

Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího posudek oponenta
 bakalářské práce diplomové práce

Autor: Bc. Jakub Cach
Název práce:
Studijní program: Matematické modelování ve fyzice a technice
Rok odevzdání: 2023

Jméno a tituly oponenta: Mgr. Vít Průša, PhD.
Pracoviště: Matematický ústav, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy
Kontaktní e-mail: prusv@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Výsledky:

- originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Rozsah práce:

- veliký standardní dostatečný nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Tiskové chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Autor se věnuje numerické simulaci proudění viskoelastických tekutin. V práci je nejprve stručně vyloženo termodynamické odvození příslušných evolučních rovnic pro několik matematických modelů pro viskoelastické tekutiny. V této části práce autor vychází zejména z prací Málek et al. (2015), Málek et al. (2018) a Bathory et al. (2021), a ukazuje jak odvodit různé varianty Oldroyd modelu, Oldroyd (1950), a Giesekus modelu, Giesekus (1982); důkladně jsou popsány zejména varianty obou modelů s takzvanou *napěťovou difúzí* a dále varianty obou modelů s “kvadratickou” opravou pro Helmholtz volnou energii, viz Bathory et al. (2021), což je třída modelů pro které existují matematické výsledky ohledně existence slabého řešení.

Těžiště práce spočívá v analýze vlivu napěťové difúze na konvergenci příslušných numerických metod. Difúzní člen se objevuje v evoluční rovnici pro tensor $\mathbb{B}_{\kappa_p(t)}$ a jednou z motivací pro zavedení tohoto členu do příslušných evolučních rovnic je jeho očekávaný *regularizační/stabilizační efekt*, viz El-Kareh and Leal (1989). (Difúzní člen je samozřejmě také motivován fyzikálně, viz například přehled literatury v pracích Málek et al. (2018) a Dostalík et al. (2020).) Očekávaný regularizační/stabilizační efekt by se pak měl projevit v lepší konvergenci numerického řešení. Na základě numerických experimentů (problém obtékání válce v rovinném kanálu) autor tento očekávaný efekt důkladně rozebírá a pečlivě diskutuje jeho vliv pro jednotlivé varianty použitých modelů. Kromě toho je také diskutován vliv “kvadratické” opravy v Helmholtz volné energii, což je člen, který je kritický pro rigorózní matematickou analýzu příslušných evolučních rovnic.

Ve zbývající části práce autor řeší další klasické problémy pro proudění viskoelastických tekutin. V tomto ohledu bych *vyzdvihnul zejména úspěšný pokus o simulaci Weissenberg efektu*, což je úloha pro *proudění viskoelastické tekutiny s volnou hranicí* a tedy úloha velmi náročná na formulaci vhodnou pro numerický výpočet a následnou implementaci. V tomto ohledu autor vynikajícím způsobem zužitkoval dlouholeté zkušenosti vedoucího diplomové práce (Karel Tůma) s implementací podobných úloh.

V příloze k práci pak autor popisuje experimentální výsledky ohledně struktury proudění při obtékání válce viskoelastickou tekutinou a konstatuje, že numerické výsledky pro některé modely kvalitativně odpovídají zajímavým experimentálním pozorováním—vznik víru *před* obtékaným válcem.

Předloženou práci považuji za velmi zdařilou a s radostí práci doporučuji uznat jako diplomovou práci.

Bathory, M., M. Bulíček, and J. Málek (2021). Large data existence theory for three-dimensional unsteady flows of rate-type viscoelastic fluids with stress diffusion. *Adv. Nonlinear Anal.* 10(1), 501–521.

Dostalík, M., J. Málek, V. Průša, and E. Süli (2020). A simple construction of a thermodynamically consistent mathematical model for non-isothermal flows of dilute compressible polymeric fluids. *Fluids* 5(3), 133.

El-Kareh, A. W. and L. G. Leal (1989). Existence of solutions for all Deborah numbers for a non-Newtonian model modified to include diffusion. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 33(3), 257–287.

Fan, Y., R. I. Tanner, and N. Phan-Thien (1999). Galerkin/least-square finite-element methods for steady viscoelastic flows. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 84(2–3), 233–256.

Giesekus, H. (1982). A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 11(1-2), 69–109.

Lee, J., W. R. Hwang, and K. S. Cho (2021). Effect of stress diffusion on the Oldroyd-B fluid flow past a confined cylinder. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 297, 104650.

Málek, J., V. Průša, T. Skřivan, and E. Süli (2018). Thermodynamics of viscoelastic rate-type fluids with stress diffusion. *Phys. Fluids* 30(2), 023101.

Málek, J., K. R. Rajagopal, and K. Tůma (2015). On a variant of the Maxwell and Oldroyd-B models within the context of a thermodynamic basis. *Int. J. Non-Linear Mech.* 76, 42–47.

Oldroyd, J. G. (1950). On the formulation of rheological equations of state. *Proc. R. Soc. A: Math. Phys. Eng. Sci.* 200(1063), 523–541.

Poznámky:

- Čtenář si musí sám domyslet význam parametru λ^* , nikde není uvedena definice. (Nejmenší hodnota λ pro kterou výpočet zkonvergoval?)
- Sekce věnovaná mechanickým analogům pro popis viskoelastických tekutin (jednorozměrné systémy pružina–tlumič) je napsaná velmi nedbale. V jednorozměrné situaci lze hovořit o *stress* a *strain*, těžko lze ovšem σ nazývat *shear stress* a $\dot{\epsilon}$ *shear rate*, v jednorozměrném případě postrádá smysl hovořit o *smykovém* napětí/deformaci. V odstavci předcházejícím rovnici (2.4) je dokonce napsáno, že pružina reprezentuje *nestlačitelný* materiál.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

- Difúzní člen není pouhou matematickou konstrukcí, která by měla vylepšit matematické vlastnosti příslušného systému evolučních rovnic. Je to také skutečný fyzikálně dobře odůvodněný člen. Jake jsou skutečné/naměřené hodnoty koeficientu λ u difúzního členu v evoluční rovnici pro $\mathbb{B}_{\kappa_p(t)}$? Jsou tyto hodnoty srovnatelné s hodnotami používanými v některých numerických simulacích?
- Autor sám uvádí, že problém obtékání válce v rovinném kanálu je klasickým problémem v mechanice tekutin, a že pro viskoelastické tekutiny existují dostupné výsledky ve formě *benchmark* problémů, viz Fan et al. (1999). (Tentýž *benchmark* problém je řešen i pro viskoelastické tekutiny s napěťovou difúzí, viz nedávná práce Lee et al. (2021).) Srovnával autor získané výsledky (síla působící na válec a podobně) s numerickými hodnotami dostupnými ve zmíněných člancích?

Práci:

- doporučuji
 nedoporučuji

uznat jako diplomovou.

Navrhuji hodnocení stupněm:

- výborně velmi dobře dobře neprospěl

Místo, datum a podpis oponenta:



Praha, 1. června 2023