Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

❑ posudek vedoucího ☒ posudek oponenta
☒ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor: Jakub Tyle
Název práce: Perzistence v přesně řešitelném modelu náhodné procházky
Studijní program a obor: Fyzika (B1701), Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2023

Jméno a tituly oponenta: RNDr. Artem Ryabov, Ph.D.
Pracoviště: Katedra makromolekulární fyziky, MFF UK
Kontaktní e-mail: Artem.Ryabov@mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
❑ vynikající ☒ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
❑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ☒ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
❑ originální ☒ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
❑ veliký ☒ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
❑ vynikající ❑ velmi dobrá ❑ průměrná ☒ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
❑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ☒ četné

Celková úroveň práce:
❑ vynikající ❑ velmi dobrá ☒ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Práce pojednává o Ornsteinově-Uhlenbeckově (OU) stochastickém procesu a jeho nemarkovském zobecnění, které bylo inspirováno vlastnostmi komplexní dynamiky buněk. Nejprve (kap. 1 a 2) jsou zreprodukovány a shrnuty známé výsledky platné pro OU proces: střední hodnoty, variance, hustoty pravděpodobnosti pro polohu a dobu prvního dosažení nuly. Poté (kap. 3) jsou odvozeny střední hodnoty a kovarianční matice pro zobecněný OU proces, tedy pro OU proces poháněný OU procesem místo bílého šumu. Závěrečná kapitola 4 popisuje výsledky numerických simulací obou studovaných procesů. Stěžejním tématem diskuze v kap. 4 je vliv velikosti parametru k, který jistým způsobem zachycuje paměť zobecněného OU procesu, na rozdělení dob prvního dosažení nuly. Za zvlášť zajímavé pokládám změnu chování nasimulovaných hustot dob prvního dosažení nuly zobecněného OU procesu v závislosti na parametru k, zejména pak v okolí bodu $t = 0$ a pro nekonečně velké t.

Výsledky takové práce by mohly netriviálním způsobem přispět k pochopení obecných vlastnosti dob prvního dosažení pro procesy, jejichž přírůstky nejsou nezávislé. Studentovi byla poskytnuta možnost diskutovat velmi aktuální problém z teoretické biofyziky. Po přečtení práce jsem však nabyl dojmu, že tuto možnost autor ne zcela využil. Práce samotná obsahuje relativně velké množství tiskových chyb a nepřesných formulací (viz dále). Diskuze výsledků často nejde do potřebné hloubky.

Pozn.: Číslování stránek v tištěné verzi práce, kterou jsem obdržel, je odlišné od číslování stránek v elektronické verzi nahrané v SIS. Níže uvádím čísla stránek dle elektronické verze ze SIS.

<u>Příklady tiskových chyb:</u>

- Str. 4: \xi_t
- Str. 6: uvařujme
- Str. 6, 11: Diferencujeme
- Str. 8, 14: zbezrozměrnit, zbezrozměrňováví, zbezrozměrnění
- Str. 8: Využitím vlastností Dirracova delta funkce
- Str. 9: přechází na Diracovo delta funkci
- Str. 9: první číst vztahu
- Str. 9: přejde na Diracovo delta funkci
- Str. 9: definovaný stavovou proměnou
- Str. 10: konzistně
- Str. 10: je je
- Str. 10: z Fokker-Planckovi rovnice
- Str. 11: Hustota pravděpodobnosti průchodu nuly
- Str. 13-14: z následující diferenciální soustavy rovnic
- Str. 16: nejprve nejprve
- Str. 17: Dle ... vlastnostem

- Kap. 3: Některé vektory jsou značeny tučně, jiné kurzivou, viz rovnice mezi rov. (3.6) a (3.7). Není jasné, zda se jedná o záměr, nebo nedůslednost. Pozn.: Takto krkolomně se musím odvolávat na rovnice proto, že velké množství rovnic v práci není číslováno. Rovněž rovnice v soustavách jsou označeny pouze jedním číslem (pokud vůbec).
- Str. 18: Ornstein-Uhlenbeckovskovu procesu
- Str. 18: integrál je přímočarý
- Str. 24: paměťového
- Str. 31: Ornstein-Uhlenbecova
- Str. 31: markovký
- Str. 31: hodnotytohoto
- Str. 31: je schoda

Příklady méně závažných věcných chyb a nepřesných formulací:

