese?*[98] Řešením je 7,5 mázu, na což se

[96] Tamtéž, 155.
[97] Tamtéž, 154.
[98] Tamtéž, 146.

přišlo přes trojčlenku shrnutelnou otázkou: 28 peněz dá 1 máz vína, kolik mázů dá 1 kopa (neboli 210 peněz)?

Velmi podobná je *regule gedné nerowné kaupě*, kdy naopak máme dané množství, které chceme od různých produktů zakoupit, a zajímá nás celková cena. Optát se omezuje na otázku dvou produktů, mezi které je žádané množství rozdělené rovným dílem. Např. úloha *Kaupil sem I6 slepic / polowicy po 8* [penězích] */ a polowicy po 9* [penězích]. *Co mi přijgde za ně dáti?* je řešena trojčlenkou: 2 slepice koupím za 17 peněz, za kolik peněz koupím 16 slepic? [99]

[99] Tamtéž, 149.

4 Početnice Jiřího Goerla z Goerlštejna

4.1 Obecně

Poslední zkoumanou početnicí, z perspektivy 16. století navíc neopomenutelnou, se pro mě stala *Arithmetika to gest knijžka početnij neb uměnij počtůw / na linách a cyffrách skrze exempla a mince rozličné / wšem w handlech / w auřadech / a w hospodářstwij se obijragijcým / welmi užitečná a prospěšná* od Jiřího Goerla z Goerlštejna. Jedná se o překlad původní německé práce téhož autora.[100] Česká verze se vytištění dočkala rovnou třikrát, a to v letech 1577, 1597 a 1610. Tato tři vydání se od sebe v ničem podstatném dle Smolíka neliší. Já pracuji s prvním z nich z dílny Jiřího Černého z důvodu jeho snadné dostupnosti v databázi rakouské Národní knihovny.[101]

O osudu autora, narozeného do německojazyčné rodiny kolem roku 1550 v Litoměřicích, mnoho nevíme. Část mládí prožil v domě svého švagra Jiříka Teplického v Litoměřicích, kde se naučil česky. Většinu produktivního života pak strávil v domě U Modrého lva na Mariánském náměstí na Starém Městě pražském, odkud byla adresovaná i jeho početnice. Chvíli se živil jako blíže nespecifikovaný úředník v klášteře benediktinek u sv. Jiří na Pražském hradě, následné role písaře Starého Města se roku 1585 vzdal, jen aby byl 1587 Rudolfem II. jmenován veřejným notářem.[102] Kromě aritmetické příručky napsal ještě *Vinatorium. To gest Správa neb Naučenij. Kterak se magij Winohradowé měřiti…* která světlo světa poprvé spatřila ve stejném roce, v jakém ho její pisatel viděl naposledy, tedy v roce 1591.[103]

[100] *Ein nutzlich und künstlich Rechenbuch auf der Federn sampt Unterrichtung der Linien und Tollet*, vydáno 1577. Česká verze byla ochuzena o některé pasáže, mimo jiné o řešení úloh pomocí rovnic nebo o výpočet druhé a třetí odmocniny, viz: JUST, Jiří: *GÖRL z Görlštejna Jiří ?1500-?1591*, in: Biografický slovník, HÚ AV ČR. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: http://biography.hiu.cas.cz/Personal/index.php/G%C3%96RL_z_G%C3%B6rl%C5%A1tejna_Ji%C5%99%C3%AD_%3F1500-%3F1591.

[101] Dostupné z [cit. 15.9.2022]: http://digital.onb.ac.at/OnbViewer/viewer.faces?doc=ABO_%2BZ183410405. Na místa v početnici odkazuji podle paginace zavedené na uvedeném odkazu.

[102] Např. viz: *GÖRL z Görlštejna Jiří ?1500-?1591*, in: Biografický slovník, Historický ústav AV ČR. [online]. [cit. 15.4.2023] Dostupné z: http://biography.hiu.cas.cz/Personal/index.php/G%C3%96RL_z_G%C3%B6rl%C5%A1tejna_Ji%C5%99%C3%AD_%3F1500-%3F1591.

[103] Celý název spisu zní *Vinatorium. To gest Správa neb Naučenij. Kterak se magij Winohradowé měřiti | Wysazowati | Rozsazené dělati | Lijsy připrawiti | Wjna zbijrati | Sudy ssychrowati | winice kreyti | Sklepowé Winnij a Wijna w nich opatrowati | kosstowati | prodáwati | kupowati | gistým Instrumentem měřiti | a co za každau Nádobu podlé Ceny Zěgdliku za ně přijgde přezwěděti*. Byl vydán v Praze (záznam v databázi Národní knihovny místo dále neupřesňuje) Mikulášem Pštrosem. Jedná se o další příklad příručky tabulkového charakteru pro praktické používání při obchodu.

Sekundární literatura věnující se této početnici je opět nečetná. Ve Smolíkovi lze objevit popis jejího obsahu a jen velmi sporé, častěji žádné, rozbory. Ve srovnání s početnicí Klatovského, která je kratší, autor Goerlovi navíc věnuje menší prostor. Důvod tohoto nepoměru může být v přisouzení nižší důležitosti chronologicky mladší početnici, explicitně napsáno to ale v *Mathematicích v Čechách* není. Dále se početnicí zabývá opět i Šedivý, který krom pro něj typického opsání charakteristiky početnice ze Smolíka a transkripce několika příkladů bez bližšího komentáře připojuje i současný pohled na tři Goerleho postupy. Konkrétně ho zaujala úloha o lichvě, jejíž princip odpovídá vzorci $a_n = a_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$ pro složené úročení. Dále objasnil numerické zjednodušení trojčlenky dosažené rozkladem členů a také navrhl rozklad výhodnější. Zatřetí upozornil na neúplnost řešení u úlohy při *reguli falsi*. Rozsah zpracování této početnice I. Füzékovou-Vrchotkovou zůstává opět záhadou.

4.1.1 Uspořádání

Ze tří mnou zkoumaných pramenů je Goerlova početnice druhou nejdelší. Celkem její první vydání zabírá 99 listů, z toho čistě matematických je 87. Mezi zbylé strany počítám stranu titulní, předmluvu a poprvé také index. Nechybí samostatná příloha se soupisem používaných jednotek měny, délky, váhy a času včetně převodních vztahů. Závěrem nalezneme soupis chyb proniklých do hlavního textu a jejich nápravu. Bylo by zajímavé vypozorovat, zda v dalších vydáních byly uvedené chyby opraveny přímo v hlavním textu, případně jestli se soupis chyb rozrostl o další, dříve nezpozorované. Zdůrazňuji, že Goerlova početnice je první, která obsahuje index, errata a která umisťuje soupis jednotek s převody vhodněji na konec, kde je snadněji vyhledatelný.

V předmluvě je zahrnuto heslovité věnování pánům purkmistrům a radě města Litoměřic i obšírné císaři Rudolfu II. a zcela nekonkrétní oslovení lidu, k jehož obohacení je prý početnice určena. Kromě toho se autor šířeji věnuje původu a významu aritmetiky (blíže viz níže). Neopomíná upozornit na to, že se jedná o českou verzi jeho vlastního německého textu, a odkazuje se na obvyklé autority, zejména Šalamouna a sv. Augustina.[104]

Hlavní, matematická část je členěna na pět traktátů o rozdílné převažující tematice. Každý z traktátů začíná úvodním listem s nadepsaným pořadím a tématem

[104] GOERL: Arithmetika to gest knijžka početnij neb uměnij počtůw, str. 9, 10. Dále zkracuji na: GzG, [číslo strany].

traktátu včetně shodného roku jejich sepsání (1577). Následuje ilustrace s veršovaným textem, který je ve všech případech psaný česky s výjimkou prvního traktátu doprovozeného latinskými verši. Návazná rozebrání příslušné matematické problematiky jsou v každém z traktátů ukončena variací na slova *A tak se skonává…*[105]

V prvním traktátu nalezneme obecné seznámení se s aritmetikou popsanou zde jako *uměni Počtuow / kteráž (yakž pismo swědči) od onoho Řzeckého Učitele Pytagora / nalezena gest*.[106] U překladů aritmetiky do jiných jazyků se poprvé a naposledy setkáváme v hlavním textu s písmeny řecké abecedy ve slově ἀριϑμός. Autor zavádí číslice včetně jejich výslovnosti, a to ve třech obvyklých formách. Postupně tak poznáváme číslice *latinské*, *czeské* a počítání na *linách*. Poprvé se setkáváme i s jednotlivými operacemi (*additio*, *subtractio*, *duplacio*, *mediatio*, *multiplicatio*, *divisio*) a metodami jejich výpočtu, všemi předvedenými na *linách*. Autor u operací dodržuje stejný postup. Definuje operaci, zavede její výpočet, ukáže příklad či více v závislosti na obtížnosti operace, a nakonec uvede *probu*. Za dělení řadí *progressio*, pak se poněkud nelogicky vrací k příkladům na násobení a dělení a kapitolu zakončuje *regulí detry* (píše dohromady). Tuto *reguli* a *progressio* na *linách* sice vysvětluje, ale zápis do výkladu nezakomponoval.

Druhý traktát opět prochází všechny aritmetické operace, tentokrát ale na příkladu číslic *latinských*, kterých se pak drží ve zbytku početnice. Ke dvojení a půlení teprve teď poznamenává, že se jedná pouze o speciální příklad násobení a dělení, a dále se jimi nezabývá. *Reguli de tri* tentokrát píše zvlášť, přičemž tato nejednotnost provází celou početnici. Operace jsou obecně vysvětleny na více příkladech a číslech vyšších řádů, některé jsou probrány obšírněji, což se týká zejména *progressio* a trojčlenky, prozatím omezené na přímou úměrnost. K ní autor sepsal osm zjednodušujících pravidel a dvě výhody jejího použití.

Třetí traktát formálně zavádí *obecné lámání*. Prakticky je zlomků využíváno hned od prvního traktátu, teprve zde je vysvětlena jejich matematická podstata a provádění operací. Ty jsou z podstaty dvojího druhu. Buď se jedná o interakci mezi dvěma zlomky, například sčítání, nebo pracujeme s reprezentací jednoho zlomku, krátíme ho nebo přepisujeme do formy složeného čísla. Nárazově se vrací k používání *czeských* číslic.

Poslední dva traktáty se zaměřují specifičtěji na úlohy rozdělené dle tematiky a metody jejich výpočtu. Čtvrtý traktát obsahuje ryze praktické příklady, ve kterých je

[105] Tamtéž, 51.
[106] Tamtéž, 25.

hlavní matematickou entitou mince. Nalezneme zde úlohy na převádění jednotek, výpočet dluhu, daně nebo na rozdělení majetku poslední vůlí. Z *regulí* jsou obsaženy *regule zisku a ztráty*, *quinque* (totéž, co dvojitá trojčlenka u Klatovského), *societatis*, *coecis* nebo *alligationis*. Okrajově také ukazuje princip *regule de tri conversis* (nepřímé úměry), která se ve dvou předchozích početnicích nevyskytovala vůbec, přesto se v porovnání s dnešní výukou matematiky zdá být i zde přehlížena. Pátý traktát kromě *regule falsi* nevyučuje žádnému dalšímu většímu principu, pouze koncentrovanějším seznamem úloh umožňuje procvičení již osvojeného s kontrolou. *Ryčanty*, s jakými jsme se setkávali u předchozích autorů, jsou nahrazeny úlohami s popisnějšími názvy.

4.1.2 Goerlův vztah k aritmetice a paratexty

Co ve skutečnosti vedlo Jiřího Goerla k sepsání početnice, se můžeme pouze dohadovat. V textu lze nalézt hned trojí možné zdůvodnění. Jednak se snaží, aby Rudolfu II. za *lasky … předešlého Létha k sobě prokázané* nazpět sám *wděčnost prokázal / a službu platnau učinil*.[107] Zpětně prosí, aby byl císař jeho služeb pamětliv. To se zřejmě stalo, neboť hned od roku 1577 se Goerl mohl pyšnit přídomkem z Goerlštejna a erbem připomínajícím matematické povolání svého držitele. Je na něm zpodobněna zpola zahalená víla držící v pravé ruce pero a v levé ruce kružítko. Nad ní nalezneme helmu a ještě výše stejnou vílu, tentokrát pouze s perem. Erb doplněný zdola o přípis *Deo meo gloria* a shora o *G.G.A.G.A* (Georgius Goerl z Goerlštejna arithmeticus) lze nalézt přímo v početnici na závěr úvodních pasáží.[108]

Zároveň můžeme autorovu motivaci přisoudit vysoké důležitosti, kterou aritmetice přiznává v předmluvě i v dalších textech. Nejvíce vyzdvihuje její náboženský význam coby umění operujícího s počtem, jehož původ je odvozován přímo od Boha. V předmluvě a jedné z latinských básní (viz tabulka 4-1) Jiří Goerl hovoří o Bohu jako o laskavém stvořiteli, který nám mimo jiné dal počet, spravedlnost a smysly, díky nimž můžeme předchozí stvořené spatřit a poznávat stejně jako například trojjedinost svého původce.[109] Dle jeho soudu ten, kdo pohrdá uměním početním, pohrdá samotným Bohem. Připojena je skromná výzva ke chvále Goerla za opěvování tohoto umění.

[107] Tamtéž, 14.
[108] Tamtéž, 22.
[109] Tamtéž, 10, 16.

Původní text	**Volný překlad**[110]
Indidit humanae caelestis semina menti	Vtiskl lidské mysli zárodky nebeského vědění
Noticiae, rerum conditor ipse DEUS,	Stvořitel věcí, sám Bůh,
Indidit et numeros, recti, discrimina, sensus,	a dal jí [lidské mysli] i počty, rozeznávání správného, smysly,
Unde creatoris conspiciatur opus.	z čehož se spatřuje dílo stvořitele.
Ergo bonam quisquis numarundi despicit artem,	Tudíž kdokoli pohrdá dobrým uměním počítání,
Huius et autorem despicit ille Deum.	ten pohrdá i jeho původcem, totiž Bohem.
Haec oculis hominum coelestia sidera monstrat,	Toto [umění počtů] ukáže očím lidí nebeské hvězdy,
Haec facit aerias scandere posse domos,	toto umožní stoupat do vzdušných domů,
Haec ignota docet regionis climata longae,	toto učí poznávat neznámé podnebí vzdáleného regionu,
Haec loca longinquae cognita Reddit humi:	toto známá místa vrátí vzdálené zemi;
Haec merces trutinas [správně trutinat], *lances haec ponderis usum:*	toto váží zboží, užitek této nádoby;
Haec quantum valeat quaeque, moneta, docet.	učí, kolik platí každá mince.
Laudanda est igitur Geraldi cura Georgij,	Je tedy třeba chválit péče Jiřího Geralda
Dum canit haec scriptis posteriora suis.[111]	když opěvuje tyto věci svými spisy.

Tabulka 4-1: Báseň oslavující umění počtů.

Hned po náboženském významu Goerle připomíná, že zbývajících šest svobodných umění je aritmetikou velmi ovlivněno, a že i lidská podstata je s počty pevně svázaná. Trochu svérázně poznamenává: *Dwě sau zagisté wěcy / kteréž rozuměg člowěka od howad a něme twářy oddělugij / totiž / Rozum a Počty. A Plato též rozdil hovad a Lidij klade ten: že Czlowék počitati umij / sice krom dusse malo se od howada dělj*.[112]

Autor apeluje i na praktičnost aritmetiky *wssem stawuom zwlasstě pak Auřednijkuom, heytmanům písařům kupcům a hospodářům*.[113] V této souvislosti nezapomíná argumentovat dávnými autoritami, mezi nimiž po Platónovi nejčastěji skloňuje jméno krále Šalamouna pro jeho moudrost a znalost matematiky. Nejvýmluvněji je na její užitečnost poukázáno v úvodu druhého traktátu, kde k doprovodné ilustraci, zachycující rok 1577 a pravděpodobně správní činitele obce, je řečeno, že *Plato Mudřec pohanský w Kněhách swých dij:*

Před wssemi wěcmi gest tato potřebná

[110] Pokud není uvedeno jinak, všechny překlady jsou autorské. Děkuji panu dr. J. Zdichyncovi za poskytnutou pomoc.
[111] GzG, 16.
[112] Tamtéž, 12.
[113] Tamtéž, 10, 11.

Wěc / ať Počty gedenkaždy dobře zná /
Neb w Každé Obcy bez Počtuow uměnij /
Dobré a řádné sprawowánij nenij /
Protož kdo chce Obcy wěrně slaužiti /
Snaž se zmládí Počtuom pilně včiti.[114]

Nakonec mnohokrát opakovaným varováním před podvodníky a vyzýváním čtenáře, aby se sám nekalých praktik vystříhal, získává motivace autora ještě třetí, morální, rozměr. Právě aritmetika má být preventivní obranou proti finanční škodě v případě prvním a umožňovat poctivost ve druhém. Nedbalé či podvodné měření a vážení je přímým proviněním se božím přikázáním. Jsou tomu věnovány hned dvě ilustrace kupecké tematiky v úvodu traktátů tři a čtyři s průvodními texty.[115] Za vše mluví odkaz na třetí knihu Mojžíšovu, 19:11: *Nebudete krást ani obelhávat a podvádět svého bližního*.

Zvláštní varování patří těm, kteří by chtěli provozovat lichvářství, neboť se jedná o činnost nekřesťanskou. Ze sedmi úloh v podkapitolce o lichvě sice pouze ve dvou přímo figuruje žid, nicméně stejně je proti nim přímo varováno. Slovo žid je navíc považováno za synonymum nepoctivého lichváře. Křesťan obohacující se nepřiměřenými úroky je Goerlem označen za žida, ne přímo za lichváře, viz: *Z toho Exemplum mělby sobě geden každý přijklad wzýti / a se Lychwy židowské plně wystřijhati / Neb se může z tohoto weyss oznámeného Exemplü poznati / kterak častokrát lidé / ne skrze utracenij gich statkůw / ale tau židowskau Lychwau hanebně o žiwnosti swé přicházegj / yakož pak y mezy námi Křestiané nacházegij se takowij i horssij židé…*[116]

Rovina, na niž bychom neměli zapomínat, je radost a uspokojení, jež řešení úloh přináší. Přinejmenším Jiřímu Goerlovi nebyly tyto pocity neznámými, jak dokazuje výňatek z krátké básně otevírající pátý traktát:

…Příklady / pro zkrácený chwýle dlauhé /
Těm genž w Arythmetyce se kochagý /
A při ný swau usylnau prácy magý.[117]

Oproti ostatním veršovaným textům z početnice je tento méně moralizační a nesnaží se dokázat nebo hledat vnější ospravedlnění důležitosti aritmetiky. Vidí krásu aritmetiky

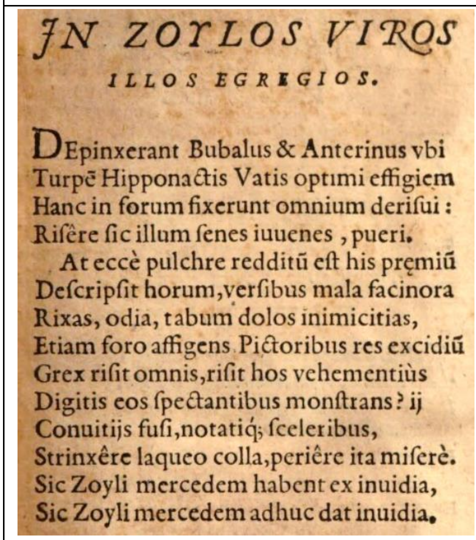
[114] Tamtéž, 54.
[115] Tamtéž, 104, 132.
[116] Tamtéž, 170, 171.
[117] Tamtéž, 174.

v ní samé. Téma vnitřního naplnění se objevuje ještě v jiné krátké latinsky psané skladbě *Typus Arithmetices* (Druh aritmetiky), viz tabulka 4-2.

Původní text	Volný překlad
In perlustrandis numeris mea sola voluptas,	Při procházení čísel je můj jediný požitek,
Scilicet hinc Musis dona sacrata fero,	když odsud Múzám přináším posvátné dary.
Me duce, si qua latet rebus via certa gerendis.	Pod mým vedením, jestliže se skrývá nějaká jistá cesta pro provedení věcí,
Panditur, ad trutinam rite vocata meam.	otevírá se, když je řádně povolána k mé váze.
Hinc terris reptans, caput inter nubila condo,	Plazím se po zemi, ale hlavu pokládám mezi oblaka.
Hinc clarum numerus nomen habere dedit.[118]	Proto dává číslo slavné jméno.

Tabulka 4-2. Báseň pojmenovaná Typus arithmetices, tedy Druh aritmetiky.

Zbylé dvě veršované latinsky psané básně s hlavním tématem početnice souvisí už jen velmi okrajově. Jedna z nich oslavuje město Litoměřice, rodný kraj Jiřího Goerla. Napsal ji významný humanistický básník Tomáš Mitis z Limuz a připomíná, že jedinou cestou ke spáse je služba lvu z kmene Judova (Ježíši) a že šťastnou se stává ta obec a církev, která ctí právo, zákony, spravedlnost, posvátné věci a víru.[119] Druhá skrze odkaz na Zoila připomíná každému, koho by napadlo předkládanou početnici kritizovat, že „kdo s čím přichází, s tím taky schází“. Blíže viz tabulka 4-3.

<table>
<tr><th>Původní text</th><th>Parafráze</th></tr>
<tr><td>

JN ZOYLOS VIROS
ILLOS EGREGIOS.
DEpinxerant Bubalus & Anterinus vbi
Turpē Hipponactis Vatis optimi effigiem
Hanc in forum fixerunt omnium deriſui :
Riſêre ſic illum ſenes iuuenes , pueri.
At eccè pulchre redditũ eſt his prẹmiũ
Deſcripſit horum,verſibus mala facinora
Rixas, odia, tabum dolos inimicitias,
Etiam foro affigens Pictoribus res excidiũ
Grex riſit omnis,riſit hos vehementiùs
Digitis eos ſpectantibus monſtrans ? ij
Conuitijs fuſi,notatiq; ſceleribus,
Strinxêre laqueo colla,periêre ita miſerè.
Sic Zoyli mercedem habent ex inuidia,
Sic Zoyli mercedem adhuc dat inuidia.
Obrázek 4-1: GzG, 15.
</td><td>
V Zoilovi, muži onom řeckém
Athénis a Bupalos zhotovili potupný portrét básníka Hipponacta a umístili ho pro posměch všech na náměstí.
A smáli se mu starci, mladíci i děti.
Však hle, jaké odměny se básníkům dostalo.
Jejich špatné skutky, hádky, zášť, zkaženost, lsti a nepřátelství Hipponax popsal verši, které vyhlásil na fóru jako předtím oni.
I smál se dav zkáze těch umělců, smál se ještě silněji a ukazoval si na ně prsty.
Zahaleni nadávkami a proslulí svými zločiny, uvázali si kolem krku smyčku, a tak hanebně zahynuli.
Tak mají ze závisti Zoilovu odměnu, tak Zoilovu odměnu dosud dává závist.
</td></tr>
</table>

Tabulka 4-3: Báseň o osudu kritiků.

[118] Tamtéž, 24.

[119] Srov. tamtéž, 8. K Tomáši Mitisovi z Limuz více např. VOIT, Petr: Tomáš Mitis z Limuz, in: Encyklopedieknihy.cz. [online]. [cit. 10.4.2023] Dostupné z: https://www.encyklopedieknihy.cz/index.php/Tom%C3%A1%C5%A1_Mitis_z_Limuz.

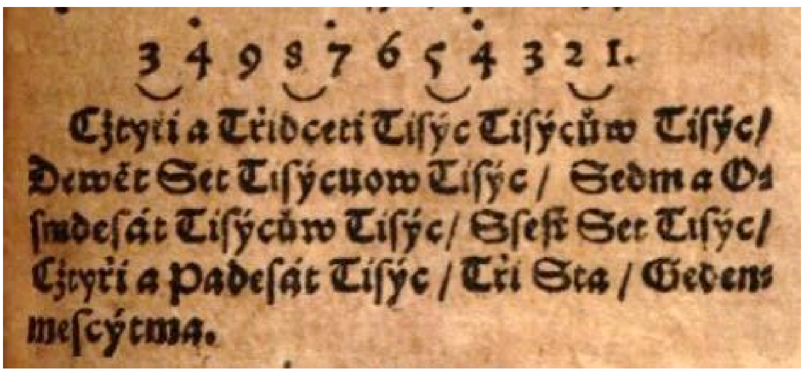
4.2 Symbolika

Mezi obecné tendence charakterizující početnici z hlediska matematického zápisu, které je třeba mít na paměti, patří zejména opět upřednostňování slovního popisu před symboly. Stále není ve většině případů zaznamenán jinak než slovy postup výpočtu, který řešitele dostane k výsledku, a to i v případech, kdy se jeho zapsání čtenář sám nevyhne. Navíc je jakákoli symbolika vyjma číslic soustředěna jen při prezentování nového typu úlohy. Jakmile je metodika vysvětlena, v dalších příkladech na procvičení již autor uvádí pouze zadání a výsledek. Na druhou stranu pravděpodobně pro větší detailnost, počítání s vyššími čísly a obtížnějšími principy, je symbolika o něco častěji a rozmanitěji zastoupena než u předchozích dvou početnic.

4.2.1 Číslice a čísla

Jak bylo předestřeno v rekapitulaci obsahu početnice, Jiří Goerl se zabývá postupně rovnou třemi způsoby zapisování čísel. *Latinská* i *czeská* soustava jsou v početnici zavedeny obdobně. Nejprve autor představil všechny znaky daného systému a slovem k nim poznamenal jejich hodnotu. Následně vysvětlil, jakým způsobem číslice řadit vedle sebe, aby vzniklo číslo, k němuž chceme dospět, přičemž se soustředil i na jeho správnou výslovnost. Další rozvíjení práce se soustavami se liší.

U soustavy *latinské* všechny cifry až na jedničku (podobnou římské I) mají dnešní podobu. *Nulla* je zařazena až za 9, protože *nic neplatj / než gsauc k znamenáwagijcým přisazená / činij ge wijc znamenáwagijcý*.[120] Při vysvětlování výslovnosti čísel vyšších řádů je opět používáno stejných pomocných znaků, jako tomu bylo u Klatovského i Optáta, tedy teček nad každým třetím řádem a obloučků tentokrát pod číslicemi vyslovovanými v opačném pořadí, než v jakém jsou zapsané, viz obr. 4-2.

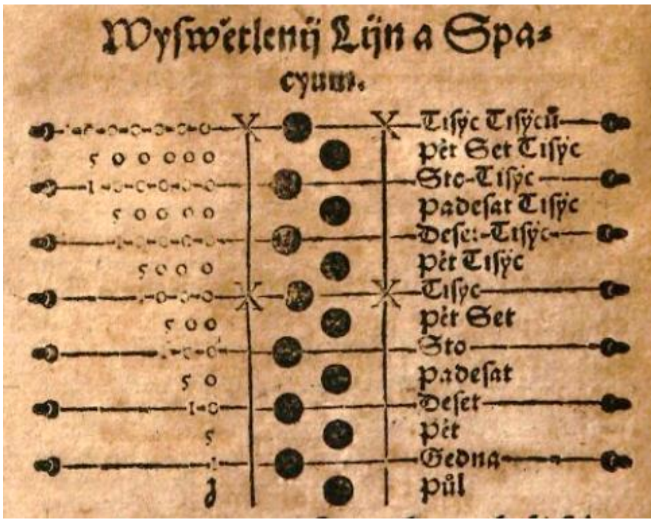

3 4 9 8 7 6 5 4 3 2 I.
Cžtyři a Třidceti Tiſyc Tiſycůw Tiſyc/ Dewět Set Tiſycuow Tiſyc / Sedm a Oſmdeſát Tiſycůw Tiſyc/ Sſeſt Set Tiſyc/ Cžtyři a Padeſát Tiſyc / Tři Sta / Gedenmeſcytma.

Obrázek 4-2. Příklad u výkladu výslovnosti čísel. GzG, 27.

[120] GzG, 26.

Pro *czeský* systém opět často není používáno dnešní odečítání menšího znaku od většího. Číslo 4 tedy zapíšeme místo IV jako IIII, 90 jako LXXXX místo LXC. Na některých místech se nicméně odečítání upřednostňuje, zejména tomu tak je u paginace, kde je kromě 4 na pozici jednotek častější kratší verze (např. XLIIII vs. XLIX). O konzistenci v průřezu početnice se hovořit nedá, na příklady tato nejednotnost vliv nemá pro obecné upřednostňování *latinské* soustavy. Většinově je dodržováno zapisování čísel v pořadí *...budto rowná / neb menssi napřed (od prawé Ruky počítage...*[121] Vyjádření „menší napřed“, byť s dovětkem, od které ruky, považuji metodicky za nešťastné, alespoň v kulturním okruhu, kde se čte zleva doprava a „napřed“ se tedy zdá být strana opačná té zamýšlené. Zmíněno je používání horního indexu pro zápis stovek a tisíců ($II^C = 200$, $III^M = 3000$) některými nekonkretizovanými pisateli.

Při zavádění počtu na *linách* Goerl postupuje stejně jako Klatovský. Na obr. 4-3 lze vidět propojení *lin*, slovního pojmenování a *latinských* číslic. Nechybí křížky na správných místech a ve vertikálním členění lze spatřit pozdější využití pro oddělování hodnot různého významu. Čtenáři je dále předloženo pravidlo o přikládání prstu na *liny*.[122] Písmeno „j“ v posledním *spaciu*, znamenajícího jednu polovinu, je úplně prvním výskytem neceléo čísla v rámci početnice.



Obrázek 4-3. Představení lin. GzG, 30.

Zlomek neboli *počet Lámaný* [je řečeno, že] *nic giného nenij / než geden nebo wijce dijl / gedné celé wcy / a pijsse se též těmi figurami yako celé / ale gináč se klade / a gináč se gmenuge.*[123] Zlomek se skládá ze dvou čísel oddělených vodorovnou čarou

[121] Tamtéž, 29.
[122] Tamtéž, 30, 31.
[123] Tamtéž, 105.

zvanou Goerlem opět *lina*. Číslo nad čarou je zváno *Cztedlnijk*, číslo pod ní *Gmenowatel*. Obě čísla mohou být zapsána *latinskými* číslicemi klasickým způsobem, případně lze využít *czeské figury*, tentokrát ale vyjádřené malými písmeny a s používáním písmene „j“, psaného za číslo ve jmenovateli i čitateli (např. $\frac{vj}{viij} = \frac{5}{7}$).

V početnici se objevují i čísla složená psaná stejně jako dnes, tedy spojením čísla přirozeného a zlomku, např.: $2\frac{1}{3}$. Početnice tento způsob upřednostňuje, málokdy se v ní setkáváme se zlomkem, u něhož by čitatel byl větším jmenovatele, a pokud už někde je zapsaný, s největší pravděpodobností za ním následuje i jeho složená forma. Goerl se snažil prosazovat složená čísla pravděpodobně kvůli jedinému pro jeho záměry významnému účelu zlomků, který spočíval ve vyjádření části celku, a pro snazší vytvoření jejich mentální reprezentace. Hodnota 2 a $\frac{1}{3}$ tuctu je přeci jen představitelnější, než hodnota $\frac{7}{3}$. Na druhou stranu je počtář zatížen nutností nejprve převést složené číslo v jednoduchý zlomek, na něm provést výpočty a výsledek zase zpětně dát do tvaru složeného, což může vést ke zvýšení chybovosti.

Kromě složených čísel je čtenář upozorňován i na výhodnost krácení neboli převádění zlomků do jejich základního tvaru. U příležitosti ilustrace na příkladu je poprvé a naposledy použita vertikální čára oddělující jednotlivé kroky tak, jak bychom dnes použili znaménko „=“. Zápis je součástí prvního traktátu (pozor, zlomky ještě nejsou formálně zavedeny) a vypadá takto: $\frac{108}{120}\Big|\frac{27}{30}\Big|\frac{9}{10}$.[124] Za povšimnutí stojí, že je kráceno nejprve 4 a poté 3 místo rovnou 12. Obecně v početnici u krácení nikdy není děleno dvojciferným číslem mimo prvočísla, která tak ale nejsou nazývána.

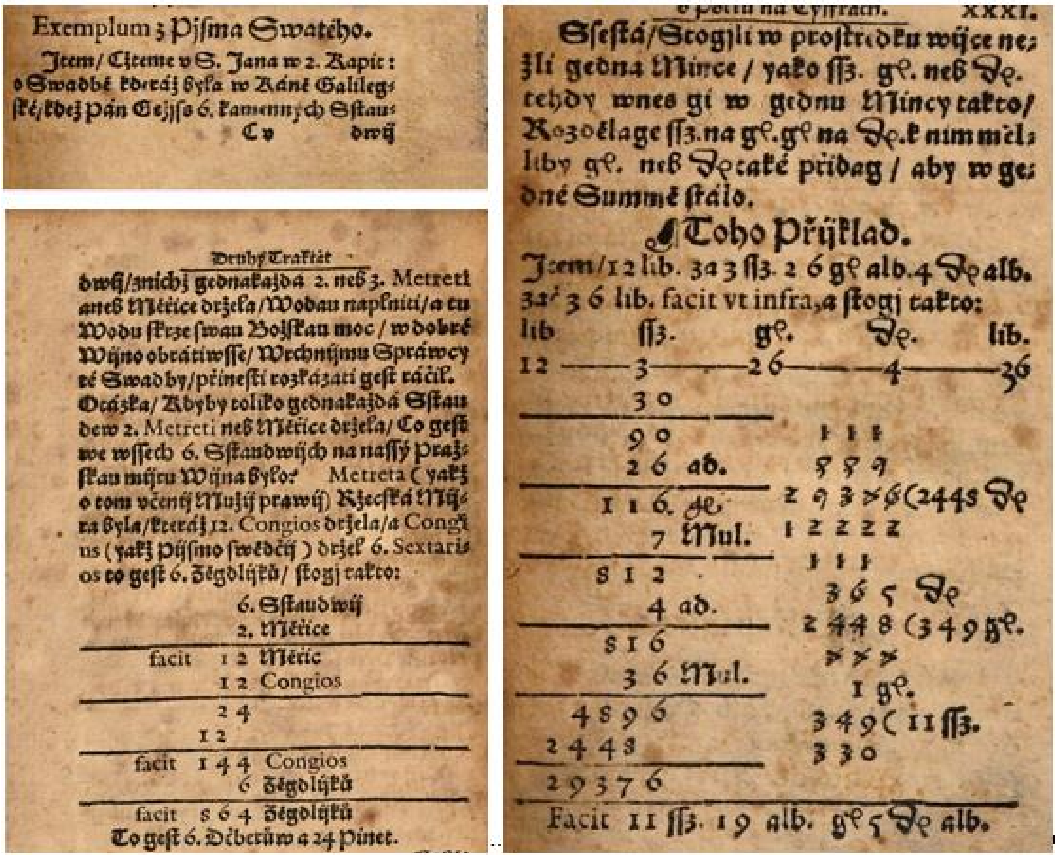
4.2.2 Operace

Operacemi se Goerl zabývá postupně třikrát. Nejprve na *linách* více rozvádí definice, ovšem názornost popisu výpočtu v porovnání s Optátem zejména u dělení pokulhává. U *latinského* systému číslic naopak zkracuje definice a více se zaměřuje na srozumitelnost výkladu, který ale stejně nedosahuje přehlednosti Klatovského. Na rozdíl od něj ale jasně definuje slova, která operaci v příkladu vyjadřují. Pro sčítání zavádí *a*, pro odčítání *od*, pro násobení *krát* a pro dělení *kolikrát*. U samotných příkladů však toto zavedení sám nedodržuje. Výklad u *lin* i u arabských číslic doprovází tabulka malé násobilky zvané *Stolček Pytagorův*, případně *Mensa Pythagorica*. V příkladech poměrně

[124] Tamtéž, 48.

prudce narůstá obtížnost a některé popisy postupů jsou zkráceny na minimum, což se na zápisu projevuje dvěma způsoby.

Někdy symbolický zápis zcela chybí. Například u ověřování správnosti výsledků u operací zmiňuje *probu* skrze 9 nebo 7, ale jen velmi heslovitě a bez jakéhokoli symbolu či příkladu. Obecně u příkladů s pouze jednou operací vždy zapisuje až koncový stav. Goerleho úspornost zápisu na druhou stranu i prospěla. Jindy operace sice nejsou značeny znaménky, ale dochází ke zkracování jejich pojmenovávání a připisování těchto zkratek (případně předložek příslušným ke konkrétní operaci přímo do schémat spojujících několik operací dohromady). Místo sčítání narážíme na *ad.* nebo *sum.*, odčítání je zkracováno na *sub.*, dvojení na *dupla.*, půlení na *med.*, pro násobení Goerl používá *mul.* a pro dělení *div*. Z předložek se setkáváme s „*k*“ pro sčítání, „*wod*“ pro odčítání, „*se*“ pro násobení a „*we*“ nebo „*skrz*“ pro dělení. Opět platí, že používání nepodléhá systému, nýbrž náhodě a do jisté míry délce a novosti příkladu a rozsáhlosti slovního komentáře. Někdy v zápisu nechybí zkratky pro operace, a dokonce ani některé mezivýpočty, jindy zcela chybí obojí, pro porovnání viz obr. 4-4: příklad z Písma na procvičení násobení (L), a příklad k šesté *zprávě* k zachování *regule de tri* (P).


Exemplum z Pjsma Swatého.
Item/ Cžteme v S. Jana w 2. Kapit: o Swadbě kdeřáž byla w Káně Galilegské/ kdež Pán Gežjšs 6. kamenných Sstau: Co dwij

Druhý Traktát
dwij/ gnichž gednakaždá 2. neb 3. Metreti aneb Měřice držela/ Wodau naplniti/ a tu Wodu skrze swau Božskau moc / w dobré Wjno obrátiwsse/ Wrchnijmu Spráwcy té Swadby/ přinesti rozkázati gest ráčil. Otázka/ Aby by toliko gednakaždá Sstau dew 2. Metreti neb Měřice držela/ Co gest we wssech 6. Sstaudwjch na nassj Pražskau mijru Wjna bylo? Metreta (yakž o tom učenij Mužij prawij) Řecká Mijra byla/ kteráž 12. Congios držela/ a Congius (yakž Pijsmo swědčij) držel 6. Sextarios to gest 6. Žegdlijků/ stogj takto:

6. Sstaudwij
2. Měřice
facit 1 2 Měřic
1 2 Congios
2 4
1 2
facit 1 4 4 Congios
6 Žegdlijků
facit 8 6 4 Žegdlijků
To gest 6. Džberůw a 24 Pintet.

o počtu na Cyffrach. XXXI.
Sssestá/ Stogjli w prostředku wijce nežli gedna Mince / yako ss. gr. neb De. tehdy wnes gi w gednu Mincy takto/ Rozdělage ss. na gr. gr na De. k nimm wel: liby gr. neb De také přidag / aby w gedné Summě stálo.
Toho Přijklad.
Item/ 12 lib. 3 a 3 ss. 2 6 gr alb. 4 De alb. 3 a 36 lib. facit vt infra, a stogj takto:
lib ss. gr. De. lib.
12 —— 3 —— 26 —— 4 —— 36
3 0
9 0
2 6 ad.
1 1 6. ge
7 Mul.
8 1 2
4 ad.
8 1 6
3 6 Mul.
4 8 9 6
2 4 4 8
2 9 3 7 6
Facit 11 ss. 19 alb. gr 5 De alb.

Obrázek 4-4. Ukázka různorodosti zápisu. Část levá (L) a pravá (R). GzG, 63, 64, 83.

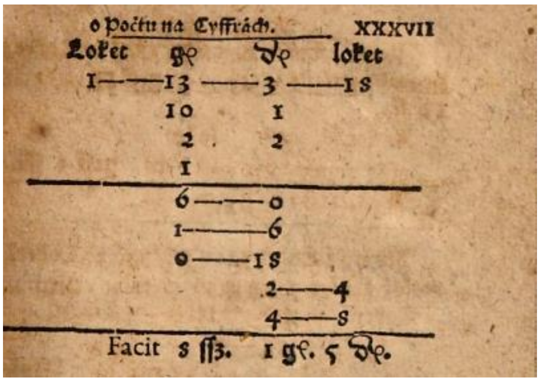
Na obr. 4-4 (P) se dále objevuje symbol „(“, jehož podstata je srovnatelná s dnešním „=“ a u operace dělení nahrazuje obvyklé *facit* (případně zkracovaným na *fa.*). Ve stejném obrázku dále rozeznáváme tři druhy pomocných čar, kterých Goerl obecně aplikuje ve většině delších výpočtů a schémat. Nejčastějšími jsou čáry oddělující činitele určité operace a její výsledek (vodorovné čáry v levé a dolní části). Pak vidíme kratičké čárky přeškrtávající číslice u výpočtu dělení zvyšující přehlednost postupu práce. Nakonec rozpoznáváme linie spojující čísla v záhlaví příkladu ve schématu trojčlenky, které plní „vodící“ roli. Pomáhají rozlišit, která čísla spolu souvisí nebo dokonce interagují. Podobné vodící čáry lze spatřit i v různých *regulích*, vrátím se k nim v následující části kapitoly.

