

Univerzita Karlova  
Pedagogická fakulta  
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití 3D tiskáren ve výuce matematiky  
The use of 3D printers in the mathematics education

Jitka Rohelová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Antonín Jančařík, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro střední školy

Studijní obor: N IT-M

2023

Odevzdáním této diplomové práce na téma Využití 3D tiskáren ve výuce matematiky potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha dne 14. 8. 2023

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji svému vedoucímu práce doc. RNDr. Antonínu Jančaříkovi, Ph.D. za ochotu, důvěru, čas, všestrannou pomoc a podnětné rady, díky kterým se mi podařilo zpracovat tuto práci. Zároveň děkuji svým kolegům a žákům za ochotu a pomoc při sběru dat a svým blízkým za podporu a trpělivost.

## **ABSTRAKT**

Cílem této diplomové práce je jednak navrhnout, implementovat a zhodnotit výukový model, který integruje do výuky 3D tisk a propojuje výuku předmětů informatika a matematika s cílem zvýšit zapojení a porozumění žáků, jednak zkoumat výzvy spojené s využitím 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce matematiky a následně navrhnout doporučení a vytvořit materiály, které by umožnili efektivní využití této technologie ve výuce matematiky. Získaná data byla analyzována kvantitativními i kvalitativními metodami.

Výukový model byl navržen na téma stereometrie a realizován prostřednictvím výukového experimentu, kterého se zúčastnilo 5 tříd střední odborné školy. Závěry ze zpracování dat jsou ve shodě s teoretické předpoklady o zvýšení motivace a úspěšnosti žáků při použití 3D tiskáren ve výuce.

Pro učitele bylo zrealizováno setkání za účelem sdílení příkladů dobré praxe na téma využití 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce matematiky. V návaznosti na skupinové rozhovory vedené s učiteli byly identifikovány a ve dvou samostatných kapitolách popsány výzvy, kterým učitelé (školy) čelí při začleňování 3D tisku do výuky. Zároveň byla vytvořena sada 3D modelů řezů těles, která je ve formátu .stl a .gcode přílohou této práce.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

3D tisk, 3D tiskárna, výuka matematiky

## **ABSTRACT**

The aim of this thesis is to design, implement, and evaluate an educational model that integrates 3D printing into the teaching process, linking computer science and mathematics education with the goal of increasing student engagement and understanding. Furthermore, it explores the challenges associated with the use of 3D printing and 3D printers in mathematics teaching and subsequently proposes recommendations and creates materials that would allow the effective use of this technology in mathematics education. The collected data was analyzed using both quantitative and qualitative methods.

The educational model was designed around the topic of stereometry and was implemented through an educational experiment involving 5 classes of a vocational high school. The conclusions drawn from the data analysis are consistent with theoretical assumptions about increased motivation and success of students when using 3D printers in education.

A meeting was organized for teachers to share best practices on the topic of using 3D printing and 3D printers in mathematics teaching. Following group discussions with teachers, challenges faced by teachers (or schools) when integrating 3D printing into their curriculum were identified and described in two separate chapters. Additionally, a set of 3D models of cross-sections of solids was created, which is attached to this thesis in the .stl and .gcode formats.

## **KEYWORDS**

3D print, 3D printer, mathematics education

# OBSAH

Úvod.....	8
1 Teoretická část.....	10
1.1 Model.....	10
1.1.1 Klasifikace modelů.....	10
1.1.2 Učební pomůcka.....	10
1.2 3D tisk ve vzdělávání .....	11
1.2.1 STEM .....	12
1.2.2 Digitální vzdělávání .....	13
1.3 3D tisk a 3D tiskárny .....	15
1.3.1 Historie .....	15
1.3.2 Technologie 3D tisku .....	15
1.3.3 Proces 3D tisku.....	18
1.3.4 Limity tvorby a tisku 3D modelu .....	19
1.3.5 Filament.....	21
1.3.6 Postprocessing.....	21
1.4 Software a hardware .....	22
1.4.1 3D modelování .....	22
1.4.2 Matematický software .....	23
1.4.3 3D tisk .....	26
2 Metodologie výzkumu.....	28
2.1 Cíle výzkumu.....	28
2.2 Příprava výzkumu.....	28
2.3 Metody sběru dat .....	29
2.4 Metody zpracování dat .....	30
3 Výukový experiment .....	32
3.1 Podmínky výukového experimentu .....	32
3.1.1 ŠVP.....	32
3.1.2 Materiální zajištění .....	33
3.1.3 Personální zajištění.....	35
3.1.4 Organizace výuky .....	35
3.2 Průběh výukového experimentu .....	35
3.2.1 Experimentální výuka .....	36
3.2.2 Průběh hodin .....	37
3.2.3 Úvod do stereometrie .....	38
3.2.4 Přechodné období .....	40

3.2.5	3D modelování a 3D tisk.....	40
3.2.6	Změna podmínek experimentální výuky.....	43
3.2.7	Polohové vlastnosti .....	45
3.2.8	Řezy tělesy .....	48
3.2.9	Metrické vlastnosti .....	50
3.2.10	Objemy a povrchy .....	51
3.2.11	Písemná práce.....	52
3.2.12	Kontrolní třídy.....	52
3.3	Zpracování dat .....	52
3.3.1	Podmíněné formátování .....	56
3.3.2	Testování hypotéz .....	57
3.4	Přesah výukového experimentu.....	60
4	3D tiskárny ve školách .....	61
4.1	Kabinet matematiky.....	61
4.1.1	Prezentace výukového experimentu.....	61
4.1.2	Skupinový rozhovor .....	62
4.1.3	Setkání k 3D tisku a 3D tiskárnám.....	64
4.2	Faktory ovlivňující pořízení 3D tiskárny.....	65
4.3	Možnosti pořízení 3D tiskárny .....	67
4.3.1	Financování pořízení 3D tiskárny .....	67
4.3.2	Další způsoby získání 3D tiskárny .....	67
4.4	Náklady na 3D tisk .....	68
4.5	Pomůcky .....	69
5	Modely .....	73
5.1	Modely z GeoGebry .....	73
5.1.1	Export modelů.....	73
5.1.2	Tisk modelů.....	74
5.2	Databáze 3D modelů .....	77
5.3	Modely řezů tělesy.....	78
6	Závěr.....	84
	Seznam zkratk .....	86
	Seznam obrázků .....	87
	Seznam tabulek .....	87
	Seznam použitých zdrojů .....	90
	Přílohy .....	94

## ÚVOD

V současné digitální době technologie nejen zasahují do každodenního života, ale mění i způsob, jakým se vzděláváme. Jedním z příkladů takové technologie je 3D tisk, který je běžnou součástí výroby a vývoje v mnoha oborech a stává se dostupnější i pro širokou veřejnost, včetně školství.

Ještě před několika lety se ani budoucí učitelé informatiky, natož matematiky, během své přípravy běžně nesetkávali s 3D tiskárnou, natož aby se seznamovali s možnostmi jejího využití ve výuce. Ve školské praxi ale využití 3D tiskáren postupně narůstá, hlavně v návaznosti na revize RVP a také díky nadšeným učitelům. Žáci se s nimi mohou setkat jak v povinných, tak ve volitelných předmětech, či v rámci neformálního vzdělávání.

Cílem diplomové práce je navrhnout, implementovat a zhodnotit výukový model, který jednak integruje do výuky 3D tisk, jednak propojuje výuku předmětů informatika a matematika s cílem zvýšit zapojení a porozumění žáků. V průběhu řešení této diplomové práce jsem měla možnost sdílet s učiteli matematiky příklady dobré praxe, včetně využití 3D tisku a 3D tiskáren ve školách a ve výuce se zaměřením na matematiku. Tato spolupráce vedla k rozšíření původního cíle práce a nově je jím také zkoumat výzvy spojené s využitím 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce matematiky a následně navrhnout doporučení a vytvořit materiály, které by umožnily efektivní využití této technologie ve výuce matematiky.

Data byla sbírána jednak v průběhu výukového experimentu formou vlastních poznámek a snímků tabulí doplněných o krátké rozhovory s žáky, jednak v rámci sdílení příkladů dobré praxe skupinou učitelů matematiky ze základních a středních škol prostřednictvím individuálních a skupinových rozhovorů.

V teoretické části je nejprve popsán model a východiska jeho využití ve výuce. Dále jsou blíže popsány koncepty STEM a digitální vzdělávání s ohledem na možnosti začlenění 3D tisku do výuky. Přehledově je uveden hardware a software vhodný pro účely využití 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce, včetně matematiky. Aplikace Tinkercad, GeoGebra, PrusaSlicer a 3D tiskárna Original Prusa jsou popsány podrobněji. Metodologická část se věnuje popisu cílů a přípravy výzkumu a metodologii sběru a zpracování dat.

V kapitole Výukový experiment je souhrnně popsán průběh výukového experimentu a analýza získaných dat. Stručný popis projektu sdílení příkladů dobré praxe nazvaného Kabinet matematiky a navazující výstupy jsou rozděleny do dvou samostatných kapitol. První z nich je nazvaná 3D tisk ve školách a je v ní uveden stručný popis realizace setkání učitelů



na téma 3D tisk a 3D tiskárny. Na to navazuje popis, a pokud je to možné i řešení zjištěných výzev. Výstupy a návrhy, které se týkají přímo 3D modelů (včetně problémů, které mohou nastat při jejich tisku), jsou uvedeny v samostatné kapitole nazvané 3D modely. Veškeré poznatky jsou stručně shrnuty v závěru. V přílohách jsou jednak zadání testů z výukového experimentu, jednak 3D modely těles ve formátu .stl a .gcode.

# 1 TEORETICKÁ ČÁST

## 1.1 Model

Pokud uvažujeme model v nejširším slova smyslu, jsou prvopočátky modelového myšlení staré jako lidstvo samo. Přes mýty, řemesla, astronomii, architekturu, fyziku, matematiku, ekonomii, didaktiku a mnoho dalších oborů lidské činnosti až k dnešnímu matematickému modelování chápeme dnes pojem model v užším smyslu.

### 1.1.1 Klasifikace modelů

Maňák (2007) se domnívá, že i přes množství existujících pojetí a členění, chybí k pojmu model jednotná teorie a terminologie. V literatuře zabývající se členěním modelů v návaznosti na přírodovědné předměty<sup>1</sup> (např. fyzika<sup>2</sup>, zeměpis<sup>3</sup>, chemie, biologie) a jejich oborové didaktiky nebo specifické oblasti zkoumání (např. matematické modelování) se opravdu těžko hledá jednotná klasifikace modelů. Za model lze totiž považovat jak statické nebo dynamické objekty materiální povahy, tak i schéma, diagram, graf, tabulku, rovnici, vzorec, náčrt, kresbu, aj.

V návaznosti na zkoumané téma stereometrie a proces 3D tisku je modelem nejprve matematický popis. Ten je ve vhodném softwaru převeden do digitální podoby a následně transformován do formátu umožňujícího 3D tisk. Vytisknutím na 3D tiskárně vznikne fyzický objekt. Z hlediska klasifikace modelů jde o:

- matematický model,
- digitální model,
- fyzický model.

### 1.1.2 Učební pomůcka

Ve výuce je hlavním požadavkem na model to, aby žákům zprostředkoval informace, které jim chce učitel předat a jako takový se řadí mezi učební pomůcky. Ty jsou pro žáka obecně zdrojem obsahových a interpretačních informací, ale ne vždy je zdrojem obou těchto typů informací sama učební pomůcka. Obzvlášť u interpretační informace, tzn. to, co, v jakém pořadí, jakým způsobem má žák vnímat, bývá předána částečně nebo zcela učitelem. (Rambousek, 2014)

---

<sup>1</sup> Např. Harrison a Treagust, 2000

<sup>2</sup> Např. Vachek a Lepil, 1980

<sup>3</sup> Např. Birkenhauer, 1995

Pomůcky můžeme rozlišit také podle komunikační cesty, kterou na žáka působí. Nejčastěji jde o zrak a sluch, ale mohou působit i na ostatní smysly, prostřednictvím pohybu nebo multisenzoriálně (Rambousek, 2014).

To, jakým způsobem žáci informace získávají, má velký vliv na jejich zapamatování. Jak uvádí Sampath (1990) žáci si pamatují:

- 20 % toho, co slyší;
- 30 % toho, co vidí;
- 50 % toho, co vidí a slyší;
- 80 % toho, co říkají;
- 90 % toho, co říkají a dělají.

Využití modelů ve výuce s sebou navíc nese následující výhody (Petty, 2013):

- upoutávají pozornost,
- přinášejí změnu,
- podporují konceptualizaci,
- jsou snáze zapamatovatelné,
- jsou projevem učitelova zájmu.

Snadnější zapamatovatelnost vizuálních pomůcek vychází především z faktů prokázaných výzkumy a to, že do mozku vstupuje (Petty, 2013):

- 87 % informací očima
- 9 % informací ušima
- 4 % informací ostatními smysly.

Z výše uvedeného vyplývá, že proces tvorby 3D modelů těles za použití 3D tiskárny, ve kterém žáci vystupují aktivně a následné používání 3D modelů ve výuce, by měly mít pozitivní vliv na zapamatování a porozumění učivu tématu stereometrie.

## **1.2 3D tisk ve vzdělávání**

Ve vzdělávání se 3D tisk ve světě začal prosazovat začátkem 21. století. Jednou z prvních zemí, která ve velké míře zavedla 3D tisk do vzdělávání, byly USA prostřednictvím konceptu STEM. V roce 2015 nastal podobný vývojový skok v Číně, když 3D tiskárnami vybavila všechny svoje základní školy (Assante et al., 2020). Pozadu nezůstala ani Evropa, kde

v letech 2014–2016 běžel jako jeden z prvních projekt PRINT STEM<sup>4</sup>, na který postupně navázalo mnoho dalších<sup>5</sup>. V České republice byly hybnou silou změny RVP nejprve v základním vzdělávání a následně i gymnáziích a středním odborném vzdělávání.

Zavedení 3D tisku do vzdělávání s sebou přináší následující výhody (Assante et al., 2020):

- zvýšení motivace žáka;
- role žáka v procesu vzdělávání se přesouvá od pasivní k aktivní;
- vizualizace objektů a s tím související možnosti;
- rozvoj kompetence k řešení problémů;
- rozšíření možností podpory pro znevýhodněné žáky (např. nevidomé).

V dotazníkovém šetření provedeném napříč Evropou v institucích zaměřených na vzdělávání se ukázalo, že pouze čtvrtina dotázaných (ze 160 respondentů) absolvovala školení zaměřené na využití 3D tisku ve vzdělávání. Dále v něm bylo zjištěno, že hlavními limity pro zavedení 3D tisku do vzdělávání jsou cena (30 % odpovědí), chybějící znalosti a dovednosti pro použití 3D tiskáren (31 % odpovědí), chybějící metodologie (20 % odpovědí), kurikulum (13 % odpovědí). (Assante et al., 2020)

V roce 2016 požádala společnost Y Soft (která se v roce 2018 spojila s českým výrobcem 3D tiskáren – společností Be3d) nezávislou výzkumnou agenturu Dimensional Research o zpracování studie, která by celosvětově zmapovala využívání 3D tisku ve výuce. Zúčastnily se jí nejen školy všech stupňů, ale i další vzdělávací instituce. V roce 2017 vyšla podrobná výzkumná zpráva<sup>6</sup>, ale nejdůležitější výsledky jsou shrnuty v následujícím „vysvědčení“ (viz příloha 1), které je její součástí. Z něj (kromě jiného) vyplývá, že 55 % dotázaných používá 3D tiskárnu v rámci konceptu STEAM<sup>7</sup>, ačkoliv jen 9 % případů jde o matematiku. (Y Soft, 2023)

### 1.2.1 STEM

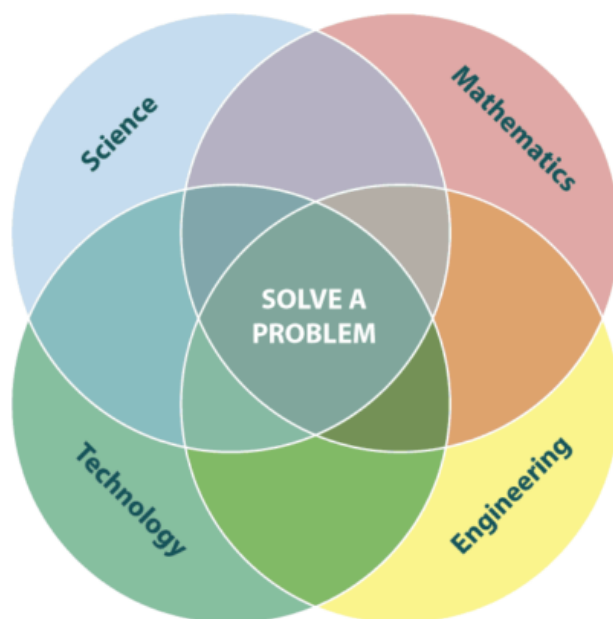
Koncept STEM vznikl na přelomu 20. a 21. století v USA jako reakce na rostoucí obavy o jejich konkurenceschopnost v oblasti vědy a technologií. Vláda, vzdělávací instituce i průmysl se shodly na potřebě posílit vzdělávání v oblasti přírodních věd, technologií, inženýrství a matematiky. STEM (viz Obrázek 1) je akronymem slov Science (věda), Technology (technologie), Engineering (inženýrství) a Mathematics (matematika).

<sup>4</sup> Více informací na: <http://www.ceskaskola.cz/2016/04/projekt-print-stem-jak-vyuzit-3d.html>.

<sup>5</sup> Assante et al. (2020) uvádí 89 projektů zaměřených na 3D tisk a z toho 18 přímo na 3D tisk ve vzdělávání.

<sup>6</sup> Dostupné z: <https://www.ysoft.com/cs/support/downloads/resources/lp-3d-print-survey>.

<sup>7</sup> Koncept STEM rozšířený o Art (umění).



Obrázek 1 Vzdělávací koncept STEM, zdroj: JeduEdu.cz

Cílem konceptu STEM je účelné a smysluplné propojení vědy, technologie, inženýrství a matematiky do jednotného interdisciplinárního přístupu k výuce. Místo tradičního rozdělování vyučování do jednotlivých předmětů je kladen důraz na jejich propojení, na to, jak se navzájem doplňují a na jejich aplikaci v reálném světě. Smyslem je poskytnout žákům a studentům bezpečné prostředí, ve kterém mohou aplikovat svoje znalosti a dovednosti při řešení komplexních problémů vycházejících z praxe.

Ačkoliv Dostál (2016) poukazuje na nekompatibilitu s českým vzdělávacím systémem, především s oborovými didaktikami, u kterých dochází jen k minimálnímu prolínání, a i jednotlivými předměty, které jsou vyučovány samostatně, rozšířil se tento koncept jak v Evropě, tak v České republice.

### 1.2.2 Digitální vzdělávání

Koncept STEM není jediným východiskem pro začlenění používání 3D tiskáren do výuky. V roce 2021 vydalo MŠMT revidovaný RVP pro základní vzdělávání s cílem modernizovat obsah vzdělávání tak, aby odpovídalo dynamice a potřebám 21. století. Revize přinesla tyto změny:

- nahrazení vzdělávací oblasti Informační a komunikační technologie vzdělávací oblastí Informatika,
- zařazení rozvoje digitální gramotnosti žáků na úroveň klíčové kompetence.

### *Digitální gramotnost*

Digitální gramotnost můžeme chápat jako „soubor digitálních kompetencí (vědomostí, dovedností, postojů, hodnot), které potřebuje jedinec k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při svém zapojení do společenského života“ (NPI ČR, 2020).

### *Digitální kompetence*

Digitální kompetence byla v rámci revize zařazena na úroveň klíčové kompetence, tj. kompetence, bez kterých není možné u žáků plnohodnotně rozvíjet další klíčové kompetence. Digitální kompetence lze charakterizovat jako „aplikaci nebo využití digitálních technologií nejen při nejrůznějších činnostech, ale i při řešení problémů“ (NPI ČR, 2020). Pojetí digitální kompetence v RVP ZV viz Obrázek 2.

## **Kompetence digitální**

Na konci základního vzdělávání žák:

- ovládá běžně používaná digitální zařízení, aplikace a služby; využívá je při učení i při zapojení do života školy a do společnosti; samostatně rozhoduje, které technologie pro jakou činnost či řešený problém použít
- získává, vyhledává, kriticky posuzuje, spravuje a sdílí data, informace a digitální obsah, k tomu volí postupy, způsoby a prostředky, které odpovídají konkrétní situaci a účelu
- vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce
- chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání
- předchází situacím ohrožujícím bezpečnost zařízení i dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních; při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí jedná eticky

*Obrázek 2 Digitální kompetence, zdroj: RVP ZV 2021*

### *Digitální vzdělávání*

Jedním z pilířů zvyšování digitální gramotnosti je digitální vzdělávání. V rámci Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2030+, si MŠMT (2020) v oblasti digitálního vzdělávání klade za cíl:

- zajistit podporu digitální gramotnosti všech žáků,
- podpořit digitální kompetence všech pedagogů,
- snižování nerovností a prevence digitální propasti.

O modernizaci vzdělávání a odborné přípravy usiluje v návaznosti na Akční plán digitálního vzdělávání 2021–2027<sup>8</sup> také Evropská unie.

## **1.3 3D tisk a 3D tiskárny**

### **1.3.1 Historie**

V dnešní době se 3D tisk využívá v mnoha oblastech lidské činnosti<sup>9</sup>, např. v leteckém a automobilovém průmyslu, v elektronice, v architektuře a ve stavebnictví, ve vývoji a výzkumu, ale i ve zdravotnictví, v umění či při výrobě hraček, oděvů nebo potravin.

Počátky této technologie sahají až do 80. let minulého století, kdy si spoluzakladatel společnosti 3D Systems Charles Hull nechal patentovat technologii stereolitografie a vytvořil první 3D výtisk. Tato technologie známá pod zkratkou SLA se používá dodnes. Charles Hull, pod hlavičkou společnosti 3D Systems, navíc vyvinul také první komerční zařízení určené pro 3D tisk, označené jako SLA-1. (3D Systems, 2023)

Už dávno neslouží jen pro tisk prototypů v průmyslové výrobě nebo nadšencům zapojeným do projektu RepRap<sup>10</sup>. Díky technologickému pokroku ve výrobě 3D tiskáren, snížení jejich cen, zvýšení dostupnosti a variability materiálů a řadě dalších faktorů došlo k tak velkému posunu ve využívání 3D tisku (Assante et al., 2020).

