

## POSUDOK OPONENTA BAKALÁRSKEJ PRÁCE

**Názov:** Testy dobré shody s exponenciálnym rozdelením

**Autor:** Nikola Hlaváčová

### ZHRNUTIE OBSAHU PRÁCE

Obsahom práce je popis viacerých procedúr na testovanie zhody s exponenciálnym rozdelením. Sú to jednak už klasické testy založené na diskrepanciách medzi hypotetickou a empirickou distribučnou funkciou: testy Kolmogorova-Smirnova a Craméra-von Misesa, u ktorých je v praxi spravidla nutné, keďže parameter  $\lambda$  exponenciálneho rozdelenia obvykle nebýva známy, stanoviť  $p$ -hodnotu numericky. Ďalej sú to novšie procedúry, navrhnuté (aspoň ako sa dá domnievať z citovanej literatúry) Baringhausom a Henzem, ktoré pracujú s analogickými štatistikami typu Kolmogorova-Smirnova a Craméra-von Misesa aplikovanými na strednú zvyškovú životnosť, a sú uvedeným problémom neznámeho parametra  $\lambda$  nezaťažené. Túto vlastnosť má aj posledná z popisovaných procedúr, test založený na Giniho indexe, ktorý má navyše potenciál mať silu voči niektorým alternatívam (aj keď vo všeobecnosti nie je konzistentný). Práca je zavŕšená krátkou simulačnou štúdiou porovnávajúcou horeuvedené testy – jednak za platnosti nulovej hypotézy, jednak oproti niektorým špecifickým alternatívam.

Všetko toto viac-menej zodpovedá zadaniu práce tak, ako ho formulovala jej školiteľka.

### CELKOVÉ HODNOTENIE PRÁCE

Práci sa nedajú vytknúť vážnejšie faktické nedostatky: popis procedúr je výstižný a úplný, matematické odvodenia, ak prezentované, sú formálne správne, grafická úroveň matematických formulí a celkovo celého textu je na úrovni očakávanej od absolventa bakalárskeho štúdia. Napriek tomu ale, celkovú čitateľnosť práce, a tým pádom v konečnom dôsledku jej potenciálnu užitočnosť pre čitateľa, ktorý stojí pred úlohou testovať zhodu s exponenciálnym rozdelením v praxi, sťažuje množstvo rôznych drobných idiosynkrázií a inkoherecií. Rozsah práce je tiež (zbytočne!) navýšený materiálom, ktorý je buď irelevantný, alebo triviálny.

Niektoré z týchto aspektov sú uvedené nižšie; ak im predchádza číslo, tak predstavujú otázky k obhajobe (v prípade, že by sa ich komisii zdalo priveľa, môže Otázku 1, alebo aj Otázku 2 vynechať).

1. Podľa akého kritéria sa formulované tvrdenia delia na Vety, Tvrdenia a Lemy? Vzhľadom na to, že sú číslované v jednej sekvencii, nedalo by sa ich pomenovanie nejako zjednotiť?
2. Veta 1 a Tvrdenie 2 sú štandardným materiálom vyskytujúcim sa v učebniciach pravdepodobnosti; ak uvažujeme aj zdroje referenčného charakteru (príručky o pravdepodobnostných rozdeleniach a podobné), tak to do značnej miery platí aj pre Tvrdenia 3 a 4. Autorka nemá problém pri väčšine tvrdení prezentovaných v práci sa ohľadne ich dôkazu odvolať na príslušnú literatúru; prečo tak nepostupuje aj u tohto triviálneho materiálu – v záujme vypustenia neúčinného textu?

Ďalej: hustota Gamma rozdelenia je vypísaná v prvej formulí na strane 31; musí byť ešte potom extra uvedená v Prílohe na str. 37? (Analogická otázka by sa dala vzniesť pre hustotu Weibullovhovho rozdelenia: nebolo by možné Prílohu úplne eliminovať?) Diskusia na str. 10 má tendenciu vyznieť zavádzajúco: nezávislosť rozdelenia testovej štatistiky na parametri  $\lambda$  vyslovená v Tvrdení 8 pôsobí akoby celá procedura bola na tomto parametri nezávislá – čo nie je pravda, kdeže na ňom závisí testová štatistika. Graf na Obrázku 2.3 nie je príliš informatívny; možno by vyznel lepšie, keby sa obmedzil na hornú časť vertikálnej osi, časť, ktorá je najviac relevantná pri testovaní. Tiež vzniká dojem, že asymptotická distribučná funkcia  $G(x)$  je vždy dominovaná empirickými distribučnými funkciami. Na margo Obrázkov 2.1 a 2.2:

3. Ako treba rozumieť vete „Testujeme zda  $\lambda_0=1$ “ v popiske Obrázka 2.1?

Na margo štýlu a celkovej organizácie výkladu: čitateľ by ocenil, ak by sa začiatok popisu každej metódy začínal jej všeobecným zaradením do kontextu – očakávať historický úvod by azda bolo priveľa, no bolo by dobré aspoň rámcovo naznačiť, na ktorých prameňoch je popis metódy založený (a nie až pri odkazoch na dôkazy jednotlivých tvrdení). Takto sa čitateľ môže len domnievať, že napr. procedúry popisované v Odseku 3.2. boli navrhnuté v článku Baringhaus a Henze (2000), a tým pádom ich popis je tiež založený na tomto článku.

4. V poslednej vete Závěru na str. 33 sa hovorí, že „najsilnejšie testy sú Cramerov-von Misesov test, test založený na Giniho indexe a test s testovou štatistikou Cramerovho-von Misesovho typu založený na strednej zvyškovej životnosti.“ Takže, z piatich uvažovaných testov len dva nie sú najsilnejšie, a čo sa týka zvyšných troch, autorka chce povedať, že je jedno, ktorý z nich sa použije (a tým pádom je štúdium tých ostatných zbytočné)?

Podotýkam, že pre čitateľa, ktorý by chcel použiť metódy v praxi, je táto časť najdôležitejšia zo všetkých. Dostávame sa tak ku simulačnej štúdiu, ktorá je vlastným prínosom autorky. No a tak ako by som preferoval vypustenie irelevantnej a triviálnej matematiky v predošlom texte, tuhá by som zasa ocenil, keby Kapitola 4 išla trochu viac do hĺbky. Napríklad, keby sa uvažovalo väčšie množstvo alternatív, v nádeji, že Záver na str. 33 by potom vyznel jednoznačnejšie. Alebo tiež:

5. Má autorka nejaké zdôvodnenie pre voľbu počtu bootstrapových a iných replikácií ( $B=1000$ ,  $N=1000$  na str. 29, tiež  $B=1000$  na str. 15). Ako vyzerá numerická stabilita pre tieto počty? Bolo experimentované aj s inými hodnotami?

Mimochodom, na rozdiel o iných prác, ktoré som oponoval, pre túto som nikde nenašiel zdrojový kód použitý pri simuláciách: ani v samotnej práci, ani jako prílohu v SISe. Neviem, či takéto niečo sa rutinne vyžaduje – osobne mi táto informácia až tak nechýba, no bolo by zaujímavé vedieť, či autorkina štúdia je reprodukovateľná (inými slovami, či autorka uchovala stav generátora pseudonáhodných čísel...)

#### ZÁVER

Záverom konštatujem, že napriek uvedeným nedostatkom prácu odporúčam uznať ako bakalársku prácu. Návrh na hodnotenie sprostredkujem predsedovi komisie osobným zdelением.

EDMONTON, 30. 8. 2023

IVAN MIZERA  
KPMS MFF UK  
*imizera@me.com*