

Posudek školitele na diplomovou práci

Daniela Rubína

Fellerův test pro neexplosi

Zadávaje thema diplomové práce představoval jsem si, že hlavním výsledkem bude úplná diskuse řešení stochastických diferenciálních rovnic s koeficienty polynomiálního typu na $]0, \infty[$ z hlediska doby jejich života, a to na základě Fellerova kritéria. Tomu měly být předřazeny – jako referativní část práce – výsledky o existenci řešení pro rovnice na intervalu a důkaz Fellerova testu pro neexplosi v řeči stochastické analýsy. Podcenil jsem přitom, jak pracné bude doplnit dostupné (alespoň ty mně známe) důkazy Fellerova testu tak, aby vznikl logicky konsistentní a srozumitelný celek. Práce tím bobtnala jak do časových nároků, tak do délky, a nakonec z důvodů rozsahu nebylo možno zařadit ani důkaz komplementárního testu pro explosi skoro jistě, ani příklady aplikací na rovnice na celé přímce (ostatně méně zajímavé, než příklady na polopřímce), jakkoliv potřebné výpočty byly v podstatě k dispozici.

Práce sestává z tří kapitol. První z nich přináší existenční věty ve verzi aplikovatelné na rovnice polynomiálního typu na polopřímce; jde o přímočaré zobecnění známých výsledků. Rozsáhlá druhá kapitola je cele věnována důkazu Fellerova testu pro neexplosi (za slabých předpokladů na koeficienty). Jde sice o dobře známý výsledek, ale zdráhám se nazvat výklad v práci kompilací, neboť bylo nutno vyjasnit velké množství technických kroků. V poslední kapitole jsou pak rozebrány rovnice s polynomiálními koeficienty na polopřímce, to je čistě přínos diplomantův.

Pokud jde o matematický obsah, pokládám práci za velmi zdařilou. Bohužel z mimomathematických důvodů – kterým rozumím a akceptuji je – byl diplomant nucen podat práci již nyní (a ne v podzimním termínu), aniž by byla plně vyladěna její formální stránka. Zvláště v druhé kapitole, kde byly některé kroky matematicky vylepšovány do poslední chvíle, zůstalo dost překlepů, neobratných vyjádření a v jednom bodě i chybná úvaha (která však může být triviálně opravena). Seznam závažnějších kazů je připojen na závěr posudku, většina z nich je však nezáludná a nebrání pochopení textu.

Diplomant není brilantní stylist, přesto se práce čte docela dobře a podstatná jazyková či pravopisná pochybení jsem nezaznamenal. Tam, kde jsou užívány známé výsledky, jsou řádně ocitovány.

Podle mého soudu matematické klady práce jasně převažují nad formálními nedokonalostmi, jsou proto splněny požadavky kladené na diplomovou práci a doporučuji, aby **práce D. Rubína byla jako práce diplomová uznána.**

Nepřesnost:

strana 23, 5. řádek shora; strana 27, 6. řádek shora; strana 30, 10. řádek shora: lokální omezenost σ není ve finální verzi práce předpokládána, text zde nebyl opraven. Ve všech případech jde o odůvodnění rovnosti $\lim_{k \rightarrow \infty} \varrho_{n,k} = \infty$, která je však okamžitý důsledek definice τ_n (X je řešení na $\llbracket 0, \tau_n \rrbracket$).

Překlepy:

strana 5, 6. řádek zdola: 5.1, nikoli 5.2
strana 8, 8. řádek shora: 5.2.2, nikoliv 2.2
strana 12, 8. řádek zdola: dvakrát má být $u(x)$ místo (x)
strana 14, 16. řádek zdola: $d\nu(y)$, nikoli $d\nu(x)$
strana 15, formule (2.9): má být $LM_{\alpha,\beta}$
strana 19, definice ϱ : Γ_1 , nikoli Γ_n
strana 21, 1. řádek zdola: chybí tečka za formulí
strana 22, 6. řádek zdola: symbol \mathbb{E} je zde zjevně nepřípadný
strana 25, pozorování 2.6: má být $p(l_+)$ a $p(r_-)$
strana 25, 7. řádek zdola: $=$, nikoliv $>$
strana 27, 12. řádek zdola: v prvním členu je nadbytečné \wedge
strana 30, 9. řádek shora; strana 31, 4. řádek zdola: t_0 , nikoli 0
strana 33, 10. řádek shora: \liminf , nikoli \lim
strana 33, 1. řádek zdola: jde o pozorování 2.1, nikoli lemma
strana 34, 10. řádek shora: spíše $[\alpha(n), \beta(n)]$
strana 34, 10. řádek zdola: má být $Z_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} Z_t$
strana 34, 7. řádek zdola: $\gamma = \infty$, nikoli $\gamma = 0$

Neobratné formulace:

strana 4, věta 1.1: v kontextu kapitoly by bylo přirozené uvažovat koeficienty na $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$, vzhledem k jednoznačnosti je rozdíl nepodstatný
strana 13, 6. řádek zdola: (2.6) platí nejen díky (2.3), je užito více vlastností p' a σ^2
strana 14, 10. řádek shora: bylo by dobré specifikovat, kde je $M_{\alpha,\beta}$ nezáporná
strana 16, 9. řádek shora: existence spojitých prvních derivací již byla ukázána, dodatečný argument je potřebný pro druhé derivace
strana 17, 14. řádek zdola: obrat “pro další užití pišme” poněkud zastírá, že jde o nově odvozené vztahy, nikoliv nové označení
strana 23, poznámka 2.3: poznámka je správně, dotýká se ovšem značně jemného problému, jehož pochopení by možná prospělo říci explicitně, že smyslem doporučené volby $M''_{a,b}$ za předpokladu (PAE) je, aby ve výrazu $\sigma^2(X)M''_{a,b}(X)$ bylo možno vykrátit čitatel a jmenovatel
strana 24, 10. řádek zdola: na rozdíl od $M_{a,b}$ není p nezáporná, takže vyjádření o integrovatelné majorantě by mělo být opatrnější. (Samotný limitní přechod je ovšem správně.)
strana 27, 16. řádek zdola: bylo by vhodné poopravit slovosled, aby nevznikal dojem, že m_n je nezávislé na ω
strana 31, 13. řádek zdola; strana 32, 15. řádek zdola: zdá se mi, že potřebné úvahy již byly jednou provedeny v kapitole 2.3

strana 32, 11. řádek shora: je poněkud nejasné, kde se užívá spojitost u
strana 34, 1. řádek zdola: podmínky $u(r_-) < \infty$ a $v_c(r_-) < \infty$ jsou sice ekvivalentní, ale vzhledem k formulaci věty bychom zde měli pracovat s funkcí v_c
strana 36, 7. řádek shora: ϱ asi není vhodné nazývat exponent
strana 36, 3. řádek zdola: zde poněkud chybí specifikace $\varrho \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mu > 0$
strana 47: celá příloha A, v níž jsou ocitovány standardní výsledky, vznikla ve spěchu a zasloužila by si pečlivější formulace