4.2.3 Regule

Počet *regulí* rozlišovaných Goerlem dosahuje počtu 24. Pouze třetina z nich slovo „*regule*“ obsahuje v názvu a přibližně u poloviny z celkového množství bych považovala za velmi diskutabilní, zda se dá pravidlo za plnohodnotnou *reguli* vůbec považovat. Naprostou většinu Goerl nedefinuje ani nespecifikuje správné použití. To musí čtenář sám odhadnout z jejího pojmenování nebo častěji z průvodního příkladu. Stejně tak postup bývá obecně popsán nanejvýš spoře v důležitějších případech, častěji vůbec. Myšlenka za postupem stojící zůstává utajená, čtenář není ani náznakem veden k samostatnému přístupu k úlohám a rozvíjení poznávání souvislostí. Stačí mu správně roztřídit informace a mechanicky následovat schéma. Goerl ve stručnosti řeší „jak“, ale nekomentuje „proč“.

Nejpodstatnější je opět *regule de tri*. Objevuje se hned v prvním traktátu, kde je vůbec poprvé pro průběžné výpočty využito *lin*, ve druhém je jí věnováno dokonce 12 listů a ani v dalších na ni není zapomenuto. Struktura základního schématu neprošla vzhledem ke Klatovskému a Optátovi žádnou zásadní změnou (pro poznání principu viz kapitola 2.2.3) Jediným rozdílem je spojení sousedních čísel vodorovnou čarou mající vodící funkci, viz obr. 4-4 (P).

K trojčlence je připsaných osm pravidel zjednodušujících počítání, většinově stojících na principu vydělení vhodných dvou čísel pro zmenšení hodnoty. Každá aplikace jednoho z pravidel stojí na vlastním řádku, na jehož pravém konci může být napsáno, jaká operace byla provedena. Do řádku se pod odpovídající si členy zapisují vzniklá čísla. Nebylo pravidlem zapisovat prováděnou operaci a neuvádělo se, k jakým všem členům trojčlenky náleží. Ani struktura sloupců a řádků nemusela být zachována, a to zejména, pokud docházelo k převodu mincí na jeden jejich druh (čímž se redukovaly sloupce) nebo pokud byl jeden ze členů rozdělen na součet (naopak vznikaly řádky, viz obr. 4-5).[125]



Obrázek 4-5. Ukázka snahy o zjednodušení výpočtů v trojčlence. GzG, 94, 95.

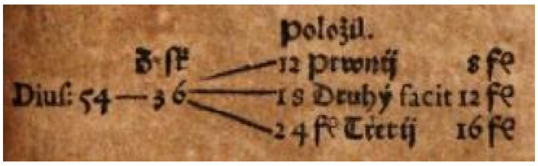
S trojčlenkou dále souvisí *regule quinque* (viz dvojitá trojčlenka u Klatovského), *regule* zisku a ztráty (více se jí zabývá Optát), *regule societatis* a *de tri conversa*. Předposlední zmíněná se častěji nazývá „o tovaryšstvu“, lépe ji definoval Klatovský, Optát jí věnoval více prostoru, Goerlovo pojetí je ale přehlednější z hlediska zápisu. Ten je zřetelný na obr. 4-6 v tabulce 4-4, kde na příkladu z početnice porovnávám dobové řešení přes *reguli societatis* s pravděpodobným dnešním náhledem využívajícím poměr. V početnici slovo „poměr“ nenajdeme a stejně tak v ní není obsažen ani slovní popis postupu, natož jeho myšlenka.

[125] K rozdělování členů na sčítance konkrétněji ŠEDIVÝ: *Antologie matematických didaktických textů*, str. 65.

<table>
<tr><th colspan="2">Zadání</th></tr>
<tr><td colspan="2">Tři tovaryši se složili tak, že první dal 12 zlatých, druhý 18 zlatých a třetí 24 zlatých. Vydělali 36 zlatých. Kolik zlatých z výdělku každý z tovaryšů dostane? (V dalším textu zlatý zkracuji na zl.)[126]</td></tr>
<tr><th>Řešení přes reguli de tri</th><th>Řešení přes poměr</th></tr>
<tr><td>Dohromady tovaryši dali 54 zl.

Nová formulace zadání: Jaký zisk odpovídá vkladu 12, 18 a 24 zl., pokud při 54 zl. získáme 36?

Aplikací trojčlenky, kdy do třetího sloupce dáváme postupně hodnoty 12, 18 a 24, dostáváme: viz obr. 4-6.



Obrázek 4-6. GzG, 149.</td><td>Tovaryši investovali v poměru 12:18:24 = 2:3:4.

Nová formulace zadání: Jak rozdělit 36 zl. v poměru 2:3:4?

Celek je rozdělen na celkem 2+3+4 = 9 dílů.

Hodnota jednoho dílu je 36:9 = 4.

První tovaryš získává 2 díly, tedy 4·2 = 8 zl., druhý 3 díly (4·3 = 12 zl.), třetí 4 díly (4·4 = 16 zl.).</td></tr>
<tr><th colspan="2">Výsledek</th></tr>
<tr><td colspan="2">První tovaryš získá 8, druhý 12 a třetí 16 zlatých.</td></tr>
</table>

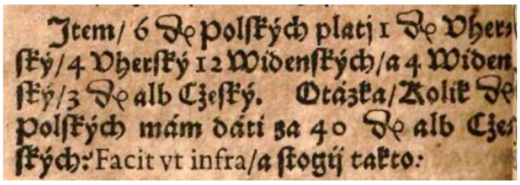
Tabulka 4-4. Ukázka regule o tovaryšství, porovnání dobového a současného přístupu.

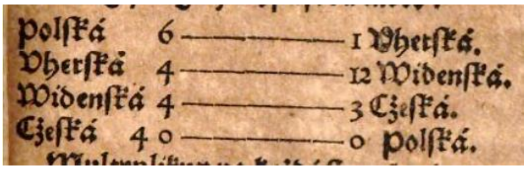
Zcela nově je čtenáři k prostudování poskytnuta *regule de tri conversa*, která není nic jiného než trojčlenka s nepřímou úměrností. Goerl ji dle svého zvyku nedefinuje ani nevymezuje její účinnost, obecně k ní píše pouze postup soustředící se na rozdíl v zápisu od klasické trojčlenky. Učí *Otázku / Kterauže w Reguli De tri zzasdu postawil / w této Reguli postaw napřed / a přednij počet postav zzadu*.[127] Z popisu jasně vyplývá, že vhodný zápis byl nutným předpokladem k nalezení správného řešení. Fakt, že k vytvoření takového zápisu je zase nutné bezchybně přeložit korektní myšlenku, už Goerl ve výkladu opomíjí.

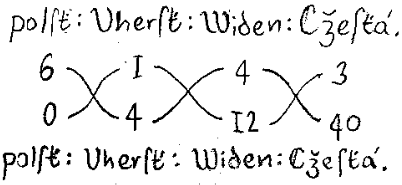
Pasáž *o berlu* zabývající se převodem různých druhů mincí, v sobě zlatou *reguli* obsahuje také. Zároveň je v ní skryt návod, jak spojit několik trojčlenek dohromady ve výpočtu i zápisu, pro zápis dokonce ukazuje dvě možnosti. První z nich (A) je použita dvakrát, z toho jednou chybně, druhá (B) pouze jednou, správně. Obě využívají pomocných čar spojujících čísla, která spolu mají být násobena (A) nebo která jsou rovnocenná (B). Zejména u (A) jsou tyto čáry důležité, protože je násobeno „do kříže“

[126] GzG, 149.
[127] Tamtéž, 156.

místo ve sloupečku jako u (B). Následující tabulka 4-5 obsahuje varianty (A) i (B), ukazuje na chybu v (A) a opravuje ji.

<table>
<tr><th>Zadání</th><th>Zadání vyjádřené trojčlenkou</th></tr>
<tr><td>
Item/ 6 ꝑ polských platí 1 ꝑ Uher-ský/4 Uherský 12 Widenských/a 4 Widen-ský/3 ꝑ alb Czeský. Otázka/Kolik ꝑ polských mám dáti za 40 ꝑ alb Cze-ských: Facit vt infra/a ſtogj takto:
Obrázek 4-7. GzG, 138.</td>
<td>Postupujeme odzadu pomocí porovnání:[128]
1) 3 č. dají 4 víd., 40 č. dá $\frac{40\cdot 4}{3}$ víd.
2) 12 víd. dá 4 uh., $\frac{40\cdot 4}{3}$ víd. dá $\frac{40\cdot 4\cdot 4}{3\cdot 12}$ uh.
3) 1 uh. dá 6 pl., $\frac{40\cdot 4\cdot 4}{3\cdot 12}$ uh. dá $\frac{40\cdot 4\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 12\cdot 1} = 106\frac{2}{3}$ pl.</td></tr>
<tr><th>Způsob (A)</th><th>Způsob (B)</th></tr>
<tr><td>

Obrázek 4-8. GzG, 138.
Čísla jsou uspořádána do sloupečků obsahujících stejnou měnu, v pravém dole je směňovaná suma, v levém dole hledaná suma získaná, vyjádřená zatím nulou (!). Vodící čáry určují, která čísla spolu máme násobit. Vydělením dvou vzniklých součinů získáme hledané číslo. Naznačené násobení nulou Goerla nijak netrápí.</td>
<td>

Obrázek 4-9. GzG, 139.
Zápis na první pohled působí přehledněji. Řádky odshora odkazují na podotázky 3), 2) a 1), poslední pak otázku ze zadání. Dle návodu se součin čísel levého sloupce vydělí součinem čísel sloupce pravého. Opět se nevyhneme násobení nulou.</td></tr>
<tr><th>Popis chyby v (A)</th><th>Oprava chyby v (A)</th></tr>
<tr><td>Výpočet vede ke zlomku $\frac{6\cdot 4\cdot 12\cdot 40}{0\cdot 1\cdot 4\cdot 3}$, ve kterém je 4 ve jmenovateli prohozená s 12 v čitateli. Tato chyba vznikla nesprávným uspořádáním čísel do schématu. Hodnoty zapisované do řádků v (B) totiž mají být zaznamenány vedle sebe a nikoli do kříže.</td>
<td>

Obrázek 4-10. Autorský.</td></tr>
</table>

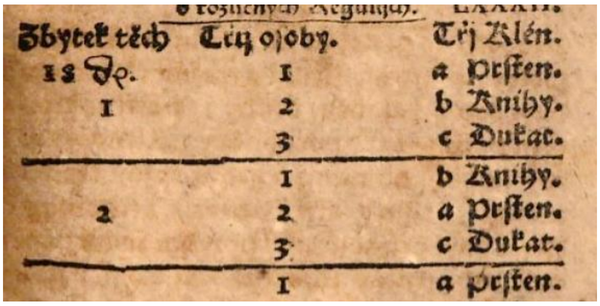
Tabulka 4-5. Příklad na převod měn.

4.2.4 Zástupné znaky a náznak abstrakce

Velmi sporadicky používanou kategorií symboliky, která je přitom branou k rozsáhlejší abstrakci, a tedy možnosti řešit složitější problémy, je využívání zástupnosti. Zástupnost zde definuji jako princip, který určitému objektu, procesu nebo vlastnosti přiřadí znak reprezentující daný objekt v dalším textu. Celkově je zástupnost v početnici obsažena čtyřikrát, z toho pouze dvakrát výhodně.

[128] Víd. znamená vídeňský, uh. uherský, pl. polský a č. český.

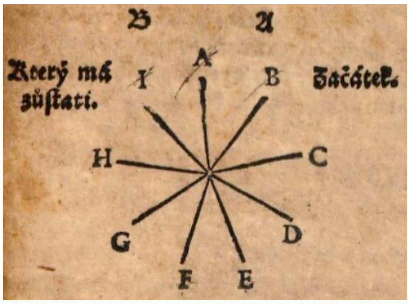
První náznak principu se objevuje ke konci čtvrtého traktátu, kdy je v zadání místo konkrétního názvu měst uvedeno jen „město A“ a „město B“. [129] Vzhledem k tomu, že dále spojení „město A“ neustupuje ani jednou názornějšímu „A“, bych toto za vhodné použití a plnohodnotný příklad zástupnosti nepovažovala. Ani podruhé se nedá hovořit o zcela vhodném použití, posun je nicméně zřetelný. Tentokrát písmeno „A“ označuje prsten, písmeno „B“ knihu a „C“ dukát.[130] Ve vysvětlení příkladu písmena použitá nejsou, Goerl se navrací ke slovnímu popisu. V doprovodné tabulce se písmena opět objevují, byť jako „a“, „b“, „c“. Objekt, který zastupují, je k nim sice připsán, písmenka ale mírně urychlují orientaci na stránce. Kousek tabulky viz na obr. 4-11.



Zbytek těch	Těch osoby.	Tři Klén.
15 Ge.	1	a Prsten.
1	2	b Knihy.
	3	c Dukac.
	1	b Knihy.
2	2	a Prsten.
	3	c Dukat.
	1	a Prsten.

Obrázek 4-11. Ukázka použití zástupných znaků. GzG, 189.

Potřetí se zástupnost vyskytuje u příkladu: *Kdyby se sesslo 8 Towaryssuow na Kwas / a hospodář aby byl dewátey / a udělali smlauwu / kdyby po kwase bylo / aby stáli pořádkem a čtli / na koho dewět přijgde / aby pryč ssel. Otázka / kterak by toho dowedli / aby hospodář sám zuostal / a to Wijno zaplatil / To muožess poznati z figůry nijže položené.*[131] Opět se setkáváme s písmeny A, B, tentokrát připsanými k významným místům ve schématu, které příklad řeší, viz obr. 4-12. Jejich význam je navíc pod schématem jasně definován: *Litera B nad I znamena toho / který má zuostati / a A nad B toho na kterým sse má začijti*.[132] Jejich použití sice není bezpodmínečně nutné, přidanou hodnotu v sobě ovšem má.

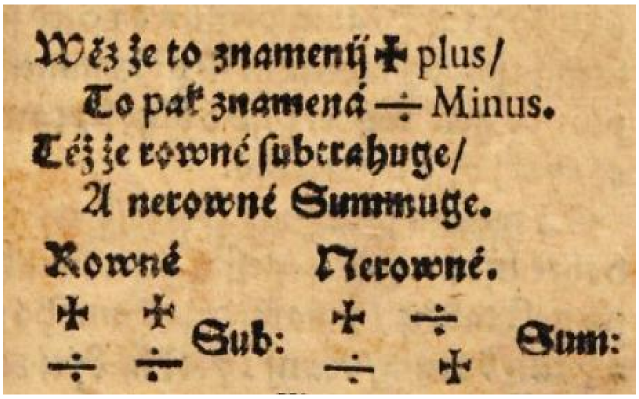


Obrázek 4-12. Ukázka schematizujícího zápisu a použití zástupných znaků. GzG, 185.

[129] Tamtéž, 145.
[130] Tamtéž, 187, 189.
[131] Tamtéž, 185.
[132] Tamtéž, 185.

Poslední příklad zástupnosti považuji za zdaleka nejpokročilejší. Je součástí tzv. *regule falsi* spadající do pátého traktátu. *Falsi* se jí říká *ne proto / aby faalessná a neprawá byla / ale že skrze dwa ffalessné a neprawé počty / počet prawý / (yakž pak se w Exemplách následugijcých zřetedlně poznati může) nalezá se*.[133]

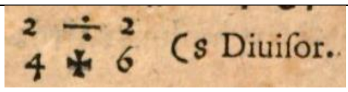
Ze symbolického hlediska je tato *regule* na poměry početnice velmi bohatá. Kromě samozřejmého používání *latinských* čísel, důležitosti jejich vzájemné polohy a celkového charakteru uspořádání do schématu se opět objevují vodící čáry, levá kulatá závorka nebo podtržení oddělující výsledek od výpočtu. Nově lze pozorovat čísla menšího formátu nadepsaná nad jinými. Jedná se o průběžné výsledky dílčích operací, jejichž záznam usnadňuje práci paměti. Poslední a nejdůležitější novinkou jsou znaky + a ÷, které Goerl definuje spolu s určením dalšího postupu dle kombinace jejich objevení se v *reguli*, viz obr. 4-13.


Wěz že to znamenij + plus/
To pak znamená ÷ Minus.
Též že rowné subtrahuge/
A nerowné Summuge.
Rowné Nerowné.
+ + Sub: + ÷ Summ:
÷ ÷ ÷ +

Obrázek 4-13.Definování znaků + a ÷. GzG, 175.

Problém této *regule* spočívá v časté neúplnosti množiny řešení, zejména pokud úloha vede na diofantovské rovnice. *Tato neúplnost řešení byla zcela běžná, metoda se tradovala už tisíc let z indické praktické matematiky*.[134] Z důvodu bohatosti symbolů u této *regule* používané v tabulkách 4-6 a 4-7 uvedu dva příklady z početnice včetně jejich řešení dnešním přístupem.

[133] Tamtéž, 175.
[134] ŠEDIVÝ: *Antologie matematických didaktických textů*, str. 66. Šedivý jednu neúplně vyřešenou úlohu dopočítává pomocí diofantovských rovnic. Předkládá i nekonkretizované náměty k rozlišení případů, kdy metoda řešení nalézá a za jakých podmínek se objeví které řešení z množiny všech.

<table>
<tr><th colspan="2">Příklad A</th></tr>
<tr><th colspan="2">Zadání</th></tr>
<tr><td colspan="2">Čtyři lidé se mají rozdělit o 30 zlatých tak, že druhý dostane o 5 zlatých více než první, třetí dostane o 6 zlatých více než první a čtvrtý o 4 zlaté více než druhý. Kolik zlatých každý dostane?</td></tr>
<tr><th>Regulí falsi[135]</th><th>Dnešním způsobem</th></tr>
<tr><td>

Obrázek 4-14. GzG, 178.
i. Pokud by první dostal 2 zlaté (2 vlevo nahoře) a ostatní pak dle zadání, musela by rozdělovaná částka být 28, tedy o 2 méně (÷ 2).
ii. Pokud by první dostal 4 zlaté (4vlevo dole) a ostatní dle zadání, rozdělovaná částka by musela být 36, tedy o 6 víc (+6).
iii. Čísla 2 a 6 sečteme, protože znaménka ÷ a + jsou různá; dostaneme dělitele 8.
iv. Vynásobíme na kříž 2 · 6 a 4 · 2, výsledky sečteme (důvod jako v iii.), získáme dělence 20
v. vydělíme 20:8 (z bodů iii. a iv.), což nám dá zisk 2,5 zlatých prvního.
vi. Zisky zbylých se snadno dopočítají ze zadání.</td><td>Označme x počet zlatých, které získal první. Protože se součet dílčích zisků musí rovnat celkovému, získáváme lineární rovnici o jedné neznámé:
$x \quad +(x+5)+(x+6)+(x+9)= \quad 30$
$(první + druhý + \; třetí \; + čtvrtý = celkem)$
Ta má jediné řešení $x = \frac{5}{2}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Výsledek</th></tr>
<tr><td colspan="2">První dostane 2,5 zlatých, druhý 7,5 zlatých, třetí 8,5 zlatých a čtvrtý 11,5 zlatých.</td></tr>
</table>

Tabulka 4-6. Příklad regule falsi (A).

Z porovnání dobového postupu se současným u příkladu A vyplývá jednoznačná nevýhodnost *regule falsi*. Příklad B ji znovu potvrzuje. Vzhledem k neznalosti základů algebry nicméně *regule falsi* splňuje požadované, a to nalezení alespoň částečného řešení.

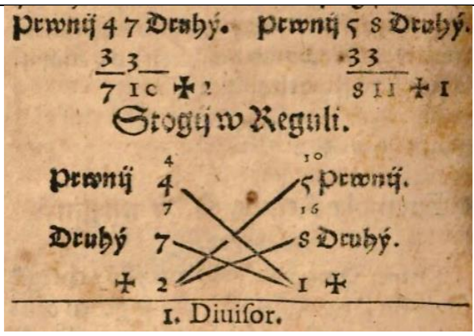
[135] GzG, 178.