### **1.3.2 Technologie 3D tisku**

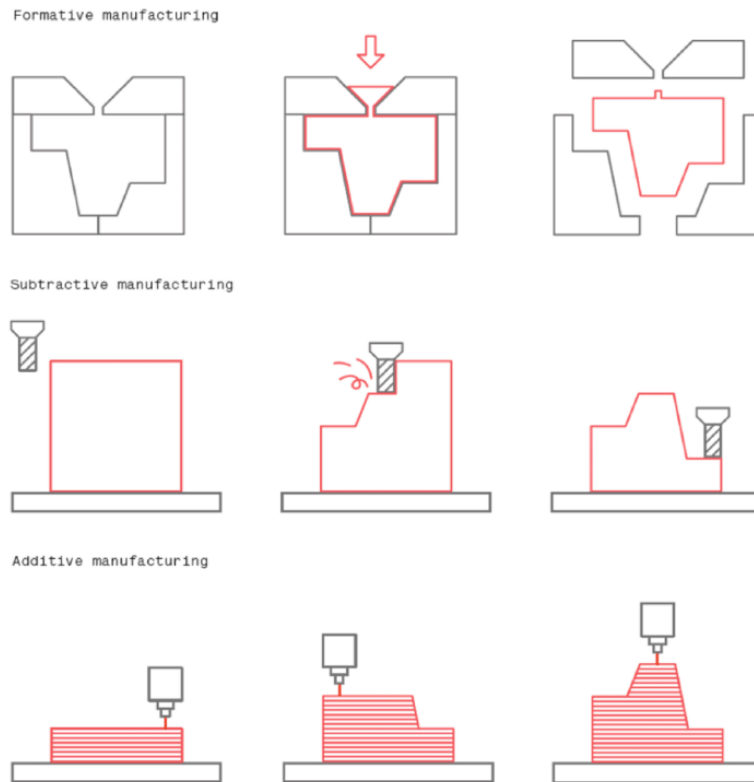
Pojem 3D tisk se dnes běžně používá pro aditivní způsob výroby, který je na rozdíl od formativního (výrobek vzniká ve formě, většinou působením tepla a tlaku) a subtraktivního (z bloku materiálu vzniká výrobek odebráním materiálu); (viz Obrázek 3), založen na postupném vrstvení materiálu (Redwood, 2017).

---

<sup>8</sup> Dostupné z: <https://education.ec.europa.eu/focus-topics/digital-education/action-plan>

<sup>9</sup> Srovnej Ciesler, 2023.

<sup>10</sup> Podrobnosti o projektu viz např. Jones et al., 2011.



Obrázek 3 Vizualizace formativního, subtraktivního a formativního procesu výroby, zdroj: Redwood, 2017

Kromě nejpoužívanějšího materiálu pro 3D tisk, kterým je plast, se ve větší či menší míře (např. v podobě příměsí) používají i další materiály jako kovy, cement, keramika, pryskyřice, dřevo, bambus, cukr, sůl anebo čokoláda. Podle formy, ve které je používaný materiál (pevná, tekutá, prášková), a způsobu jeho zpracování lze obecně technologie 3D tisku rozdělit do tří skupin, přičemž pro označování technologií 3D tisku se běžně používají zkratky jako SLS, DMLS, SLA, FDM/FFF atd. (Horvath, 2014).

U technologií, které využívají materiál (např. plast, kov, sklo) v podobě prášku, probíhá 3D tisk tak, že je na pracovní plochu nanesena tenká vrstva materiálu a ten je pomocí laseru taven a spékán s předchozí vrstvou. Nespečený prášek přitom vytváří přirozenou podporu tištěných částí (není nutné přidávat podpěry) a zároveň může být znovu použit při dalším tisku. Těmito technologiemi, např. SLS (selective laser sintering) nebo DMLS (digital metal laser sintering), lze tisknout i velmi složité objekty, jen je třeba se vyvarovat dutin, ve kterých by po vytištění zůstal uzavřen materiál. Kvůli jejich energetické náročnosti, a hlavně vysoké pořizovací ceně 3D tiskáren, jsou tyto technologie v současné době vyžívány především v průmyslové výrobě. (Stříteský et al., 2019)



Příkladem technologie, která využívá tekutého materiálu, je SLA (stereolitografie). Jak už bylo zmíněno, jde o jednu z nejstarších, ale přitom nejpřesnějších metod založených na principu vytvrzování fotopolymeru (světlocitlivé pryskyřice) pomocí UV záření. 3D objekt se postupně zanořuje do tekutiny nebo se z tekutiny vynořuje a je vrstvu po vrstvě v požadovaných místech vytvrzován pomocí laseru. Tisk je velmi přesný a najde uplatnění jak v průmyslu, tak i ve zdravotnictví nebo v umění. Nevýhodou jsou toxické výpary vznikající během tisku, nutnost tištění podpěr a dalších úprav vytištěných 3D objektů. I když není tato technologie tak energeticky náročná jako při použití prášku, jsou i u ní velmi vysoké pořizovací náklady na samotnou 3D tiskárnu. (Horvath, 2014; Strítěský et al., 2019)

Nejrozšířenější a nejdostupnější technologií 3D tisku je FDM (fused deposition modelling), kterou si v roce 1989 nechal patentovat Scott Crump, zakladatel společnosti Stratasys, kvůli patentu se pro ni vžilo také označení FFF (fused filament fabrication); (Stratasys, 2023). Jde o příklad technologie, která používá pevný materiál (nejčastěji plast) v podobě tiskové struny (filamentu) navinuté na cívce. Filament je vytlačován skrz tiskovou hlavu (extruder), kde dojde k jeho roztavení a následně nanesení na vyhřívanou podložku, na které se vrstvu po vrstvě vytváří model. Tuto technologii využívají 3D tiskárny, které lze dále dělit, podle způsobu pohybu tiskové hlavy a platformy, na kterou je tištěn model na (Prusa Knowledge Base, 2023): kartézské, coreXY, delta a polar.

3D tiskárny využívající technologii FDM/FFF jsou nejčastější volbou pro nákup 3D tiskárny základních a středních škol v České republice (Kuželová, 2023). Konkrétní výhody, které tato volba přináší jsou:

- nízká pořizovací cena i provozní náklady tiskáren ve srovnání se všemi ostatními technologiemi 3D tisku;
- výrobci a dodavatelé tiskáren i filamentů nabízí pro školy většinou poměrně velké slevy;
- bezpečná a jednoduchá manipulace s filamentem ve srovnání s pryskyřicí a práškem;
- výborná dostupnost 3D tiskáren (vč. českých výrobců);
- výborná dostupnost, cena i výběr druhů a barev filamentů;
- široká uživatelská základna, díky které lze snadno a rychle nalézt odpověď téměř na jakýkoliv problém;
- nevýhody, které je nutné zvažovat při použití této technologie a typu 3D tiskárny ve výrobě (hlavně kvalita tisku, výška vrstvy, nutnost dalších úprav, některé vlastnosti filamentů) nejsou pro školství zdaleka tak podstatné;

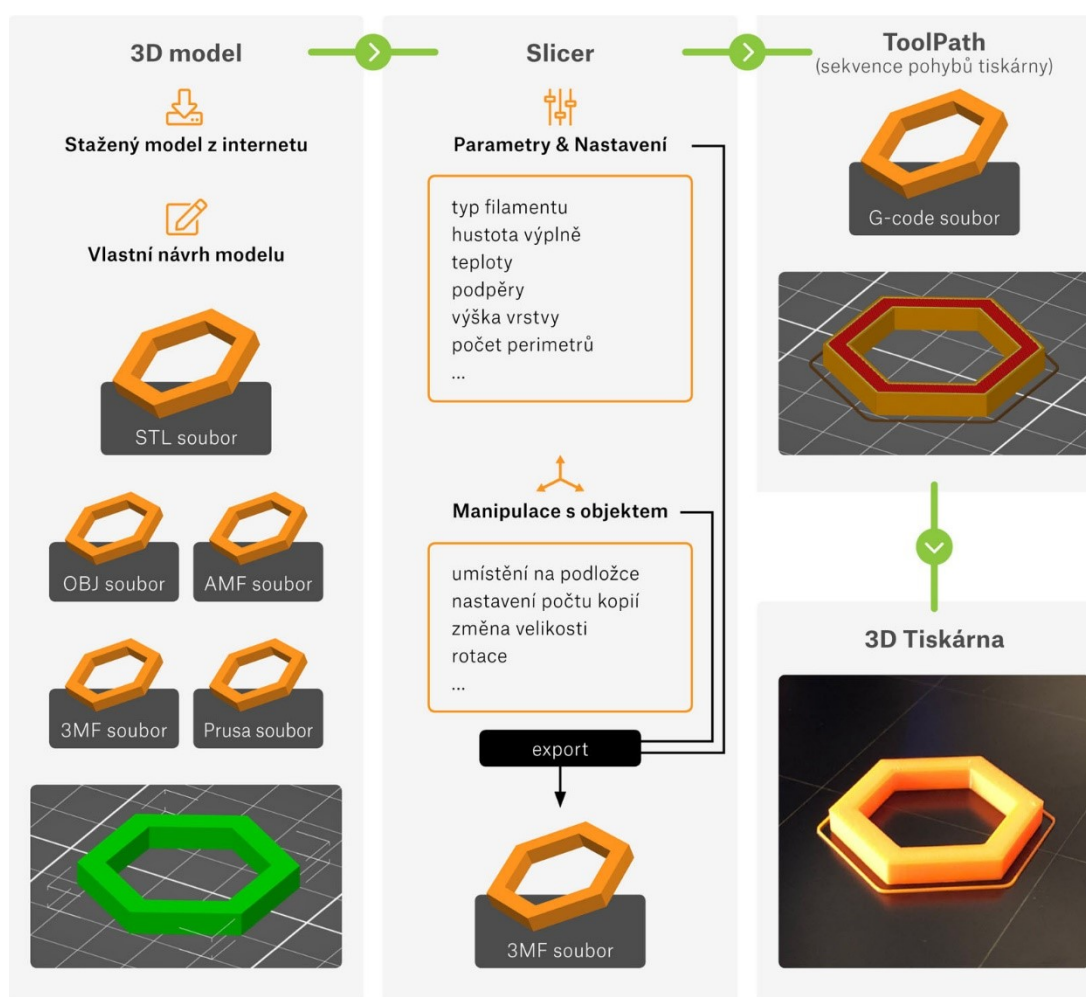
- tiskárnu lze zakoupit i jako stavebnici, což otvírá další možnosti využití ve výuce.

Kromě výhod je ale třeba také zvážit i další faktory (viz 4.2 a 4.4).

### 1.3.3 Proces 3D tisku

Proces 3D tisku lze rozdělit do tří navazujících kroků (viz Obrázek 4):

- získání modelu,
- příprava modelu pro tisk,
- tisk modelu na 3D tiskárně.



Obrázek 4 Proces 3D tisku, zdroj: Strítěský et al., 2019

Model je možné získat třemi způsoby:

- vyhledáním a stažením již hotového 3D modelu z internetu, nejčastěji z databáze 3D modelů (viz 5.2);

- vymodelováním vlastního modelu použitím aplikace nebo programu pro 3D modelování (viz 1.4.1) nebo jiného softwaru, který umí exportovat 3D modely ve vhodném formátu (viz 1.4.2);
- skenováním nebo použitím fotogrammetrie<sup>11</sup>.

Takto získaný model musí být navíc ve formátu podporovaném slicerem, programem, ve kterém se provádí převod do formátu .gcode. Ten zároveň umožňuje manipulovat s objektem a nastavovat další parametry 3D tisku (viz 1.4.3).

K přenesení souboru do tiskárny se obvykle používá SD karta, ale je možné i propojení 3D tiskárny a zařízení, na kterém se nachází připravený soubor pomocí kabelu nebo bezdrátové sítě.

### 1.3.4 Limity tvorby a tisku 3D modelu

#### *Velikost modelu*

Minimální velikost 3D modelu je daná kombinací několika faktorů, např. použitý filament, průměr trysky, požadovaná míra detailů. Maximální velikost 3D modelu je omezena jednak velikostí tiskové podložky, jednak rozměry tiskárny. Pokud model tyto rozměry přesahuje, je nutné ho rozřezat na více částí, vytisknout je samostatně a následně slepit dohromady.

#### *Tvar modelu, orientace modelu při tisku*

Z hlediska technologie 3D tisku, kdy je filament nanášen vrstvu po vrstvě je u dutých modelů nebo modelů s velkými převisy nutné tisknout podpěry. Vytisknutý 3D model není v místech, kde byly podpěry tak hladký jako tam, kde se stýkal s podložkou.

Velkou roli hraje i orientace modelu. Správná orientace může pomoci minimalizovat tisk podpěr nebo vynechat tisk límce (který se přidává např. při malé styčné ploše modelu a tiskové podložky nebo nestabilní poloze modelu). Zároveň je třeba zvolit správnou orientaci také v případě, že bude model namáhán, jelikož pevnost 3D modelu ve směru rovnoběžném s vrstvami je menší.

#### *Přesnost a kvalita tisku*

Limitujícím faktorem je průměr používané trysky a obzvlášť u kulatých otvorů také orientace modelu při tisku. Otvory vytisknuté ve směru kolmém na podložku budou znatelně lepší. Zároveň je třeba počítat s tolerancí u dílů, které do sebe mají po vytisknutí zapadat. (Střítecký et al., 2019)

---

<sup>11</sup> Více informací <https://josefprusa.cz/fotogrammetrie-2-3d-skenovani-jednodussi-nez-kdy-driv/>.

### *Vícebarevný a plnobarevný tisk*

Vícebarevného tisku lze dosáhnout ruční výměnou filamentu nebo pořízením upgradu, který provede výměnu automaticky. Na vhodné tiskárně nebo kombinaci inkoustové a 3D tiskárny tisknout lze v dnešní době tisknout i plnobarevně.

### *Chyby během tisku*

Při 3D tisku může nastat celá řada chyb, jejichž příčiny se různí, např. nesprávné nastavení teplot, chyby spojené s kvalitou materiálu, nesprávné nastavení tisku, výplně atd. Chyb je velké množství, ale díky obrovské komunitě lze na webu snadno vyhledat příčinu i řešení. Nejčastější chyby, které mohou nastat během samotného procesu 3D tisku a možnosti jejich řešení jsou (Bach, 2018)<sup>12</sup>:

- odlepování první vrstvy;
  - kalibrace první vrstvy;
  - příprava tiskové plochy;
  - nastavení správné teploty trysky a vyhřívané podložky;
  - snížení rychlosti tisku;
- posunutí vrstvy;
  - zkontrolovat režim tisku;
  - zkontrolovat správné napnutí řemenů na osách X a Y;
  - zkontrolovat kladky na osách X a Y;
  - zkontrolovat osy, zda jim něco nebrání v pohybu;
  - např. u modelů s velkými převisy je nutné model rozříznout;
- stringování („chlupatý“ výtisk, u některých materiálů nejde o chybu);
  - zkontrolovat přítlačné šrouby na dvířkách extruderu;
  - použít správné nastavení tisku;
  - snížení teploty trysky;
  - postprocessing (horkovzdušná pistole);
- špagetová příšera (vzniká odlepením první vrstvy v pozdějších fázích tisku);
  - důsledná kontrola první vrstvy;
  - odstranění chyb v digitálním modelu;
  - zvýšení teploty podložky;
- blob na extruderu (vzniká tím, že se první vrstva odlepí od podložky a přilepí se na extruder, který v tu chvíli dále pracuje);

---

<sup>12</sup> Srovnej <https://www.levne3dtiskarny.cz/cs/content/7-chyby-pri-3d-tisku>

- důsledná kontrola první vrstvy;
- kontrola počáteční fáze tisku (prvních 10 minut).

### 1.3.5 Filament

Filamenty (tiskové struny) se liší jak vlastnostmi při tisku, tak vlastnostmi vytištěných 3D modelů. Nejběžnějšími filamenty jsou PLA, PETG, ASA a ABS (Stříteský et al., 2019):

#### *PLA*

Jedná se o jeden z nepoužívanějších materiálů, který je díky svým vlastnostem (nízká teplotní roztažnost) vhodný pro začátečníky. Cenově jde o jeden z nejdostupnějších materiálů, který se zároveň vyrábí v mnoha barvách. Ačkoliv je 3D model vytištěný z PLA tvrdý, je zároveň i křehký, při teplotách nad 60 °C měkne a špatně odolává povětrnostním vlivům.

#### *PETG, ASA, ABS*

Všechny tři materiály jsou oproti PLA pružnější, lépe odolávají vyšším teplotám i UV záření. Na druhou stranu jsou všechny náročnější na tisk. Problémem u materiálů ASA a ABS je jednak jejich vysoká teplotní roztažnost, jednak zápach, který vzniká při tisku. PETG má sice oproti PLA lesklejší povrch, ale při tisku má tendenci stringovat.

#### *Ostatní materiály*

Kromě výše uvedených materiálů existuje řada dalších, které se často díky svým vlastnostem používají pro specifické účely. Např.:

- kategorie materiálů s názvem FLEX, který se svými vlastnostmi podobá gumě;
- kompozitní materiály, které se nejčastěji používají pro svůj vzhled;
- rozpustné materiály používané pro tisk podpěr, např. PVA, BVOH (rozpustné ve vodě), HIPS (rozpustný lemonsol).

### 1.3.6 Postprocessing

Jde o postup obrábění (dodatečných úprav) vytištěného 3D modelu většinou za účelem zlepšení jeho vzhledu. Takovými úpravami mohou být:

#### *Lepení a vyhlazování*

Pokud bylo nutné 3D model před tiskem řezat, lze materiály PLA a PETG následně snadno slepit vteřinovým lepidlem. K jejich vyhlazení (např. z důvodu stringování) se používá horkovzdušná pistole. U materiálů ASA a ABS lze jak k lepení, tak k vyhlazení použít aceton, ale je třeba zajistit dostatečné větrání místnosti a ochranné pomůcky. (Stříteský et al., 2019)

### *Další úpravy*

U modelů s vysokými nároky na vzhled se často používá také broušení, tmelení, dodatečné vyztužení nebo barvení.

## **1.4 Software a hardware**

### **1.4.1 3D modelování**

Z hlediska 3D modelování je možné ve škole použít nejrůznější programy. Od nejjednodušších jednoúčelových aplikací, často dostupných online, ve kterých lze pracovat zdarma a bez nutnosti registrace, až po profesionální komerční nástroje (např. Maya). Ani jeden z těchto extrémů se běžně ve výuce neuplatní, ale lze použít následující programy, které jsou zcela nebo alespoň částečně zdarma anebo lze získat zdarma licenci pro vzdělávání:

- Tinkercad (<https://www.tinkercad.com/>);
- SketchUp (<https://www.sketchup.com/>);
- Blender (<https://www.blender.org/>);
- OpenSCAD (<https://openscad.org/>);
- OnShape (<https://www.onshape.com/>);
- FreeCAD (<https://www.freecad.org/>);
- Fusion360 (<https://www.fusion360.cz/>).

#### *Tinkercad*

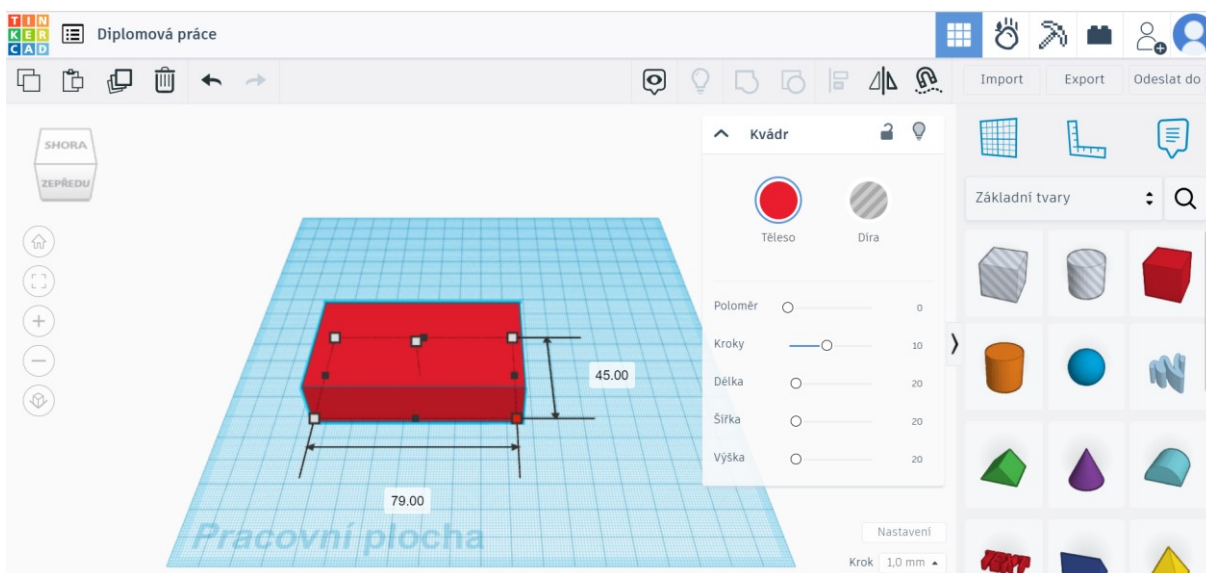
Tinkercad je příkladem softwaru určeného pro 3D modelování, který je dostupný zdarma, online (není třeba nic instalovat) a lze se do něj přihlásit i bez nutnosti registrace pomocí účtu Google, Microsoft, Apple nebo Facebook. Díky své jednoduchosti a dostupnosti je určený hlavně začátečníkům, ale obsahuje i užitečné materiály, aktivity a funkce určené speciálně pro účely vzdělávání, např. možnost pozvat žáky do virtuální třídy pomocí kódu a sledovat jejich postup.

Kromě základní tvorby 3D modelů nabízí Tinkercad i další nástroje (viz Obrázek 5), díky kterým lze nejen vytvářet složitější modely, ale žáci mohou nabyté dovednosti uplatnit i v jiných předmětech bez nutnosti seznamovat se s dalším specifickým softwarem.



Obrázek 5 Nástroje Tinkercadu, zdroj: vlastní zpracování, Tinkercad

Kromě tvorby vlastních modelů (viz Obrázek 6) lze v programu také upravovat již vytvořené modely a exportovat je do jednoho z podporovaných formátů, včetně formátů vhodných pro 3D tisk (.obj, .stl).



Obrázek 6 Pracovní plocha v Tinkercadu, zdroj: vlastní zpracování, Tinkercad

Aplikace není kvůli svým technickým omezením vhodná pro tvorbu složitých modelů nebo řezů tělesy. Pro tyto případy je lépe zvolit např. OnShape nebo Fusion 360.

### 1.4.2 Matematický software

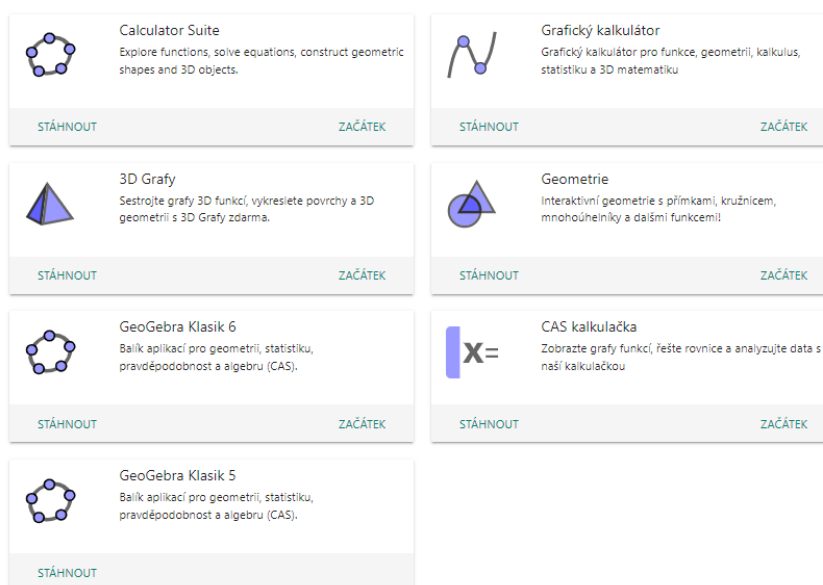
Z hlediska matematického softwaru se jen těžko hledá konkurence pro GeoGebra. Ostatní programy, které by přicházely v úvahu, jsou buď placené (Cabri), což ještě nemusí být překážkou, ale některé jsou navíc i velmi složité a komplexní (Wolfram Mathematica, MATLAB), a proto se pro použití na základních a středních školách nehodí.

## GeoGebra

GeoGebra je matematický software, který je primárně určen pro vzdělávání a jako takový je pro nekomerční použití dostupný zdarma (pod licencí open source). Dynamicky v sobě propojuje několik oblastí matematiky, především geometrii a algebru. Program, v současné době dostupný ve verzi GeoGebra Klasik 6, i jeho jednotlivé součásti lze stáhnout jako aplikace (vč. mobilních) pro iOS, Android, Windows, Mac, Chromebooky a Linux.

### Stáhnout GeoGebra aplikace

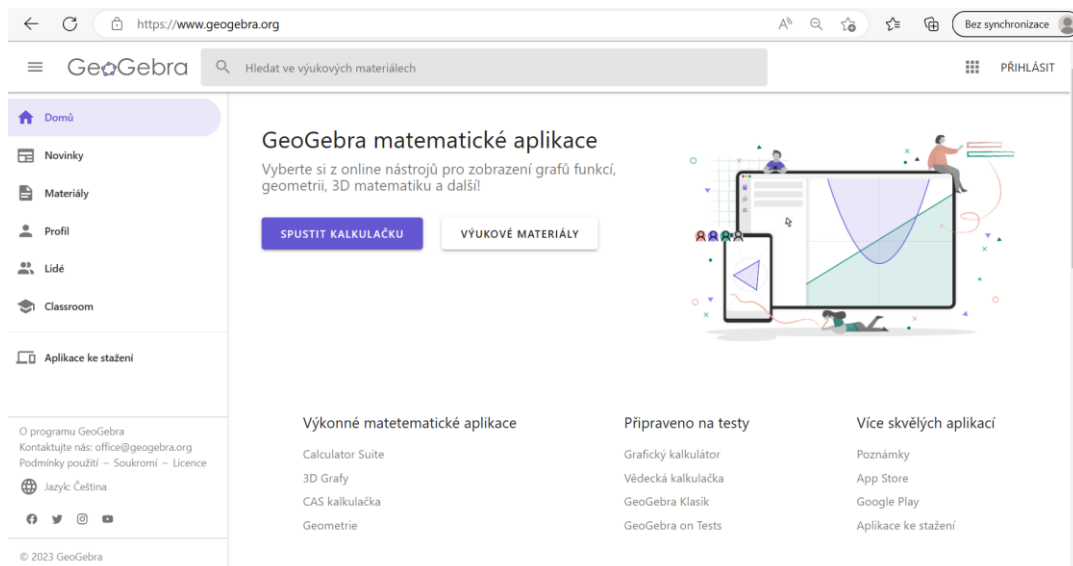
Aplikace zdarma pro iOS, Android, Windows, Mac, Chromebooky a Linux.



Obrázek 7 Přehled aplikací GeoGebry, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

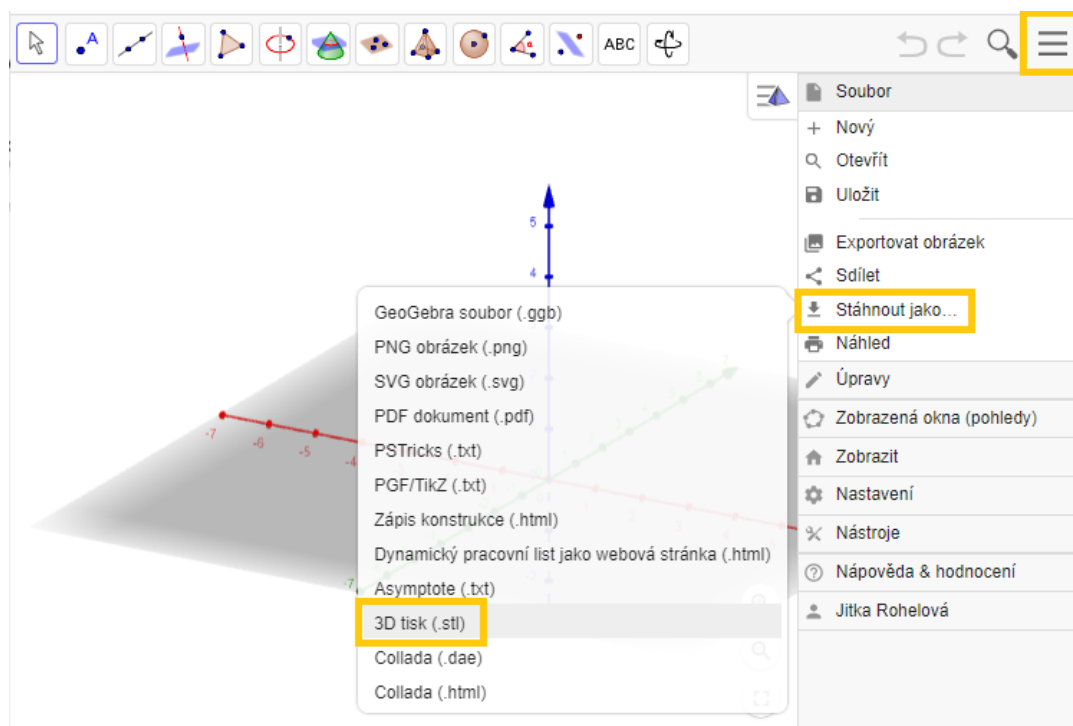
Celý program vč. všech jednotlivých aplikací (viz Obrázek 7) je dostupný také v online verzi na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) (viz Obrázek 8). Zde lze pracovat bez nutnosti registrace či přihlášení, stačí zvolit požadovanou aplikaci a začít pracovat. Stejně jako Tinkercad nabízí i GeoGebra možnost pracovat s žáky ve virtuální třídě (nástroj Classroom) anebo využít materiálů a aktivit, které připravili ostatní uživatelé.





Obrázek 8 Přehled aplikací v online verzi GeoGebry, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

Program je dostupný v češtině, snadno se ovládá a umožňuje export 3D modelů ve formátu vhodném pro 3D tisk. Konkrétně jde o formát .stl a pro export je nutné použít menu v pravém horním rohu, vybrat „Stáhnout jako“ a následně „3D tisk .stl“ (viz Obrázek 9).

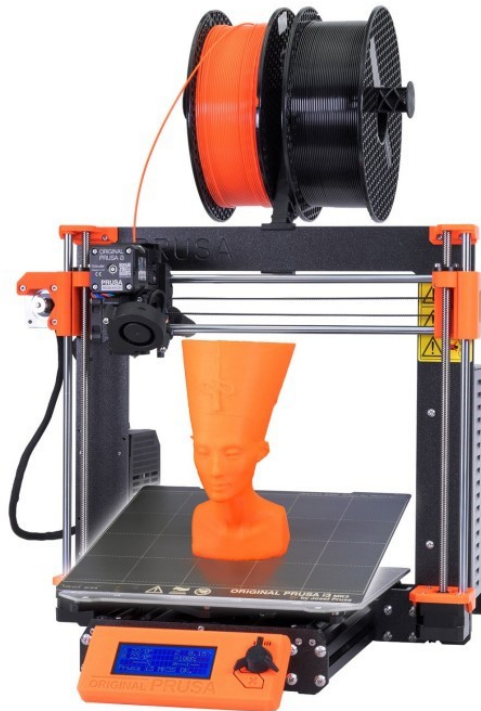


Obrázek 9 Postup exportu do formátu .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

### 1.4.3 3D tisk

#### *3D tiskárna*

V České republice jsou nejrozšířenějšími 3D tiskárnami na základních a středních školách 3D tiskárny rodin MINI a MK3 společnosti PrusaResearch, s.r.o. (Kuželová, 2023). Jedná se o největšího českého výrobce 3D tiskáren, který má své místo i na světovém trhu.



Obrázek 10 3D tiskárna Original Prusa i3 MK3, zdroj: Prusa Research, 2023

#### *Slicer*

Slicer je software, který převádí digitální 3D model do podoby, ze které umí 3D tiskárna vytvořit fyzický 3D model. Slicer nejprve nařeže model na tenké vrstvy a poté ho exportuje do formátu .gcode, který je vhodný pro zpracování 3D tiskárnou. Kromě toho lze ve sliceru částečně upravovat model (např. otáčet, duplikovat, řezat) i další parametry 3D tisku jako např. výšku vrstvy, tisk límce nebo podpěr, rychlost tisku, zastavení tisku (např. kvůli změně barvy filamentu) atd. Zatímco někteří výrobci 3D tiskáren poskytují svůj vlastní slicer, mnozí se spoléhají na oblíbené a univerzální slicery dostupné na trhu nebo doporučují konkrétní slicery s přednastavenými profily pro jejich tiskárny. Příklady slicerů<sup>13</sup>:

- PrusaSlicer,
- Cura,

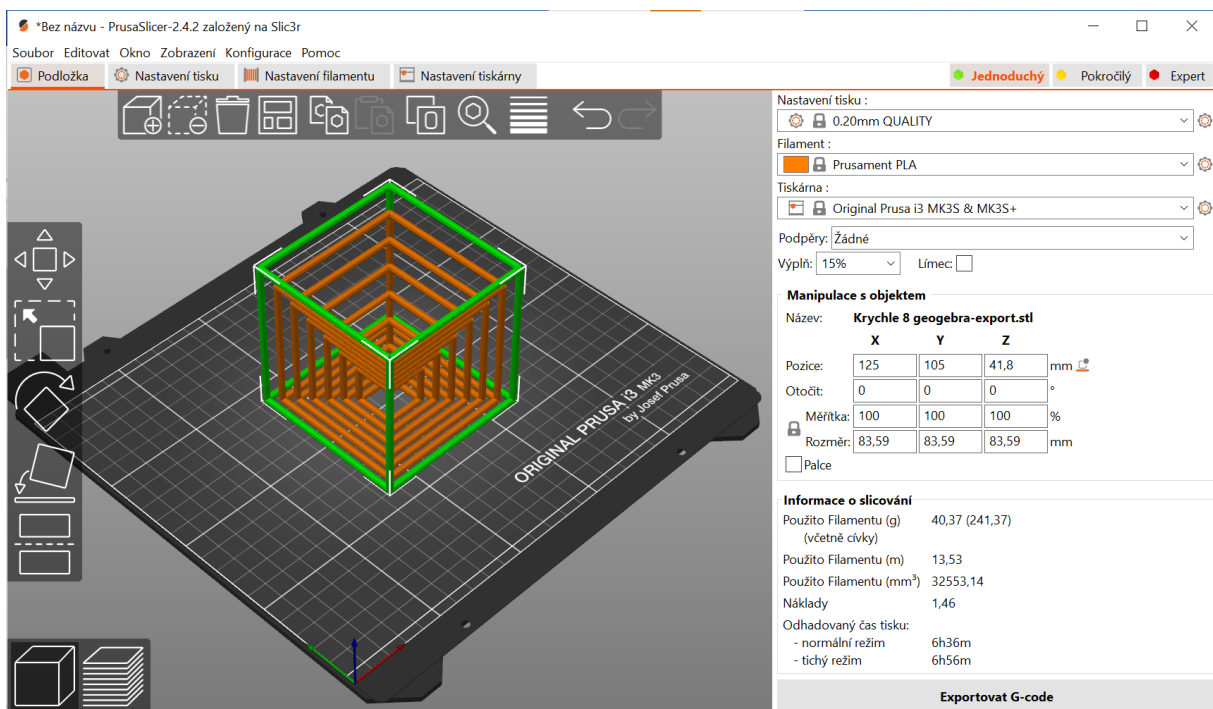
---

<sup>13</sup> Další příklady včetně porovnání viz <https://eshop.sharplayers.cz/a/nejlepsi-slicery-2021>

- Simplify3D.

PrusaSlicer je příkladem univerzálního sliceru, který je určen jak pro 3D tiskárny Original Prusa, tak pro 3D tiskárny mnoha dalších výrobců<sup>14</sup>. Podporuje formáty souborů .3mf, .stl, .step, .obj, .amf (Prusa Knowledge Base, 2023).

Jeho velkou výhodou je také variabilita nastavení režimu zobrazení od jednoduchého až po expertní. To umožňuje jeho používání jak úplnými začátečníky, kteří díky tomu mohou začít téměř okamžitě tisknout, aniž by se museli složitě učit zacházet s dalším softwarem. Zároveň je ale vhodný i pro pokročilé uživatele, kteří ocení možnost přizpůsobit si parametry tisku podle vlastní potřeby v pokročilém nebo expertním režimu.



Obrázek 11 Pracovní plocha PrusaSliceru, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer 2.4.2

<sup>14</sup> Pro PrusaSlicer verze 2.4.2 jsou to: Zonerstar, Voron, Snapmaker, RatRig, TriLAB, Jubilee, INAT, Creality, gCreate, Artillery, Ultimaker, Anycubic, BIBO, FLSun.

## 2 METODOLOGIE VÝZKUMU

### 2.1 Cíle výzkumu

Cílem výzkumu je:

- Navrhnout, implementovat a zhodnotit výukový model, který integruje do výuky 3D tisk a propojuje výuku předmětů informatika a matematika s cílem zvýšit zapojení a porozumění žáků.
- Zkoumat výzvy spojené s využitím 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce matematiky a následně navrhnout doporučení a vytvořit materiály, které by umožnily efektivní využití této technologie ve výuce matematiky.

První část bude realizována prostřednictvím výukového experimentu na střední odborné škole v rámci výuky předmětů informatika a matematika, konkrétně na tématech 3D tisk a 3D tiskárny a stereometrie. Druhá část bude založena na individuálních a skupinových rozhovorech s učiteli matematiky uskutečněnými v rámci projektu sdílení příkladů dobré praxe.

### 2.2 Příprava výzkumu

Nejprve jsem v rámci řešení diplomové práce plánovala pouze výukový experiment. K jeho realizaci se jako nejschůdnější jevila střední škola, kde pracuji jako učitelka matematiky a informatiky.

Příprava výzkumu začala v době doznívajícího covidu a s ním spojených opatření, tzn., jeho realizace byla původně plánována na druhé pololetí školního roku 2021/2022. V rámci matematiky jsem oslovila dva kolegy (v té době jsem učila matematiku jen v 1. a 2. ročníku), kteří učili ve 3. ročníku, kam byla v jejich třídách, resp. oborech dle ŠVP, zařazena stereometrie. Oba byli ochotní se mnou spolupracovat a během výuky tématu stereometrie používat 3D modely těles vytištěné na 3D tiskárně. Výuku v informatice jsem navíc mohla realizovat osobně, díky tomu, že jsem ji ve většině tříd (skupin) 3. ročníku učila. Zbylé skupiny by byly ponechány jako kontrolní. Ve škole byla v té době 3D tiskárna Original Prusa MK3S zapůjčená z projektu Průša pro školy a v běhu byl i projekt na její získání do trvalého vlastnictví školy. Realizace výukového experimentu se ve školním roce 2021/2022 bohužel nepodařila kvůli neustálému suplování a nadstandardně velkým změnám v rozvrzích všech tříd způsobených předchozím obdobím covidu a velkou nemocností kolegů. Přesto bylo téma

stereometrie v jedné třídě odučeno podle dohodnutých pravidel a díky tomu mohla být v pozdější fázi výzkumu využita i data z této třídy.

Realizaci jsem z výše uvedených důvodů přesunula do následujícího školního roku 2022/2023, kdy jsem měla osobně učit dvě třídy třetího ročníku (kam je v ŠVP příslušných oborů zařazena stereometrie) jak na předmět matematika, tak na předmět informatika (vždy jednu skupinu, tzn. polovinu žáků z každé třídy). Musela jsem jen vyřešit skupiny, které na informatiku učit nebudu, protože kolegyně informatičky nebyly v době přípravy a konání výukového experimentu obeznámeny ani s programem GeoGebra, ani s technologií 3D tisku a prací s 3D tiskárnou. Sloučení skupin nebylo možné z důvodu kapacity učeben informatiky, změna úvazku byla také vyloučena a bez nutnosti zásahu do rozvrhu nebylo možné použít ani variantu, že bych alespoň potřebné hodiny informatiky odučila ve všech skupinách osobně. Situaci jsem vyřešila tak, že skupiny, ve kterých budu oba předměty učit já, budou experimentální a druhé dvě skupiny zůstanou kontrolní a v tomto režimu byla zahájena (nikoliv však dokončena, viz dále) experimentální výuka.

Kromě výukového experimentu jsem dostala příležitost připravit setkání učitelů matematiky z okolních základních a středních škol v rámci projektu IKAP II nazvané Kabinet matematiky. Jeho účelem bylo sdílení příkladů dobré praxe v rámci Benešovska. Jelikož jsem díky tomu mohla rozšířit cíle své diplomové práce, je setkání stručně popsáno v samostatném oddíle v rámci kapitoly 3D tisk ve školách.

### **2.3 Metody sběru dat**

Do výukového experimentu bylo zařazeno celkem 5 tříd, které jsou pro účely zpracování a vyhodnocení dat označeny velkými písmeny abecedy, přičemž A, B jsou třídy experimentální a C, D, E třídy kontrolní. Zároveň není ve shodě s odbornou literaturou (Chráška, 2007; Gavora, 2010) používáno spojení experimentální skupina, resp. kontrolní skupina. Protože by mohlo dojít k záměně s označením, které se v práci používá jednak ve spojení s výukou předmětu informatika a souvisejícím dělením tříd na skupiny, jednak pro skupiny při skupinové práci. Z těchto důvodů je použito spojení experimentální třída, resp. kontrolní třída.

V experimentálních třídách jsem učila osobně jak předmět matematika, tak (vždy jednu skupinu) předmět informatika. V rámci výukového experimentu nebylo možné z výuky pořizovat video ani audio záznam, protože se mi nepodařilo od všech žáků získat souhlas s jeho pořizováním. Popis průběhu výukového experimentu proto téměř neobsahuje doslovné citace a vychází především z mých vlastních poznámek a snímků tabulí pořizovaných během

hodin anebo po jejich skončení, doplněný o poznámky z krátkých rozhovorů s žáky. Hodiny kolegů z kontrolních skupin jsem kvůli překrývajícím se hodinám v rozvrhu neměla možnost navštívit, ale vedla jsem s nimi několik individuálních i skupinových rozhovorů, abych ověřila, zda se jim podařilo dodržet dohodnutá pravidla a je tím pádem možné použít jejich data jako kontrolní.

Dalším zdrojem dat byly známky z tématu stereometrie, čtvrtletní klasifikace ze čtvrtletí předcházejícího výuce tématu stereometrie a pololetní klasifikace (z třídních výkazů) ze všech ročníků předcházejících výuce tématu stereometrie. V experimentálních skupinách navíc i testy zadané v průběhu experimentální výuky a kvůli přesahu výukového experimentu i jeden test z následujícího tématu (analytická geometrie).

## **2.4 Metody zpracování dat**

Na základě studia literatury (Gavora, 2010; Chráska, 2007) budou data analyzována jak kvantitativními, tak kvalitativními metodami.

### *Kvantitativní metody*

Získaná data, tj. známky, budou nejprve filtrována podle toho, zda odpovídají jednotně nastaveným pravidlům. Následně bude vypočítán jejich vážený nebo aritmetický průměr a data budou přehledně zapsána do tabulek a následně formátována pomocí podmíněného formátování. Dále budou data zpracována pomocí statistických metod.

Počet žáků ani v jedné ze tříd nepřevyšuje 30. Data zároveň splňují kritéria (Chráska, 2007):

- normální rozdělení dat v základním souboru;
- homogenita rozptylu v obou srovnávaných skupinách;
- závislá, resp. nezávislá měření;
- metrická data.

V návaznosti na to bude pro zpracování dat využít Studentův t-test pro závislé, popř. nezávislé proměnné. Výpočty budou provedeny v programu MS Excel, pomocí funkce T.TEST, resp. funkcí doplňku Analýza dat: dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu, resp. dvouvýběrový párový t-test na střední hodnotu. Hladina významnosti bude u všech t-testů ponechána na výchozí hodnotě 5 %.

### *Kvalitativní metody*

Data získaná během vlastního pozorování při výukovém experimentu a rozhovorů s žáky budou sloužit k doplnění a upřesnění závěrů získaných kvantitativní analýzou. Data

z individuálních a skupinových rozhovorů s učiteli v rámci Kabinetu matematiky budou rozčleněna do kategorií podle toho, zda se týkala škol, učitelů nebo přímo 3D modelů a tyto kategorie budou dále rozpracovány v kapitolách 3D tisk ve školách a Modely.

## 3 VÝUKOVÝ EXPERIMENT

### 3.1 Podmínky výukového experimentu

Výukový experiment proběhl na střední odborné škole. Byly do něj zařazeny všechny třídy (celkem pět tříd), resp. obory (včetně přírodovědného lycea), ve kterých ve sledovaném období proběhla výuka tématu stereometrie. V experimentálních třídách byla oproti kontrolním třídám realizována výuka postavená na úzké návaznosti předmětů informatika a matematika a zároveň na využití 3D tisku. Experimentální výuku absolvovaly dvě třídy, zbylé tři třídy byly ponechány jako kontrolní.

Sledovaným obdobím bylo 2. pololetí školního roku 2021/2022 až 2. pololetí školního roku 2022/2023 a bylo zvoleno tak, aby pokrylo výuku tématu stereometrie ve všech maturitních oborech, které škola nabízí. Jeho délka je způsobena rozdílným slučováním oborů do tříd v jednotlivých ročnících, zařazením tématu stereometrie do různých ročníků a také důsledky covidových opatření.

#### 3.1.1 ŠVP

##### *Matematika*

Ve sledovaných oborech se matematika vyučuje ve všech čtyřech ročnících, v celkovém rozsahu 15 hodin týdně za studium. Téma stereometrie je zařazeno do třetího ročníku v rozsahu 30 vyučovacích hodin kromě přírodovědného lycea, kde je v rozsahu 38 hodin už ve druhém ročníku. Obsahově se všechny ŠVP shodují (viz Tabulka 1).

*Tabulka 1 Učivo a výsledky vzdělávání tématu stereometrie*

Výsledky vzdělávání	Učivo	Počet hodin
Žák:	Stereometrie	30 (38)
<ul style="list-style-type: none"><li>určuje vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, vzdálenost bodů, přímek a rovin</li><li>určuje povrch a objem těles s využitím funkčních vztahů a trigonometrie, převádí jednotky objemu</li><li>aplikuje poznatky o tělesech v praxi</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>základní polohové a metrické vlastnosti v prostoru</li><li>tělesa a jejich sítě</li><li>složená tělesa</li><li>výpočty objemů a povrchů těles</li></ul>	

*Zdroj: ŠVP oborů zařazených do výzkumu*



U oboru přírodovědné lyceum je vzdělávací obsah matematiky rozdělen do dvou předmětů, matematika a matematický seminář. Sice se kvůli tomu mírně liší rozložení počtu hodin do jednotlivých ročníků (viz Tabulka 2), návaznost jednotlivých témat je ale stejná jako v ostatních oborech.

*Tabulka 2 Rozložení hodin do ročníků podle oboru a předmětu*

<b>Studijní obor</b>	<b>Předmět</b>	<b>Rozložení hodin do ročníků</b>
Přírodovědné lyceum	Matematika	4, 4, 3, 3
	Matematický seminář	1, 0, 0, 0
Ostatní obory	Matematika	4, 4, 4, 3

*Zdroj: ŠVP příslušných oborů*

Před zahájením výukového experimentu byl napříč třídami mírně upraven (oproti ŠVP) a sjednocen obsah a v rámci možností také hodnocení (viz dále). Změny se týkaly zařazení jednoduchých řezů tělesy a důrazu na základní tělesa, úlohy na složená tělesa nebyly zahrnuty do hodnocení (pokud byly vůbec hodnoceny).

### *Informatika*

Výuka předmětu informatika se napříč obory sice shoduje obsahově, ale nikoliv počtem hodin a jejich rozložením do jednotlivých ročníků. V případě výukového experimentu to nevádí, protože experimentální výuka byla realizována pouze u oborů, jejichž ŠVP jsou v předmětu informatika shodné. Předmět informatika je v obou třídách vyučován ve všech čtyřech ročnících, s týdenní hodinovou dotací 2, 1, 1, 1. Ve třetím ročníku je dle ŠVP zařazeno téma práce s informacemi a internetem (4 hodiny) a především multimédií (28 hodin). Práce s 3D objekty je normálně zařazena buď v tématu grafika ve druhém nebo ve čtvrtém ročníku, multimédia ve třetím ročníku nebo další aplikační vybavení (především práce s online aplikacemi) průběžně.

### **3.1.2 Materiální zajištění**

#### *Učebny*

Výuka předmětu matematika probíhala v kmenových učebnách vybavených učitelským PC s přístupem na internet, bílou popisovací magnetickou pohyblivou tabulí a projektořem. Kapacita kmenových učeben odpovídá maximálnímu počtu žáků ve třídě. V průběhu výukového experimentu probíhala instalace nových typů projektořů pevně spojených s tabulí, což v několika hodinách experimentálních i kontrolních skupin způsobilo technické problémy, především nefunkční učitelský PC, nefunkční projektoř, fixaci tabule v jedné poloze.

Škola disponuje dvěma počítačovými učebnami. Výuka informatiky probíhala v učebně vybavené jedním učitelským a šestnácti žakovskými PC s přístupem na internet, sadou kancelářských aplikací MS Office, aplikacemi, které jsou součástí operačního systému Windows 10 a dalších aplikací pro výuku odborných předmětů. Ani přes opakované žádosti se ale v průběhu experimentální výuky nepodařilo zajistit instalaci programu PrusaSlicer na žakovské počítače.

### *Učebnice a pomůcky*

Ve všech třídách byly jednotně používány následující učebnice:

- Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 3. díl (Odvárko a Řepová, 1988);
- Matematika pro gymnázia – Stereometrie (Pomykalová, 2000) od úvodu až po část řezy tělesy.

Doplňkově jednotliví vyučující v kontrolních třídách použili také:

- Matematika pro gymnázia – Stereometrie (Pomykalová, 2000) pro ostatní části tématu stereometrie;
- Realistické učebnice matematiky (Krynický, 2010);
- Výpočty v geometrii pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ (Poštulka, 2005);
- Sbírká úloh z matematiky pro základní školu (Běloun, 1994);
- Vlastní úlohy.

V experimentální třídě byla navíc použita ještě:

- Matematika pro 6. ročník základní školy, 3. díl (Odvárko a Kadleček, 2003);
- Vlastní i převzaté úlohy z GeoGebry (GeoGebra, 2023).

Ve všech třídách byl v úvodu tématu jednotně použit drátěný model krychle, kvádrů a jehlanu. Žáci mohli během výuky (včetně testů a ústního zkoušení) používat kalkulačku a tabulky. Jednotně používané učebnice i tabulky jsou pro žáky i učitele v dostatečném počtu dostupné ve školní knihovně, kalkulačku si žáci mohou vypůjčit u učitele.

### *3D tisk*

Škola v době výukového experimentu disponovala jednou 3D tiskárnou Original Prusa i3 MK3S zdarma zapůjčenou v rámci projektu Průša pro školy.

### 3.1.3 Personální zajištění

Experimentální třídy (A, B) jsem učila osobně, v kontrolních třídách (C, D, E) učili kolegové a kolegyně, všichni aprobovaní matematici s délkou praxe přesahující 15 let. Všechny třídy měly od prvního ročníku až do doby, kdy probíhal výukový experiment, stejného učitele.

### 3.1.4 Organizace výuky

Organizace výuky navazuje hlavně na rozdělení žáků do tříd podle jednotlivých oborů a také počtu žáků v jedné třídě. Třídy, které se účastnily výukového experimentu, měly v době jeho konání následující počet žáků:

*Tabulka 3 Počet žáků ve třídách na začátku výzkumu*

	Experimentální třídy		Kontrolní třídy		
Třída	A	B	C	D	E
Počet žáků	22	20	20	28	27

V jednotlivých třídách bylo téma stereometrie konkrétně odučeno ve školním roce, ročníku a čtvrtletí, jak uvádí následující tabulka:

*Tabulka 4 Období výuky tématu stereometrie v jednotlivých třídách*

Třída	Školní rok	Ročník	Čtvrtletí
A (experimentální)	2022/2023	3	2
B (experimentální)	2022/2023	3	2
C (kontrolní)	2022/2023	2	4
D (kontrolní)	2022/2023	3	1
E (kontrolní)	2021/2022	3	3

V předmětu matematika se žáci učili společně v kmenových učebnách. Z kapacitních a organizačních důvodů je nebylo možné dělit na skupiny, a tím pádem přesouvat výuku předmětu matematika do učeben informatiky. Pokud by učitel chtěl zařadit do výuky např. skupinovou práci s programem GeoGebra, je možnost využít tablety, kterých je ve škole teoreticky k dispozici 20 ks, ale v době konání výukového experimentu byly potíže s jejich připojením na internet a také nabíjením.

Na předmět informatika se žáci dělí na skupiny, z důvodu omezené kapacity učeben informatiky. U experimentálních tříd to byly vždy dvě skupiny, přibližně stejně velké.

## 3.2 Průběh výukového experimentu

Výukový experiment sice proběhl v plánovaném období, vč. experimentální výuky. Krátce po jejím začátku ale došlo ke změně experimentálních a kontrolních skupin (jak bylo uvedeno

v kapitole Příprava výzkumu) a také používaných materiálů, resp. učebnic. Pokud není uvedeno jinak, jsou tyto změny v dalším textu již zahrnuty. Zdůvodnění a popis změny jsou kvůli časové návaznosti zařazeny v samostatné podkapitole podle období, kdy nastala.

### 3.2.1 Experimentální výuka

Experimentální výuka byla realizována ve dvou třídách třetího ročníku čtyřletého studijního oboru veterinářství. Celkem bylo v každé třídě odučeno 34 hodin, z toho 30 hodin v předmětu matematika (stereometrie), 2 hodiny v předmětu informatika (3D modelování) a 2 hodiny jsou v ŠVP přímo určeny na čtvrtletní písemnou práci a její opravu.

Obě třídy měly v rozvrhu nerovnoměrně rozložené hodiny předmětu matematika, a to v sudých týdnech 3 hodiny, v lichých týdnech 5 hodin vč. jedné dvouhodiny. Předmět informatika byl v rozvrhu zařazen pravidelně jedenkrát týdně. Během experimentální výuky došlo sice ke změnám v rozvrhu, ale kromě posunutí testu z řezů těles u jedné třídy to nijak významně neovlivnilo průběh experimentu.

Téma stereometrie je dle ŠVP školy zařazeno do třetího ročníku s dotací 30 hodin (z celkových 128 hodin) a navazuje bezprostředně na opakování z předchozího ročníku, kam jsou zařazena témata funkce, exponenciální a logaritmické rovnice, goniometrie a trigonometrie, planimetrie. U obou tříd ale došlo k přesunu tématu planimetrie až do třetího ročníku, takže stereometrie byla zařazena následovně:

- opakování z 2. ročníku;
- planimetrie;
- **stereometrie;**
- analytická geometrie;
- posloupnosti a finanční matematika.

Žáci psali dva průběžné testy a čtvrtletní písemnou práci. Zároveň byl každý žák v souladu se školním řádem minimálně jedenkrát ústně zkoušen a stejně jako v předchozích obdobích byla hodnocena práce v hodinách a zařazeny dobrovolné domácí úkoly.

### 3.2.2 Průběh hodin

Následující tabulka uvádí stručný přehled průběhu experimentální výuky.

Tabulka 5 Stručný přehled průběhu experimentální výuky

Číslo hodiny	Datum		Téma
	VP	VT	
1.	31. 10.	31. 10.	Úvod do stereometrie
2.	3. 11.	1. 11.	
9 hodin	4. 11. – 22. 11.	4. 11. – 16. 11.	Uzavírání čtvrtletní klasifikace <ul style="list-style-type: none"><li>• Opakování a procvičování na čtvrtletní písemnou práci</li><li>• Písemná práce a její oprava</li></ul>
3.	2. 11.	4. 11.	3D modelování a teoreticky 3D tisk
4.	9. 11.	11. 11.	
	11. 11. – 20. 11.		Průběžný tisk 3D modelů
	24. 11.		Třídní schůzky
5. – 15.	24. 11. – 9. 12	18. 11. – 8. 12.	Volné rovnoběžné promítání Polohové vlastnosti
16.	12. 12.	8. 12.	Test – polohové vlastnosti
17. – 19.	12. 12. – 16. 12.	9. 12. – 14. 12.	Řezy tělesy
20.	19. 12.	16. 12.	Test – řezy tělesy
21. – 26.	20. 12. – 9. 1.	19. 12. – 5. 1.	Metrické vlastnosti
27. – 31.	6. 1. – 17. 1.	6. 1. – 16. 1.	Objem a povrch těles
32.	17. 1.	18. 1.	Procvičování na písemnou práci
33.	19. 1.	19. 1.	Písemná práce
34	20. 1.	20. 1.	Oprava písemné práce

Experimentální výuka probíhala ve 2. čtvrtletí školního roku 2022/2023, tzn., od 31. 10. 2022 do 20. 1. 2023. Výuku nebylo možné nahrávat ani pořizovat zvukový záznam, a proto popis vychází především z vlastních poznámek a snímků tabulí pořizovaných během hodin, anebo po jejich skončení, doplněný o poznámky z krátkých rozhovorů s žáky. Moje poznámky (až na výjimky) neobsahují doslovné citace, protože jejich záznam byl téměř nemožný. Jednak jsem často po skončení výuky ihned učila další třídu, jednak jsem musela provádět další činnosti související s výukou. Protože často promluvil několik žáků zároveň nebo v rychlém sledu, snažila jsem se vždy zachytit alespoň hlavní myšlenku sdělení.

Výuka v předmětech matematika a informatika byla naplánována tak, aby po úvodním opakování a zavedení nezbytných pojmů následovalo 3D modelování v programu GeoGebra, seznámení se slicerem a 3D tisk. Teprve po vytištění modelů pokračovala další část výuky stereometrie tak, aby žáci měli vytištěné modely po celý zbytek výukového experimentu během vyučovacích hodin matematiky vždy k dispozici.

Žáci v obou třídách mají založený tým v aplikaci MS Teams (ten spravuji já) a společnou třídní skupinu na sociálních sítích (v té jsou jen žáci, ale jsou tam všichni). Na obě místa žáci nahrávají snímky (tabulí, zadání a řešení) z hodin, před jejichž pořízením je ale vždy nutný souhlas dotyčné osoby (osob) nebo učitele. Do MS Teams navíc ukládám zadání nebo odkazy na zadání z hodin (např. když je přebírám z učebnic, sbírek nebo online zdrojů, které žáci nemají běžně k dispozici) a zadávám úkoly, které jsou ale i v Bakalářích.

### 3.2.3 Úvod do stereometrie

Úvodní část trvala 2 vyučovací hodiny a jejím obsahem bylo:

- opakování pojmů ze ZŠ, upřesnění a doplnění (stereometrie, bod, přímka, rovina, volné rovnoběžné promítání, pohled, nadhled, těleso, vrchol, strana, stěna, úhlopříčka tělesová a stěnová);
- volné rovnoběžné promítání;
- vyznačování/určování vrcholů, hran, stěn, rovin (vč. zápisu pomocí třech bodů, přímky a bodu, malého řeckého písmene);
- skupinová práce s velkými drátěnými modely těles;
- dobrovolný domácí úkol: ověř výsledky libovolné jiné skupiny.

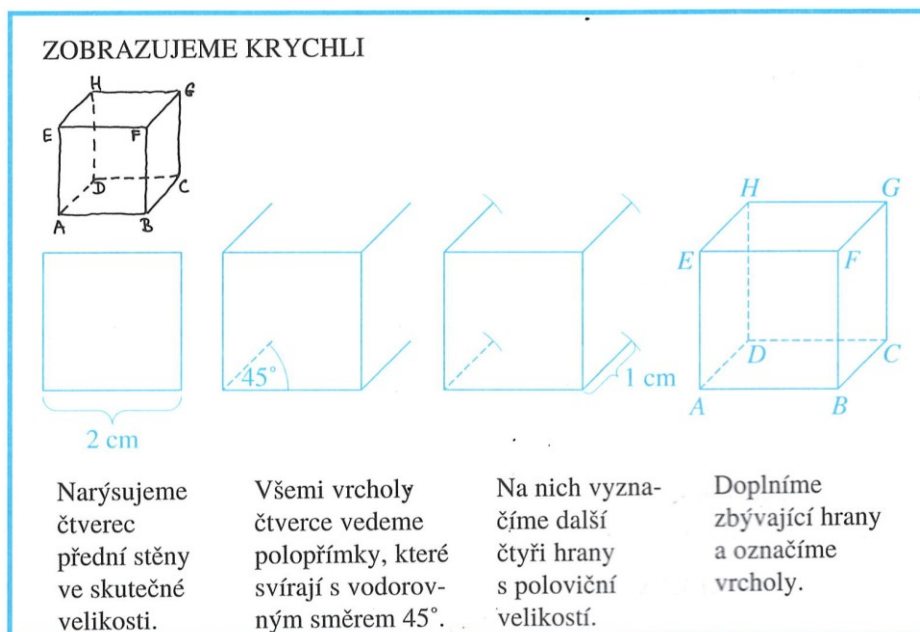
Úvodní část měla motivační charakter, hlavním cílem bylo propojit téma s realitou. Po ujasnění obsahu tématu stereometrie jsme hledali, kde se žáci mohou s touto částí matematiky setkat nejen v reálném životě, ale i v rámci studovaného oboru. Obě třídy nacházely příklady svižně, vhodně a aktivita byla pojata tak, aby se každý žák zapojil.

Následovalo opakování v návaznosti na znalosti, které by žáci měli mít ze základní školy. Většina žáků (na dotaz se přihlásilo 17, resp. 19 žáků) na základní škole používala řadu učebnic matematiky autorů Odvárko, Kadleček<sup>15</sup>, a proto byla tato i následující část (volné rovnoběžné promítání) vedena v návaznosti na odpovídající díly učebnic. Pro názornost jsme (kromě velkých drátěných modelů) využili také samotnou třídu, která je poměrně členitá, strop není rovnoběžný s podlahou a zároveň obsahuje dva viditelné překlady. I přes počáteční skepsi žáků vyjádřenou povzdechy, klením a prohlášeními typu „no tak to už si vůbec nepamatuju“, se jim nejprve podařilo vyjmenovat všechna tělesa a poté i související pojmy. Obtíže měli jen s rozlišením pojmů strana, stěna.

---

<sup>15</sup> Informace o používaných učebnicích na ZŠ byla zjišťována už v prvním ročníku a na začátku experimentální výuky jen aktualizována.

Po opakování volného rovnoběžného promítání podle úlohy 5.1 Zobrazujeme krychli (Odvárko a Kadleček, 2003; viz Obrázek 12) jsem zařadila ještě několik skupinových aktivit na upevnění pojmů. Různé skupiny pracovali různě rychle, takže každá stihla něco jiného, šlo o variace na hru sova.



*Obrázek 12 Úloha zobrazujeme krychli, zdroj: Odvárko a Kadleček, 2003*

Ve druhé hodině jsem po úvodním opakování formou hlasování o pravdivosti výroku (žáci se hlásili a svoje rozhodnutí zdůvodňovali, používali drátěné modely těles) v krátkosti představila program GeoGebra. Účelem bylo hlavně zjistit, zda ho žáci znají a umí v něm pracovat (nikdo v něm na základní škole nepracoval).

Následovala skupinová práce. Nejprve si jednotlivé skupiny (celkem 5 skupin) vybraly těleso (velké drátěné modely), pak jsme společně sestavili seznam toho, co bychom o tělese mohli zjišťovat a následně se jednotlivé skupiny pokusily vyplnit svoji část (na tabuli jsem většinou zapisovala já).

Na skupinovou práci navazoval (domácí) úkol (do příští hodiny ověřte výsledky jiné skupiny), na který v obou třídách zbylo necelých 10 minut. Na tabuli byl výběr tělesa pro (domácí) úkol zaznamenán jinou barvou a všechny skupiny si tabuli povinně vyfotily. Žáci jsou na podobná zadání zvyklí, při tomto typu zadání se skupiny musí domluvit, aby byla ověřena celá tabulka. Pravidlo jsem jen připomněla.

V průběhu první části hodiny (vyplňování tabulky) si všechny skupiny uvědomily, jak důležitý byl výběr tělesa. Největší obtíže působil kužel, takže záznam obsahuje např. i údaje „nula nebo nekonečno“. Také kvůli navazujícímu úkolu jsem se snažila žáky co nejméně ovlivňovat a zapsala jsem vše tak, jak mi nadiktovali.

### 3.2.4 Přejchodné období

Z důvodu uzavírání čtvrtletní klasifikace bylo v následujících devíti vyučovacích hodinách (časově se jednalo o 18, resp. 12 dní) zařazeno:

- opakování na písemnou práci (témata logaritmické funkce a rovnice, funkce, planimetrie);
- písemná práce a její oprava.

Zároveň měly obě třídy dvě vyučovací hodiny informatiky na téma 3D tisk a návazně na ně byly vytištěny 3D modely těles (viz následující podkapitola).

Dne 24. 11. proběhly třídní schůzky, které ovlivnily další průběh experimentální výuky.

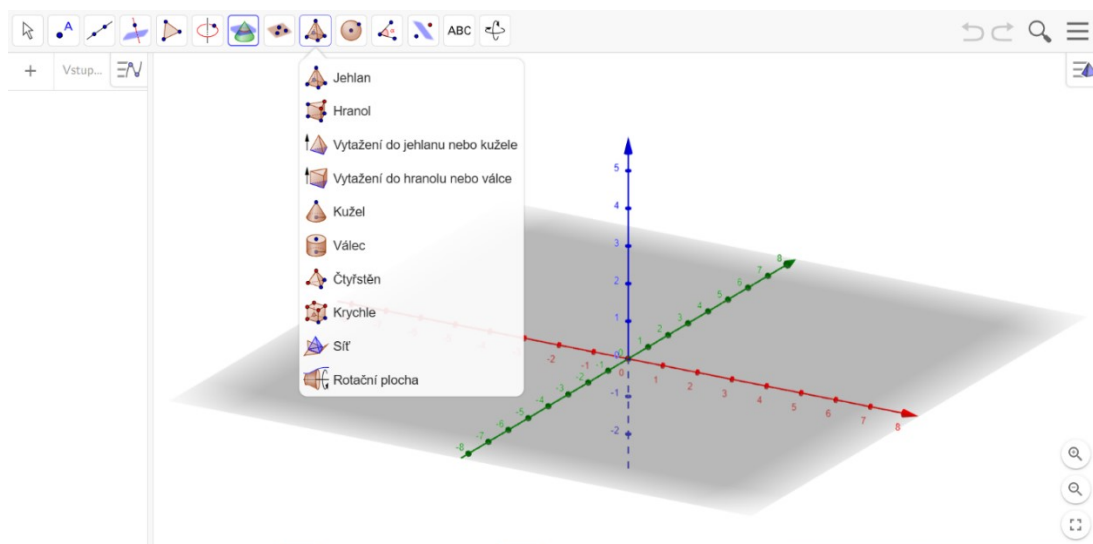
### 3.2.5 3D modelování a 3D tisk

Během přechodného období byly realizovány dvě vyučovací hodiny informatiky, ve kterých se žáci:

- aktivně seznámili s programem GeoGebra, resp. jeho prostředím 3D grafika a nástroji pro modelování těles;
- vymodelovali základní tělesa, vyexportovali je ve formátu vhodném pro 3D tisk a seznámili se slicerem;
- zopakovali si základní poznatky o 3D tisku a 3D tiskárně (fyzicky v hodině).

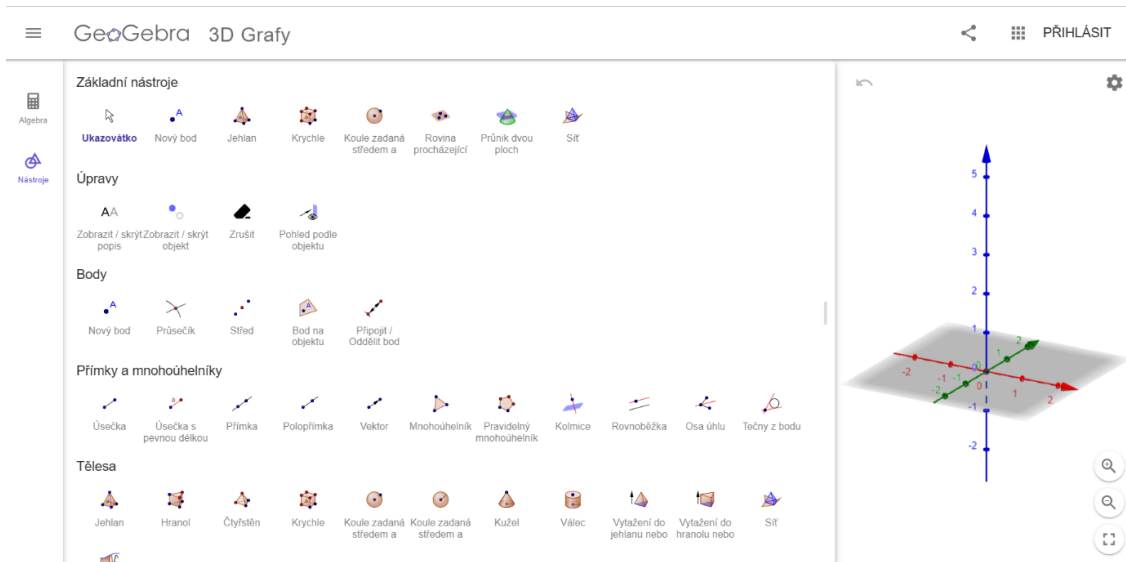
Pro práci v pořadí prvním v předmětu informatika byla použita online verze GeoGebry Klasik, matematické prostředí 3D grafika (viz **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**) a stručně představeny ostatní možnosti.





