Posudek oponenta diplomové práce

Analýza krylovovských regularizačních metod pro úlohy zaostřování obrazu

Bc. Markéta Machalová

Úlohy zaostřování obrazu lze řadit mezi inverzní problémy, ve kterých se snažíme zrekonstruovat vstupní data na základě pozorovaných dat. Uvažujeme-li lineární model rozmazání dat, lze úlohu formulovat jako systém lineárních rovnic

$$Ax = b,$$

kde matice A reprezentuje model rozmazání, b je pozorovaný obraz a x odpovídá hledanému zaostřenému obrazu. Zároveň bývá A blízká singulární matici. Zajímá nás dostatečně přesná aproximace řešení (měřeno normou rezidua), která není znehodnocena šumem obsaženým v pravé straně. V úlohách zaostřování obrazu je matice A hustá a velkých rozměrů, avšak má specifickou strukturu, která nám umožňuje efektivně reprezentovat matici v paměti počítače a provádět rychlé násobení matice–vektor pomocí FFT. Je tedy přirozené k řešení uvažované úlohy použít iteračních metod a zastavit je ve chvíli, kdy je kvalita aproximace vyhovující.

Cílem práce bylo rigorózně popsat lineární model rozmazání a vliv okrajových podmínek na strukturu příslušných matic a dále použít a srovnat vybrané krylovovské metody pro rekonstrukci obrazu. Autorka vytyčených cílů dosáhla.

Obsah a výsledky. V první kapitole autorka popisuje lineární model rozmazání obrazu a strukturu matic. V druhé kapitole jsou popsány krylovovské metody LSQR, GMRES a RRGMRES a v třetí pak jejich blokové verze. V těchto dvou kapitolách jsou také diskutována zastavovací kritéria, pomocí kterých získáme vhodné aproximace řešení, a je zde zobecněn princip diskrepance pro blokové metody. Závěrečná čtvrtá kapitola numericky porovnává blokové a neblokové metody a zkoumá vliv různých faktorů na kvalitu a rychlost spočtení vhodné aproximace řešení.

Hodnocení práce. První tři kapitoly obsahují především rešerši známých výsledků. Hlavním přínosem práce je závěrečná čtvrtá kapitola s numerickými experimenty a diskusí kolem numerického chování uvažovaných metod. První kapitola je pěkně a srozumitelně popsána s velkým množstvím názorných příkladů. Druhá a třetí kapitola obsahuje nemalé množství drobných chyb, výklad je občas nevyvážený a nesrozumitelný, viz poznámky níže. Konečně ve čtvrté kapitole si autorka dala velkou práci a snažila se srovnat efektivitu uvažovaných metod z různých pohledů.

Formální úprava. Práce je vhodně strukturovaná, zdroje jsou správně citovány. Práce však obsahuje nemalé množství drobných chyb a nepřesností.

Závěr

Předložená práce dosáhla cílů zadání, svým rozsahem a úrovní zpracování splňuje požadavky kladené na diplomovou práci. Doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

V Praze dne 23. srpna 2023 doc. RNDr. Petr Tichý, Ph.D.

Otázky k diskusi

1. Autorka v práci hovoří o krylovovských regularizačních metodách. Má tím na mysli standardní krylovovské metody (ať již klasické či blokové), které k zastavení používají vhodné kritérium založené na apriorní znalosti hladiny šumu v pravé straně?
2. Autorka píše na straně 30, že „Rozšíření pro řešení diskrétních inverzních úloh nebylo doposud představeno a testováno.“ O jaké rozšíření blokové GMRES konkrétně jde?
3. Je v matlabovských kódech použita pro násobení matice–vektor FFT? Implementovala jste algoritmy z odstavce 1.3?

Poznámky

Na tyto poznámky není nutné reagovat a slouží pouze jako doložení argumentů zmíněných v posudku. Slouží též jako zpětná vazba pro autorku práce. Samozřejmě se k nim může během obhajoby vyjádřit, pokud s nimi nesouhlasí či pokud cítí potřebu je uvést na pravou míru.

- V Definici 1 se nejprve uvažuje matice $m \times n$ a hned poté $n \times m$.
- Definici 2 není potřeba uvádět, SNR není v práci použito.
- V Definici 9 nemusí být $m \leq n$. Bývá zvykem nazývat $\mathcal{K}_m(A, r_0)$ m-tým Krylovovým prostorem generovaným maticí A a vektorem r_0.
- Definice 12: Standardní název je m-tý blokový Krylovův prostor generovaný maticí A a blokovým vektorem R_0.
- Algoritmus 4 nepředstavuje nejlepší implementaci LSQR algoritmu. Aproximaci x_i je možné v každé iteraci updatovat a není tak potřeba ukládat matice $T_{m+1,m}$ ani V_m. Jinak řečeno, LSQR je nejen metoda s krátkými rekurencemi, ale je to i metoda s nízkými paměťovými nároky. Jde vlastně o vhodnou algoritmickou variantu metody sdružených gradientů aplikovanou na systém normálních rovnic.
- T_m ve (2.2) není definována.
- Odstavec o RRGMRES není srozumitelný. Mělo být řečeno, že RRGMRES hledá aproximace z $A\mathcal{K}_m(A, r_0)$ takové, že příslušná norma rezidua je minimální. Dále měl být lépe vysvětlen uvedený algoritmus.
- Definice 11 mi přijde zbytečná. S novým označením shiftovaného prostoru se v práci téměř nepracovalo, stačilo používat $A\mathcal{K}_m(A, r_0)$.
- Odstavce popisující algoritmy LSQR, GMRES a RRGMRES jsou nevyvážené.
  - Uvedená varianta LSQR je neefektivní a je ukončena tehdy, je-li některý z koeficientů v bidiagonalizaci nulový. V praktických výpočtech však potřebujeme provést m iterací a otestovat, zda je příslušná aproximace x_m vhodná, přičemž koeficienty v bidiagonalizaci jsou nenulové.
  - S variantou GMRES jsem spokojen. Sice neodpovídá nejlepší algoritmické verzi Saada a Schultze, ale je srozumitelně popsána bez technických detailů.
  - Algoritmická varianta RRGMRES je čtenáři nesrozumitelná, pokud nezná výsledky citovaného článku. Lepší bylo uvést RRGMRES v podobném tvaru jako GMRES, tj. bez implementačních detailů, které nejsou vysvětleny.
- Je potřeba definovat blokově ortogonální matici? Definice 14 neříká nic jiného, než že $G^T G = I$, tj. G má ortonormální sloupce.
- Blokový LSQR lze opět implementovat o mnoho efektivněji, aniž bychom museli ukládat bázi $\hat{V}_m$.