

Oponentský posudek rigorozní práce  
Kurzweilův-Stieltjesův integrál a jeho zobecnění  
Mgr. Filipa Konopky

Práce je věnována Kurzweilovským zobecněním integrálů Stieltjesova typu. Je tu pojednána jejich škála od "klasického" Kurzweilova-Stieltjesova integrálu (v konečné dimenzi ekvivalentní s Wardovou definicí Perronova-Stieltjesova integrálu) po jejich zobecnění ve formě  $HKS_\alpha^p$  integrálů zavedených poměrně nedávno Malým a Kunco-  
vou.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol:

V úvodní kapitole jsou připomenuty základní definice Kurzweilova integrálu, tj. to co se dnes nazývá Kurzweilův-Henstockův resp. Henstockův-Kurzweilův integrál a Kurzweilův-Stieltjesův integrál. Nutno podotknout, že Stieltjesovská forma tohoto integrálu je speciálním případem původní Kurzweilovy definice z poloviny padesátých let minulého století.

Ve druhé kapitole se autor velmi podrobně věnuje pojům oscilace a medián. Podle mého názoru je tato část velmi podstatná a zaslouhuje si pozornost. Autor zde odvedl velmi dobrou práci, podrobně rozebral vztah těchto pojmů, např. dokázal, že  $p$ -oscilace definuje pseudonormu na prostoru měřitelných funkcí na daném intervalu a vyšetřil monotonii funkce  $\text{osc}_p(F, I)$  vzhledem k  $p$ .

Třetí kapitola se zabývá  $HKS_\alpha^p$  integrály. Jsou tu vyšetřeny jejich vlastnosti v závislosti na hodnotách parametrů  $\alpha, p$ . Zvláštní pozornost je věnována speciálnímu případu  $HKS_\alpha$  integrálu, kterému autor přisuzuje symbolicky parametr  $p = C$  a který je založen na t.zv. obyčejné oscilaci (resp.  $C$ -oscilaci). Např. pro  $HKS_\alpha$  integrál je tu dokázána věta analogická známé Hakeově větě.

Závěrečná, čtvrtá kapitola, je věnována porovnání s některými dalšími příbuznými koncepcemi integrálu, zejména jde o MC-integrál Malého a Bendové.

Předložená práce představuje pěkný příspěvek k teorii zobecněné integrace. Neznamená sice velký rozvoj teorie, ale výrazně obohacuje znalosti o jejích základech. Text je čtivý a dobře uspořádaný. Důkazy byly provedeny často docela důmyslně, pečlivě a přesně vysvětleny nenašel jsem žádné podstatné chyby. Mám pouze několik velmi drobných připomínek formálního rázu:

- 4<sub>2</sub> To tvrzení typu Hakeovy věty má označení 3.2.11.
- 6<sup>11</sup> K formulaci Cousinova lemmatu by se slušelo připomenout jeho význam pro smysl Definice 1.1.6.
- 11<sub>6</sub> Pojem  $\delta$ -jemného systému nebyl řádně zaveden, třebaže se de facto objevuje již na předchozí stránce ve formulaci Saksova-Henstockova lemmatu.

- 59<sub>5-1</sub> Lepší místo pro uvedení definice regulovaných funkcí by bylo spíše až před Tvrzením 3.2.8, kde se regulované funkce poprvé využívají.
- 62 Domnívám se, že kdyby se Tvrzení 3.2.9 přesunulo za Tvrzení 3.2.11, nemusela by se regulovanost funkcí  $F_1$  a  $F_2$  předpokládat. Měla by se dát odvodit z Tvrzení 3.2.11 a z regulovanosti funkce  $G$ .

Předložená práce podle mne plně vyhovuje požadavkům obvykle kladeným na rigorózní práce a **doporučuji ji tudíž k obhajobě.**

Při obhajobě by mne zajímalo jsou-li známy příklady funkcí definovaných v každém bodě daného intervalu a takových, že pro ně existuje  $HKS_\alpha$  integrál, ale neexistuje HKS integrál.

V Praze 21. 5. 2021

doc. RNDr. Milan Tvrđý, CSc.  
oponent