

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Porovnanie priamych regularizačných metód založených na najmenších štvorcach pre úlohy zaťažené šumom

Autor: Tomáš Cepko

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce se zabývá inverzní aproximační úlohou $Ax \approx b$ s obecně obdélníkovou maticí A . Konkrétně se práce zabývá tzv. ill-posed a rank-deficient úlohami zatíženými bílým gaussovským šumem (zejména pravá strana b , diskutuje se ale i chyba v matici A v kontextu TLS). Uvažují se tři základní metody pro regularizaci těchto úloh, které spadají do kontextu metody nejmenších čtverců - Truncated-SVD, Truncated-TLS a tichonovovská regularizace. Tyto metody jsou interpretovány jak v kontextu metody nejmenších čtverců, tak pomocí filtračních faktorů v dyadickém rozvoji matice. Oba tyto pohledy dávají různé a užitečné náhledy na funkci a interpretaci uvažovaných regularizačních metod. Po shrnutí problematiky z teoretické stránky následuje řada numerických experimentů (zejména rekonstrukce obrazu), které mají za cíl demonstrovat uvažované přístupy v praxi. Cílem zde není efektivní implementace ani představení sofistikovanějších iteračních metod, ale porovnání těchto základních přístupů.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce je svou náročností přiměřené bakalářské práci. Zadání práce bylo splněno.

Vlastní příspěvek. Student jasně a srozumitelně shrnul základní myšlenky použitých metod s použitím různých zdrojů. Zejména oceňuji systematické srovnání uvažovaných metod zároveň ve dvou kontextech - formulace typu nejmenších čtverců oproti filtračním faktorům v dyadickém rozvoji matice. Je zřejmé, že student pochopil výhody těchto dvou různých pohledů na uvažované metody, dokáže je využít a jasně a srozumitelně je předat čtenáři. Při tom bylo nutné nastudovat a zpracovat velké množství zdrojů. Délku a obsáhlou práci považuji za nadstandardní. Dále je vlastním přínosem implementace a praktické srovnání těchto metod.

Matematická úroveň. Matematickou úroveň práce považuji za vynikající, najde se pár drobných překlepů (pár záměn dimenzí m a n), ty ovšem nejsou nijak zásadní a student dokonce zaslal příslušná *errata*. V práci se vyskytuje několik pojmů, jejichž rigorózní matematické uchopení či práce s nimi jsou problematické, např. Hadamardova definice well-posed úloh či diskrétní Picardova podmínka, ale i s tím si student zdárně poradil.

Práce se zdroji. Zdroje jsou správně a dostatečně citovány, práce neobsahuje převzaté pasáže. Jak je psáno výše, student musel nastudovat velké množství různých zdrojů, aby mohl podat takto ucelený pohled na tuto problematiku.

Formální úprava. Formální úprava práce zcela odpovídá normám na odborný text. Z jazykového hlediska si netroufám posuzovat úroveň slovenštiny, nicméně se zdá v pořádku. Upozornil bych jen na to, že by dle mého názoru mělo být správně tichonovovská regularizace, nikoli Tichonovská. Dále jsou v práci uvedené termíny, které nejsou vysvětleny a měly by být (Picardův graf, singulární triplet).

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Při práci s Hadamardovou definicí well-posed úlohy by se možná mělo rozlišovat mezi citlivostí na perturbaci dat a nespojitou závislostí na datech. To je důležité zejména v praxi, kdy úloha může být extrémně citlivá na perturbaci v datech, ale technicky vzato má stále spojitou závislost na datech. Tedy z hlediska matematiky splňuje Hadamardovu definici, z hlediska praxe ovšem nikoli. Upozorňuji na to proto, že se pojmy “citlivá závislost na datech” a “nespojité závislost na datech” zaměňují v poznámce pod Definicí 6.
2. Tvrdí se, že z grafu singulárních čísel je vidět, že úloha z Experimentu 1 je rank-deficient. Tedy by měla být zřetelná mezera mezi velkými a malými singulárními čísly (jak je uvedeno na straně 9 nahoře). Já tam ovšem takovou mezeru nevidím. Poprosím o vysvětlení.
3. Bázové obrazy v Obr. 4.1(b) nápadně připomínají fourierovské bázové funkce používané např. v původní verzi JPEG komprese. Šlo by fourierovské bázové funkce použít v uvažovaných regularizačních metodách jako “levnou” aproximaci bázových obrázků získaných z SVD?

ZÁVĚR

Práci doporučuji uznat jako bakalářskou.

V Praze dne 14.8.2023

doc. RNDr. Václav Kučera, Ph.D.