Příklad B

Zadání

Dva tovaryši chtějí spolu zajít na pivo a zjišťují, kolik mají peněz. První říká druhému: „když mi dáš 3 groše, budu mít stejně jako máš nyní ty.“ Druhý odpovídá: „Když dáš 3 groše ty mně, budu mít dvakrát tolik, kolik ty nyní máš.“ Kolik každý z tovaryšů měl?

Regulí falsi na jiný způsob[136]



Obrázek 4-15. GzG, 182.

i. Provedou se dva odhady tak, aby platilo tvrzení prvního tovaryše:
   a. pokud má první 4 groše, druhý bude mít 7 grošů. Přidáme-li ale 3 groše druhému, výsledných 10 grošů je o 2 groše vyšší, než dvojnásobek 4 (+*2* vlevo nahoře);
   b. obdobně v situaci, kdy první má 5 grošů a druhý 8 grošů je součet 8 + 3 o 1 větší než dvojnásobek 5 (+*1* vpravo nahoře).
ii. Do dvou sloupečků zapíšeme postupně počet grošů prvního, počet grošů druhého a velikost chyby se znaménkem (pod *Stogij w Reguli.*).
iii. Protože jsou znaménka stejná, chyby od sebe odečteme, čímž vznikne dělitel 1 (dole).
iv. Do kříže násobíme chybu jednoho odhadu s groši odhadu druhého, výsledky jednotlivých součinů připisujeme nad příslušné groše.
v. Odečteme od sebe čísla nadepsaná u grošů prvního (10–4=6) a druhého (16–7=9).
vi. Výsledky vydělíme dělitelem z bodu iii., čímž získáme konečný výsledek.

Dnešním způsobem

Označme x počet grošů prvního tovaryše, y počet grošů druhého tovaryše.
Přepsáním tvrzení ze zadání vznikne soustava dvou rovnic o dvou neznámých:

$$x + 3 = y$$
$$2x = y + 3.$$

Odečtením rovnic od sebe snadno zjistíme, čemu je rovno x a zpětným dosazením dopočítáme y.

Výsledek

První tovaryš má 6 grošů, druhý tovaryš má 9 grošů.

Tabulka 4-7. Příklad regule falsi (B).

[136] Tamtéž, 181, 182.

5 Závěr

5.1 Zhodnocení matematické symboliky

Když jsem zkoumala matematickou symboliku ve vymezených pramenech, postupně jsem se dostávala k její kategorizaci podle jejího účelu, složitosti a míry jejího používání v porovnání se slovním popisem. Zároveň jsem měla na paměti nejen hodnocení izolovaných projevů zápisu, ale i jejich postupné dávaní do souvislostí na úrovni celé početnice a následně i mezi těmito početnicemi. Ve shodě s cíli, vymezenými v úvodu práce, nyní předestřu obecné závěry a tendence, které považuji za relevantní a prokazatelně vyplývající z důkladného rozboru tří početnic českých autorů vzniklých v rozmezí zhruba padesáti let.

Z hlediska účelu lze používané znaky a symboly rozdělit do tří hlavních skupin podle toho, zda odpovídají na otázku „co, „kde“, nebo „jak“. Do první kategorie patří především znaky zastupující hodnotu, respektive počet. Všichni autoři zavádí arabské i římské číslice. Optát a Goerl arabské nazývají *latinské* a římské *czeské*. Číslice „jedna“ vypadá ve všech zkoumaných vydáních spíše jako velké „I“. Liší se preference používání jednotlivých soustav. Klatovský obecně věnuje více prostoru prvotnímu zavádění soustav, v příkladech pak dává přednost arabským číslicím, občas neočekávaně použije římské. Goerl se k římským po zběžném zavedení téměř nevrací, zato tématu zlomků (na arabských číslicích) se věnuje podrobněji než ostatní autoři. Optát arabské i římské číslice sice zavádí, ale dále je nevyužívá a dává přednost počtu na *linách*, což je způsob zaznamenávání hodnot stojící na pomezí první a druhé kategorie, blíže viz níže.

Dále do první skupiny znaků patří jakékoli označení operací sčítání, odčítání, násobení a dělení. Ani v jedné z početnic nenajdeme pro nás dnes typická znaménka „+“ nebo „:“. Nejčastěji se prováděná operace pozná podle zkráceniny jejího latinského názvu (*sum* pro sčítání, *sub* pro odčítání, *mul* pro násobení a *div* pro dělení, případně jejich obdoba). Někdy lze operaci určit podle vzájemné polohy znaků. Například Klatovský píše číslici 2 pod řád jednotek dvojeného čísla, kdežto pod nejvyšší možný řád při půlení. Typické je také vzájemné umístění znaků při dělení s arabskými číslicemi. U velkého množství případů je nutné operaci rozpoznat podle kontextu.

Symbol „+“ se, jak bylo řečeno, nevyskytuje jako označení operace, nicméně Goerl ho využívá pro zaznamenání „většího než požadovaného množství“ u *regule falsi*. Podobně symbol „÷“ vyjadřuje opačné, tedy „menší než požadované množství“. Znaky spadající do první kategorie se v početnicích objevují nejčastěji, což je v souladu se skutečností, že mohou existovat samostatně.

Právě vázání významu na samotný znak versus na kombinaci znaku a jeho umístění je sice nejednoznačným, ale většinově spolehlivým rozdílem mezi první kategorií a zbývajícími dvěma. Zatímco např. znaku „5“ je hodnota přiřazena jednoznačně, znak „●“ používaný při počítání na *linách* může vyjadřovat „5“ i „1“.[137] Správné určení hodnoty závisí na poloze kuličky vzhledem k vodorovným čarám (*linám*). Právě čára je typickým znakem druhé kategorie. Sama o sobě nic neznamená, přitom ve spojení s jinými znaky může symbolizovat mnoho různých jevů. Kromě dodefinování hodnoty „●“ od sebe typicky odděluje části příkladu (výsledek od zadání nebo etapy). Při počítání s arabskými číslicemi je taková čára typicky vodorovná, u počítání na *linách* naopak svislá. Systém vodorovných a svislých čar u posledně zmíněného druhu počtů vytváří tabulku, jejíž řádky vyjadřují řády a sloupce čísla. S *linami* takto pracují všichni tři autoři. Optát nevyužívá vodorovné čáry u arabských čísel, protože s nimi nepracuje.

Další znak oddělující části příkladu je levá kulatá závorka „(“. Používá ji shodně Klatovský a Goerl u dělení s arabskými číslicemi, Goerl ji dále předřazuje *divisorovi* u *regule falsi*. U Optáta se opět neobjevuje. Kříž „✕“ odděluje a třídí čísla v *probě* u Klatovského, u všech autorů určuje „kde“ je řád tisíců, miliónu etc. na *linách*. Stejné řády jsou u vysvětlení výslovnosti arabských číslic u všech tří autorů označeny tečkou „•“ psanou nad příslušné cifry. Oblouček, který spojuje řád s tečkou s řádem o jedna vyšším, Klatovský a Optát zapisují nad číslice, kdežto Goerl pod ně. Velmi názorným symbolem určujícím „kde“ je ruka „☞“ ukazující prstem na *linu*, která má být dočasně brána jako počáteční. Ruku opět využívají všichni tři autoři. S označením místa počátku a konce (tedy s otázkou „kde“) se pojí i nejpokročilejší použití symbolů zástupného významu, jaké jsem v početnicích (kromě *regule falsi*) nalezla. Stalo se tak u Goerla se znaky „A“ a „B“.

Poslední kategorie znaků pomáhá poukázat na to, „jak“ postupovat nebo „jak“ spolu které znaky souvisí. Hlavního slova se opět ujímá čára. Tentokrát jejím účelem není rozdělit a kategorizovat, ale propojit. Nejčastěji spojuje dvě čísla svázaná operací, případně shodnou rolí v operaci. Operaci i roli nelze určit bez kontextu. Zároveň neplatí, že by každá dvě interagující čísla byla spojována čarou. Je jí využíváno pro názornost

137 Z důvodu komplikované reprezentace dobových symbolů MS Word používám co nejpodobnější symboly nalezené na internetu (například „●“). Originální podoba všech takových symbolů je dohledatelná na některém z obrázků v mé práci.

v případech, kdy je více operací řazeno sériově (u *regulí*) nebo pro zlepšení přehlednosti v úlohách obsahujících více zadání paralelně v jednom schématu (viz např. obr. 3-1). Tato kumulace úloh je jediný příklad, kdy Optát využívá čáry třetí kategorie. U Klatovského se objevují například i u dvojité trojčlenky. Nejčastěji je používá Goerl, kromě dvojité trojčlenky na nich stojí *regule o berlu* nebo *regule falsi*. Dalším projevem ukázání postupu výpočtu je škrtání číslic u dělení s arabskými čísly.

Znaky druhé a třetí kategorie obecně usnadňují orientaci, nicméně nejsou nepostradatelné. Jejich vynechání nijak nemění, „co“ se děje. U *lin* lze zvolením zápisu dle písařů (viz kapitola 3.2.2.) obejít použití rovných čar a de facto tak popřít i název způsobu zaznamenávání hodnot. Podobně se můžeme obejít (jako se obešel Optát) bez pomocných čar u trojčlenky (srovnání zápisu trojčlenky jednotlivými autory viz příloha 1). Celkově platí, že čím složitější a delší výpočty provádíme, tím více se vyplatí uvážlivě používat znaky druhé a třetí kategorie. Nelze jednoznačně rozhodnout, zda tak autoři uvažovali, rozhodně ale nerazili opačný ani plně jednotný přístup.

Z předchozího vyplývá, že běžně používané znaky můžeme redukovat na dva základní druhy: číslice určující množství a čáry popisující vztahy. Jejich počet a uspořádání pak rozhoduje o celkové složitosti symboliky. Nejjednodušší úrovní je použití samostatné číslice nebo jejich spojení (pro označení čísla) v textu. Druhým stupněm je spojení dvou čísel svázaných operací. Zápis tu začíná být závislý na správně zvolené vzájemné poloze znaků (pominu-li zápis čísel v pozičních soustavách). Tato počínající schematizace je jasně patrná třeba u dělení s arabskými číslicemi. Význam uspořádání znaků vzrůstá ještě více u třetí úrovně, kdy je v zápisu zakódováno více často různých operací najednou a kdy je třeba dodržovat jistou návaznost. To je typické pro ustálená schémata *regulí*. Za poslední stupeň, který se objevil, považuji princip zástupnosti, kdy jsou delší myšlenka nebo popis svázány definovaným symbolem.

Znaky první úrovně jsou běžně využívány všemi autory i v jinak čistě slovních popisech řešení příkladů. Druhá a třetí úroveň je běžná u Klatovského a Goerla, u Optáta je spíše na ústupu. Poslední úroveň se objevuje pouze u Goerla, navíc až v posledním traktátu u *regule falsi*. Rostoucí zatíženost symbolikou, vedoucí od Optáta ke Klatovskému a od něj ke Goerlemu, souvisí se složitostí početnice co do počtu *regulí* a jejich obtížnosti.

Z tabulky 9 v příloze 3 lze vypozorovat, že Optát celkově mnohem více tíhne ke slovnímu popisu v porovnání se symbolickým než zbývající dva autoři. Ti mají preference relativně porovnatelné, Klatovský na symbolický zápis klade jen o něco menší důraz než Goerl. Příloha 3 rovněž neprokázala kvantitativní převahu slovního popisu nad symbolickým vyjádřením. Dojem nedostatečného zapojení symboliky mohl vzniknout ze zatížení dnešními představami o matematickém textu. Kvalita použití symboliky je už nižší. Za hlavní nedostatek považuji nedostatečné rozfázování symbolického zápisu v příkladech ilustrujících nově vyložený princip. Tento problém se objevuje ve všech početnicích, detailně ho popisuji u Optáta v tabulce 3-2. Nedostatkem se může jevit i diskontinuita v zapisování totožné skutečnosti různě. Na druhou stranu tato neúplná jednotnost učí pružnosti zápisu a variabilitě matematického myšlení obecně.

5.2 Zhodnocení formální stránky početnic

Symbolika je úzce spojena a vzájemně se ovlivňuje s formální stránkou jednotlivých početnic. Zejména je podstatné množství *regulí* a složitost postupů, které jsou s nimi spojené. Optát celkem postihuje nejmenší množství pravidel, zato se soustředí na detailní popis jejich postupu. Pro jeho soustředění se na důkladnost místo na četnost hovoří i fakt, že na 130 stránkách nalezneme celkem 93 příkladů (1,4 str./příklad), kdežto u Goerla je na 174 stranách 325 příkladů (0,5 str./příklad) a u Klatovského dokonce 498 příkladů na 212 stranách (0,4 str./příklad, tedy o celou stránku méně než u Optáta).

Nejvíce problémů různé podstaty pokrývá Goerl. Jeho početnice je z matematického hlediska nejkomplexnější. Nemyslím si, že pozdější datum vzniku početnice je příčinou této pokročilosti, důvod bych hledala spíše v celkové orientaci života autorů. Kněz z povolání Optát, jehož dílo je spíše spojováno s českou gramatikou, kterou se navíc zabýval v důsledku svého záměru přeložit Erasmovu Bibli do češtiny, má menší předpoklady a možnosti k sepsání početnice než Goerl pohybující se na pozicích písaře a notáře Starého Města a podepisující se *arithmeticus*. Klatovský stojí někde mezi nimi, množstvím a hloubkou matematického poznání se přibližuje víc Optátovi, matematickou symbolikou a upřednostňováním arabských čísel nad *linami* zase Goerlovi.

Ať už mají početnice širší nebo užší záběr a ať se více soustředí na množství příkladů nebo na detailnost popisu, všechny poskytují návody „jak, co" dělat, ale žádná nerozkrývá, „proč" to tak funguje. To často vede k nadbytečnému typizování problémů a samostatných *regulí*, které se od sebe přitom liší jen minimálně. Drolení *regulí* dosáhlo vrcholu u Optáta, který má dvě samostatné *regule* i pro příklady lišící se pouze v kupovaném objektu (jednou se ptá na kapry, podruhé na ovce).

Učebnice jsou zpracovány různě náročným způsobem, i co se týče kvality tisku nebo paratextů. Je zřejmé, že tyto paratexty, zejména doprovodné ilustrace s textovým komentářem, předmluva a veršované texty tvořící „nematematickou část“ sdělení, měly pro autory význam. Velmi bohatou na ilustrace i latinsky psané básně je Goerlova početnice. Klatovský ilustrace soustředí na úvodní strany traktátů a dále do posledního z nich k dokreslení některých příkladů, počet básní je nižší než u Goerla. U Optáta se neobjevuje jediná ilustrace, jeho přínos nad matematický rámec je obsažen v ortografické části spisu, kde příklady často spojuje s křesťanskými otázkami.

Nezřídka je v doprovodných textech odkazováno na filozofy, matematiky nebo církevní autority. Kompletní seznam osobností i s četností jejich výskytu obsahuje příloha 2. Z tabulky 8 vyplývá, že zatímco Klatovský a Goerl se oba soustředili na církevní autority a antické filozofy, Optáta zajímal více jeho o generaci starší současník Erasmus (jmenoval ho pouze v ortografické části). Pětkrát (nejčastěji) je zmíněn Platón, čtyřikrát Erasmus, třikrát je odkázáno na Eukleida, Pythagora a Šalamouna. Celkem je zmíněno 31krát 15 různých osobností.

Paratexty nám dávají nahlédnout do autorova života, jeho (do jisté míry pravděpodobně normovaného) pohledu na svět i každodennosti 16. století. Obraz tehdejší společnosti se promítá i do „matematické části“ početnice. Představované *regule* nám dávají představu, jaké potřeby bylo třeba naplnit a zadání příkladů a úloh zobrazují zcela konkrétní projevy reality. Ne každé zadání ale pracovalo s jasně daným objektem, například s cihlami nebo se šafránem, dokonce jich celkově byla menšina. Jen Optát preferoval pracovat s konkrétními objekty, Goerl se nejvíce soustředil na čísla opatřená jednotkou, Klatovský samostatně na čísla (blíže viz příloha 4).

Většina obsahu početnic je soustředěna kolem peněz a obchodování. Druhy peněžních úkonů (koupě, prodej, směnění, rozdělení a dluh) a četnost jejich výskytu podrobně zpracovává příloha 5. Přílohy 6–11 postupně rozkrývají kategorie objektů (zboží, látky, potraviny, koření a zvířata), které se v početnicích objevovaly.

Celkově jsem v přílohách 3–11 vyhodnotila 916 příkladů, z toho 498 u Klatovského, 93 u Optáta a 325 u Goerla. Způsob, jakým jsem příklady a úlohy přiřazovala do kategorií, jsem se snažila držet maximálně jednotný. V nejednoznačných případech jsem zvolila nejbližší možnou variantu. Např. úlohu z Klatovského ze strany 62 r: *I. wiedro Malwazý za 7* $\frac{I}{4}$ [zlatých]. *zač přigde I. žeydlík facit I gr. alb. 2* [peníze]. $\frac{33}{64}$; jsem zařadila do podkategorií „úloha“ (nejedná se o řešený příklad), „konkrétní objekt“ (počítáme s *malwazý*), „neurčeno“ (nevíme, zda *malwazý* kupujeme nebo prodáváme) a „potraviny, produkty, víno“ (*malwazý* je druh vína). Podobně jsem postupovala u všech příkladů i úloh.

Co se týče druhů objektů a zboží, nejčastěji je počítáno se suknem (celkem 52 příkladů) a s vínem (34 příkladů). V porovnání s ostatními autory se Klatovský nadprůměrně zabývá kořením (počet zmínek Klatovský:Optát:Goerl je 24:1:7), Optát zvířectvem (4:12:7) a Goerl „rostlinnými potravinami“ (4:5:13). Příkladů s látkami má Klatovský více než dvakrát tolik co Goerl, Goerl ale uvádí více druhů. Klatovský i Optát častěji počítají s materiály a surovinami, Goerl naopak s produkty. Setkáváme se s objekty běžnými i v současnosti (hřebík, cihly, plátno, vejce, pepř etc.) i s objekty pro současnost neobvyklými (barchet nebo haras). Původ některého zboží mohl být domácí (vlna, dříví, jablka, kapr), jiné se do českých zemí pravděpodobně dostalo importem (pomeranče, hřebíček nebo hedvábí).

Kromě nákupu konkrétního zboží je častým tématem úloh práce dělníků a cestování. Dozvídáme se o suknu z Flander, koření z Benátek nebo různých druzích mincí (míšenské, bavorské, rakouské či polské). S Goerlem má čtenář možnost si propočítat stáří Karlova mostu, délku stínu blíže neurčené věže, přibližný obvod kruhu nebo dobu vypouštění rybníka různými výpustmi. Optát se zabývá výdaji spojenými s účastí (patrně šlechtice, není blíže specifikováno) na sněmu, Klatovský věnuje zvláštní pozornost zlatu a stříbru i šizení. Klatovský i Optát mezi *ryčanty* zařadily výpočet počtu letících hus a prodej jablek dcerami hospodáře. Prchající zajíc nebo srna se objevuje u Klatovského a Goerla, Optát s Goerlem sdílí příklad na hromadný nákup více druhů slepic. Všichni tři řeší situaci, jak se v hospodě vyhnout placení.

Důraz na zakotvení řešených problémů do reality občas dosahuje rozměrů, které přesahují matematickou správnost. Je tomu tak například u Goerla ve zjišťování počtu mužů, žen a dívek v hospodě, víme-li, kolik měl platit jeden příslušník té či oné skupiny a kolik se platilo celkem. Nekorektnost se zde projevuje v neobjevení všech možných řešení. Za vše mluví i úloha o rozdělování *herinků* (slanečků) mezi daný počet lidí. Slanečci nebyli rozdělitelní bezezbytku, problém dvou přebývajících slanečků vyřešil Goerl prohlášením, že si je dali „*upícy k snijdanij*“. Ani Klatovský se nevyvaroval chyb, jako bylo ukázáno i v závěru kapitoly 2.2.3.

5.3 Závěrečné shrnutí

Hodnocené početnice sdílejí mnoho podobností. Všechny představují osmero druhů počtů, mezi které kromě operací sčítání, odčítání násobení a dělení patří také znalost početních soustav, dvojení, půlení a *progressio*. Všechny pracují s *regulí de tri* a její znalost upotřebují v navazujících pravidlech. Z nich jsou podstatné především dvojitá trojčlenka, *regule* tovaryšstva, *regule* zisku a ztráty a převody jednotek. Důraz je kladen na upotřebitelnost matematiky. Podstatný je i křesťanský rozměr a s ním související snaha pobídnout k férovému jednání, pro které je znalost matematiky často nezbytná.

Najdeme mezi nimi ale i zásadní rozdíly. Optátova početnice věnuje mnoho prostoru popisům základních principů. Je v ní zcela vynecháno počítání na arabských číslech a k *regulím* uvádí spíše méně příkladů podrobně rozebraných slovně než množství příkladů zpola nastíněných symbolicky. Klatovský základy rozšiřuje více než Optát, zároveň se u něj více projevuje chaotičnost v řazení jednotlivých informací. Ve výkladu se předbíhá i Goerl. Jeho početnice je v porovnání s prvními dvěma pokročilejší, obsahuje všechny *regule* popsané Klatovským i Optátem a navíc přidává nepřímou úměrnost a *reguli falsi*. I množství a komplikovanost paratextů se zvyšuje ve směru Optát-Klatovský-Goerl.

Všechny formální podobnosti i odlišnosti se samozřejmě promítají do podoby matematické symboliky. V závislosti na složitosti výkladu, jeho hloubce a výběru číselné soustavy, na které je prezentován, jsou voleny různé prostředky, což se dotýká i způsobu zápisu. Kromě číslic reprezentujících hodnotu, je hlavním používaným znakem čára. Ta slouží buď jako hranice oddělující části příkladu či samostatné objekty nebo naopak jako spojnice objektů, které jsou spolu svázané vztahem nebo interakcí. Optátova početnice dokázala, že použití čáry není často nutné, naopak Goerl ji dokázal používat ve vhodných situacích a dodat tak svému textu přidanou hodnotu.

Objevují se i jiné symboly, především: •, ⌒, ●, ☞, ✕, (, A, B, +, ÷. Jejich význam je v každé z početnic jednotný a srovnatelný je též, postavíme-li vedle sebe jednotlivé početnice (pokud je symbol ovšem použit více autory). Tato jednota hovoří pro jistou ustálenost praxe zápisu v průběhu času na úrovni matematiky, na kterou se početnice soustředí, a v čase a prostoru vymezeném mým výzkumem (16. století, české prostředí). Pro dosažení rozsáhlejších závěrů ohledně vývoje a míry kontinuity matematické symboliky by bylo třeba analyzovat větší počet dobových pramenů.

Po rozšíření výzkumu by se jistě objevilo mnoho jednotlivostí, které takto zůstávají skryté. Také by byla možnost lépe postihnout celkové tendence a vlivy jak v symbolickém zápisu, tak v poptávce, kterou měly výukové matematické texty naplňovat. I pro prohloubení pochopení myšlenkového světa a porozumění matematickým principům by bylo třeba při výzkumu zvětšit záběr zkoumáním soudobých německých textů, netištěných rukopisů, spisů, které předcházely i následovaly 16. století. Pro omezený rozsah práce toto všechno nebylo možné obsáhnout a je třeba se spokojit s kusými, byť třeba v některých ohledech dostatečně průkaznými, výchozími materiály. Sledované početnice by dále bylo možné důkladněji zhodnotit i z hlediska knihtiskařského umění nebo osob autorů (například prozkoumat jejich další díla, vzdělání a život). V oboru matematiky lze výzkum prohloubit v oblasti výpočetní (*regule* jako fenomén a podobně) a didaktické (včetně jejich využitelnosti v dnešní výuce).

Seznam zkratek

etc.	et cetera
GzG	Goerl z Goerlštejna, Jiří
Klat.	Klatovský, Optát
KPS	databáze Knihopis (Národní knihovna)
MFF UK	Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy
např.	například
obr.	obrázek
Opt.	Optát, Beneš
PDF	Portable Document Format
srov.	srovnej
str.	strana
STT	Databáze prvotisků, starých tisků a map 1450–1800 (Národní knihovna)
sv.	svazek

6 Seznam použitých informačních zdrojů

Prameny

NÁRODNÍ KNIHOVNA ČR: KPS – Databáze Knihopis, [online]. [cit. 27.10.2022]. Dostupné z: https://aleph.nkp.cz/F/?func=file&file_name=find-b&local_base=KPS.

BRNĚNSKÝ, Jiří Mikuláš: *Knjžka / wnijž ob sahugij se začátkowé vměnj Arythmetyckého / to gest počtůw na Czýffry neb liny poznánij / pro pacholátka a Lidi kupecké*, Staré Město Pražské: Jan Had Kantor, 1567.

GOERL, Jiří: *Aritmetica, to gest, knížka početnij neb uměnj počtůw na linách a cyffrách skrze exempla a mince rozličné, vssem w handlech, w auřadech a w hospodářstwij se obijragijcým welmi užitečná a prospěssná*, Praha: Jiří Černý, 1577. [online]. [cit. 27.2.2023]. Dostupné z: http://digital.onb.ac.at/OnbViewer/viewer.faces?doc=ABO_%2BZ183410405.

KEPLER, Johannes: *ASTRONOMIA NOVA AITIOLOGĒTOS, SEV PHYSICA COELESTIS, tradita commentariis DE MOTIBVS STELLAE MARTIS*, Heidelbergae: Gotthard Vögelin, 1609. Dostupné z [cit. 27.3.2023]: https://www.manuscriptorium.com/apps/index.php?direct=facsimile&pid=NKCR__-NKCR__14_A_000011_0TYDB53-csIMG00000001.

KLATOVSKÝ, Ondřej: *Nowé knijžky wo počtech na cýfry a na lin přitom niekteré welmi užitečné regule a exempla mince rozličné podle biehu kupeckého krátce a užitečnie sebraná*, Staré Město Pražské: Jan Kantor, 1558. [online]. [cit. 27.2.2023]. Dostupné z: https://www.manuscriptorium.com/apps/index.php?direct=record&pid=AIPDIG-NKCR__54_E_108____12WD504-cs#search.

KOBIŠ, Jan: *Spráwa aneb naučenj O měrách Winných Sudůw, wedlé ceny Zěgdljků aby wěděl yaká summa za který Sud přigde, též coby se každeho Roku G.M.C. yakožto Králi Czeskému, z každé Winice na Summě dáti přisslo, wssechněm potřebná a vžitečná*, Staré Město pražské: Giřijk Nygrin, 1596. [online]. [cit. 27.2.2023]. Dostupné z: https://books.google.cz/books?vid=NKP:1002290923&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false.

ÖPTÁT, Beneš: *Knijžky Početnij na rozličné Kaupě w nowě wytisstěné, přitom kterak se geden každý mijrně čijsti a psáti včiti má. O čemž Druhá Stránka Listu tohoto vkazuge*, Prostějov: Jan Günther, 1548. [online]. [cit. 27.2.2023]. Dostupné z: https://books.google.cz/books?vid=NKP:1002605588&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false.

Literatura

BEČVÁŘ, Jindřich, ed., FUCHS, Eduard, ed.: *Matematika v 16. a 17. století*, edice Dějiny matematiky, sv. 12, Praha: Prometheus, 1999.

BEČVÁŘOVÁ, Martina, kol.: *Matematika ve středověké Evropě, Pozdní středověk a renesance,* edice Dějiny matematiky, sv. 63, Praha: Prometheus, 2018.

BOBKOVÁ-VALENTOVÁ, Kateřina: *Každodenní život učitele a žáka jezuitského gymnázia*, Praha: Karolinum, 2006.

CAJORI, Florian: *A History of Mathematical Notations: Two Volumes Bound As One*, New York: Dover, 1993. [online]. [cit. 31.23.2022]. Dostupné z: https://monoskop.org/images/2/21/Cajori_ Florian_ A_History_of_Mathematical_Notations_2_Vols.pdf.

ČIŽMÁR, Ján: *Dejiny matematiky, od nejstarších čias po súčasnosť*, Bratislava: Perfekt, 2017.

IFRAH, Georges: *The Universal History of Numbers, From Prehistory to the Invention of the Computer*, USA: John Wiley & Sons, 2000. [online]. [cit. 31.23.2022]. Dostupné z: http://www.ms.uky.edu/~sohum/ma330/files/Ifrah_numbers.pdf.

KEPARTOVÁ, Jana: *Římané a Evropa–Antické dědictví v evropské kultuře*, Praha: Karolinum, 2005.

MAČÁK, Karel, SCHUPPENER, Georg: *Matematika v jezuitském Klementinu v letech 1600–1740*, edice Dějiny matematiky, sv. 18, Praha: Prometheus, 2001.

MAZUR, Joseph: *Kde se vzaly symboly, Stručná historie matematického zápisu od starověku k dnešku*, ČR: Universum, 2017.

MIKULČÁK, Jiří, BEČVÁŘ, Jindřich (edd.): *Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918*, edice Dějiny matematiky, sv. 42, Praha: Matfyzpress, 2010.

Ottův slovník naučný: illustrovaná encyklopaedie obecných vědomostí. Praha: J. Otto, 1899. sv. 14. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://www.digitalniknihovna.cz/nkp/view/uuid:46bf0a40-e6e2-11e4-9c07-001018b5eb5c?page=uuid:3212f950-05b2-11e5-95ff-5ef3fc9bb22f.

Ottův slovník naučný: illustrovaná encyklopaedie obecných vědomostí. Praha: J. Otto, 1902. sv. 18. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://ndk.cz/view/uuid:6e99bf30-e6e0-11e4-a794-5ef3fc9bb22f?page=uuid:25e97cf0-05b0-11e5-97f4-5ef3fc9ae867.

SEIFE, Charles. *Nula: životopis jedné nebezpečné myšlenky*. Praha: Dokořán, 2005.

SMOLÍK, Josef: *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*, Praha: vl.n., 1864. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://www.digitalniknihovna.cz/mlp/view/uuid:80152800-8416-11dd-a12e-000d606f5dc6?page=uuid:0c425190-8417-11dd-85d0-000d606f5dc6.

ŠEDIVÝ, Jaroslav, kol.: *Antologie matematických didaktických textů. Období 1360–1860*, Praha: SPN, 1987, skriptum MFF UK.

VOIT, Petr: *Encyklopedie knihy: Starší knihtisk a příbuzné obory mezi polovinou 15. a počátkem 19. století*, Praha: LIBRI, 2006.

Periodika

RAICHLOVÁ, Jitka: *Nejstarší česky tištěné početnice z doby předbělohorské*, in: Škola a město: sborník příspěvků z konference „Škola a město" konané ve dnech 5.–6. října 1992, Praha: Karolinum, 1993 [vyd. 1994] str. 108–118.

ŠIMEK, Alois: *Starší pěstitelé matematiky a geometrie na Moravě*, in: Vlastivědný věstník moravský, 1952, roč. 7, č. 1, str. 35–40.

ŠTRAUS, Jiří: *O nejstarších českých tištěných početnicích*, in: Matematika ve škole 4, 1954, str. 253n.

Internetové zdroje

Encyklopedieknihy.cz, Encyklopedie knihy v českém středověku a raném novověku. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://www.encyklopedieknihy.cz/index.php?title=Hlavn%C3%AD_strana.

FÉR, Jaroslav: *Sborový dům Beneše Optáta*. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://mistareformace.cz/cs/m/sborovy-dum-benese-optata-telc.

FOLTA, Jaroslav, ŠIŠMA, Pavel: *Významní matematici v českých zemích*. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: https://web.math.muni.cz/biografie/.

Historický ústav AV ČR: *Biografický slovník*. [online]. [cit. 27.2.2023] Dostupné z: http://biography.hiu.cas.cz/Personal/index.php/Hlavn%C3%AD_strana.

Vokabulář webový: webové hnízdo pramenů k poznání historické češtiny. Praha: Ústav pro jazyk český AV ČR, v. v. i., oddělení vývoje jazyka. © 2006–2020. Verze dat 1.1.15, [online], [citováno 31.3. 2023]. Dostupné z: https://vokabular.ujc.cas.cz.

7 Seznam příloh

Přílohy statistické a komparativní povahy

Příloha 1: Jednoduchá a dvojitá trojčlenka.

Příloha 2: Osobnosti zmíněné v početnicích.

Příloha 3: Způsoby výkladu příkladů.

Příloha 4: Konkrétnost zadání příkladů.

Příloha 5: Peněžní úkony vyskytující se v příkladech.

Příloha 6: Kategorizace objektů vyskytujících se v příkladech.

Příloha 7: Zboží jako kategorie objektů.

Příloha 8: Látky jako kategorie objektů.

Příloha 9: Potraviny jako kategorie objektů.

Příloha 10: Koření jako kategorie objektů.

Příloha 11: Zvířata jako kategorie objektů.

Obrazové přílohy

Příloha I: Titulní strana početnice Ondřeje Klatovského.

Příloha II: Titulní strana početnice Beneše Optáta.

Příloha III: Titulní strana početnice Jiřího Goerla.

Příloha IV: Malá násobilka v podání Klatovského.

Příloha V: Malá násobilka v podání Optáta.

Příloha VI: Malá násobilka v podání Goerla.

Příloha VII: Ilustrace z početnice Klatovského.

Příloha VIII: Erb Jiřího Goerla.

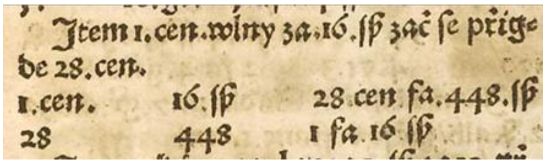
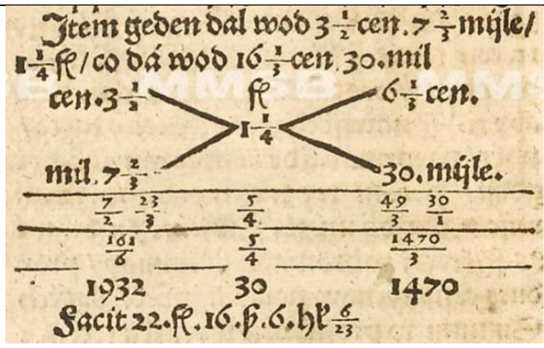
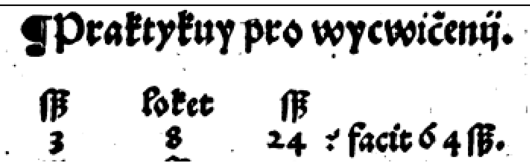
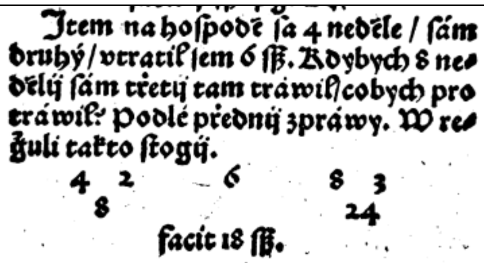
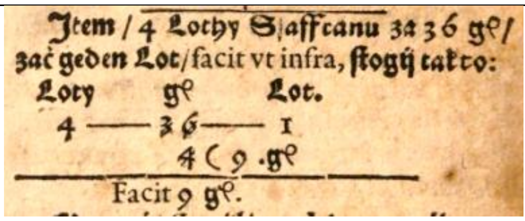
Příloha IX: Poslední stránka prvního traktátu Goerlovy početnice o počtu na *linách*.

Příloha X: Poslední list Goerlovy početnice.

Přílohy statistické a komparativní povahy

Příloha 1: Jednoduchá a dvojitá trojčlenka.

Porovnání zápisu jednoduché a dvojité trojčlenky typického pro jednotlivé zkoumané početnice.

<table>
<tr><th>Jednoduchá trojčlenka</th><th>Dvojitá trojčlenka</th></tr>
<tr><th colspan="2">Klatovský</th></tr>
<tr><td>

Item 1. cen. winy za 16. ß zač se přihode 28. cen.
1. cen. 16. ß 28. cen. fa. 448. ß
28 448 1 fa. 16 ß
Obrázek 7-1. Regule detry. Klat., 58 r.
</td><td>

Item geden dal wod 3 ½ cen. 7 ⅔ mýle / 1 ¼ fl / co dá wod 16 ⅓ cen. 30. mil
cen. 3 ½ fl 6 ⅓ cen.
1 ¼
mil. 7 ⅔ 30. mýle.
7/2 23/3 5/4 49/3 30/1
161/6 5/4 1470/3
1932 30 1470
Facit 22. fl. 16. ß. 6. hl 6/23
Obrázek 7-2. Dwogitá Regule detry. Klat., 91 v.
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Optát</th></tr>
<tr><td>

Praktykuy pro wycwičený.
ß Łoket ß
3 8 24 facit 64 ß.
Obrázek 7-3. Regule de try. Opt., 139.
</td><td>

Item na hospodě za 4 neděle / sám druhý / utratil sem 6 ß. Kdybych s neděly sám třetý tam trawil / cobych protrawil? Podlé předný zprawy. W regulí takto stogý.
4 2 6 8 3
8 24
facit 18 ß.
Obrázek 7-4. Regule o pěti (de sex). Opt., 145.
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Goerl</th></tr>
<tr><td>

Item / 4 Łothy Saffranu za 36 gr / zač geden Łot / facit vt infra, stogý takto:
Łoty gr Łot.
4 — 36 — 1
4 (9 gr
Facit 9 gr.
Obrázek 7-5. Regula De tri. GzG, 82.
</td><td>

Item / Měl gsem 6 Ženců za dwa dni / Nagali mi 8 Kop Snopůw. Otázka / Kdybych gich měl 7 za 3 dni / Kolikby mi Kop Snopuow nagali / Dělag podlé zprávy / facit vt infra / a stogý takto:
Ženců 6 Kop 7 Ženců
Dnech 2 8 3 Dnech.
12 8 21 facit 14 Kop.
Obrázek 7-6. Regula Quinque. GzG, 142.
</td></tr>
</table>

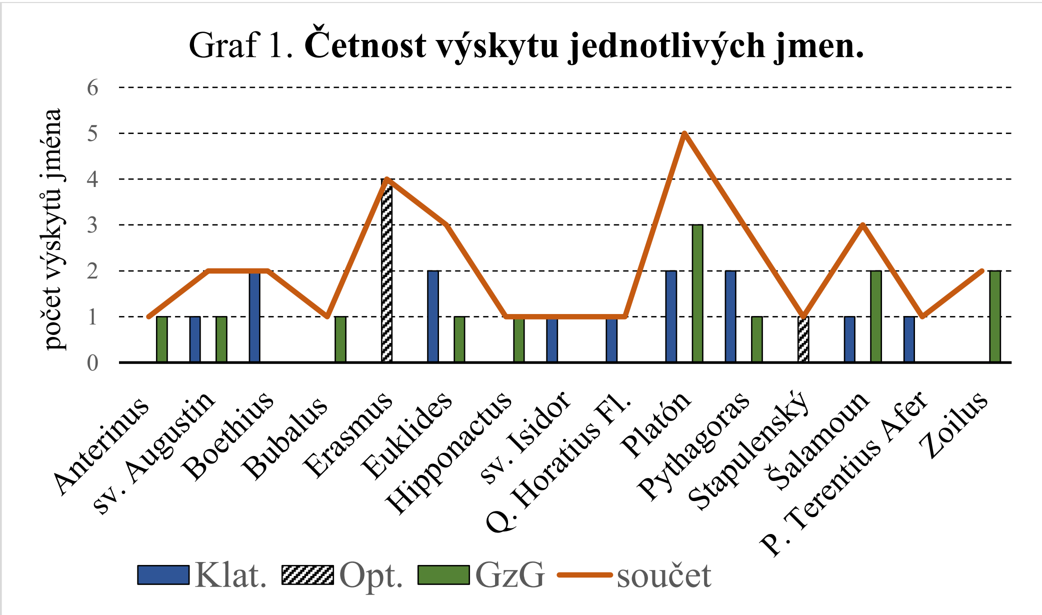
Tabulka 8. Porovnání zápisu trojčlenky jednotlivými autory.

Příloha 2: Osobnosti zmíněné v početnicích.

Zhodnocení výskytu odkazů na matematiky, filozofy, církevní autority a další nebiblické postavy zmíněné v početnicích. Zatímco Klatovský a Goerl se odkazovali spíše na dávné autority, Optát se soustředil na Erasma.

Jména	Klat.	Opt.	GzG	součet
Anterinus			1	1
sv. Augustin	1		1	2
Boethius	2			2
Bubalus			1	1
Erasmus		4		4
Euklides	2		1	3
Hipponactus			1	1
sv. Isidor	1			1
Q. Horatius Fl.	1			1
Platón	2		3	5
Pythagoras[138]	2		1	3
Stapulenský		1		1
Šalamoun	1		2	3
P. Terentius Afer	1			1
Zoilus			2	2
součet	13	5	13	**31**

Tabulka 9. Popisuje, koho a kolikrát jednotlivé početnice zmiňovaly.



