Oponentský posudek diplomové práce
α-Symmetric measures
Bc. Hedviky Ranošové

Diplomantka zpracovala práci na téma symetrických mnohorozměrných rozdělení, ve které se zabývá existencí symetrických měr vzhledek k různým normám v prostoru $\mathbb{R}^d$. Práce je rozdělena do čtyř kapitol, první obsahuje přehled výsledků o integrálních transformacích pravděpodobnostních měr a stabilních rozděleních.Ve druhé kapitole je podrobně popsána α-symetrie náhodného vektoru, která spočívá v možnosti napsat charakteristickou funkci ψ n-rozměrného náhodného vektoru $\boldsymbol{X}$ v každém bodě $\boldsymbol{t}$ jako funkci α-normy vektoru $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}^n$. Obsahově nejrozsáhlejší třetí kapitola je věnována existenci netriviálních α-symetrických rozdělení pro $\alpha > 0$ a rozměr n náhodného vektoru $\boldsymbol{X}$. V závěrečné kapitole je pak zmíněna možnost rozšíření pojmu α-symetrických rozdělení nahrazením α-normy obecnější pseudonormou.

Práce je velice rozsáhlá, a vychází z úctyhodného seznamu literatury. Práce je čistě teoretická, obsahuje 48 zformulovaných tvrzení z nichž většina je podrobně dokázaná a mnoho ilustračních příkladů. Jsou zde podrobně popsány třídy α-symetrických rozdělení, jejich momenty, postačující podmínky pro existenci netriviálních rozdělení, rozklad symetrických rozdělení na „směrovou“ složku a „vzdálenost“ od středu. Za velice přínosné považuji zejména podrobné rozepsání podmínek pro existenci netriviálních α-symetrických měr pro $\alpha > 2$ ve vztahu k dimenzi náhodného vektoru, případně v poslední kapitole popsané třídy pseudo-izotropních rozdělení.

Množství poznatků, které diplomantka zvládla nastudovat a pojmout do diplomové práce je vysoce nadprůměrné. Přesto je práce soudržná a výklad logicky navazuje, značení je konzistentní a srozumitelné. Na některých místech bych sice uvítal podrobnější popis, ale vzhledem k již tak velkému rozsahu práce by to asi vedlo k neúměrnému nárůstu počtu stran. Spíš by tak bylo možné některé části práce vynechat a věnovat se detailněji menšímu množství výsledků, ale to je obecně můj názor na diplomové práce, se kterým se ne každý ztotožní. Při takto rozsáhlé práci je pro čtenáře těžké udržet pozornost a je potřeba se vracet k dřívějším výsledkům. Zde bych proto vytkl číslování použité v práci, kdy například za větou 23 následuje důsledek 5, pak příklad 12 a poznámka 11, což orientaci v textu velice ztěžuje. Důrazně bych doporučil číslování v rámci kapitol a to všech číslovaných položek s pomocí jediného čítače, tedy například by za větou 3.3 následovaly důsledek 3.4, příklad 3.5 a poznámka 3.6.

K obhajobě mám několik otázek, které by mohly vyjasnit některé kroky důkazů zmíněných v práci poněkud stručněji.

(1) Poslední odstavec důkazu lemmatu 17 na straně 24.
(2) V důkazu věty 22 se uvažují v $\mathbb{R}^2$ pásy $C_{(t_1,t_2)'}$ v jejichž definici se vyskytují hodnoty u a v. Na řádku 5 na straně 33 však na levé strané v nevystupuje a není tak jasné, proč zde uvedená inkluze platí.
(3) Ve věte 23 je funkce G definována s pomocí dvou vektorů $\boldsymbol{a}_1$ a $\boldsymbol{a}_2$. Tyto vektory jsou volené pevně, nebo mohou být libovolné, tedy hodnota funkce H nezávisí na $\boldsymbol{a}_1$ a $\boldsymbol{a}_2$, jak je uvedeno v důsledku 5 na straně 34 nahoře?
(4) Na straně 39 uprostřed je uvedeno, že náhodná veličina R může být definována jako limita náhodných veličin R_n. Jedná se o konvergenci v distribuci, nebo o nějakou silnější konvergenci?
(5) V lemmatu 28 na straně 50 je funkce g funkcí n proměnných, zatímco funkce h_{2n-1} je funkcí jediné proměnné. Jak přesně jsou g a h_{2n-1} definovány, když v obou případech jde o Fourierovy transformace funkcí s argumentem v $\mathbb{R}^n$, případně v $\mathbb{R}^{2n-1}$?
(6) Ve větě 37 na straně 50 by možná mělo být přesněji vysvětleno, co jsou předpoklady a co tvrzení. Je-li dimenze prostoru $\mathbb{E}$ nejméně 3, je potřeba předpokládat existenci tří nezávislých vektorů? Chápu tuto větu správně tak, že je-li uvedená funkce H integrovatelná, pak libovolná spojitá pozitivně definitní funkce již musí být nutně konstantní?

Uvedené otázky a poznámky se týkají spíše drobných nejasností ve formulacích, kterým se v takto rozsáhlé práci a při omezeném čase lze jen těžko zcela vyhnout. Práce je psaná s porozuměním a přehledně, rozsahem i hloubkou výsledků je velmi nadprůměrná. Autorka prokázala schopnost zpracovat netriviální téma a přispět k jeho zkoumání. Doporučuji tuto práci **uznat za diplomovou práci** pro program Pravděpodobnost, matematická statistika a ekonometrie.

Daniel Hlubinka
V Karlíně 22.8.2023