Obrázek 13 Ukázka ovládacích prvků v GeoGebře Klasik 3D grafika, zdroj: vlastní zpracování, Geogebra

Několik žáků následně pro domácí práci i prezentaci (dobrovolných domácích) úkolů využilo aplikaci staženou do vlastního zařízení a online aplikaci 3D grafy. Ta se od GeoGebry Klasik mírně liší, především v umístění ovládacích prvků a způsobu zobrazení dalších nástrojů (viz Obrázek 14).



Obrázek 14 Ukázka ovládacích prvků aplikace 3D grafy, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

### *První hodina informatiky*

Po úvodní ukázce potřebných nástrojů postupoval každý žák svým vlastním tempem a úlohy jsem mu zadávala postupně. Cílem hodiny bylo, aby každý žák na jejím konci uměl alespoň jedním způsobem vymodelovat mnohostěn (krychli, kvádr, jehlan) a pracovat s ním, tzn.,

označit, pojmenovat, nastavit parametry u vrcholů, hran (úhlopříček, výšek), stěn, těles, pracovní plochy.

Žáci ani v jedné skupině vůbec neváhali, k práci přistoupili velmi aktivně, navzájem si pomáhali a objevovali i další funkce a možnosti programu (např. animaci pláště). Díky tomu jsem se mohla všem v dostatečné míře věnovat, sledovat jejich individuální postup a aktivitu a zařadit i velmi stručné opakování 3D tisku (formátů) a export vymodelovaných těles do formátu .stl a náhled v aplikaci 3D Builder (součástí operačního systému Windows).

Ačkoliv se všem žákům podařilo těleso vyexportovat, cca polovina s tím měla obtíže (viz Obrázek 17), jednotlivci i opakovaně. Nejčastěji žáci zapomínali vypnout zobrazení os nebo roviny, nastavit průhlednost stěn na nulu nebo samotný postup exportu. Pomohl zápis postupu (včetně snímků obrazovky) do online sešitu.

Z hlediska matematiky se žáci nevyjadřovali vždy přesně, někdy si vůbec nemohli vzpomenout na příslušný pojem a místo toho ukazovali na monitoru. V průběhu hodiny se tento stav postupně zlepšil, až téměř vymizel.

#### *Druhá hodina informatiky*

Druhá hodina informatiky následovala u obou tříd po jednom týdnu a jejím cílem bylo, aby si žáci osvojili práci se zbylými nástroji GeoGebry, které budou potřebovat ve stereometrii (např. modelování kužele a válce) a také se seznámili se slicerem.

Modelování a export do formátu .stl se (i díky zápisu do online sešitů z minulé hodiny, který žáci hojně využili) podařil bez problémů, navíc jsme si podrobněji ukázali i práci s rozměry a sjednotili je na 8 cm. Bohužel až v hodině jsem zjistila, že IT správce (aniž by mě o tom informoval) nenainstaloval PrusaSlicer na všechny PC (v minulé hodině jsem zkontrolovala jen učitelský PC, kde program byl a fungoval). Práci ve sliceru jsem proto jen ukázala (promítala pomocí projektoru na tabuli) a žáci si ji mohli vyzkoušet na učitelském PC, což z časových důvodů stihli jen jednotlivci. Upřednostnila jsem žáky, kteří neměli možnost si program nainstalovat a vyzkoušet doma. Od většiny žáků jsem proto získala tělesa (krychle, kvádry a jehlany) jen ve formátu .stl.

Na konci hodiny jsme ve společné diskuzi ještě hledali možná omezení tisku žákovských 3D modelů. Obě skupiny našly více možných problémů, řešení některých z nich jsme si společně ukázali ve sliceru (podpěry, řezání).

### *3D tisk*

Se samotnou 3D tiskárnou i procesem 3D tisku byli žáci poměrně dobře obeznámeni již před začátkem výukového experimentu. V předchozím ročníku (od prosince 2021 do ledna 2022) totiž pracovali na jejím sestavení v rámci témat hardware, novinky v IT a návod, manuál. Průběžně se střídalo celkem 11 skupin, které nejprve sestavily celou 3D tiskárnu a následně si vyzkoušely základní principy 3D modelování v programu Tinkercad a samotný 3D tisk na jednoduchém přívěsku na klíče. Jednotlivci z obou tříd se navíc v průběhu výzkumu zúčastnili také soutěží (Tvoř jako Leonardo, Leadrem Cool Scool), v rámci kterých s 3D tiskárnou přímo pracovali.

Vlastní 3D tisk nebylo možné kvůli jeho časové náročnosti zařadit jako součást výuky, proto byla tiskárna umístěna do jedné kmenové třídy, ve které probíhala (mimo jiné) i výuka žáků experimentálních tříd. Během hodin matematiky (a se souhlasem ostatních kolegů i v jiných hodinách) se tam část 3D modelů (v různých barvách) tiskla. Zbytek jsem vytiskla ve volném čase nebo doma. Počet vytištěných 3D modelů byl sice vyšší než počet žáků ve skupinách na informatiku (vycházelo jedno až dvě tělesa do lavice), ale několik z nich se v průběhu experimentu zničilo (např. prasklo), bylo zapůjčeno kolegům (pro jejich potřebu) nebo ztraceno. V průběhu experimentální výuky jsem zkoušela modelovat a tisknout i 3D modely těles v jiných variantách, např. s jinými rozměry, tloušťkou hran atd. a nahrazovala jimi ty chybějící. Modely byly v průběhu experimentální výuky skladovány v kabinetě, po skončení experimentální výuky jich byla většina rozdána.

### **3.2.6 Změna podmínek experimentální výuky**

Jak už bylo uvedeno výše, dne 24. 11. 2022 proběhly třídní schůzky, na kterých si rodiče vyžádali kroky, které významně zasáhly do průběhu výukového experimentu. Tyto požadavky byly podpořeny ze strany vedení školy, a tudíž jim bylo vyhověno.

### *Učebnice*

Prvním požadavkem bylo zařazení a používání učebnice ze seznamu doporučené literatury, který žáci dostávali na začátku prvního ročníku. Jde o učebnici řady pro SŠ a SOU, která vyšla v osmdesátých letech 20. století, což samo o sobě vylučuje, aby autoři v rámci učebnice pracovali s možností využití informačních a komunikačních technologií dostupných v dnešní době.

Před zahájením experimentální výuky byla výuka postavena na kombinaci různých učebnic (vč. těch doporučených), sbírek a vlastních úloh, které umožňovaly různorodé pojetí výuky,

dávaly prostor přizpůsobit se aktuálním podmínkám a účelně využívat informační a komunikační technologie. Doporučené učebnice sloužily spíše jako náhrada sbírky úloh, kterou většina žáků (ač je také v doporučeném seznamu literatury) nevlastní, anebo pro domácí přípravu (např. v době individuálních praxí). Navíc učebnice je možné si zapůjčit ve školní knihovně, ale sbírku (vzhledem k omezenému počtu kusů) ne.

Jelikož výše uvedený systém dosud bez problémů fungoval, byly pro účely výukového experimentu plánovány vybrané úlohy z učebnice (Pomykalová, 2000), vlastní úlohy a pracovní listy s úlohami s podporou GeoGebry, kde by žáci pracovali samostatně nebo ve skupinách s využitím tabletů. Někteří žáci totiž (od školního roku 2022/2023) mají i vlastní tablety, které používají místo papírového sešitu. Jde o 4 žáky v experimentální třídě A.

Výukový experiment tedy doznal změn tak, aby bylo vyhověno požadavkům rodičů, vedení školy, ŠVP (se kterým se učebnice zcela neshoduje), ale stále s hlavním zřetelem na potřeby žáků.

#### *Používání 3D modelů těles*

Druhý požadavek rodičů se týkal zařazení 3D modelování (resp. používání programu GeoGebra) a 3D modelů těles do výuky pro všechny žáky ve třídě. Zrušení plánovaných kontrolních skupin jsem vyřešila oslovením kolegů, kteří učili matematiku, resp. téma stereometrie v dalších třídách. Všichni byli ochotni mi v rámci svých možností vyjít vstříc. Jednak přizpůsobit výuku (např. jsme museli sjednotit hloubku tématu řezy) a zároveň mi poskytnout veškeré podklady z klasifikace žáků a zpětnou vazbu k výuce. Dva kolegové už měli téma stereometrie navíc odučené, ale naštěstí se jednalo o třídy, které jsem úplně na začátku plánovala sledovat a výuka tím pádem odpovídala nastaveným požadavkům.

Doplnění chybějících znalostí a dovedností v práci s GeoGebrou žáků z původní kontrolní skupiny jsem řešila dobrovolným domácím úkolem v předmětu matematika. Žáky se mi naštěstí podařilo namotivovat tak, že se do něj zapojili všichni. V informatice jsem šla cestou konzultačních hodin, na které se žáci dostavili v hojném počtu, a to nehledě na to, zda byli původně v kontrolní skupině. Alespoň na jednu konzultaci přišli všichni, kromě dvou žáků, z nichž jeden v průběhu školního roku 2022/2023 ukončil studium a druhý propadl z vyššího ročníku, přičemž z matematiky i z informatiky měl jedničku.

Následující výuka bude popsána stručněji (s ohledem na vysoký počet hodin) a v blocích, které odpovídají úvodní přehledové tabulce. Zároveň není možné uvádět (kromě úloh z učebnic nebo obecného popisu) podrobné zadání všech úloh, protože často reagují na

aktuální situaci a zadání podle toho vymyslím nebo přizpůsobuji. Typově lze ale na tyto úlohy nahlédnout v příložených testech.

### 3.2.7 Polohové vlastnosti

Během hodiny č. 5 bylo dokončeno téma tělesa a volné rovnoběžné promítání a následoval celek polohové vlastnosti, kterému byl věnován největší počet hodin, a to celkem 16 včetně testu. V rámci těchto hodin bylo postupně zařazeno:

*Tabulka 6 Přehled hodin části polohové vlastnosti*

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
5.	Zpětná vazba k úkolu (tabulka s tělesy) Shrnutí a doplnění (rotační, komolé, kolmé, kosé těleso) Vlné rovnoběžné promítání (základní tělesa) Dobrovolný domácí úkol: volné rovnoběžné promítání
6.	Polohové a metrické vlastnosti Základní pojmy (bod, přímka, rovina), značení Vzájemná poloha <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bod–bod</li> <li>• Bod–přímka</li> <li>• Bod–rovina</li> </ul> Skupinová práce s 3D modely těles
7.	Vzájemná poloha <ul style="list-style-type: none"> <li>• Přímka–rovina</li> <li>• Rovina–rovina</li> </ul> Skupinová práce s 3D modely těles
8.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 21, úlohy 2.1–2.3</li> <li>• Vlastní obdobné úlohy</li> </ul> Práce ve dvojicích s 3D modely těles Třída VP: Dobrovolný domácí úkol na sjednocení podmínek v kontrolní a experimentální skupině
9.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 21, úlohy 2.1–2.3</li> <li>• Vlastní obdobné úlohy</li> </ul> Práce ve dvojicích s 3D modely těles
10.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 23–25, příklad 1, úlohy 2.7, 2.8, 2.9 (jen někteří)</li> <li>• Vlastní obdobné úlohy</li> </ul> Práce ve dvojicích s 3D modely těles
11.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 26, úlohy 2.12–2.15</li> <li>• Individuálně obtížnější úlohy</li> </ul> Třída VT: Dobrovolný domácí úkol na sjednocení podmínek v kontrolní a experimentální skupině

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
12.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 29, úlohy 2.19–2.21</li> <li>• Individuálně obtížnější úlohy</li> </ul>
13.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• GeoGebra</li> <li>• Vlastní úlohy typově jako z učebnice, ale modifikované pro jehlan</li> <li>• Individuální i skupinová práce</li> </ul> Dobrovolné ústní zkoušení Dobrovolný domácí úkol: vymodeluj řešení libovolných třech úloh v GeoGebře
14.	Polohové úlohy <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vlastní zadání, různá tělesa</li> <li>• Ukázkové řešení v GeoGebře</li> </ul> Ústní zkoušení
15.	Procvičování na test Ústní zkoušení
16.	Test Vzorové řešení testu

Proto dále uvádím jen popis vybraných momentů a skutečností, které jsou podstatné pro experimentální výuku.

Při skupinové práci se žáci vždy dělili na 5 skupin po třech až čtyřech. Zadávané úlohy byly obvykle typu sova se zvyšující se úrovní obtížnosti, ale každá skupina postupovala vlastním tempem (pokud měla skupina potíže s řešením, dala jsem obdobnou úlohu, pokud se jim dařilo, zvýšila jsem obtížnost). V rámci každé třídy se vždy jedna až dvě skupiny dostaly do stavu, že úlohy vymýšleli nebo modifikovali sami žáci a stačila jen drobná korekce. Díky tomu jsem se mohla věnovat skupinám, které měly potíže. Žáci např. nevěděli, jak začít, potřebovali si ujasnit pojmy, váhali s použitím těles aj.

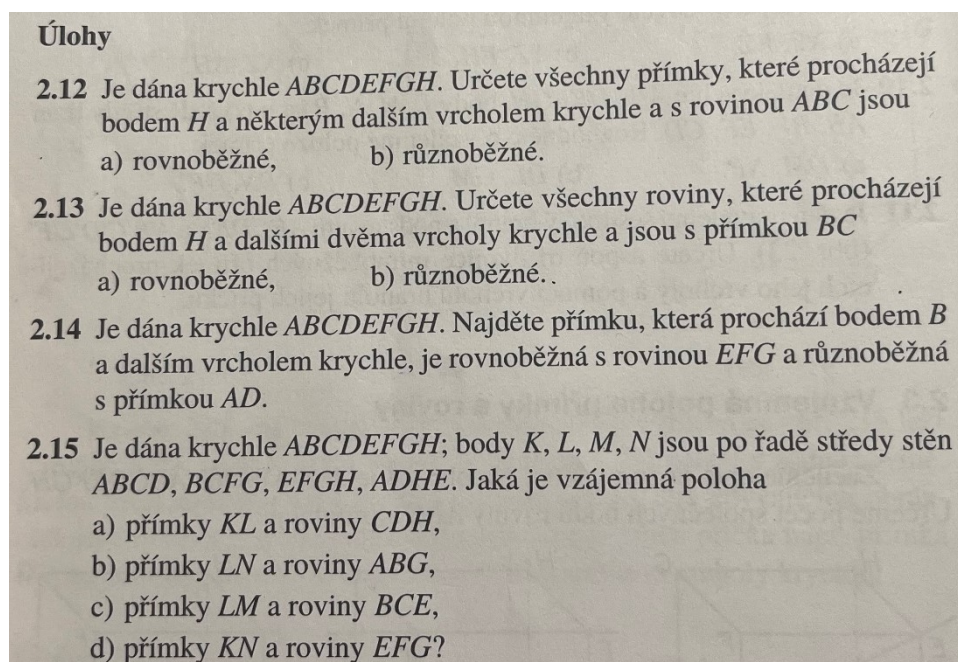
#### *Používání těles*

Zapojení těles do skupinové práce nebo práce ve dvojici (v lavici) nastalo přirozeně. Ve třídě A navíc žáci neváhali si tělesa mezi sebou i mezi skupinami čile vyměňovat nebo použít nápady ostatních při hledání vlastního řešení. V tomto směru byla třída B zdrženlivější po celou dobu experimentální výuky.

Co se týká používání těles jednotlivci, došlo ve třídě A k zásadní změně po prvním dobrovolném zkoušení (uvedeno v tabulce), kdy hned první zkoušená žákyně těleso použila a hlasitě to komentovala. Od té doby už jsem váhání (kromě případů únavy) nezaznamenala.



## Úlohy 2.12 – 2.15



Obrázek 16 Úlohy 2.12–2.15, zdroj: Pomykalová, 2000

Někteří žáci (kromě natáčení a ukazování) model položili na sešit nebo papír, který měl znázorňovat rovinu  $ABC$ , a pak pomocí přikládání tužky k modelu zkoušeli různá řešení. V dalších úlohách přikládali k tělesu papír (symbolizující rovinu).

### Testové úlohy

Během testu žáci brali modely do ruky méně než při předchozí výuce. Z krátkých rozhovorů jsem následně zjistila, že model „stačilo mít na lavici“ a i tak žákům pomohl.

### 3.2.8 Řezy tělesy

Toto téma bylo už před zahájením experimentu sjednoceno. Všichni učitelé ho měli zařadit a navíc používat (hodnotit) pouze krychli, což se ve všech třídách povedlo. Při zahájení tohoto tématu už nastala chvíle, kdy jsem (podle přání rodičů) měla začít používat doporučenou řadu učebnic. Ta ale kapitolu řezy tělesy vůbec neobsahuje a výuka proběhla v souladu s kolegy podle učebnice (Pomykalová, 2000), kterou jsme používali dosud. Řezy tělesy byly odučeny (včetně testu) během čtyř hodin následovně:

Tabulka 7 Přehled hodin části řezy tělesy

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
17.	Rovnoběžnost přímek a rovin



Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
	Postup konstrukce řezu (věty, důsledky, prakticky) Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 40, příklad 2 a), b)
18.	Učebnice (Pomykalová, 1995), s. 40, příklad 2 c), d) Konstrukce řezu v GeoGebře <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vzorová ukázka (projektor)</li> <li>• Procvičení ve dvojicích (tablet, mobil)</li> </ul> Dobrovolný domácí úkol: řezy tělesy (GeoGebra) Dobrovolné ústní zkoušení
19.	Procvičování Vlastní úlohy v návaznosti na cvičný příklad Dobrovolné ústní zkoušení
20.	Dobrovolné ústní zkoušení Test Vzorové řešení testu

Žáci často používali GeoGebru (na tabletech i mobilních telefonech), méně už 3D modely těles (někteří je měli na lavici, ale do ruky je nebrali). V GeoGebře byl zadán dobrovolný domácí úkol, a to ve dvou variantách:

- hledání všech možných tvarů, které mohou vzniknout řezem (libovolné těleso);
- konkrétní zadané řezy na krychli.

Ačkoliv se do úkolu na konci hodiny (kdy je na jeho řešení vždy chvíli čas) pustili všichni žáci, nakonec ho odevzdali jen čtyři (jeden ze třídy A a tři ze třídy B) a všichni úspěšně řešili první variantu na krychli.

Jak je vidět z tabulky, hned druhou hodinu proběhlo dobrovolné ústní zkoušení, tzn., zkoušení z aktuálního tématu. Nejde o chybu, ale o žáka z třídy A, který opakoval ročník (z matematiky má jedničku). Navíc nešlo o jediného žáka, který chtěl být dobrovolně zkoušen, ale přihlásila se minimálně třetina třídy A (u třídy B byl také zvýšený zájem, ale ne v takové míře). Jelikož jsem dosud (ani v tématu stereometrie, ani nikdy jindy ve své praxi) tak velký zájem o ústní zkoušení téměř okamžitě po úvodní hodině nezaznamenala, vedla jsem s žáky více rozhovorů. Ti své rozhodnutí nejčastěji komentovali ve smyslu „tohle je dobrý“, „to mi jde“ a dále zmiňovali GeoGebru, nejčastěji jako nástroj pro rychlé ověření. Oceňovali, že nemusí nikde nic hledat (např. ve výsledcích) nebo čekat na kontrolu řešení, ale řez si jednoduše vymodelují v aplikaci.

### 3.2.9 Metrické vlastnosti

Pro metrické vlastnosti už byly kromě vlastních úloh přímo v hodinách využity učebnice z řady pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných škol (Odvárko a Řepová, 1988). Stručný přehled všech šesti hodin:

Tabulka 8 Přehled hodin části metrické vlastnosti

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
21.	Metrické vlastnosti <ul style="list-style-type: none"><li>• Obsah tématu</li></ul> Odchylka přímek <ul style="list-style-type: none"><li>• V rovině (různoběžky, rovnoběžky)</li><li>• Procvičení na krychli (vlastní příklady)</li><li>• V prostoru (mimoběžky)</li><li>• Procvičení na krychli (vlastní příklady)</li></ul> Práce ve dvojicích s 3D modely
22.	Odchylka přímek <ul style="list-style-type: none"><li>• Procvičování (vlastní příklady, značení podle učebnice)</li></ul> Ústní zkoušení Stanovení termínu a obsahu pololetní písemné práce
23.	Opakování potřebných vzorců z předchozích témat (planimetrie, goniometrie) Odchylka dvou přímek <ul style="list-style-type: none"><li>• Procvičování</li><li>• Učebnice s. 160, příklad 1; s. 167, cvičení 1</li></ul> Ústní zkoušení
24.	Kolmost přímky a roviny (zjednodušeně vyvozeno) <ul style="list-style-type: none"><li>• Vzorový příklad využití pravidla (čtyřstěn)</li><li>• Procvičení (učebnice, s. 167, příklad 2)</li></ul>
25.	Kolmost dvou rovin Odchylka dvou rovin <ul style="list-style-type: none"><li>• Učebnice s. 164, příklad 3</li></ul> Odchylka přímky a roviny <ul style="list-style-type: none"><li>• Učebnice s. 165, příklad 4</li></ul>
26.	Odchylky <ul style="list-style-type: none"><li>• Procvičování</li><li>• Učebnice s. 167, příklady 4 (všichni žáci), 5, 6 (jen někteří žáci)</li></ul> Souhrnné úlohy (vlastní)

V hodině č. 22 jsem chtěla po prvním vlastním příkladu přejít na učebnici (Odvárko a Řepová, 1988). Žáci si ji ale nevypůjčili ani v množství, které by dostačovalo na jednu do lavice, navíc se velmi obtížně sžívali s novým značením. Původně byly vrcholy krychle značené  $ABCDEFGH$ , nově  $ABCD A'B'C'D'$ .

V průběhu hodin se někteří žáci vrátili k manipulaci s 3D modely, ale jinak jsem žádné zvláštnosti v jejich používání nezaznamenala.

