

Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce Marian Poljak

Název práce Off-diagonal ordered Ramsey numbers

Rok odevzdání 2023

Studijní program Informatika **Studijní obor** Diskrétní modely a algoritmy

Autor posudku Jan Hubička **Role** oponent

Pracoviště Katedra aplikované matematiky

Text posudku:

Práce studuje uspořádaná Ramseyovská čísla. Tomuto tématu se autor věnuje již ve své bakalářské práci, za kterou dostal (mimo jiné) ocenění SVOČ. V rámci bakalářské práce vytvořil nástroj na hledání uspořádaných Ramseyových čísel pomocí SAT solveru a dokázal několik zajímavých teoretických výsledků.

Předkládaná práce začíná přehledně sepsaným úvodem do Ramseyových čísel a jejich uspořádaných variant.

V druhé sekci autor rozšiřuje výsledky bakalářské práce. Věnuje se číslu $r_{<}(NM_n^{\leq}, K_3)$, což je velikost nejmenšího uspořádaného úplného grafu, který po obarvení hran dvěma barvami musí obsahovat buď monochromatické vnořené párování velikosti n (jako neindukovaný podgraf) nebo monochromatický trojúhelník. Rothagi dokázal, že $4n - 1 \leq r_{<}(NM_n^{\leq}, K_3) \leq 6n$. V bakalářské práci autor ukázal horní mez $5.3n + 1$ a pomocí SAT solveru našel specifická obarvení pro $n = 4, 5$ vyvracující domněnku, že je hodnota vždy rovna $4n - 1$. První nový výsledek ukazuje konstrukci obarvení ukazující dolní odhad $4n + 1$ pro všechny $n \geq 6$. Jako důsledek autor ukazuje dolní odhad maximálního chromatického čísla k -queue grafů (které odpovídají grafům bez NM_{k+1}^{\leq} , ale asi bylo vhodné je v práci definovat a motivovat). Výsledky sekce 2 jsou publikované v časopise *Discrete Mathematics*.

Sekce 3 se věnuje obecně uspořádanému párování v grafu. Conlon, Fox, Lee a Sudakov se ptají, jestli $r_{<}(M^{\leq}, K_3^{\leq}) \in O(n^{2-\epsilon})$ pro nějaké $\epsilon > 3$. Autor ukazuje superlinární dolní odhad čísla $r_{<}(M^{\leq}, K_3^{\leq})$, což je velmi netriviální výsledek dokázaný za pomoci Lovászova lokálního lematu. V poslední části autor zlepšuje známý horní Rothagiho snížením exponentu $24/13$ na $7/4$ adaptací metod, které dříve využil Cibulka, Kynčl a Rohtagi.

Práce je velmi kvalitně sepsaná a po formální stránce jen nenašel žádné podstatné problémy.

Práci doporučuji k obhajobě.

Práci navrhuji na zvláštní ocenění.

Jedná se o velmi nadprůměrnou práci jak v kvalitě originálních výsledků, tak úrovni zpracování. Kvalitu výsledků dokládá také jedna společná publikace autora se školitelem (v časopise *Discrete Mathematics*) a dva abstrakty přijaté do výběrové konference EUROCOMB (2021 a 2023).

V Praze dne 3. 6. 2023

Podpis: