

Andrea Polakovičová

# Úloha replikácie indexov pomocou mier rizika

## Posudek bakalárskej práce

Práce shrnuje základy teorie VaR a CvaR včetně známé reformulace CvaR pomocí minimalizační úlohy. Dále pak formuluje úlohu optimální replikace indexu a aplikuje ji na reálná data z akciových trhů.

Práce je přehledná, dobře strukturovaná, výklad je jasný a srozumitelný. Přehledová část je víceméně překladem dvou základních prací autorské dvojice Rockafellar a Uryasev a až na maličkosti (viz níže) k ní nemám k ní závažnější připomínky. Co se týče úlohy replikace, nevím, do jaké míry je originální či přejatá z literatury, ale ať tak či onak, zde bych připomínky měl. V první řadě je trochu obtížné rozklíčovat “co se tu vlastně dělá”. Je jasné, že zde chceme investovat určité množství peněz, aby naše investice co nejvíce kopírovala případ, kdy bychom tyto peníze investovali do indexu. Jenomže vyvstávají otázky ohledně vektoru  $y$ . Z podstaty věci vyplývá, že jeho hodnota v čase 1 je deterministická (protože jinak by optimální řešení bylo stochastické), to by ale mělo být řečeno a také by se tato hodnota neměla vyskytovat v účelové funkci (která by měla začínat až od indexu 2). Dále je otázka, jaké jsou stochastické vlastnosti jeho dalších realizací. To, jak je úloha formulována (když odhlédneme od  $y_1$ ), by naznačovalo, že jde o replikaci *pouze* v čase 2 s tím, že realizace cen se považují za stejně rozdělené nezávislé (případně stacionární), takže rozdělení  $y$  v čase 2 můžeme odhadnout pomocí empirického rozdělení na základě historických hodnot (=rovnoměrného rozdělení s atomy odpovídajícími historickým hodnotám). Pokud by ale mělo jít o replikaci v časech  $2, \dots, T$ , pak bychom měli v aproximaci v každém čase pouze *jeden* atom a neměli bychom žádné riziko, protože by náš proces byl deterministický. Doufám, že je jasné, co chci říci: pokud chceme replikovat v  $T-1$  časech, máme co do činění s vektorovým procesem (dimenze  $n$ ) s  $T-1$  časy, tedy “náhodným elementem” o dimenzi  $T-1$  krát  $n$ , takže pokud bychom chtěli počítat nějaké míry rizika z empirického rozdělení, potřebovali bychom více realizací tohoto elementu, tj. více časových řad, ideálně aby se v čase nepřekrývaly. Třetí možnost je, že zde mluvíme o replikaci v libovolném čase s tím, že předpokládáme, že jsou ceny nezávislé stejně rozdělené (či striktně stacionární). Potom, pokud by se vyřadilo  $y_1$ , dávalo by to smysl tak jak je to v práci. Berme to tedy, že je to takto, v tom případě lze tuto část považovat za kvalitně zpracovanou s jedinou dodatečnou menší výhradou, že zde množství akcií v portfoliu mohou nabývat hodnot větších než jedna, což není problém z hlediska řešené úlohy, ale je to v rozporu s definicí v předchozí kapitole.

Co se týče zbytku textu, nemám dalších zásadních námitek až na to, že bych byl při interpretaci výsledků mnohem opatrnější při vědomí, že jsou tyto tyto výsledky jednou realizací náhodného vektoru, nikoli nějakou statistikou, u které by se dalo mluvit o významnosti, konfidenčních mezích atd. a daly by se statisticky korektně srovnávat. Dále by bylo docela zajímavé ukázat, jakou celkovou váhu mají replikující akcie v indexu, a zjistit, do jaké míry váhy akcií ve výsledném portfoliu kopírují váhy v indexu – myslím, že tyto dvě věci by bylo vhodné u obhajoby prezentovat. Jako námět na případnou další práci nabízím srovnání výsledného optimálního portfolia s portfoliem, kde vzájemné poměry množství replikujících akcií odpovídají vahám v indexu – pokud by optimální portfolio

replikovalo lépe než tento “benchmark”, byl by to už docela zajímavý a potenciálně publikovatelný výsledek.

Menší připomínky (není nutné o obhajobě probírat, autorce je však doporučuji vzít v úvahu s ohledem na případnou budoucí práci).

U definice pravděpodobnostního prostoru by mělo být řečeno, co je  $X$  (ale to je maličkost, všem je jasné, že jde o měřitelný prostor s pravděpodobnostní mírou). Co znamená nezávislost  $x$  na  $y$ ? Vždyť  $x$  je deterministický, tzn (stochastická) nezávislost platí triviálně.

Asi by to chtělo říct hned na začátku, že  $y$  jsou ceny.

V Definici 2 by asi množina  $X$  měla být podmnožinou  $[0,1]^n$ .

Jakkoli je Definice 3 přebraná ze zdroje a je jasné o co jde, vzoreček na jejím konci není úplně ideální: měla by se měřit pravděpodobnost množiny elementárních jevů, nikoli realizací  $y$  (rozdělení jsme nezavedli).

Odkazy na rovnice se běžně dávají do kulatých závorek.

Věta 1 není ideálně přeložena.

Vektor *má* rozdělení, nepochází z něho.

Slovo *většinou* do matematické věty tak úplně nepatří.

Kapitola 3.1 : Asi by mělo být řečeno, že je v indexu akcií více než  $n$ , protože jinak by byla replikace triviální.

Martin Šmíd, [smid@utia.cas.cz](mailto:smid@utia.cas.cz)