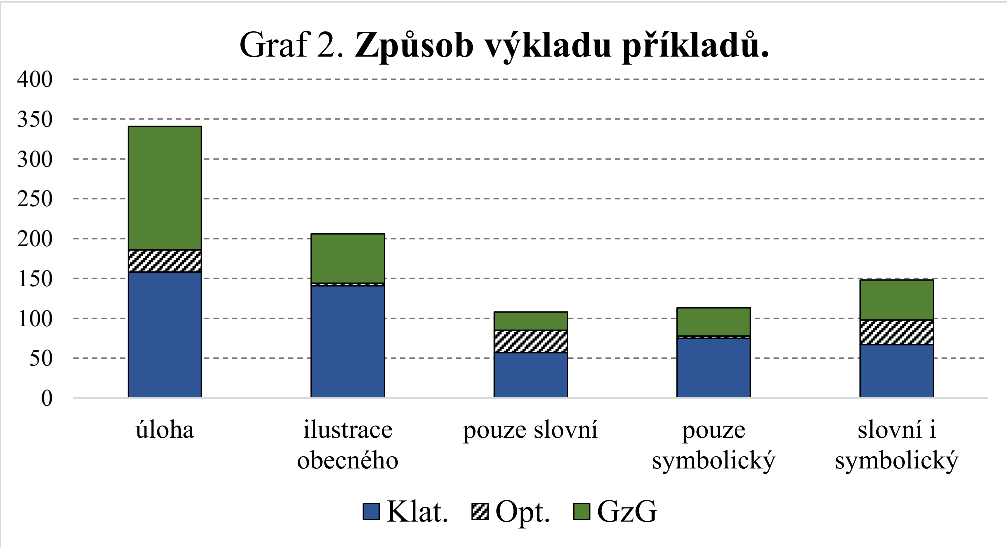
[138] Ve všech třech početnicích zmíněn nepřímo prostřednictvím tabulky pro malou násobilku.

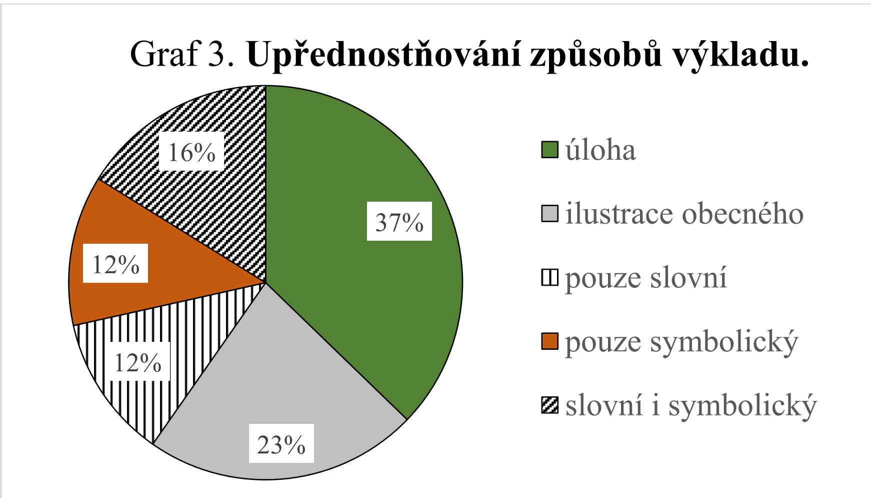
Příloha 3: Způsoby výkladu příkladů.

Zhodnocení příkladů uvedených zkoumanými početnicemi z hlediska zvolené metody výkladu řešení. U příkladů rozlišuji, zda výklad zcela chyběl (úloha), byl poskytnut jen slovní popis (pouze slovní) nebo naopak pouze symbolický zápis (pouze symbolický), případně v alespoň minimální míře obojí (slovní i symbolický). Nakonec mohl být příklad sám slovně nekomentován, přitom přímo navazovat na prvotní seznámení se s novým principem (ilustrace obecného).

způsob výkladu příkladů	**Klat.**	**Opt.**	**GzG**	**součet**
úloha	158	28	155	341
ilustrace obecného	141	3	62	206
pouze slovní	57	28	23	108
pouze symbolický	75	3	35	113
slovní i symbolický	67	31	50	148
součet	498	93	325	**916**

Tabulka 10. Způsob výkladu příkladů.



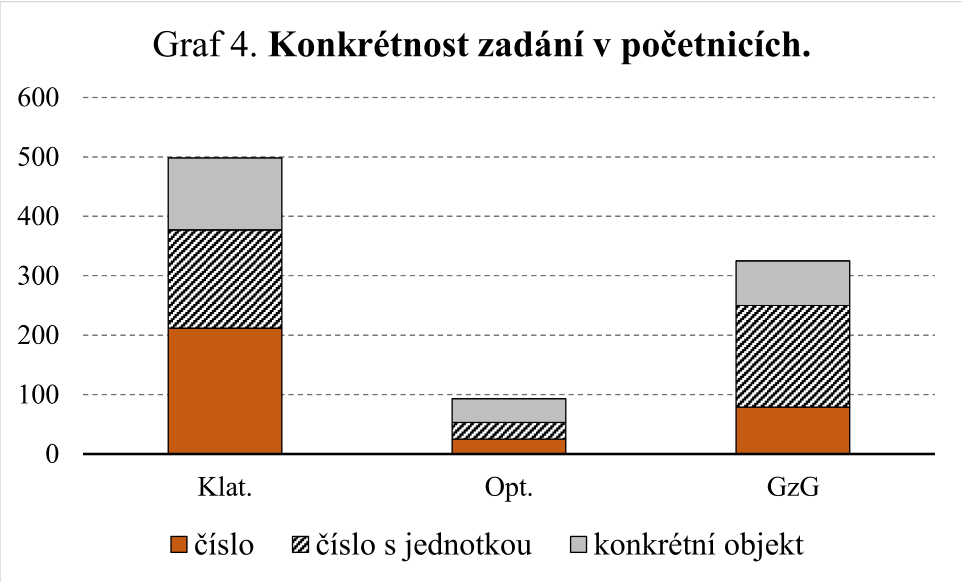


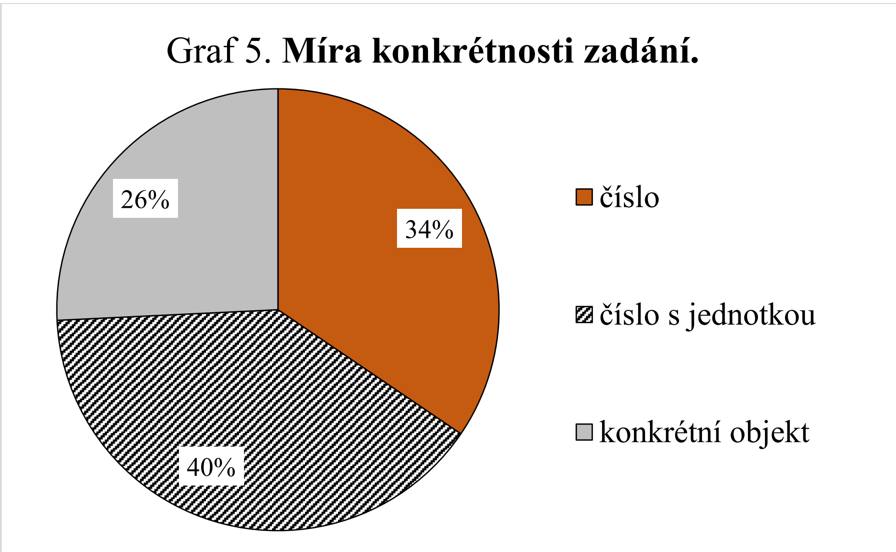
Příloha 4: Konkrétnost zadání příkladů.

Zhodnocení konkrétnosti zadání příkladů a úloh z početnic z hlediska zapojení konkrétních objektů. Třemi možnostmi jsou: pouze číslo („10“), číslo s jednotkou („10 loket“) nebo konkrétní objekt („10 loket sukna“).

konkrétnost zadání	Klat.	Opt.	GzG	součet
číslo	212	25	79	316
číslo s jednotkou	165	28	171	364
konkrétní objekt	121	40	75	236
součet	498	93	325	**916**

Tabulka 11. Konkrétnost zadání v početnicích.



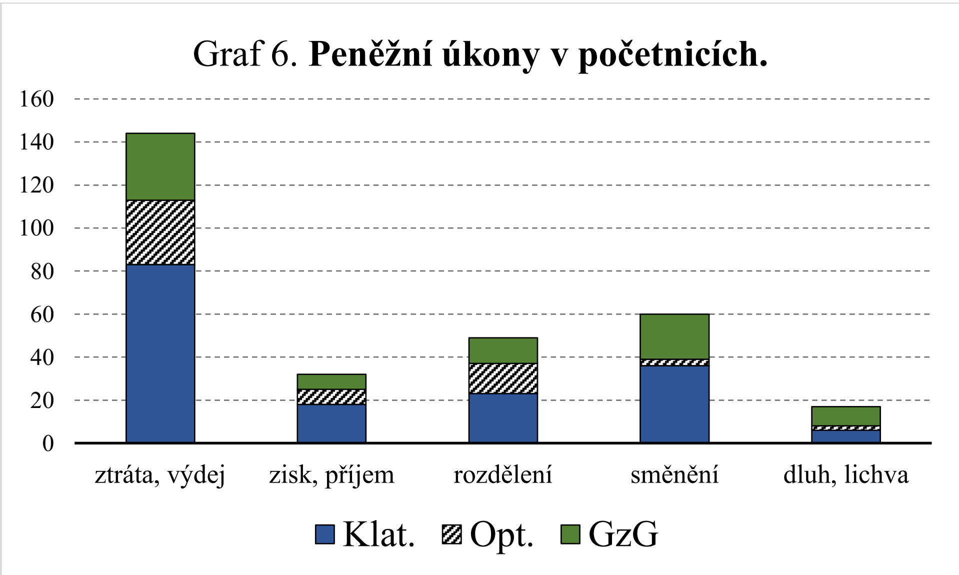


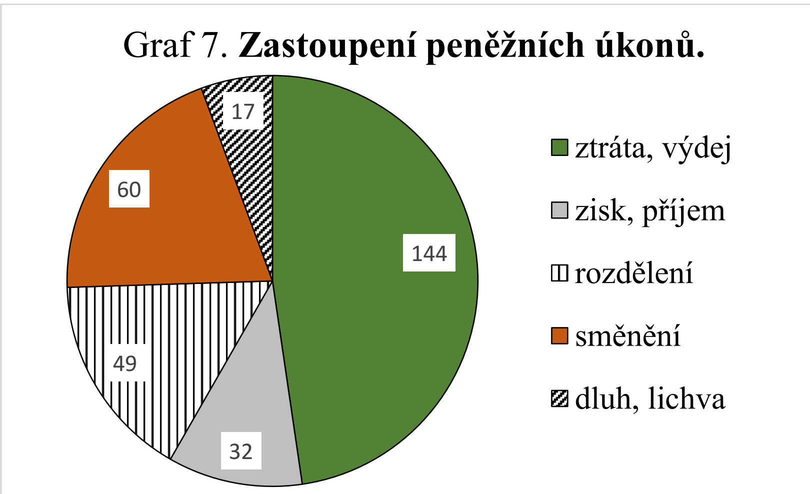
Příloha 5: Peněžní úkony vyskytující se v příkladech.

Zhodnocení zadání příkladů a úloh z početnic z hlediska peněžních transakcí. Hodnocena jsou pouze zadání spadající do kategorií „číslo s jednotkou“ a „konkrétní objekt“ z přílohy 4. Tato zadání dělím do kategorií podle toho, zda peníze ubývají, přibývají, jsou dělené mezi více lidí, dochází ke změně měny nebo jsou dluženy. Pokud se zadání týká peněz, aniž by přesně určovalo jak, řadím ho do kategorie „neurčeno“.

Peněžní úkon	**Klat.**	**Opt.**	**GzG**	**součet**
ztráta, výdej	83	30	31	144
zisk, příjem	18	7	7	32
rozdělení	23	14	12	49
směnění	36	3	21	60
dluh, lichva	6	2	9	17
neurčeno	120	12	166	298
součet	286	68	246	**600**

Tabulka 12. Peněžní úkony v početnicích.





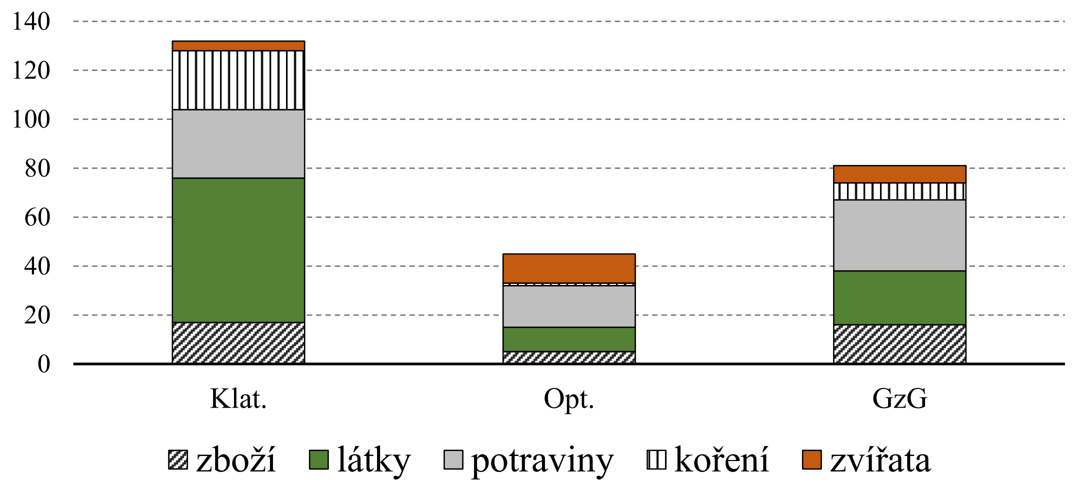
Příloha 6: Kategorizace objektů vyskytujících se v příkladech.

Zhodnocení zadání příkladů z hlediska objektu, kterého se příklad týká. Hodnotím pouze příklady spadající do kategorie „konkrétní objekt“ z přílohy 4. Mezi zboží řadím jednak různé materiály (dřevo, cihly, vosk, …) a produkty (stůl, papír, svíčky, …). Pro celkový přehled viz přílohy 7–11.

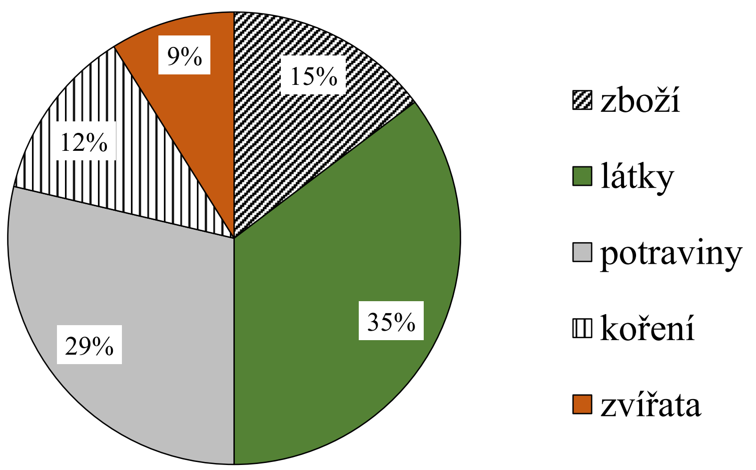
kategorie objektů	Klat.	Opt.	GzG	součet
zboží	17	5	16	38
látky	59	10	22	91
potraviny	28	17	29	74
koření	24	1	7	32
zvířata	4	12	7	23
součet	132	45	81	**258**

Tabulka 13. Zastoupení kategorií objektů v příkladech a úlohách z početnic.

Graf 8. **Zastoupení kategorií v početnicích.**



Graf 9. **Poměrové zastoupení kategorií.**



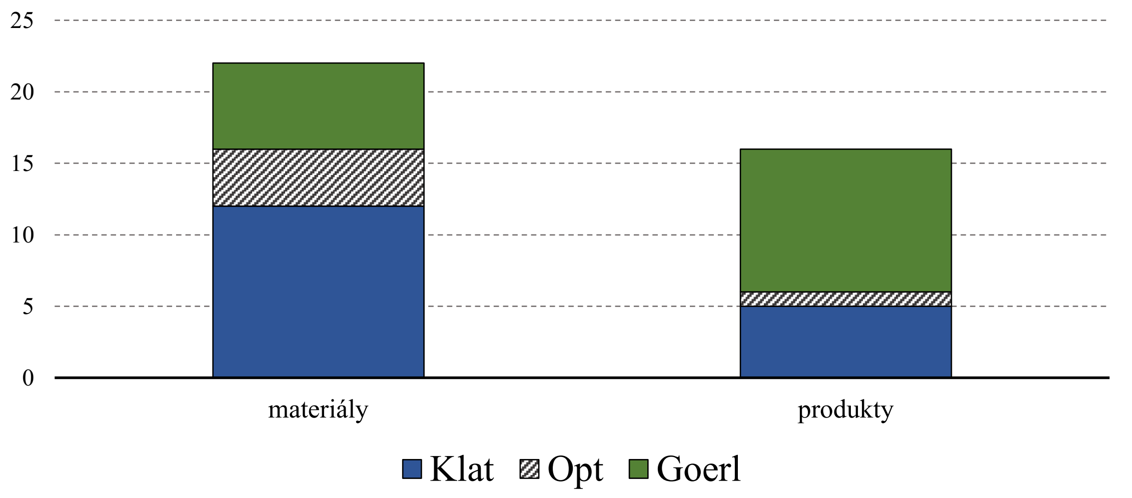
Příloha 7: Zboží jako kategorie objektů.

Bližší pohled na kategorii zboží z přílohy 6. Tabulka zaznamenává všechny materiály a produkty zmiňované početnicemi, graf názorněji ukazuje preference početnic.

zboží		Klat.	Opt.	GzG	součet
materiály	cihly	1	3	2	6
	cín	3			3
	dříví	5		1	6
	klej			1	1
	křída			1	1
	měď	2			2
	šindele	1	1		2
	vosk			1	1
mezisoučet		12	4	6	**22**
produkty	hřebík		1	1	2
	lůj	1		1	2
	mýdlo	1		1	2
	papír	1		4	5
	podkova			1	1
	prsten			1	1
	stůl	1			1
	svíčky			1	1
	zvon	1			1
mezisoučet		5	1	10	**16**
součet		17	5	16	**38**

Tabulka 14. Detail kategorie zboží.

Graf 10. **Zastoupení materiálů a produktů v početnicích.**

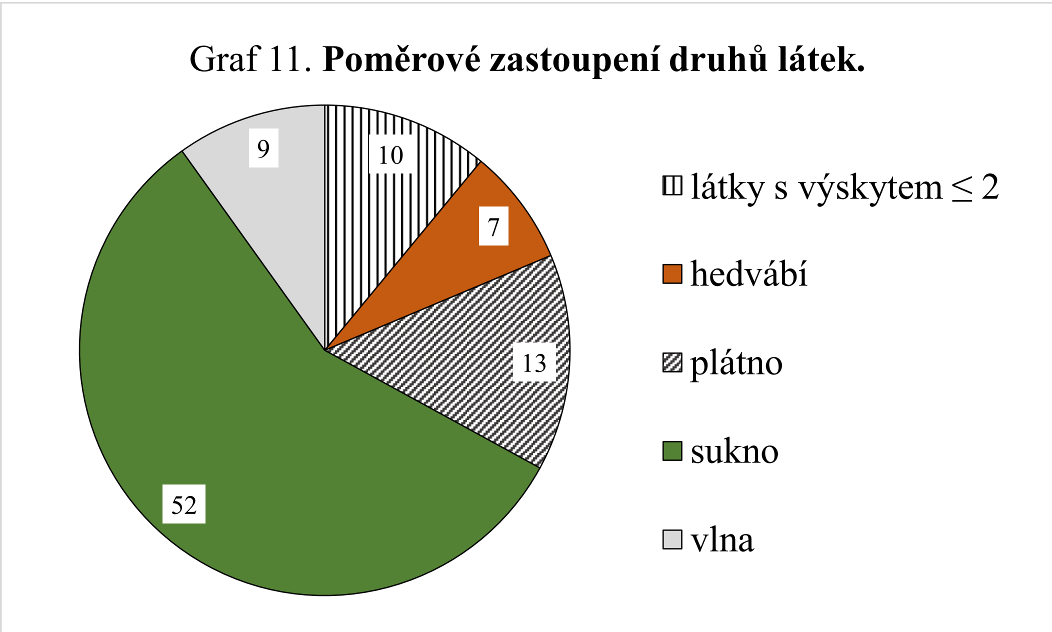


Příloha 8: Látky jako kategorie objektů.

