

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Pólyov–Aeppliho proces

Autor: Matej Rada

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Předložená práce se zabývá speciálním příkladem náhodného procesu, Pólyovým-Appeliho procesem, který umožňuje vzhledem k variabilitě zvolených parametrů v mnoha případech zobecnit standardní Poissonův čítací proces. Podobně jako Poissonův proces se dá definovat jako čítací proces s nezávislými přírůstky. Zde však mají přírůstky geometrické Poissonovo rozdělení. Tento proces je vhodným modelem například pro situace, kde mají události tendence vytvářet shluky. V práci je takto popsán proces výsledků náhodně zvoleného světově uznávaného hráče tenisu.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma bylo náročností přiměřené bakalářskému studiu. Teorie se opírala zejména o náhodné procesy, student si ovšem okrajově nastudoval i témata jako filtrace a martingal. Myslím si, že práce byla vypracována v souladu se zadáním.

Vlastní příspěvek. Práce slouží jako ucelené pojednání o jednom typu procesu. Kromě řešeršní práce student předkládá i několik vlastních důkazů jednoduchých, avšak ne zcela triviálních tvrzení. Dále doplňuje, případně upravuje důkazy některých výsledků z literatury. To vše předkládá v uceleném značení. Součástí je i drobná studie z reálných dat, na které student používá Pólyův–Aeppliho proces a odhaduje parametry modelu.

Matematická úroveň. Práce je napsaná obvyklým způsobem pro matematický text (definice, věta, důkaz). Oceňuji, že v práci je vše až na drobnosti zavedeno a konzistentně použito napříč celou prací. Důkazy jsou matematicky správně. Někdy ovšem pokrývají triviální fakta (např. odvození vytvořující funkce geometrického rozdělení v Lemmatu 1). Drobné výtky k matematickému obsahu:

- Y na straně 3 není definováno,
- v Definici 4 chceme, aby vlastnosti platily skoro jistě,
- v Definici 9 nemáme informaci o tom, co je T_1 ,
- na straně 10 se objevuje poprvé záznam o σ -algebře \mathcal{A} , ale není nijak specifikována,
- důkaz Tvrzení 13 projde pouze, pokud jsou $(t_1, t_2], (t_3, t_4]$ disjunktní.

Práce se zdroji. Kapitola 3 obsahuje největší přínos práce. Porovnává ekvivalentní definice Pólyova–Aeppliho procesu a ukazuje některé jeho vlastnosti. Autor práce uvádí, že čerpá zejména z článku Chukova, Minkova (2013). Není ale zřejmé, které části důkazů jsou autorovy vlastní a které přejaté z tohoto článku.

V textu práce lze najít téměř doslovně přeložené pasáže z výše zmíněného článku (např. první odstavec v úvodu a dále struktura celé třetí kapitoly, celé Tvrzení 17 a 18 včetně důkazu,...). V jiné části práce (strana 9) se zase objevuje doslovný přepis skript Prášková, Lachout (2012). Dle stylistiky si troufám říct, že většina textu práce je autorova, ale domnívám se, že při obhajobě by mělo být toto vyjasněno.

Formální úprava. Formálně je práce víceméně v pořádku. Autor zpravidla začíná každou dílčí sekci definicí hlavního konceptu a až následně po něm termíny, které se v této definici objevují. Je to asi jen otázka vkusu, ale toto pořadí někdy způsobí, že čtenář musí v textu trochu hledat.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Jaké části důkazů jsou Vaše vlastní, jaké jsou opravené/doplněné z literatury a jaké jsou doslova přejaté?
2. V definici složeného Poissonova rozdělení uvádíte speciální značení pro případ s pouze jedním parametrem. Jaké rozdělení mají X_i , resp. S v případě $I = \{1\}$ a $I = \{2\}$? Jaká bude vytvářející funkce dle Lemmatu 4 v tomto speciálním případě? Platí Tvzení 2 i pro obecnou indexovou množinu I ?
3. Jaký je rozdíl mezi Definicí 6 a Tvzením 6? Jsou tyto definice stacionárních přírůstků ekvivalentní a proč?
4. V Definicí 13 se zavádí tzv. index disperzie náhodného procesu $N(t)$? Předpokládáme pouze konstantní střední hodnotu a rozptyl. Jaké procesy toto splňují? Můžete specifikovat všechny hodnoty, které může tento index nabývat? A co to říká o procesu? Můžeme pomocí něj klasifikovat například shlukovitost versus regularitu procesu? Pokud bychom ho definovali jako funkci času t , co nám říká o procesu průběh této funkce?
5. Popište obecně typ dat, která jsou vhodná pro modelování pomocí PAP procesu. Při odhadování parametrů modelu uvádíte na straně 25 tři předpoklady. Splňují je Vaše data nebo je s některým předpokladem problém? Který předpoklad může být nejproblematictější? Jsou odhady $\hat{\theta}_1$ a $\hat{\theta}_2$ nestranné, resp. konzistentní?

ZÁVĚR Celkově považuji práci za průměrnou. Pokud autor uspokojivě doplní, které pasáže jsou přejaty a které jeho vlastní, doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

RNDr. Daniela Flimmel, Ph.D.
KPMS MFF UK
7. června 2023