- Str. 3: Stacionarita není pouze návrat $x(t)$ ke stacionární střední hodnotě.
- Str. 4: Definice 1 neuvádí, že proces $\xi(t)$ má Gaussovské pravděpodobnostní rozdělení.
- Str. 10: $P(x,t)$ není pravděpodobnost, s jakou se proces nachází v daném stavu x.
- Str. 10: v (2.11) nemá být x_0 (počáteční podmínka).
- Str. 11: V (2.16) chybí absolutní hodnota u x_0. Rozměr (2.16) nesedí s definicí.
- Str. 11: V (2.17) je navíc σ^2, podobně v následujícím nečíslovaném vztahu pro kumulativní distribuční funkci.
- Kap. 4: Nejsou uvedeny velikosti časového kroku dt a celkové doby simulace. (Je to podstatné pro reprodukovatelnost výsledků.)
- Seznam použité literatury obsahuje celkem 4 reference. První (jediná časopisecká) reference má nekorektně uveden seznam autorů (autoři jsou Alan J. Bray, Satya N. Majumdar, Grégory Schehr). Hyperlink na citované video [Hakim (2015)] odkazuje na neexistující stránku.

Dále mám nejasnosti ohledně platnosti a interpretace některých výsledků. Tyto nejasnosti jsem vyjádřil ve formě Otázek při obhajobě a námětů do diskuze.

Otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

O1: Čím vším se liší tištěná verze práce, kterou jste mi osobně předal, od elektronické verze práce uložené v SIS?

O2: Na str. 12 píšete, že vztahy (2.16) a (2.17) „jsou v souladu s odbornou literaturou (Bray, 2013)“. Upřesněte, prosím, o které rovnice z práce (Bray, 2013) jde. Hledal jsem je, protože jsem přesvědčen, že v (2.16) a (2.17) jsou chyby.

O3: Z první rovnice soustavy (3.3) plyne, že v první rovnici v soustavě (3.4) by mělo být k místo $1/k$. Tato nekonzistence se dále propaguje do všech následujících rovnic (3.5)-(3.13) z kap. 3, které tedy nejsou konzistentní s původní soustavou (3.3). Jsou rovnice (3.4)-(3.13) špatně? Pokud ano, jaké implikace tato příp. chyba má pro Vaše původní výsledky a závěry práce.

O4: Mimodiagonální prvky stacionární kovarianční matice (3.13) jsou nenulové. Jedná se o důsledek příp. chyby z **O3**, nebo jsou korelace ve stacionárním stavu vskutku nenulové? Pokud jsou nenulové, jak byste (fyzikálně) vysvětlil jejich vznik a konkrétní typ funkční závislosti na k?

O5: Nebyl mi jasný přesný významu věty „Většina trajektorií již stihla projit nulovou hladinu v pozorovaném časovém intervalu a proto je již většina pravděpodobnostní hustoty zobrazena v histogramu“. Pokud diskutovaný obrázek zobrazuje hustotu pro dobu prvního dosažení, pak by neměl záviset na „pozorovaném časovém intervalu“. V opačném případě by se jednalo o hustoty podmíněné na dobu pozorování.

O6: Podobně jako v textu z **O5**, na str. 26 píšete, že „více rovnoměrné“ rozložení hustoty v obr. 4.5 je dáno tím, že „Určité množství trajektorií nestihlo projít nulovou hladinu v pozorovaném časovém intervalu.“ Tyto trajektorie (dle textu) nejsou v histogramu započítány (neboť neprošly nulou). Jak by tedy mohly ovlivnit tvar histogramu?

O7: Jaké jsou střední hodnoty dob dosažení nuly, jejichž hustoty ukazujete na obr. 4.5? Na str. 27 píšete, že pro velké hodnoty k „procesu … trvá průměrně déle, než každá trajektorie projde nulovou hladinou“. Z pohledu na histogramy z obr. 4.5 však není jednoznačně zřejmé, kterým směrem se posouvá těžiště histogramu se změnou k.

Vzhledem k výše uvedeným skutečnostem, práci mohu **doporučit** uznat jako bakalářskou až po přesvědčivé obhajobě a zodpovězení otázek O1-O7. Zároveň, dokud neznám odpovědi autora na otázky O1-O7, nemohu navrhnout lepší stupeň hodnocení než **dobře**.

Práci
☒ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
❑ výborně ❑ velmi dobře ☒ dobře ❑ neprospěl

Místo, datum a podpis oponenta: Praha, 12.06.2023