Bližší pohled na kategorii látky z přílohy 6. Tabulka zaznamenává všechny druhy látek zmiňované početnicemi, graf ukazuje, v jakém poměru jsou zastoupené.

látky	Klat.	Opt.	GzG	součet
aksamit	1			1
barchet			2	2
damašek	1			1
ferštat			1	1
haras			1	1
hedvábí	5		2	7
kůže	1		1	2
mochýr			1	1
plátno	10		3	13
stuha			1	1
sukno	35	10	7	52
vlna	6		3	9
součet	59	10	22	**91**

Tabulka 15. Detail kategorie látky.



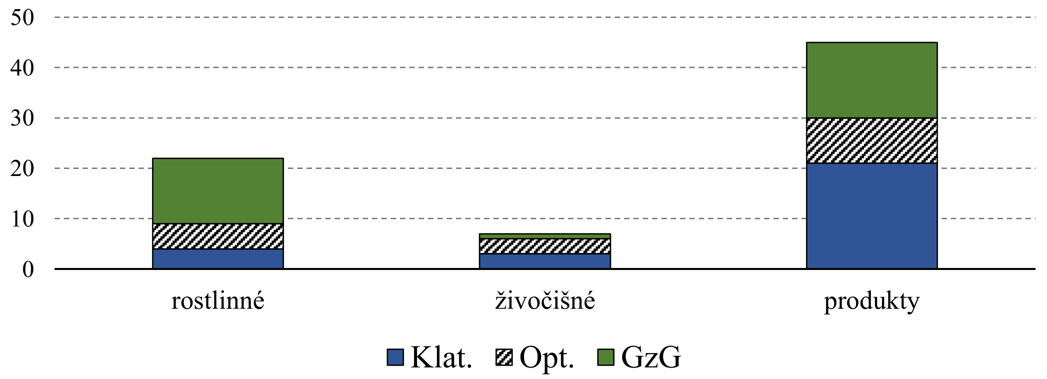
Příloha 9: Potraviny jako kategorie objektů.

Bližší pohled na kategorii potraviny z přílohy 6. Tabulka zaznamenává všechny rostlinné a živočišné suroviny a produkty, které lze považovat za pokrmy. Vynechána jsou zvířata, která mají vlastní kategorii. Graf názorněji ukazuje preference početnic.

	potraviny	Klat.	Opt.	GzG	součet
rostlinné	fíky	1			1
	hrách			1	1
	hruška		1	1	2
	jablka	1	1		2
	obilí		3	7	10
	ořechy	2		1	3
	pomeranč			2	2
	rýže			1	1
	mezisoučet	4	5	13	**22**
živočišné	med	1			1
	vejce	2	2	1	5
	vyzina		1		1
	mezisoučet	3	3	1	**7**
produkty	chleba			1	1
	máslo	1			1
	olej			1	1
	sádlo	1		1	2
	slaneček	2		1	3
	sýr	1	1		2
	syreček			1	1
	víno	16	8	10	34
	mezisoučet	21	9	15	**45**
	součet	28	17	29	**74**

Tabulka 16. Detail kategorie potraviny.

Graf 11. **Zastoupení druhů potravin v početnicích.**



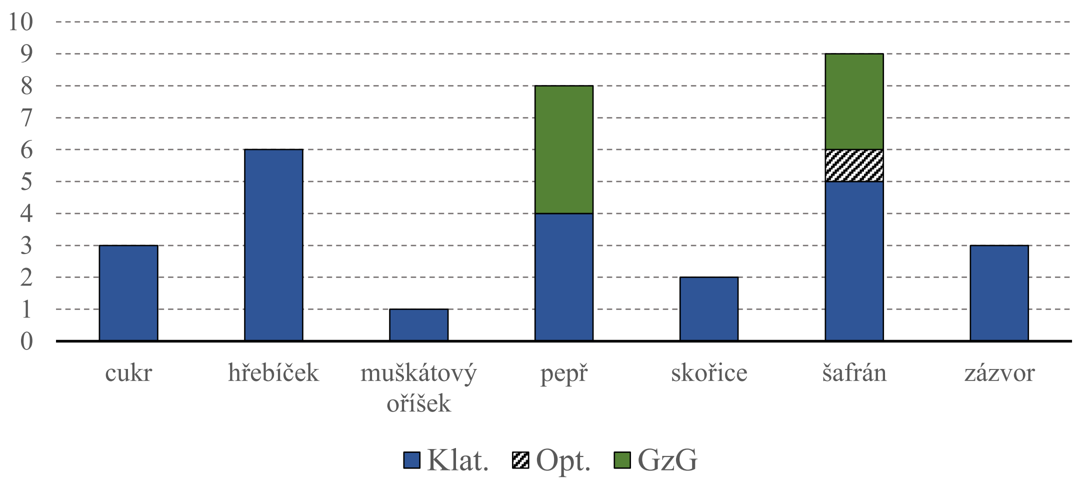
Příloha 10: Koření jako kategorie objektů.

Bližší pohled na kategorii koření z přílohy 6. Tabulka zaznamenává všechny druhy koření zmiňované početnicemi, graf názorněji ukazuje preference početnic.

koření	**Klat.**	**Opt.**	**GzG**	**součet**
cukr	3			3
hřebíček	6			6
muškátový oříšek	1			1
pepř	4		4	8
skořice	2			2
šafrán	5	1	3	9
zázvor	3			3
součet	24	1	7	**32**

Tabulka 17. Detail kategorie koření.

Graf 12. **Zastoupení druhů koření v početnicích.**

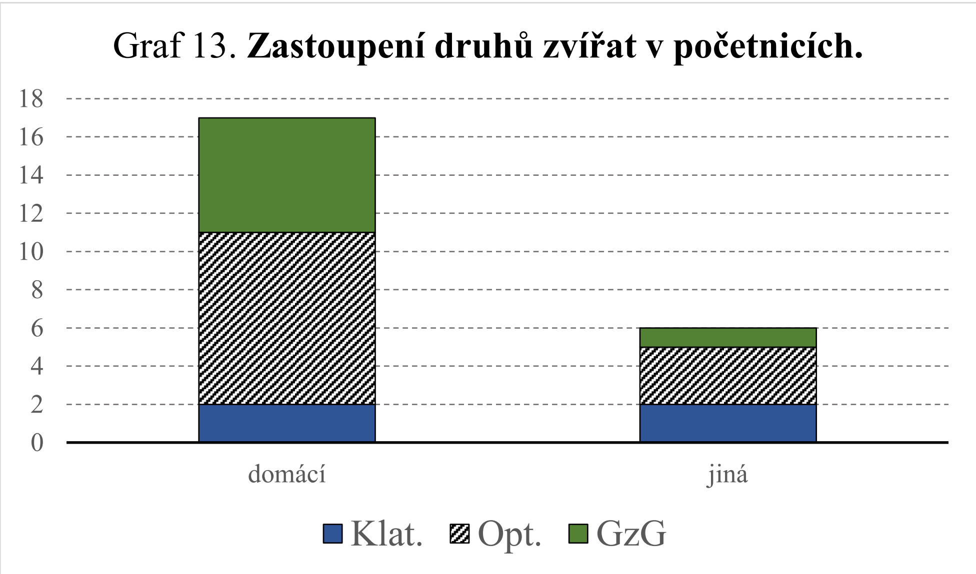


Příloha 11: Zvířata jako kategorie objektů.

Bližší pohled na kategorii zvířata z přílohy 6. Tabulka zaznamenává všechny (ne)domácí druhy zvířat zmiňované početnicemi, graf názorněji ukazuje preference početnic.

zvířata		Klat.	Opt.	GzG	součet
domácí	beran		1		1
	husa	1	1		2
	jehně			1	1
	kráva		1		1
	kůň		3	1	4
	kuře			1	1
	ovce		1		1
	pes	1		1	2
	slepice		1		1
	vůl		1	2	3
mezisoučet		2	9	6	**17**
jiná	holub		1		1
	kapr		1		1
	ryby		1		1
	srna	1			1
	zajíc	1		1	2
mezisoučet		2	3	1	**6**
součet		4	12	7	**23**

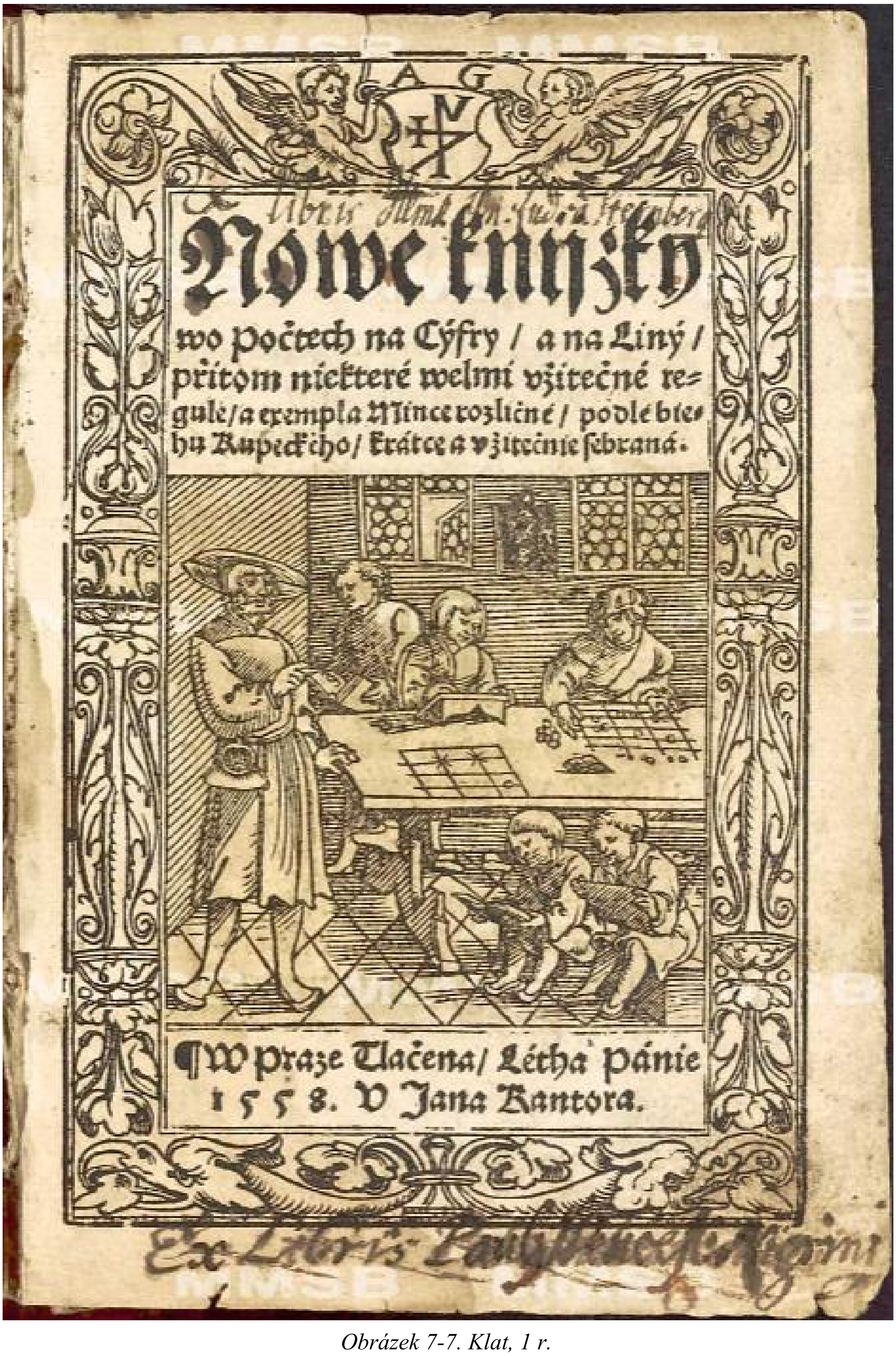
Tabulka 18. Detail kategorie zvířata.



Obrazové přílohy

Příloha I: Titulní strana početnice Ondřeje Klatovského.

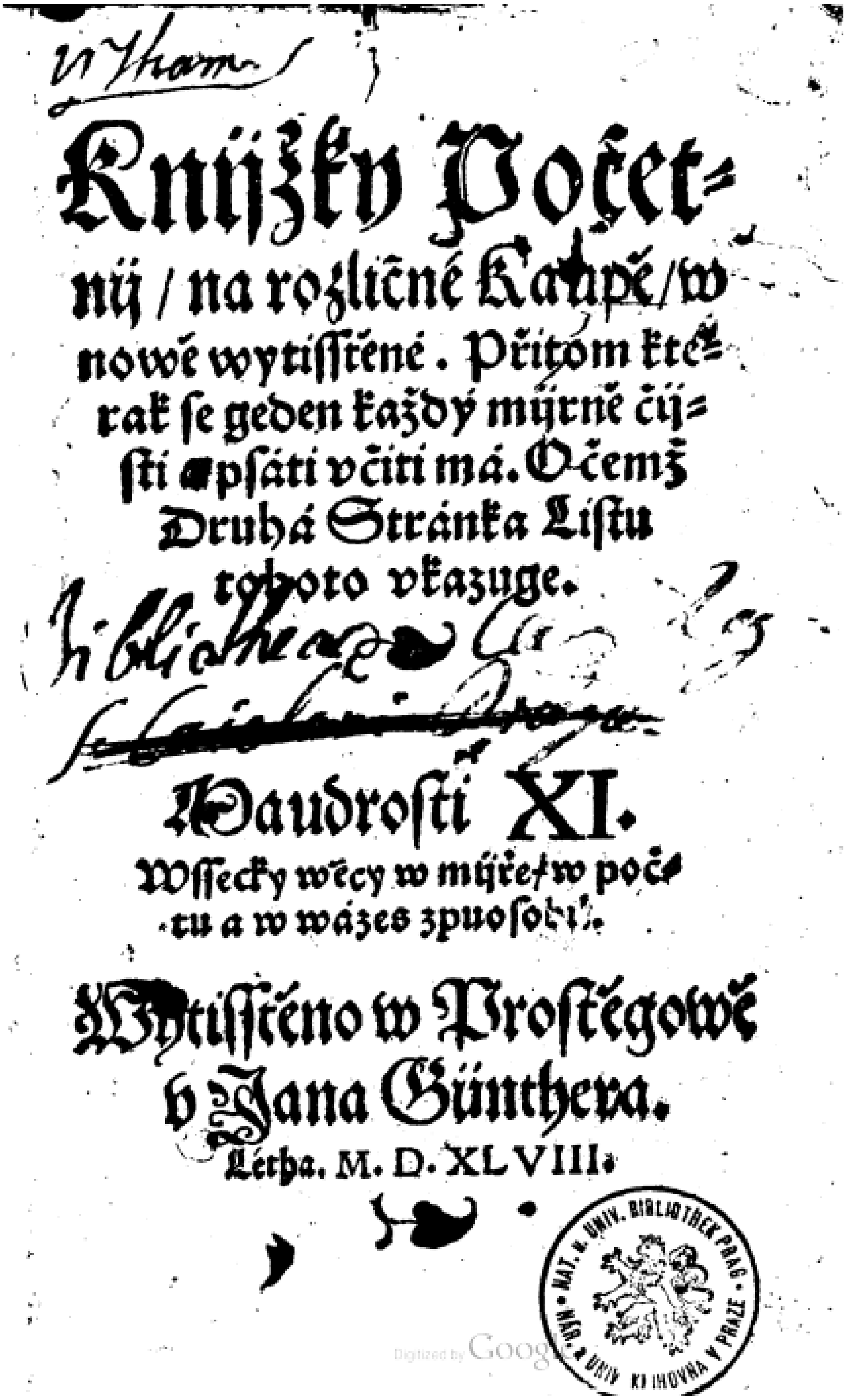
Titulní strana početnice Ondřeje Klatovského, vydání Staré Město Pražské: Jan Kantor, 1558.



Obrázek 7-7. Klat, 1 r.

Příloha II: Titulní strana početnice Beneše Optáta.

Titulní strana početnice Beneše Optáta, vydání Prostějov: Jan Günther, 1548.


Knijžky Počet-nij / na rozličné Kaupě / w nowě wytiſſtěné. Přitom kte-rak ſe geden každý mijrně čij-ſti a pſáti včiti má. O čemž Druhá Stránka Liſtu tohoto vkazuge.

Maudroſti XI.

Wſſecky wěcy w mijře / w počtu a w wázes zpuoſobil.

Wytiſſtěno w Proſtěgowě v Jana Günthera.

Létha. M.D.XLVIII.

Obrázek 7-8. Opt., 5.

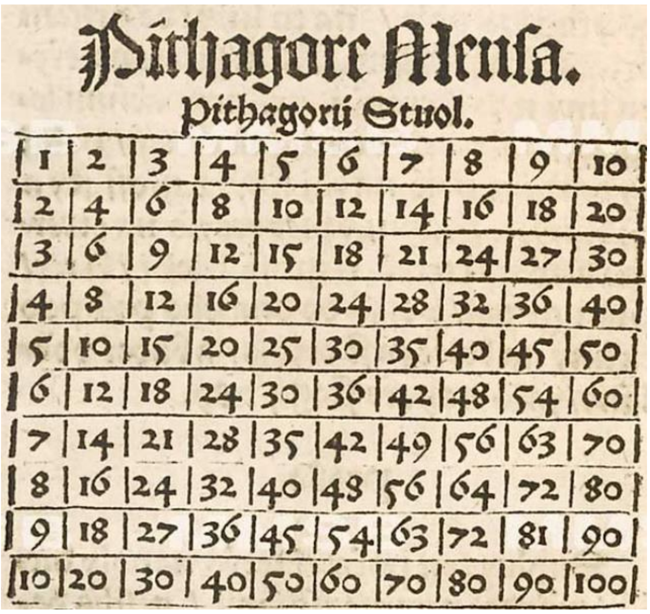
Příloha III: Titulní strana početnice Jiřího Goerla.

Titulní strana početnice Jiřího Goerla, vydání Prostějov: Jan Günther, 1548.


ARITHMETICA
to gest
Knižka Po-
četný neb vměnj Po-
čtůw/na Linách a Cyffrách
ſkrze Exempla a Mince rozličné/
wſſem w Handlech / w Auřadech / a
w Hoſpodářſtwý ſe obýragjcým/
welmi vžitečná a pro-
ſpěſſná.
Sepſaná od
Giřjka Görla z Görlſſteyna
Arythmetyka/ w Starém Měſtě
Pražſkém / w Domu od ſtarodáw-
na řečeném v Modrého Lwa
bydlegjcýho.
Giřijk Czerný wytiſkl.
M. [illegible] LXXVII.

Obrázek 7-9. GzG, 7.

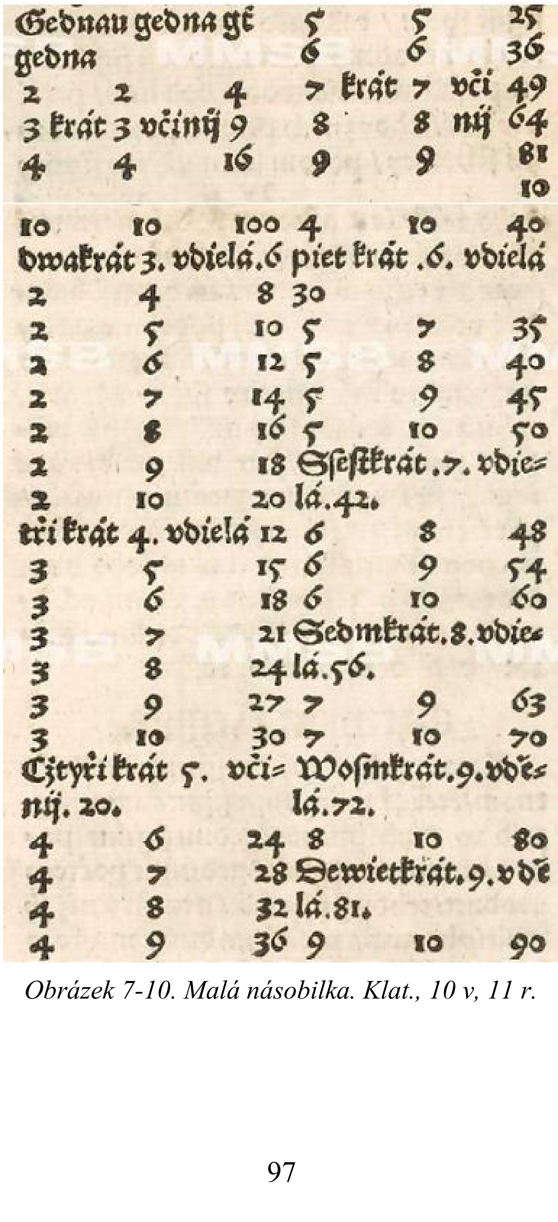
Příloha IV: Malá násobilka v podání Klatovského.



Pithagore Mensa.
Pithagorý Stuol.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Obrázek 7-11. Pithagore Mensa. Pithagorý Stuol.). Klat., 45 v.



Gednau gedna gé 5 5 25
gedna 6 6 36
2 2 4 7 krát 7 vči 49
3 krát 3 včinij 9 8 8 nij 64
4 4 16 9 9 81
10
10 10 100 4 10 40
dwakrát 3. vdielá.6 piet krát .6. vdielá
2 4 8 30
2 5 10 5 7 35
2 6 12 5 8 40
2 7 14 5 9 45
2 8 16 5 10 50
2 9 18 Sſeſtkrát .7. vdie=
2 10 20 lá.42.
tři krát 4. vdielá 12 6 8 48
3 5 15 6 9 54
3 6 18 6 10 60
3 7 21 Sedmkrát.8.vdie=
3 8 24 lá.56.
3 9 27 7 9 63
3 10 30 7 10 70
Cžtyři krát 5. vči= Wosmkrát.9.vdě=
nij. 20. lá.72.
4 6 24 8 10 80
4 7 28 Dewietkrát.9.vdě
4 8 32 lá.81.
4 9 36 9 10 90

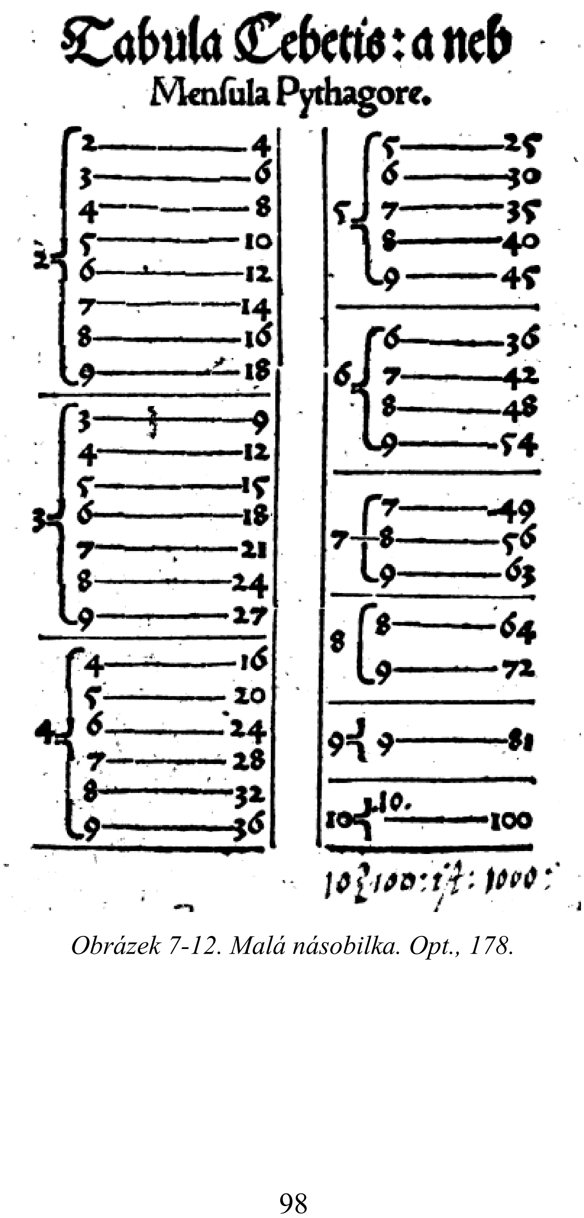
Obrázek 7-10. Malá násobilka. Klat., 10 v, 11 r.

Příloha V: Malá násobilka v podání Optáta.

Mensula Pytagore:
Stolček Pytagorú.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Obrázek 7-13. Mensula Pytagore: Stolček Pytagorý. Opt., 102.



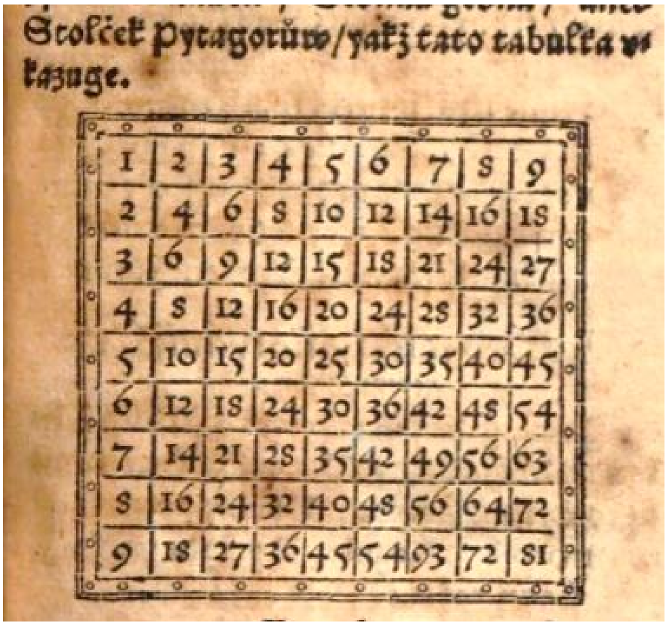
Tabula Cebetis: a neb
Mensula Pythagore.

2	2	4
	3	6
	4	8
	5	10
	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
3	3	9
	4	12
	5	15
	6	18
	7	21
	8	24
	9	27
4	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
5	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7	7	49
	8	56
	9	63
8	8	64
	9	72
9	9	81
10	10	100

10 100: 1000:

Obrázek 7-12. Malá násobilka. Opt., 178.

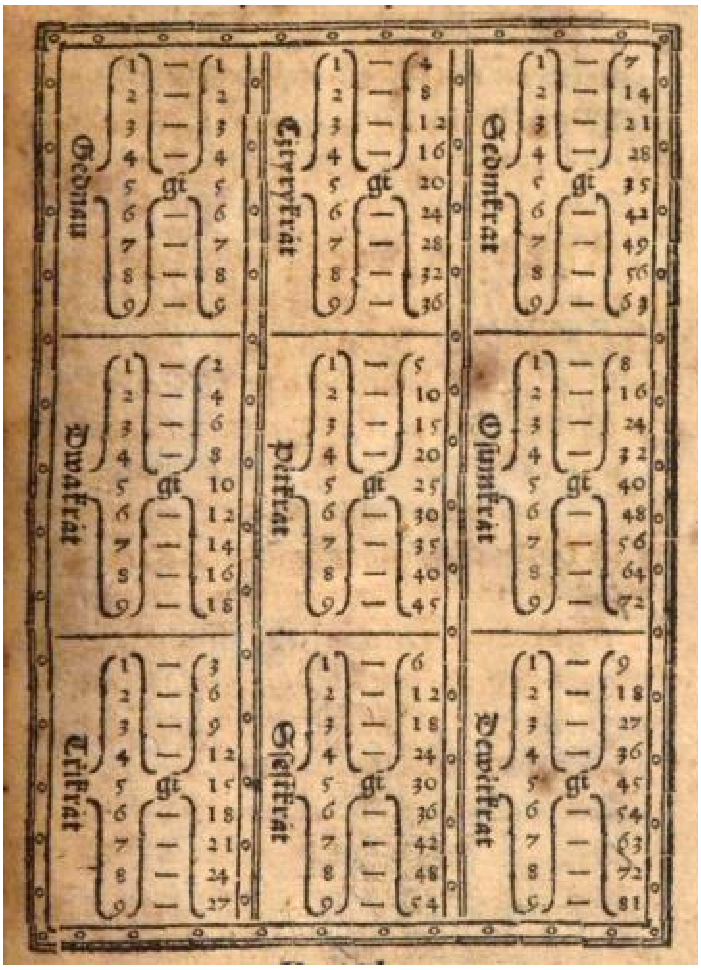
Příloha VI: Malá násobilka v podání Goerla.



Stolček Pytagorůw/jakž tato tabulka wkazuge.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	93	72	81

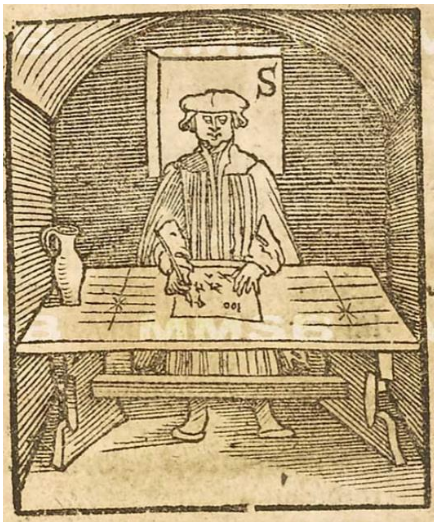
Obrázek 7-14. Stolček Pytagorůw. GzG, 39.



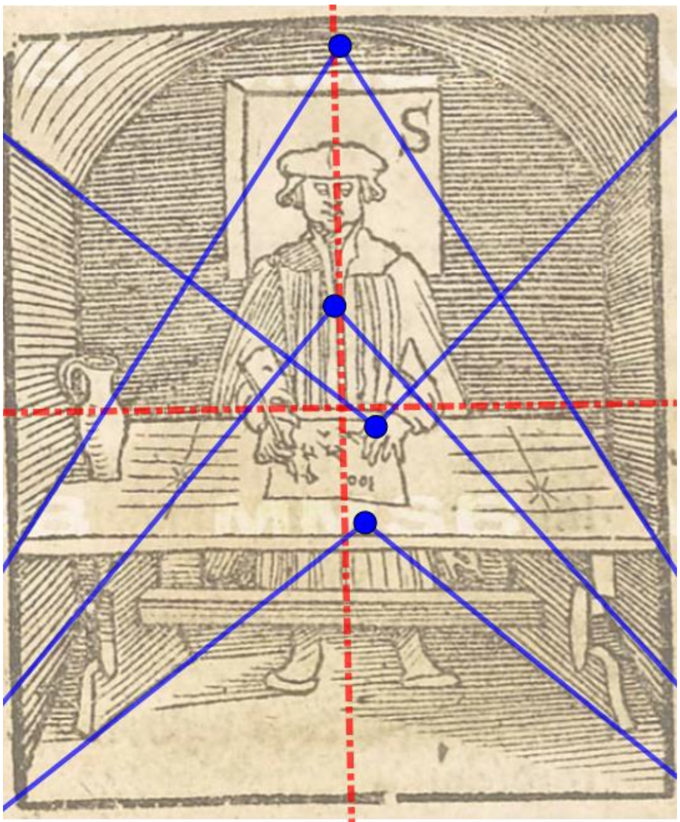
Obrázek 7-15. Malá násobilka. GzG, 61.

Příloha VII: Ilustrace z početnice Klatovského.

Ilustrace na úvodním listu ke třetímu traktátu Klatovského početnice. Zobrazuje muže počítajícího na cifrách, na stole jsou také dvě připravená místa pro výpočty na *linách*. Druhý z obrázků podtrhuje perspektivu ilustrace. Červeně jsou vyznačené osy stran, modře pak čtyři dvojice odpovídajících si významných linií. Vidíme, že průsečík každé z dvojic leží „v blízkosti“ svislé červené osy. Nepřesnost může být zčásti způsobená mým zásahem.



Obrázek 7-17. Ilustrace ke třetímu traktátu. Klat., 66 r.



Obrázek 7-16. Doplnění perspektivy pomocí programu GeoGebra Classic 5. Klat., 66 r.

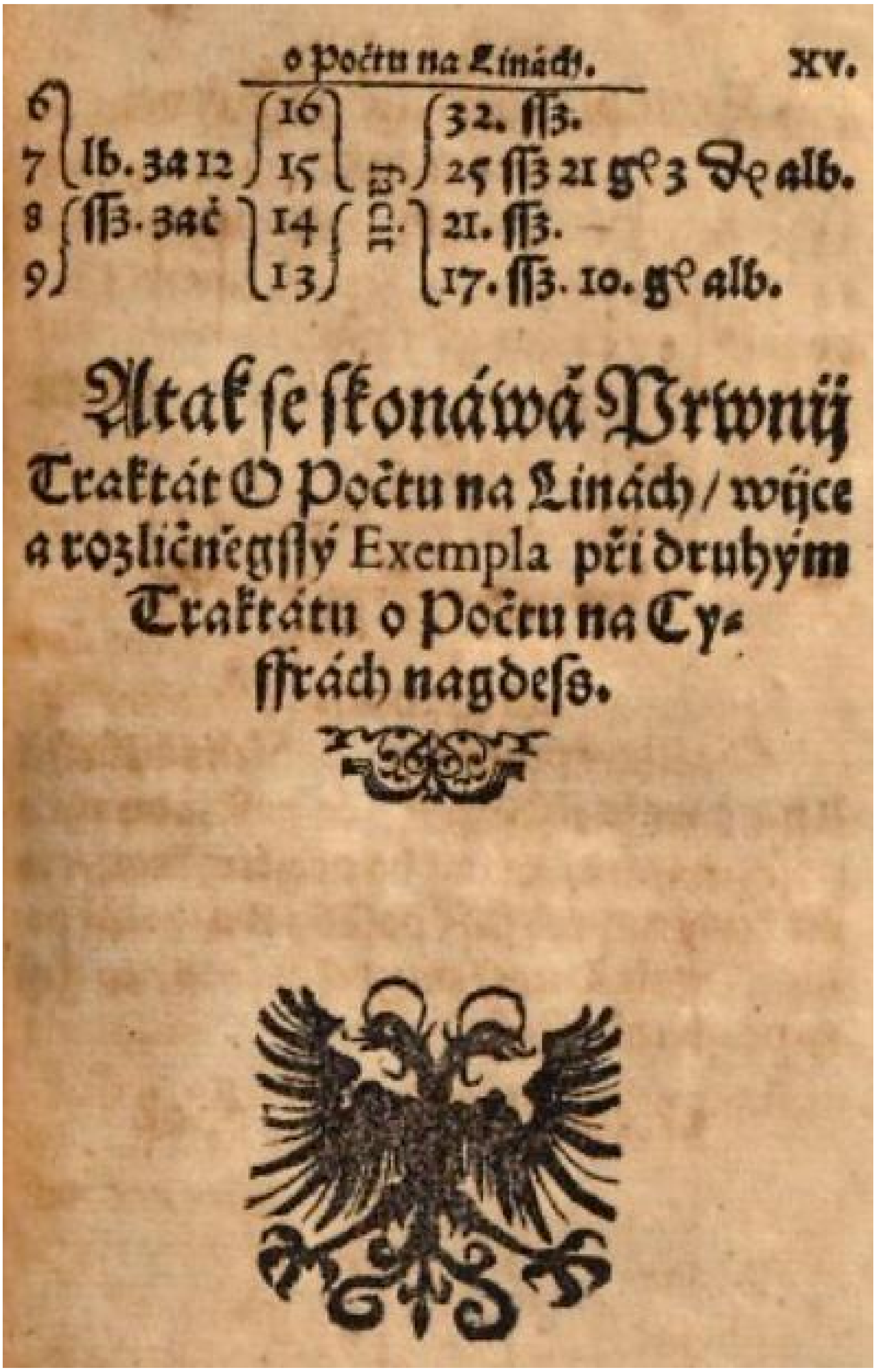
Příloha VIII: Erb Jiřího Goerla.

Pro bližší popis viz kapitola 4.1.2.

Obrázek 7-18. Erb Goerla. GzG, 22.

Příloha IX: Poslední stránka prvního traktátu Goerlovy početnice o počtu na *linách*.

Obsahuje úlohy na procvičení trojčlenky a zakončení traktátu. Všimněme si paginace a říšské orlice.


o Počtu na Linách. XV.

6, 7 lb. 34 12 — 16, 15 — facit — 32. ſſs. / 25 ſſs 21 gr 3 d alb.

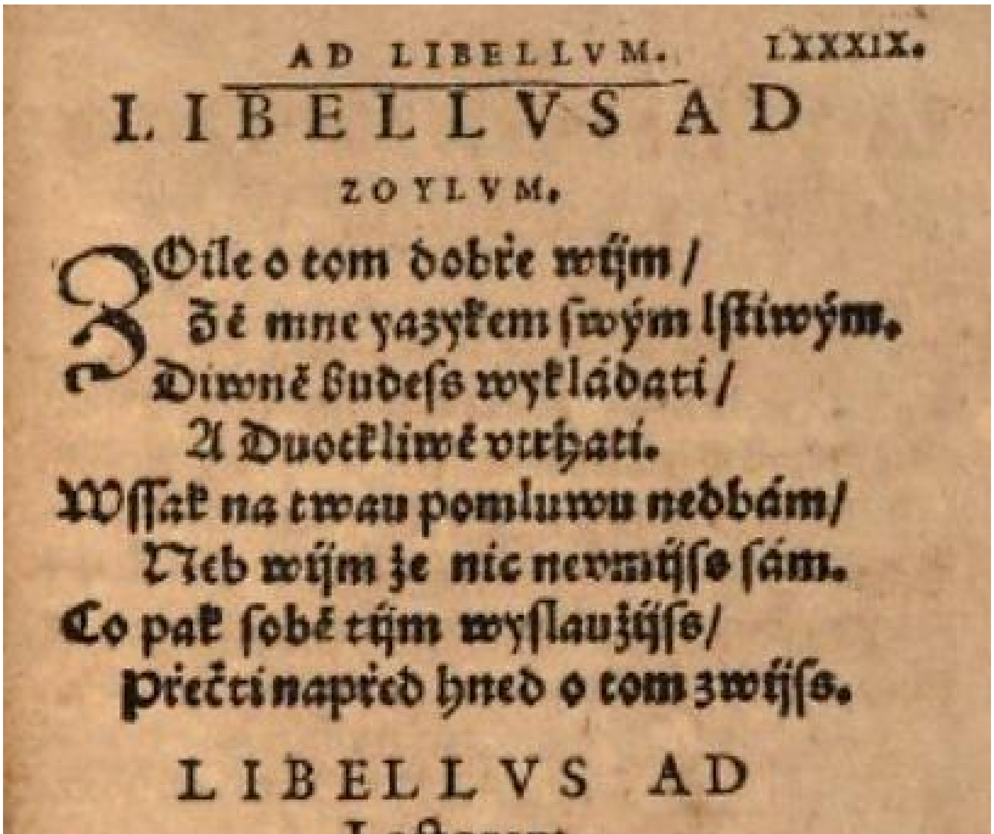
8, 9 ſſs. 3ač — 14, 13 — facit — 21. ſſs. / 17. ſſs. 10. gr alb.

A tak ſe ſkonáwá Prwnij Traktát O Počtu na Linách / wijce a rozličněgſſý Exempla při druhým Traktátu o Počtu na Cyffrách nagdeſs.

Obrázek 7-19. Říšská orlice v Goerlově početnici. GzG, 51.

Příloha X: Poslední list Goerlovy početnice.

List je poslední, pokud nepočítáme errata. Obsahuje dvě básně, z nichž první připomíná Zoilovo jméno a brání se proti případné kritice, druhá shrnuje obsah spisu.



AD LIBELLVM. LXXXIX.

LIBELLVS AD ZOYLVM.

Zoile o tom dobře wijm /
Že mne yazykem ſwým lſtiwým.
Diwně budeſs wykládati /
A Duotkliwě vtrhati.
Wſſak na twau pomluwu nedbám /
Neb wijm že nic newmijſs ſám.
Co pak ſobě tijm wyſlaužijſs /
Přečti napřed hned o tom zwijſs.

LIBELLVS AD Lectorem.

Ty kdož chceſs počty vměti /
A běh Kupecký poznati.
Buď na Cyffry neb na Ljny /
K tomu Exempla rozličný.
Mne s pilnoſtj když přehlédneſs /
W krátkem rozumu co naydeſs.

FINIS.

Obrázek 7-20. Závěrečná strana Goerlovy početnice. GzG, 203.

Seznam obrázků