### 3.2.10 Objemy a povrchy

Také toto téma bylo po vzájemné dohodě s učiteli kontrolních skupin sjednoceno, a to tak, že pro účely výzkumu byla hodnocena jen základní tělesa. Všichni učitelé sice zařazují i tělesa komolá nebo složená, ale často se stává, že z časových důvodů nejsou dostatečně procvičena nebo učitel pracuje individuálně s žáky, kteří uvažují o maturitní zkoušce z matematiky. Toto neplatí pro obor přírodovědné lyceum, který má v ŠVP na téma stereometrie o 8 hodin více než ostatní obory. Třída zařazená do výukového experimentu ale také absolvovala téma stereometrie jen v rozsahu 30 hodin (včetně písemné práce), takže ani nebylo nutné žádné známky vynechávat nebo třídu z experimentu vyřadit.

*Tabulka 9 Přehled hodin části objemy a povrchy*

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
27.	Opakování <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objem, povrch</li> <li>• Jednotky a jejich převody (délka, plocha, objem)</li> <li>• Hustota</li> </ul> Ústní zkoušení
28.	Objem, povrch, síť <ul style="list-style-type: none"> <li>• Krychle, kvádr</li> <li>• Učebnice s. 170–172, příklady 5, 6</li> <li>• Procvičení (samostatná práce)</li> <li>• Sbírka (Běloun, 1994), libovolné úlohy z tématu</li> <li>• Sbírka (Hudcová a Kubičíková, 2007)</li> <li>• Ústní zkoušení</li> </ul>
29	Objem, povrch, síť <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hranol, jehlan</li> <li>• Učebnice s. 172–173, příklady 7, 9</li> <li>• Procvičení (samostatná práce)</li> <li>• Sbírka (Běloun, 1994), libovolné úlohy z tématu</li> <li>• Sbírka (Hudcová a Kubičíková, 2007)</li> </ul>
30.	Objem, povrch, síť <ul style="list-style-type: none"> <li>• Válec, kužel, koule</li> <li>• Učebnice s. 172, příklad 8, s. 191, cvičení 1</li> <li>• Procvičení (samostatná práce)</li> <li>• Sbírka (Běloun, 1998), libovolné úlohy z tématu</li> <li>• Sbírka (Hudcová a Kubičíková, 2007)</li> </ul>
31.	Objem, povrch <ul style="list-style-type: none"> <li>• Procvičování ze sbírek</li> <li>• Komolý jehlan, rotační kužel, kulová úseč (jen maturanti, individuálně)</li> </ul>

Číslo hodiny	Učivo, činnosti, metody
	zadáváno už v průběhu předchozích hodin) Ústní zkoušení

Během této části žáci používali 3D modely častěji než v předchozích hodinách. Nejčastější výskyt jsem zaznamenala u úloh na síť (valení po papíru, obkreslování) a pak komplexně u jehlanu (ten použili všichni žáci, kteří měli toto těleso zadané při ústním zkoušení).

### 3.2.11 Písemná práce

Jak je uvedeno v souhrnném přehledu, poslední tři hodiny byly věnovány opakování na písemnou práci, písemné práci a její společné opravě. Tělesa sice měli žáci stále k dispozici, ale většinou je měli jen položená na lavici a jen zřídka s nimi manipulovali. Na druhou stranu jsem zaznamenala více případů, kdy žák na 3D model tělesa chvíli hleděl, ale do ruky ho nevzal a pak pokračoval v práci. Z následných rozhovorů vyplynulo, že 3D model tělesa i tak žákovi pomohl např. ujasnit si situaci v úloze, nebo si dotvořit představu o smyslu zadání.

### 3.2.12 Kontrolní třídy

Ve všech kontrolních třídách proběhla výuka podle předem domluvených pravidel včetně klasifikace. Na rozdíl od experimentální výuky nebylo v těchto třídách využito ani 3D modelování ani 3D tisk a využití těles bylo omezeno na hodiny úvodu do tématu stereometrie a velké drátěné modely těles. Zároveň žáci žádné třídy nemodelovali tělesa ani neřešili úlohy s využitím GeoGebry.

Požadavek na zařazení učebnice (Odvárko a Řepová, 1988) u experimentální třídy vstoupil v platnost až ve chvíli, kdy jsem začínala učit část řezy tělesy, která ale v požadované učebnici není zahrnuta a díky tomu byla požadavkem ovlivněna až následující část, tzn., metrické vlastnosti. I přes změnu bylo použití učebnic ve všech třídách velmi podobné, jen kolegové používají různé doplňující materiály. Jak vyplynulo z rozhovorů, využívali se typově stejné úlohy napříč všemi třídami a je možné sebraná data použít.

## 3.3 Zpracování dat

Během výukového experimentu došlo ke změně počtu žáků jak v experimentální třídě A, tak v kontrolní třídě E. Experimentální třídy původně čítaly 22, resp. 20 žáků, což je v obou třídách o 12 méně než v prvním ročníku. Jeden žák v průběhu školního roku 2022/2023 v návaznosti na dlouhodobou absenci ukončil studium, takže počet žáků zařazených do zpracování dat je 21, resp. 20 žáků. Změna počtu žáků v kontrolní třídě E, která původně

čítala 27 žáků, nastala jednak kvůli dlouhodobé absenci a následnému přerušení studia, jednak kvůli dlouhodobé absenci a následnému přestupu na jinou školu. Počet žáků zařazených do zpracování dat je proto 25. Přehled počtů žáků zařazených do zpracování dat v jednotlivých třídách je uveden v následující tabulce.

*Tabulka 10 Počet žáků ve třídách při zpracování dat*

Třída	Experimentální třída		Kontrolní třída		
	A	B	C	D	E
Počet žáků	21	20	20	28	25

Na škole je používán systém známkování s přidělením váhy 1–10. Písemná práce má vždy váhu 10 a píše se každé čtvrtletí, ostatní váhy jsou v kompetenci vyučujícího, ale v rámci výukového experimentu byly v nejvyšší možné míře i ostatní váhy sjednoceny. Jelikož se počet známek z tématu stereometrie od jednotlivých vyučujících lišil, byl z nich pro účely zpracování dat vypočítán vážený průměr.

*Tabulka 11 Vážené průměry známek z tématu geometrie*

Experimentální skupiny		Kontrolní skupiny		
A	B	C	D	E
4,52	3,00	2,00	3,20	1,71
3,09	3,22	3,00	3,21	2,43
3,12	1,67	4,50	4,21	3,83
4,33	2,00	5,00	4,25	3,50
1,19	2,40	2,00	4,75	4,33
3,38	3,83	1,00	4,71	4,33
1,81	1,45	3,50	4,08	5,00
2,30	4,13	2,00	3,92	3,67
3,61	2,35	5,00	4,00	1,83
2,73	2,07	4,00	4,00	4,33
2,44	4,62	4,00	4,07	2,67
1,96	2,21	4,00	2,30	3,00
1,34	1,67	2,00	4,33	3,50
2,00	2,58	4,00	2,42	2,83
3,16	4,19	5,00	4,20	2,43
1,97	1,19	4,00	4,50	3,50
2,81	4,42	2,00	4,70	4,33
2,83	2,79	3,00	4,50	3,00
3,45	2,16	4,50	4,07	2,07
2,62	4,48	5,00	4,60	5,00
2,13			4,17	1,71
			3,86	2,67
			4,13	4,33
			4,25	4,33
			4,13	5,00

Experimentální skupiny		Kontrolní skupiny		
A	B	C	D	E
			4,50	
			3,50	
			4,42	

Kromě známek z tématu stereometrie byly za účelem vyhodnocení výukového experimentu zjišťovány také známky ze čtvrtletí, které bezprostředně předcházelo výuce tématu stereometrie (viz tabulka). Známky jsou ponechány ve formátu, který je uveden v aplikaci Bakaláři, ale pro účely dalšího zpracování jsou místo mínusů (stejně jako při výpočtech průměrů v aplikaci Bakaláři) používány hodnoty 1,5, resp. 2,5, resp. 3,5, resp. 4,5.

*Tabulka 12 Známky z poslední čtvrtletní klasifikace*

Experimentální skupiny		Kontrolní skupiny		
VP	VT	PL	AGZ	AMZ
4	5	2	2	2
4	5	2	3	2
5	3-	4	4	4
5	3-	3	4	4
2	4	3	3	4
4	5	2	4	4
3-	2-	3-	4	5
4	5	1-	3	3
5	4	4	4	4
2-	2	3	3	4
5	4	3	2	3
3-	5	3	1	4
2-	5	1-	3	4
5	3-	3	1	4
3-	5	5	3	2
3	4	3	4	4
4	5	2	4	4
3	5	3-	4	2
5	3	3-	4	2
2-	5	5	4	5
4			2	3
			4	2
			4	4
			3	4
			4	4
			4	
			1	
			3	

Posledním zjišťovaným údajem byly známky ze všech vysvědčení, a to od počátku studia na střední škole až do doby, kdy proběhla výuka tématu stereometrie (viz tabulka). Pro účely zpracování dat byl ze známek z vysvědčení vypočítán aritmetický průměr.

Tabulka 13 Aritmetické průměry známek ze všech vysvědčení

Sledované třídy		Kontrolní třídy		
A	B	C	D	E
3,25	4,25	2,67	3,00	2,00
3,75	4,33	1,67	3,00	2,60
4,25	2,50	4,33	3,50	3,60
4,00	3,50	3,00	4,50	3,40
1,75	3,50	1,33	3,75	3,80
4,25	3,50	2,00	3,50	3,40
3,50	2,25	2,67	4,25	3,60
3,00	4,25	1,00	3,25	2,20
4,25	4,00	4,00	4,25	3,40
2,00	2,25	4,33	3,00	3,67
4,00	4,50	3,00	2,75	3,40
3,00	4,25	4,00	1,50	3,20
1,25	3,75	2,50	3,25	3,60
3,00	2,50	2,67	1,75	3,60
3,50	4,00	4,00	3,25	1,60
2,50	3,25	2,67	4,50	3,40
3,00	4,50	3,00	4,25	3,60
3,25	4,00	2,67	4,00	2,40
4,25	2,25	3,33	3,75	2,00
2,25	4,00	4,33	3,75	4,00
3,50			3,50	3,00
			3,25	2,20
			3,50	3,60
			3,50	4,00
			3,75	4,00
			4,00	
			2,00	
			3,25	

Data byla nejprve zpracována pomocí podmíněného formátování ve dvou tabulkách. Formátovaný sloupec obsahuje známky ze stereometrie (S), které jsou porovnávány se známkami ve vedlejším sloupci. Tam jsou buď známky z předcházejícího čtvrtletí (Č) anebo průměr známek z vysvědčení (V). V tabulkách bylo použito následující značení a formátování.

### 3.3.1 Podmíněné formátování

Tabulka 14 Značení použité v následujících tabulkách

	zlepšení o více než jeden stupeň
	zlepšení maximálně o jeden stupeň
	stejná známka
	zhoršení maximálně o jeden stupeň
	zhoršení o více než jeden stupeň
S	vážený průměr známek z tématu stereometrie (v dalším textu zkráceno na „známka ze stereometrie“)
Č	známka z předcházejícího čtvrtletí (v dalším textu zkráceno na „známka ze čtvrtletí“)
V	aritmetický průměr známek z vysvědčení (v dalším textu zkráceno na „známka z vysvědčení“)

Tabulka 15 Porovnání známek ze stereometrie a předchozího čtvrtletí

Sledované třídy				Kontrolní třídy					
A		B		C		D		E	
S	Č	S	Č	S	Č	S	Č	S	Č
4,52	4	3,00	5	2,00	2	3,20	2	1,71	2
3,09	4	3,22	5	3,00	2	3,21	3	2,43	2
3,12	5	1,67	3-	4,50	4	4,21	4	3,83	4
4,33	5	2,00	3-	5,00	3	4,25	4	3,50	4
1,19	2	2,40	4	2,00	3	4,75	3	4,33	4
3,38	4	3,83	5	1,00	2	4,71	4	4,33	4
1,81	3-	1,45	2-	3,50	3-	4,08	4	5,00	5
2,30	4	4,13	5	2,00	1-	3,92	3	3,67	3
3,61	5	2,35	4	5,00	4	4,00	4	1,83	4
2,73	2-	2,07	2	4,00	3	4,00	3	4,33	4
2,44	5	4,62	4	4,00	3	4,07	2	2,67	3
1,96	3-	2,21	5	4,00	3	2,30	1	3,00	4
1,34	2-	1,67	5	2,00	1-	4,33	3	3,50	4
2,00	5	2,58	3-	4,00	3	2,42	1	2,83	4
3,16	3-	4,19	5	5,00	5	4,20	3	2,43	2
1,97	3	1,19	4	4,00	3	4,50	4	3,50	4
2,81	4	4,42	5	2,00	2	4,70	4	4,33	4
2,83	3	2,79	5	3,00	3-	4,50	4	3,00	2
3,45	5	2,16	3	4,50	3-	4,07	4	2,07	2
2,62	2-	4,48	5	5,00	5	4,60	4	5,00	5
2,13	4					4,17	2	1,71	3
						3,86	4	2,67	2
						4,13	4	4,33	4
						4,25	3	4,33	4
						4,13	4	5,00	4
						4,50	4		
						3,50	1		
						4,42	3		



Tabulka 16 Porovnání známek ze stereometrie a vysvědčení

Sledované třídy				Kontrolní třídy					
A		B		C		D		E	
S	V	S	V	S	V	S	V	S	V
4,52	3,25	3,00	4,25	2,00	2,67	3,20	3,00	1,71	2,00
3,09	3,75	3,22	4,33	3,00	1,67	3,21	3,00	2,43	2,60
3,12	4,25	1,67	2,50	4,50	4,33	4,21	3,50	3,83	3,60
4,33	4,00	2,00	3,50	5,00	3,00	4,25	4,50	3,50	3,40
1,19	1,75	2,40	3,50	2,00	1,33	4,75	3,75	4,33	3,80
3,38	4,25	3,83	3,50	1,00	2,00	4,71	3,50	4,33	3,40
1,81	3,50	1,45	2,25	3,50	2,67	4,08	4,25	5,00	3,60
2,30	3,00	4,13	4,25	2,00	1,00	3,92	3,25	3,67	2,20
3,61	4,25	2,35	4,00	5,00	4,00	4,00	4,25	1,83	3,40
2,73	2,00	2,07	2,25	4,00	4,33	4,00	3,00	4,33	3,67
2,44	4,00	4,62	4,50	4,00	3,00	4,07	2,75	2,67	3,40
1,96	3,00	2,21	4,25	4,00	4,00	2,30	1,50	3,00	3,20
1,34	1,25	1,67	3,75	2,00	2,50	4,33	3,25	3,50	3,60
2,00	3,00	2,58	2,50	4,00	2,67	2,42	1,75	2,83	3,60
3,16	3,50	4,19	4,00	5,00	4,00	4,20	3,25	2,43	1,60
1,97	2,50	1,19	3,25	4,00	2,67	4,50	4,50	3,50	3,40
2,81	3,00	4,42	4,50	2,00	3,00	4,70	4,25	4,33	3,60
2,83	3,25	2,79	4,00	3,00	2,67	4,50	4,00	3,00	2,40
3,45	4,25	2,16	2,25	4,50	3,33	4,07	3,75	2,07	2,00
2,62	2,25	4,48	3,00	5,00	4,33	4,60	3,75	5,00	4,00
2,13	3,50					4,17	3,50	1,71	3,00
						3,86	3,25	2,67	2,20
						4,13	3,50	4,33	3,60
						4,25	3,50	4,33	4,00
						4,13	3,75	5,00	4,00
						4,50	4,00		
						3,50	2,00		
						4,42	3,25		

### 3.3.2 Testování hypotéz

Data byla zpracována v programu MS Excel.

#### Diference

Pro účely dalšího zpracování dat byly nejprve vypočítány difference mezi známkou ze stereometrie a známkou ze čtvrtletí ( $\mu_1$ ), resp. z vysvědčení ( $\mu_2$ ). Z hodnot diferencí byly pomocí dvouvýběrového t-testu pro závislé proměnné testovány následující hypotézy na hladině významnosti (alfa) 5 %:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Tabulka 17 Výsledky testování hypotézy (diference)

Třída	A	B	C	D	E
P	0,0000526	0,0000529	0,907791	0,0214	0,00267
Alfa	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Hypotéza	$H_1$	$H_1$	$H_0$	$H_1$	$H_1$

Na hladině významnosti 5 % se u třídy C neprokázalo, že se diference liší.

Na hladině významnosti 5 % se u tříd A, B, D a E prokázalo, že se diference liší.

Z výsledků tohoto testu plyne, že je u většiny tříd rozdíl v tom, jak se zlepšily nebo zhoršily známky žáků vůči čtvrtletí, tzn. z krátkodobého hlediska a vůči známkám z vysvědčení, tzn. z dlouhodobého hlediska. Proto bude další testování provedeno pro známky ze čtvrtletí i z vysvědčení.

#### Čtvrtletí

Pro účely další analýzy jsou použity známky ze stereometrie ( $\mu_1$ ), resp. ze čtvrtletí ( $\mu_2$ ). Pomocí dvouvýběrového t-testu pro závislé proměnné jsou testovány následující hypotézy na hladině významnosti (alfa) 5 %:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Tabulka 18 Výsledky testování hypotézy (čtvrtletí)

Třída	A	B	C	D	E
P	0,0000152	0,00000462	0,0158	0,000000907	0,665
Alfa	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Hypotéza	$H_1$	$H_1$	$H_1$	$H_1$	$H_0$

Na hladině významnosti 5 % se u třídy E neprokázalo, že se známky ze stereometrie a čtvrtletí liší.

Na hladině významnosti 5 % se u tříd A, B, C a D prokázalo, že se známka ze stereometrie a čtvrtletí liší.

Z výsledků tohoto testu plyne, že u většiny tříd došlo buď k významnému zlepšení, nebo významnému zhoršení známek v tématu stereometrie ve srovnání se známkami ve čtvrtletí. Porovnáním středních hodnot bude dále zjištěno, zda šlo o zlepšení nebo zhoršení.

Tabulka 19 Střední hodnoty (čtvrtletí)

Třída	A	B	C	D	E
Střední hodnota stereometrie	2,70	2,82	3,48	4,04	3,41
Střední hodnota čtvrtletí	3,81	4,20	3,01	3,18	3,48
Zlepšení/zhoršení	zlepšení	zlepšení	zhoršení	zhoršení	-

V obou experimentálních třídách došlo ke zlepšení známek. U kontrolních tříd došlo ve dvou případech ke zhoršení a u jedné třídy se na hladině významnosti 5 % zlepšení ani zhoršení neprokázalo.

#### Vysvědčení

Pro účely další analýzy jsou použity známky ze stereometrie ( $\mu_1$ ), resp. z vysvědčení ( $\mu_2$ ). Pomocí dvouvýběrového t-testu pro závislé proměnné jsou testovány následující hypotézy na hladině významnosti (alfa) 5 %:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

Tabulka 20 Výsledky testování hypotézy (vysvědčení)

Třída	A	B	C	D	E
P	0,00520	0,00409	0,0531	0,000000101	0,126
Alfa	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Hypotéza	$H_1$	$H_1$	$H_0$	$H_1$	$H_0$

Na hladině významnosti 5 % se u třídy C a E neprokázalo, že se známky ze stereometrie a vysvědčení liší.

Na hladině významnosti 5 % se u tříd A, B a D prokázalo, že se známka ze stereometrie a čtvrtletí liší.

Z výsledků tohoto testu plyne, že u většiny tříd došlo buď k významnému zlepšení, nebo významnému zhoršení známek v tématu stereometrie ve srovnání se známkami ve čtvrtletí. Porovnáním středních hodnot bude dále zjištěno, zda šlo o zlepšení nebo zhoršení.

Tabulka 21 Střední hodnoty (vysvědčení)

Třída	A	B	C	D	E
Střední hodnota stereometrie	2,70	2,82	3,48	4,04	3,41
Střední hodnota vysvědčení	3,21	3,52	3,05	3,41	3,17
Zlepšení/zhoršení	zlepšení	zlepšení	-	zhoršení	-

V obou experimentálních třídách došlo ke zlepšení známek. U kontrolních tříd došlo v jedné třídě ke zhoršení a u dvou tříd se na hladině významnosti 5 % zlepšení ani zhoršení neprokázalo.

### 3.4 Přesah výukového experimentu

Na téma stereometrie bezprostředně navazovalo téma analytická geometrie. Ve třídě A žáci přirozeně pokračovali v práci s 3D modely i v úvodní části tohoto tématu zaměřeného na základní pojmy a souřadnice v rovině. Celkem šlo o 10 vyučovacích hodin, z nichž bylo 8 hodin věnováno základním pojmům a souřadnicím v rovině, 1 hodina souřadnicím v prostoru (na krychli), 1 hodina byl písemný test a jeho oprava.

Před ohlášeným testem mě tři žákyně (jako zástupkyně celé třídy A) přišly požádat, zda mohou modely použít i při písemném testu a k ústnímu zkoušení. Souhlasila jsem a zároveň jsem v rozhovorech s těmito žákyněmi a několika dalšími ptala na důvody této žádosti. Rozhovory jsem vedla minimálně s jedním žákem z každé lavice (pokud např. nebyl soused přítomen) a odpovědi jsem si zapsala, ať už v bodech nebo doslova.

Písemný test měl váhu 6 a byla do něj zařazena i dobrovolná úloha (váha 3) na souřadnice v prostoru. Vypracovalo ji celkem 7 žáků ze třídy A a jedna žákyně ze třídy B s následujícími výsledky:

Tabulka 22 Výsledky dobrovolné úlohy z analytické geometrie

Třída A	Třída B
2, 1, 1-, 1, 2-, 1, 2	1

Všichni žáci uvedli jako důvod názornost modelu a možnost manipulace s ním, ať už tyto důvody popsali vlastními slovy jakkoliv: „Líp to v tom (*modelu*) vidím.“, „Já si to bez toho (*modelu*) neumím představit.“, „Můžu si to na tom (*modelu*) ukázat.“, „Je dobrý, že si to (*model*) můžu otáčet.“, „Jde mi to s tím (*modelem*) rychlejc.“

Z rozhovorů jsem dále zjistila, že žáci pokračují i v používání GeoGebry. Žáci s vlastním tabletem ji využívali i přímo v hodinách, ostatní pro domácí přípravu (během samostudia nebo doučování spolužáků, vypracování nebo kontrolu dobrovolných domácích úkolů atd.).

## 4 3D TISKÁRNY VE ŠKOLÁCH

Výukový experiment přiblížil téma použití 3D tisku ve výuce matematiky hlavně z pohledu žáka, ale jen okrajově se dotkl toho, jakým výzvám čelí učitel, když chce začít používat 3D tiskárnu nebo alespoň modely vytvořené během procesu 3D tisku ve výuce matematiky. Cílem této kapitoly je popsat tyto výzvy a pokusit se na ně najít odpovědi jednak na základě vlastních zkušeností, ale hlavně díky zkušenostem kolegů a kolegyně z okolních škol, kteří byli ochotni se o ně podělit v rámci sdílení příkladů dobré praxe, Kabinetu matematiky, jehož popisu bude věnována první podkapitola.

### 4.1 Kabinet matematiky

Těsně po skončení výukového experimentu, tzn. od ledna do června 2023 na škole, kde probíhal výukový experiment, bylo v rámci projektu IKAP II realizováno pravidelné setkávání učitelů matematiky základních a středních škol Benešovska nazvané Kabinet matematiky. Účelem těchto setkání bylo sdílení příkladů dobré praxe. Do projektu se zapojilo celkem dvanáct učitelů z deseti škol z Benešova a okolí, z toho šest učitelů ze základních a šest ze středních škol. Navíc šlo o velmi zkušené kolegy a kolegyně, aprobované matematiky, kteří všichni mají více než 15–30 let praxe, většina i z pozic vedoucích předmětových komisí matematiky, organizátorů matematických soutěží vč. olympiád či (spolu)autorství učebnic matematiky. Osobně jsem se ujala přípravy setkání věnovaných představení výukového experimentu jako příkladu dobré praxe a návazně hlavně 3D tisku a 3D tiskárnám. Díky velkému zájmu je připravováno pokračování tohoto tématu a zároveň se do projektu hlásí i učitelé z dalších škol.

Setkání bylo rozděleno na dvě části, z nichž první proběhla na posledním březnovém Kabinetu matematiky, kde byl odprezentován výukový experiment a získány podklady pro přípravu druhé části věnované 3D tisku a 3D tiskárnám, která se uskutečnila na konci května.

#### 4.1.1 Prezentace výukového experimentu

Nejprve byli účastníci setkání ve stručnosti seznámeni s přípravou, průběhem i přesahem výukového experimentu a následovala možnost klást dotazy a volná diskuze. Oboje se točilo kolem několika témat. Prvním z nich byly reálné možnosti propojení výuky předmětů informatika a matematika. Ukázalo se, že výukový experiment byl za hranou možností všech škol. Účastníci si nedovedli představit funkční propojení tematických plánů ani vhodnou organizaci výuky v návaznosti na rozvrh a obsazenost učeben informatiky. A to i přesto, že na některých školách je kapacita učeben informatiky dostačující pro celou třídu a není nutné ji

dělit jako ve výukovém experimentu. Přesto se na žádné škole učebny informatiky pro výuku matematiky nevyužívají. Z dalších informačních a komunikačních technologií učitelé zmínili pouze tablety a projektor.

Druhým tématem bylo využití softwaru, resp. GeoGebry, ve výuce matematiky. Všichni učitelé program sice znají, ale ne všichni ho ve výuce aktivně využívají. Nikdo s ním nepracuje přímo s žáky (jako ve výukovém experimentu). Polovina učitelů ze základních škol GeoGebru aktivně používá, především v tématu funkce. Pro práci s tělesy ho ale nevyužívá nikdo, místo toho učitelé uváděli drátěné modely, krychle na krychlové stavby nebo matematické hry (např. Ubongo, Ubongo 3D).

Z dalších témat byl diskutován přesah výukového experimentu do analytické geometrie, ale nikdo z kolegů tělesa v analytické geometrii při výuce nepoužívá. Dále postoj vedení školy k zavádění nových metod nebo pomůcek do výuky. Na většině škol je toto spíše otázkou dohody v rámci předmětové komise než přímo vedení školy, jedinou výjimkou byla Hejného metoda, která na mnoha školách budí vášně jak na straně vedení, tak kolegů a hlavně rodičů.

#### **4.1.2 Skupinový rozhovor**

Po ukončení diskuze byl se souhlasem účastníků veden skupinový rozhovor, jehož účelem bylo zjistit skutečnosti podstatné pro přípravu části věnované 3D tisku a 3D tiskárnám. Jak už bylo uvedeno výše, je plánováno návazné setkání a zájem zapojit se do projektu projeví i další školy. Z uvedeného důvodu byly doplněny potřebné informace i z těchto škol, ať už osobně (dvě základní školy), e-mailem (jedna střední škola) nebo telefonicky (jedna základní a dvě střední školy). Informace byly zároveň ověřeny i z jiných zdrojů (např. IT Guru, krajský kabinet informatiky). Díky tomu lze získané informace považovat za vypovídající v rozsahu všech středních škol okresu Benešov (dle rejstříku škol MŠMT) a zároveň celkem osmi základních škol v Benešově a okolí.

V následujícím textu jsou z hlediska škol zahrnuty všechny školy, tzn. včetně školy, kde probíhal výukový experiment, u kterého je její vybavení podrobně popsáno. Z hlediska učitelů, účastníků Kabinetu matematiky, byl ale učitel organizující setkání k tématu 3D tisk vynechán.

##### *Vybavenost 3D tiskárnou*

Všechny základní školy vlastní alespoň 1 ks 3D tiskárny, u všech jde o značku Original Prusa a z popisu lze dovodit, že jde o řadu i3 MK3S(+). Na několika školách je i další tiskárna jiné

značky, kterou ale učitelé nebyli schopni určit, a navíc si ve všech případech mysleli, že se tato tiskárna spíše nepoužívá.

U středních škol a odborný učilišť se vybavenost liší. I tady převládá Original Prusa, ale i zde nebyli v některých případech učitelé schopni značku další tiskárny určit. Nejlépe je na tom z hlediska vybavenosti průmyslová škola, která nejen že aktuálně vlastní tři kusy 3D tiskárny, ale ještě v tomto kalendářním roce plánuje nákup dalších osmi 3D tiskáren Original Prusa i3 MK3S+. Důvodem je nově otevřený obor technického lycea zaměřený na informatiku. Většina středních škol vlastní a ve výuce používá alespoň jeden kus 3D tiskárny a jen dvě střední školy a jedno odborné učiliště tiskárnu ve výuce vůbec nepoužívají. Odborné učiliště plánuje nákup a využití 3D tiskárny v tomto kalendářním roce. Jedna odborná střední škola sice má 3D tiskárnu k dispozici (nepodařilo se zjistit, zda je majetkem školy nebo jen zapůjčená), ale využívá ji jen pro vnitřní potřebu školy, nikoliv ve výuce a ani žáci k ní nemají přístup. Poslední odborná škola 3D tiskárnu zatím nemá ani nákup v nejbližší době neplánuje, o 3D tisk se ale zajímá a její nákup do budoucna nevyklučuje.

Většina uvedených škol získala nebo plánuje získat 3D tiskárnu z peněz Národního plánu obnovy. Jedna základní škola ji koupila ze „zbylých“ peněz na konci kalendářního roku a druhou získala darem od zřizovatele v době covidové pandemie za účelem tisku štítů. Dvě školy využily k získání 3D tiskárny program Průša pro školy.

V rámci širšího průzkumu bylo zjištěno, že 3D tiskárnu vlastní a k výukovým účelům v Benešově a okolí využívají i dům dětí a mládeže, minimálně jedno mateřské centrum a jeden klub pro předškolní děti o jejím pořízení uvažuje.

#### *Využití 3D tiskárny*

Školy (jedna střední a dvě základní), kterým tiskárna dorazila teprve koncem školního roku 2022/2023, ji zatím nevyužívají, ale plánují využití především v informatice. Předmět informatika (nebo jeho obdoba vyučovaná pod jiným názvem) je společným základem ve všech školách, které 3D tiskárnu vlastní již delší dobu (více než půl roku, některé ale i více než tři roky). Kromě informatiky se na těchto školách 3D tiskárna využívá i v dalších předmětech. Na průmyslové škole našla 3D tiskárna uplatnění hlavně ve výuce odborných předmětů, ostatní školy ji zařadily do výuky v povinně volitelných nebo volitelných předmětech (např. pracovní činnosti, technická praktika, volitelné semináře, aj.) anebo do zájmových kroužků organizovaných školou. Nad rámec vyučování je 3D tiskárna využívána např. v soutěžích (výroba soutěžních předmětů, odměn nebo medailí), projektových dnech,

pro výrobu propagačních předmětů nebo předmětů usnadňujících práci pedagogickým i nepedagogickým pracovníkům školy.

Ve výuce matematiky není 3D tisk ani 3D tiskárna využívána (kromě školy, kde se konal výukový experiment) na žádné z oslovených škol. Toto zjištění okamžitě ovlivnilo směr, kterým byla vedena diskuze i následující hromadný rozhovor.

#### *Proškolení*

Jednou z příčin stavu využití 3D tiskáren matematiky může být to, že kromě jediného učitele (který je ale zároveň učitelem informatiky a ve škole spravuje IT vybavení), žádný z účastníků Kabinetu matematiky dosud s 3D tiskárnou nepracoval, neprošel školením ani neměl nebo dosud nevyužil možnost se s ní seznámit. I přesto všichni účastníci uvedli, že jim 3D tiskárna, práce s ní i možnost jejího využití ve výuce připadá zajímavá a na příští setkání s 3D tiskem se velmi těší.

#### *Software*

Stejný stav jako u hardware byl zjištěn i u softwaru pro tvorbu 3D modelů a přehledu o databázích 3D modelů. Všichni účastníci znali program Malování 3D a GeoGebru, ale (kromě již zmíněného učitele informatiky) ani jeden dosud nepracoval s databází 3D modelů ani programem pro jejich tvorbu.

#### *Individuální potřeby*

Nakonec byl každý z účastníků požádán, aby uvedl svá konkrétní očekávání od příštího setkání, co konkrétního by se chtěl dozvědět nebo naučit. Odpovědi se více či méně mířili na jednotlivé části nebo obecný proces 3D tisku, vystižené popsání „jak na to“ s požadavkem „hlavně jednoduše“. Kromě GeoGebry projevíli účastníci zájem i o nějaký jednoduchý nástroj pro tvorbu vlastních modelů, za tímto účelem byl zvolen Tinkercad.

### **4.1.3 Setkání k 3D tisku a 3D tiskárnám**

3D tisku a 3D tiskárnám bylo věnováno celé poslední květnové setkání kabinetu matematiky.

#### *Příprava setkání*

Na základě informací získaných v předchozí části bylo setkání naplánováno následovně:

- obecné principy a technologiemi 3D tisku;
- filameny (materiály, barvy, ceny atd.);
- ukázky prací žáků vč. různých druhů chyb a možných problémů;
- projekt Průša pro školy (vč. ukázky vlastního projektu);



- databáze 3D modelů;
- GeoGebra (vč. exportu modelů);
- Tinkercad (vč. exportu modelů);
- Slicer (vč. změny barvy);
- 3D tiskárna a ukázka reálného 3D tisku;
- volná tvorba a 3D tisk;

Všechna témata měla být představena co nejpraktičtěji, pomocí modelů, ukázek žákovských prací atd. Teorie měla být minimalizována a zjednodušena.

### *Průběh setkání*

Setkání proběhlo v učebně informatiky vybavené veškerým potřebným hardwarem (včetně 3D tiskárny Original Prusa i3 MK3S) i softwarem, aby si učitelé mohli vše (od hledání v databázi dál) ihned prakticky vyzkoušet. Setkání neproběhlo úplně podle plánu. Kromě drobných změn v pořadí témat (kvůli jejich prolínání) účastníci u softwaru (GeoGebra, Tinkercad, Slicer, databáze) upřednostnili praktickou ukázkou bez toho, aby si vše ihned vyzkoušeli také sami. Tato část byla odložena na závěr (po praktické ukázce 3D tisku) a v podstatě na ni už z časových důvodů nedošlo (ačkoliv byl běžný čas setkání překročen skoro o hodinu). Bude proto předmětem navazujícího setkání plánovaného na další školní rok.

I přesto, že si účastníci vyzkoušeli na vlastní kůži jen práci s 3D tiskárnou (nikoliv se softwarem), bylo setkání velmi intenzivní. Učitelé se hned od začátku opravdu aktivně zapojovali, komentovali předložené ukázky a modely, ptali se na podrobnosti a další možnosti využití, přicházeli s vlastními nápady a navzájem je sdíleli. Ze setkání opravu odešli s tím, že „konečně vím, jak na to“ a navíc „už se nebojím“, „těším se, až tu naši (*tiskárnu*) vyzkouším“.

Z diskuze účastníků vzešlo velké množství podnětů. Rozpracování části z nich následuje přímo v této kapitole. Modely, které už (alespoň částečně) byly v návaznosti na to připraveny jsou součástí další kapitoly.

## **4.2 Faktory ovlivňující pořízení 3D tiskárny**

Jak se ukázalo, samotná přítomnost 3D tiskárny ve škole ještě nezaručuje její používání ve výuce, natož ve výuce matematiky. Zároveň neplatí, že žáci škol, které nevlastní 3D tiskárnu, musí být nutně o technologii 3D tisku ochuzeni. Taková škola může využít např. externích projektů, za kterými s žáky vyjede anebo zorganizovat setkání s 3D tiskem přímo ve škole<sup>16</sup>.

---

<sup>16</sup> Např. projekt EDUbus.

Takové workshopy, školení či projektové dny jsou výhodné hned z několika důvodů. Především tím odpadají veškeré starosti a náklady s pořízením a provozem 3D tiskárny a souvisejícího softwaru, a to jak z hlediska materiálního, tak personálního. Na druhou stranu se většinou jedná o jednorázové akce, které sice nabízí základní vhled, ale nikoliv hlubší poznání a možnost dalšího využití 3D tisku ve škole. Škola si tedy musí dobře rozmyslet, zda je pro ni nákup 3D tiskárny vhodnou variantou.

S pořízením 3D tiskárny souvisí mnoho dalších faktorů, které ho ovlivňují a je třeba je zvážit. Nejde přitom jen o obecná doporučení, která lze běžně najít na internetu nebo v literatuře o 3D tisku jako jsou (Stříteský 2019) účel, cena, provozní náklady, velikost tiskové plochy, požadovaná kvalita výtisků, volba mezi stavebnicí a již složenou tiskárnou, volitelné příslušenství. Pro školu je účelné zvážit i další faktory.

#### *Nároky na umístění*

Tiskárna musí být dobře dostupná pro žáky a učitele, kteří s ní budou pracovat, ale zároveň potřebuje připojení do elektrické sítě a dostatek prostoru, kvůli pohybu tiskové podložky. Dále je potřeba počítat s vibracemi a hlukem, které vznikají během 3D tisku.

#### *Filament*

Běžně je potřeba pro každou barvu a každý druh filamentu, ze kterého se bude tisknout počítat s místem na uskladnění. Po otevření původního vzduchotěsně uzavřeného balení navíc filament pomalu degraduje, takže pokud se tiskne jen občas, je dobré toto řešit. Nároky na skladová se mohou dále zvýšit také tím, že škola nakoupí filament ve větším množství, ať už z důvodu projektových podmínek nebo např. množstevní slevy. Navíc stále více obchodů nabízí možnost „recyklovat“ použité cívky.

#### *Spotřební materiál*

Kromě filamentu je třeba počítat s náklady a prostorem na prostředky sloužící pro údržbu tiskové plochy a tiskárny, nářadí, opotřebení a výměnu některých dílů tiskárny (např. tisková podložka), další potřeby (např. magnety) či postprocessing (např. chemikálie, nádoby, ochranné pomůcky, barvy, štětce atd.).

#### *Odpadní produkty 3D tisku*

3D tisk přirozeně produkuje tiskový odpad např. při tisku límce nebo podpěr, výměně filamentu, kalibraci tiskárny atd. Zároveň občas dochází k tiskovým chybám, kvůli kterým je výtisk znehodnocen. První vadné výtisky lze využít jako modely příkladů tiskových chyb, ale u dalších je již v dnešní době možné (stejně jako u cívek) zvážit jejich recyklaci.

## *Servis*

Pravidelný kvalitní servis 3D tiskárny je důležitou součástí jejího provozu ve škole. Základní údržbu by měl zvládat každý, kdo bude tiskárnu používat, protože některé úkony by se měly provádět při každém jejím použití. Pro složitější servisní úkony je lépe zajistit odborníka.

## *Školení*

Seznámení učitelů nejen s 3D tiskárnou, ale i dalšími kroky procesu 3D tisku a příklady dobré praxe se ukázalo být jedním z klíčových faktorů pro uplatnění 3D tisku na základních a středních školách nejen v matematice.

### **4.3 Možnosti pořízení 3D tiskárny**

Dle posledních (školní rok 2021/2022) údajů Českého statistického úřadu je v České republice 4238 základních a 1285 středních škol. Základní školy a nižší gymnázia získaly díky revizi rámcových vzdělávacích programů (RVP) pro základní vzdělávání (ZV), která proběhla v minulých letech pro nákup a využití 3D tiskáren ve výuce nejen oporu v kurikulu, ale také potřebné finanční prostředky. Revize RVP na středních školách teprve probíhá.

#### **4.3.1 Financování pořízení 3D tiskárny**

Už v roce 2021 byla ze státního rozpočtu pro základní školy a nižší stupně gymnázií vyčleněna částka téměř 1,3 mld. Kč na nákup vybavení, které kromě podpory distanční výuky (v souvislosti s covidovými opatřeními) bylo určeno i pro nadcházející revizi RVP ICT ZV. Školy dostaly možnost volby, kdy začít podle nové informatiky vyučovat, a to v rozmezí od 1. 9. 2021 do 1. 9. 2023 (1. stupeň), resp. 1. 9. 2024 (2. stupeň). Toto období jim mělo poskytnout dostatek času na přípravu materiálního i personálního zajištění výuky. Ministr školství ve svém dopise ředitelům škol navíc uvedl i další formy podpory a zároveň do budoucna přislíbil možnost čerpání dalších finančních prostředků, např. 6,8 mld. Kč z Národního plánu obnovy. (Plaga, 2021).

#### **4.3.2 Další způsoby získání 3D tiskárny**

Kromě státních peněz mohou školy k získání (nebo alespoň zapůjčení) 3D tiskárny (ale někdy i filamentů nebo dalšího příslušenství) využít programů a projektů neziskových organizací a nadací (např. Odborné vzdělávání cesta k budoucnosti<sup>17</sup> od NROS<sup>18</sup>), internetových obchodů (např. 3D tiskárny pro školy od Alza.cz<sup>19</sup>) nebo samotných výrobců 3D tiskáren (např. Průša

---

<sup>17</sup> Viz <https://kbudoucnosti.cz/>.

<sup>18</sup> Viz <https://www.nros.cz/>.

<sup>19</sup> Viz <https://www.alza.cz/3D-tiskarny-pro-skoly>.

pro školy od Prusa Research, a. s.<sup>20</sup>). Zvýhodněné nabídky pro školy poskytuje i většina prodejců filamentů.

### *Program Průša pro školy*

Poslední zmíněný program Průša pro školy si zaslouží více pozornosti, a to hned z několika důvodů. Sám Josef Průša, majitel firmy Prusa Research, o něm v rozhovoru pro iDNES.cz uvedl: „Firmě se daří a myslím, že je správné vracet to komunitě zpátky. Nehledě na skutečnost, že v technologiích je budoucnost a jakékoliv šance, jak vytvořit lásku k technologiím u mladých lidí, by byla škoda nevyužít.“ (Matoušek, 2021). Průša pro školy je komplexní program, který se neomezuje jen na školy, ale možnost získat kvalitní 3D tiskárnu zdarma nabízí i knihovnám, domům dětí a mládeže, klubům, mateřským centrům, jednoduše všem, kteří se věnují vzdělávání. Dva zástupci zaregistrované instituce mají navíc zdarma i školení 3D tisku, kde se dozví a vyzkouší si vše potřebné pro to, aby mohli začít tiskárnu opravdu používat. Prostřednictvím projektů, které samy školy v rámci tohoto programu vytváří vzniká přehledná databáze<sup>21</sup>. Nejen že se v ní lze snadno orientovat a vyhledávat podle kritérií přizpůsobených potřebám učitelů, ale kromě samotných modelů obsahuje i materiály potřebné pro výuku jako např. přípravy, pracovní listy, aj. Program běží od roku 2020 a od té doby se do něj zapojilo již více než 2 300 škol a dalších vzdělávacích institucí z celé České republiky a více než 1 400 z nich využilo možnosti získat 3D tiskárnu zdarma (Průša pro školy, 2023). Databáze k dnešnímu dni (1. 8. 2023) obsahuje 1 123 projektů z nichž je 179 zařazeno pod matematiku.

## **4.4 Náklady na 3D tisk**

Pokud si škola chce koupit a následně používat vlastní 3D tiskárnu, musí počítat nejen se vstupními, ale také s provozními náklady. Do těchto nákladů je třeba započítat následující položky:

- 3D tiskárna,
- filamenty,
- příslušenství,
- spotřební materiál,
- školení.

---

<sup>20</sup> Viz <https://proskoly.prusa3d.cz/>.

<sup>21</sup> Viz <https://www.printables.com/cs/education>.

Ne vždy je třeba na každou položku vynakládat finanční prostředky, např. základní přehled o 3D tisku lze získat z volně dostupných zdrojů, např. online kurzů nebo videí.

#### *Náklady na model vytištěný na 3D tiskárně*

Jako příklad uvádím rozpočet na hranový model krychle (vyexportovaný z GeoGebry). Délka hrany je 4 cm, doba tisku (podle PrusaSliceru) 1 h. Spotřeba tiskárny udaná výrobcem při tisku z materiálu PLA je 80 W na hodinu, aktuální (srpen 2023) cenový strop je 6 000 Kč/MWh.

*Tabulka 23 Kalkulace ceny 3D tisku*

<b>Položka</b>	<b>Jednotky</b>	<b>Cena v Kč</b>
Filament	Kč/1 kg	400
Spotřeba filamentu	g	6
Doba tisku (náklady na el. energii)	h	1
Mzda modeláře	Kč/h	0
Doba modelování	h	0
Mzda tiskaře	Kč/h	0
Odhad ceny modelu	Kč	8,4

Další náklady, které je třeba připočítat:

- opotřebenění 3D tiskárny,
- procento chyb tisku (v průběhu výukového experimentu byla chybovost všech tisků na škole cca 5 %),
- náklady na postprocessing,
- náklady na spotřební materiál a údržbu tiskárny.

I po případném započtení dalších nákladů není cena hranového modelu krychle o hraně 4 cm vyšší než 10 Kč.

## **4.5 Pomůcky**

3D modely těles pro téma stereometrie lze s žáky nejen vymodelovat a vytisknout na 3D tiskárně jako ve výukovém experimentu, ale na školách je obvykle k dispozici sada drátěných, dřevěných či plastových modelů těles. Sadu lze jednoduše zakoupit anebo modely těles s žáky vyrobit z běžně dostupných materiálů jako papír, dřevo, modelína aj. Z diskuze účastníků Kabinetu matematiky vykristalizovala legitimní otázka, jaké jsou náklady na těleso vytištěné na 3D tiskárně v porovnání s náklady na ostatní způsoby jejich pořízení. Následující

text přináší přehled, na základě kterého si každý učitel může udělat hrubou představu a posoudit, zda je pro něj účelné zařadit 3D tisk do výuky.

### *Sady modelů těles*

Sady modelů těles se vyrábí z různých materiálů (např. plast, dřevo, kov), v různých velikostech, jak z hlediska velikosti modelů, tak z hlediska počtu kusů v jedné sadě. Modely v sadě jsou jednodruhové (hranové, stěnové; plné, duté) a obvykle je každé těleso zastoupeno jedním kusem. Některé modely těles mají navíc odnímatelné části nebo je lze např. naplnit vodou nebo sypkým materiálem a tím pádem využít i v dalších tematických celcích matematiky nebo dalších vyučovacích předmětech. Sady jsou také často doplněny o stojany, podstavy nebo boxy pro uskladnění modelů.

Různé sady modelů najdou uplatnění na různých stupních vzdělávání. Ačkoliv se nynější garant matematické gramotnosti NPI (Bendl, 2021) domnívá, že drátěným modelům odzvonilo, na Kabinetu matematiky se toto nepotvrdilo. Nejen že většina<sup>22</sup> škol vlastní sadu velkých (cca 25 cm) drátěných těles, ale učitelé se shodli, že tato tělesa používají. Drátěné modely byly použity i v úvodní hodině ve výukovém experimentu, který ale ukázal že pro žákovskou práci je možné nahrazení těchto těles modely vytištěnými na 3D tiskárně, navíc v menší velikosti.

### *Sady modelů těles*

Ceny sad modelů se liší podle použitého materiálu, počtu kusů modelů těles v jedné sadě či velikosti těles. Pohybují se od stokorun až po několik tisíc, jak ukazuje následující stručný přehled nejprodávanějších sad modelů dle srovnávače cen Heureka.cz a dalšího vyhledávání v online obchodech s pomůckami. Uvedené ceny byly zjištěny dne 6. 8. 2023, jednotková cena je cena sady děleno počet kusů v sadě.

*Tabulka 24 Sady modelů těles*

<b>Sada</b>	<b>Materiál</b>	<b>Rozměry modelů</b>	<b>Počet ks</b>	<b>Cena sady</b>	<b>Jednotková cena</b>	<b>E-shop</b>
Velká tělesa	Barevný plast	Neuvedeno	10	598 Kč	59,80 Kč	Nauka hrou
Středně velká tělesa	Barevný plast	Až 105 mm	17	2 169 Kč	127,60 Kč	Skolamarket
Menší sada	Průhledný barevný plast	5 cm	12	450 Kč	37,50 Kč	Mandala Montessori
Větší sada	Průhledný barevný plast	3–8 cm	14	559–757 Kč	39,90–54,10 Kč	Montessori hračky

<sup>22</sup> Všichni přítomní učitelé uvedli, že jejich škola sadu drátěných modelů vlastní a je používána, ale při položení dotazu nebyli přítomni všichni účastníci Kabinetu matematiky.

Sada	Materiál	Rozměry modelů	Počet ks	Cena sady	Jednotková cena	E-shop
Malá sada vč. podstav	Nelakované dřevo	Cca 8 cm	6 těles 5 podstav	449 Kč	74,80 Kč	Mandala Montessori
Střední sada	Nelakované dřevo	2,5–7,5 cm	12	499–1099 Kč	41,60–91,60 Kč	Mandala Montessori
Velká sada	Nelakované dřevo	2,5–7,5 cm	19	1 239 Kč	65,20 Kč	Skolamarket
Samostatná tělesa	Lakované dřevo	Cca 10 cm	10	1 400 Kč	140 Kč	Mandala Montessori
Plná sada	Lakované dřevo	Cca 10 cm	10	1 610–2 600 Kč	161–260 Kč	Alza
Sada I	Jednobarevný drát	18–24 cm	10	3 570 Kč	357 Kč	Učební pomůcky
Sada I	Dvoubarevný drát	18–24 cm	10	3 440–3 970 Kč	344–397 Kč	Učební pomůcky
Sada II	Jednobarevný drát	18–24 cm	10	3 570 Kč	357 Kč	Učební pomůcky
Sada II	Dvoubarevný drát	18–24 cm	10	3 440–3 970 Kč	344–397 Kč	Učební pomůcky

*Zdroj: webové stránky uvedených e-shopů*

### *Stavebnice modelů těles*

Stavebnice je svým způsobem kompromisem mezi sadou modelů těles (která je trvanlivá, ale poměrně náročná na skladování a modely těles jsou neměnné) a vyrobeným modelem, který žákovi dává velkou volnost, ale není vhodný pro manipulaci a další využití. Výhodou stavebnice je (kromě jiného) skladnost, možnost manipulovat s vytvořenými modely a jistá dávka volnosti.

*Tabulka 25 Stavebnice těles*

Stavebnice	Materiál	Počet ks	Cena sady	E-shop
Gigantická konstrukční stavebnice	Plast	77	1 290 Kč	Mandala Montessori
Stavebnice obřích geometrických těles	Plast	72	1 851 Kč	Skolamarket
Stavebnice těles I	Plast	114	1 549 Kč	Skolamartket
Stavebnice těles II	Plast	170	1 699 Kč	Skolamartket

*Zdroj: webové stránky uvedených e-shopů*

### *Vyrobené modely*

Vyrobené modely většinou nemají s ohledem na použité materiály dlouhou trvanlivost. Přesto jde o levný a většinou poměrně jednoduchý způsob, jak modely vyrobit a může být pro žáky přínosem.

Modely těles lze vyrobit z papíru (kartonu, čtvrtky), který je (stejně jako potřebné lepidlo) ve škole běžným spotřebním materiálem, popř. odpadem v domácnostech a žáci ho díky tomu mohou donést z domova. Předlohu (pokud ji učitel z nějakého důvodu nechce nebo nemůže s žáky narýsovat) lze stáhnout z internetu (zdarma nebo za symbolickou cenu) anebo vytvořit ve vhodném software např. SketchUp, včetně částí potřebných pro slepení.

Další možností jsou dřevěné modely. Jejich výroba je náročnější jak z hlediska materiálu, tak kvůli potřebnému zázemí (např. dílny) a vybavení školy (např. nářadí). Dalšími faktory jsou věk, manuální zručnost žáků atd.

Naopak velmi jednoduše lze ve výuce realizovat výrobu hranových modelů pomocí špejlí nebo páráték a různých spojovacích materiálů (modelína, namočený hrách nebo cizrna). Kromě luštěnin (jejichž cena se pohybuje v řádech několika desítek korun za 500 g, což je množství, které vystačí pro celou třídu) jde opět o běžný školní spotřební materiál např. do výtvarné výchovy.



## 5 MODELÝ

V průběhu tvorby diplomové práce byla použita, vymodelována a vytištěna řada modelů, které lze využít při výuce matematiky. Jednak šlo o modely vytvořené žáky během výukového experimentu. Pak o modely, které lze získat z databází 3D modelů. A nakonec modely, které vznikly na základě vlastních zkušeností z výukového experimentu, setkání s učiteli v rámci Kabinetu matematiky a školení 3D modelování, 3D tisku a pokročilého 3D tisku, absolvovaných v průběhu školního roku 2022/2023.

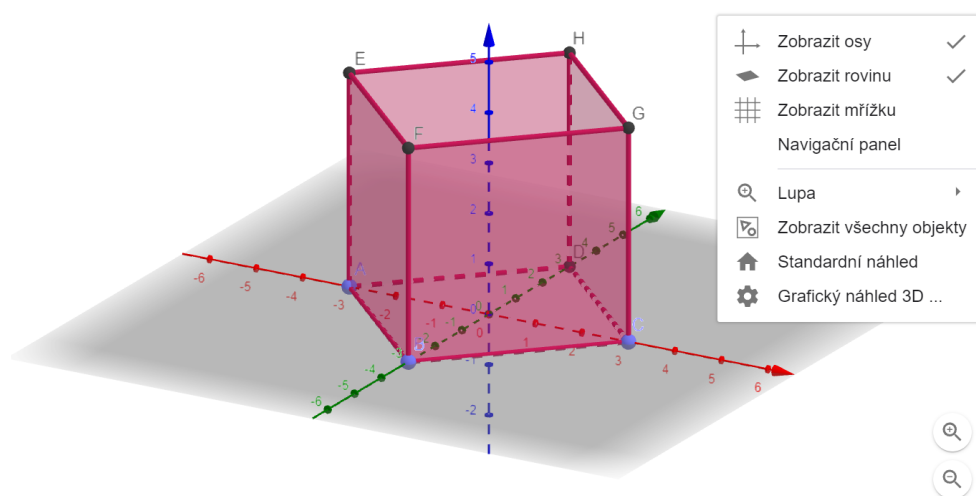
### 5.1 Modely z GeoGebry

Vytvořit model v GeoGebře není pro žáky, jak ukázal výukový experiment, nijak náročné. Software je uživatelsky příjemný jak pro žáka, tak pro učitele a neskrývá ani žádná nebezpečí a potenciální potíže v podobě licenčních poplatků, špatné dostupnosti apod. Moment, který je třeba sledovat a žákům být případně k ruce přichází při exportu modelu do formátu .stl.

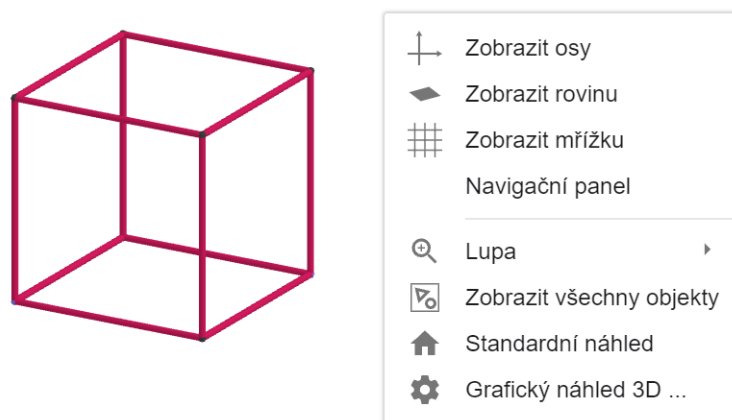
#### 5.1.1 Export modelů

Při exportu modelu do formátu .stl může dojít k následujícím chybám (viz Obrázek 17):

- zapnuté zobrazení os,
- zapnuté zobrazení roviny,
- nastavení průhlednosti stěn není na 0,
- příliš velké nebo naopak chybějící body.



Obrázek 17 Ukázka chybného nastavení před exportem do .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra



Obrázek 18 Ukázka správného nastaveného před exportem do .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

Kromě nastavení výše uvedených parametrů se během exportu nastavuje také velikost 3D modelu a tloušťka hrany. Uvedené rozměry (viz Tabulka 19) jsou defaultní (pro krychli) a lze je s úspěchem použít. Navíc se pak těleso nemusí řezat (viz dále).

3D tisk (stl)

Šířka	Délka	Výška
4 cm	4 cm	4 cm

Měřítko

1 units = 1.33 cm

Tloušťka

3.5 mm  Vyplnit těleso

STORNO [STÁHNOUT](#)

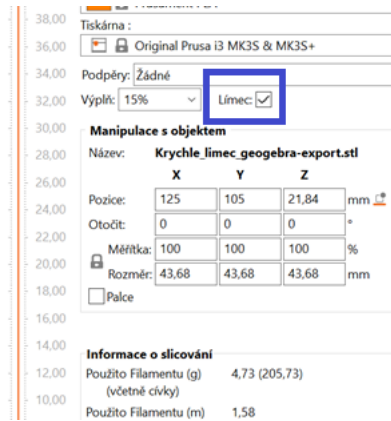
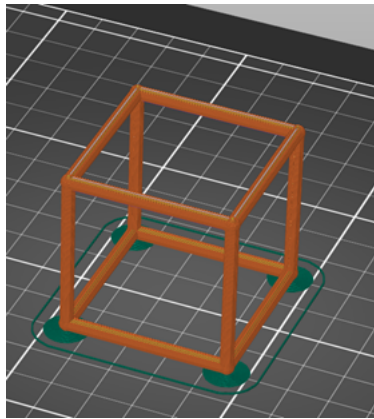
Obrázek 19 Nastavení 3D tisku v GeoGebře, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra

### 5.1.2 Tisk modelů

Při tisku hranových těles z programu GeoGebra mohou nastat (nebo opravdu nastaly) následující problémy:

#### *Zaoblené hrany modelu*

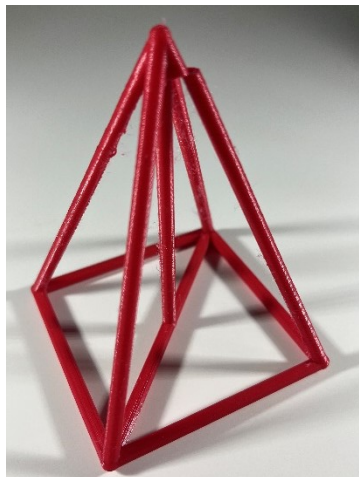
První problém, který při tisku nastal, byl způsoben tím, že modely z GeoGebry mají zaoblené hrany, tzn. první vrstva modelu má poměrně malou plochu a tím pádem nemusí úplně dobře držet na tiskové podložce. Je třeba mít opravdu čistou tiskovou podložku anebo použít např. 3DLAC. Zároveň lze tento problém snadno vyřešit přímo ve Sliceru nastavením tisku límce (viz Obrázek 20)



Obrázek 20 Ukázka límce, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer

### Tloušťka hrany

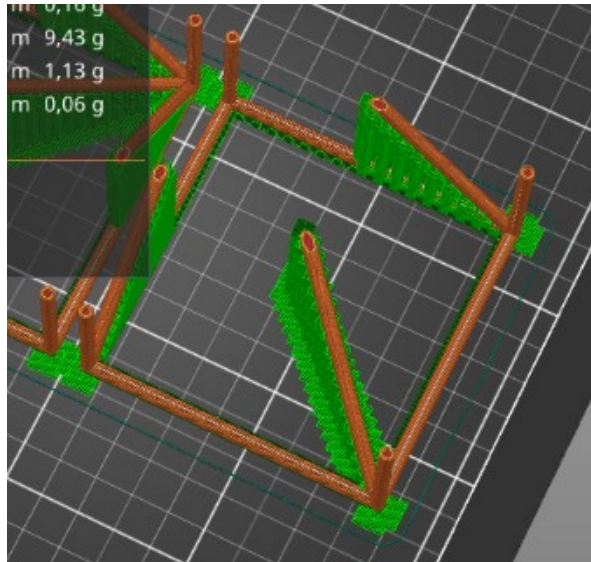
Nastavuje se při exportu (viz Obrázek 19). Ačkoliv se tloušťka hrany 3,5 mm se osvědčila, jeden z modelů jehlanu při pádu na zem prasknul (viz Obrázek 21).



Obrázek 21 Prasklá hrana (zvýrazněno), zdroj: vlastní zpracování

### Krychle, hranoly

U krychlí (hranolů) bylo třeba otestovat, jak dlouhá může být hrana, aniž by bylo nutné těleso před tiskem řezat anebo přidávat podpěry. První model krychle (který obsahoval i stěnovou a tělesovou úhlopříčku) měl délku hrany 8 cm a byl rovnou tištěn rozříznutý. Na obrázku 20 je uvedený model i s podpěrami, které slouží jen pro ilustraci a nebylo nutné je doopravdy tisknout. Bezchybného tisku úhlopříček lze dosáhnout i změnou orientace modelu.



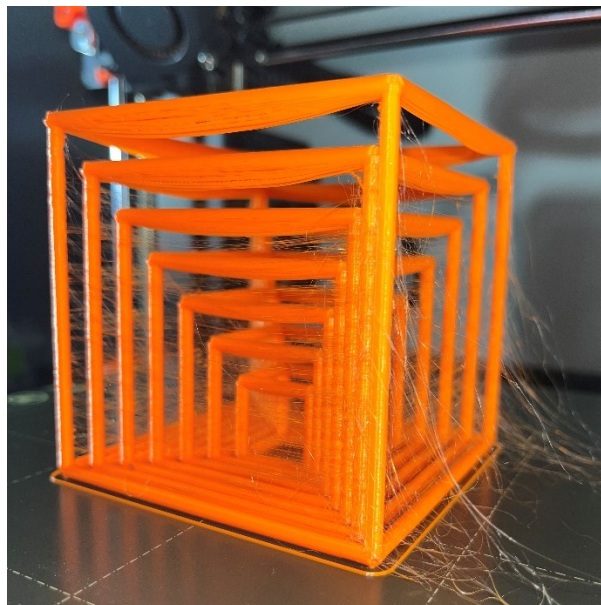
Obrázek 22 Ukázka podpěr, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer

### *Postprocessing*

Pokud používáme podpěry, je nutné je na konci vylomit. V místě podpěr už není povrch modelu ideálně hladký.

Při řezání tělesa je nutné ho následně slepit. Pro materiál PLA, ze kterého byly tištěny modely pro výukový experiment stačí vteřinové lepidlo.

Na Obrázek 23 Testování vhodné velikosti hrany krychle, zdroj: vlastní zpracování je ukázka testování ideální (resp. maximální) délky hrany a zároveň je na něm vidět stringování, které lze snadno odstranit horkovzdušnou pistolí.



Obrázek 23 Testování vhodné velikosti hrany krychle, zdroj: vlastní zpracování

Všechny tištěné 3D modely prošly vývojem. U modelů z GeoGebry použitých pro výukový experiment šlo hlavně o jejich zmenšení a s tím související úpravy. Původní modely, které byly vytištěny jako ukázkové v rámci přípravy infromatického bloku výukového experimentu, měly vždy jeden z rozměrů alespoň 8 cm. Cílem bylo dosáhnout pohodlného úchopu a manipulace s modelem pro učitele i žáka, ale také dostatečné názornosti. Dalším kritériem byla univerzálnost modelu pro práci jednotlivce, dvojice a větší skupiny žáků. Posledními zvažovanými parametry byly skladnost modelů, pro případ, že by je učitel uchovával pro další použití, a čas potřebný pro jejich vytištění a finální úpravu.

Z žakovské zpětné vazby se ale ukázalo, že pro práci jednotlivce nebo dvojice (větší skupina nebyla zjišťována) je dostačující i menší velikost, při které jsou modely zároveň skladnější. Žáci se sice všichni neshodli na konkrétní velikosti, ale nejmenší postačující velikost hrany krychle byla 3—5 cm, což je ve shodě s testovanými modely o velikosti hrany 2–8 cm (viz Obrázek 23). Jelikož byla velikost modelu navržena už před výukovým experimentem a na jeho začátku nebyla dále zkoumána, nelze jednoznačně usoudit, že by žáci měli na velikost modelů stejný názor i bez zkušeností, které během výuky a používání modelů získali.

Pokud by se ale prokázalo, že je zmenšení modelů možné bez negativního dopadu na jeho zamýšlený účel i na začátku výuky tématu stereometrie, přineslo by to nejen úsporu místa na skladování (ať už žáky nebo učitelem), ale i z technologického hlediska je takový model výhodnější, protože ho lze tisknout bez nutnosti řezání nebo přidání podpěr.

## 5.2 Databáze 3D modelů

Existuje řada databází 3D modelů, ve kterých lze najít nepřeborné množství modelů vhodných do výuky matematiky. Většina modelů je v některém z formátů, se kterým umí pracovat slicer, resp. PrusaSlicer, který byl používán během výukového experimentu. Navíc lze 3D modely stáhnout zdarma, většinou pod licencí Creative Commons BY-NC<sup>23</sup>, tzn. uveďte původ, nepoužívejte anebo za mírný poplatek určený přímo autorovi.

V běžných hodinách informatiky nejčastěji pracujeme s žáky s těmito databázemi, které (a mnohé další) lze najít téměř v každém článku o databázích 3D objektů:

- <https://www.thingiverse.com/>
- <https://www.youmagine.com/>
- <https://www.yeggi.com/>

---

<sup>23</sup> Viz <https://www.creativecommons.cz/licence-cc/varianty-licence/>.

- <https://www.myminifactory.com/>
- <https://cults3d.com/>
- <https://pinshape.com/>
- <https://www.printables.com/cs>

V návaznosti na zkušenosti s účastníky Kabinetu matematiky, je několik obtíží, se kterými se musí učitel při hledání v databázi popasovat. Jak se ukázalo, největším problémem je zároveň velká přednost databází 3D objektů a to „nepřeberné“ množství modelů. Učitelé většinou nemají čas ani chuť modely procházet nebo takovou činnost odkládají na dobu až bude více času/méně práce/volněji atd., ale taková chvíle běžně nenastává. Když už přeci nějaký model objeví (spíše na doporučení nebo na základě školení), přichází problém s jeho tiskem. Učitelé matematiky (pokud nemají aprobaci v kombinaci s informatikou) většinou neumí ovládat 3D tiskárnu a ne vždy k ní mají volný přístup. Ani vytištěný model ještě neznamená kompletní přípravu na hodinu, protože databáze 3D modelů většinou neobsahují doprovodný materiál např. v podobě pracovních listů nebo alespoň popisu vhodné aktivity. Posledním problémem je jazyková bariéra. Téměř ve všech databázích je vyhledávání možné pouze v některém cizím jazyce. S žáky běžně hledám v angličtině a zatím jsem se nesetkala s jediným problémem, ale u učitelů to vždy neplatí. Samozřejmě je pro překlad možné využít aplikaci anebo umělou inteligenci, která je nyní na vzestupu, ale ani tyto prostředky neovládají zdaleka všichni učitelé. Tím nechci říct, že neexistuje opačný případ. Dvě účastnice Matematického kabinetu měly aprobaci matematika v kombinaci s angličtinou, jedna dokonce v některých třídách učí matematiku v angličtině. Zároveň je vyhledávání a přizpůsobování materiálů aktuálním potřebám žáků nebo třídy běžnou součástí přípravy učitele na hodinu. Přesto mezi účastníky panovala shoda, že modely zahrnující popis aktivit a popř. doprovodný materiál v češtině jsou velkým přínosem a úsporou času.

Zmíněná kritéria splňuje databáze 3D modelů od českého výrobce tiskáren Original Prusa, resp. její sekce Vzdělávání. Momentálně (ke dni 14. 8. 2023) je v databázi k dispozici 181 modelů určených přímo pro matematiku.

### **5.3 Modely řezů tělesy**

Žáci v průběhu celého výukového experimentu používali hranové modely, které sami vymodelovali, ale pro část řezy tělesy by bylo vhodnější použít jiné druhy modelů. Na škole, kde probíhal výukový experiment je práce se softwarem, který by byl vhodný pro tvorbu modelů řezy tělesy (např. Onshape) daleko za časovými i obsahovými možnostmi předmětu

informatika natož matematika, ale na odborných školách nebo gymnáziích by toto nemusel být zdaleka takový problém. V době konání výukového experimentu nebyla tvorba příslušných modelů v mých možnostech. Ani v databázích 3D modelů jsem nenalezla dostatečně vhodné modely, které bych mohla použít. Tento stav se zlepšil po absolvování školení pokročilého 3D tisku a díky tomu jsem mohla vytvořit následující modely, které přímo navazují na Příklad 2 (zadání viz Obrázek 24) z učebnice Matematika pro gymnázia – Stereometrie (Pomykalová, 2000).

### **Příklad 2**

Sestrojte řez krychle  $ABCDEFGH$  rovinou  $\rho$  určenou body

a)  $A, B, U$ ;  $U$  je středem hrany  $CG$ ,

b)  $B, G, V$ ;  $V$  je středem hrany  $AE$ ,

c)  $X, Y, Z$ ;  $X$  je bodem hrany  $AE$ ,  $|AX| : |XE| = 4 : 1$ ,

$Y$  je bodem hrany  $BF$ ,  $|BY| : |YF| = 1 : 2$ ,

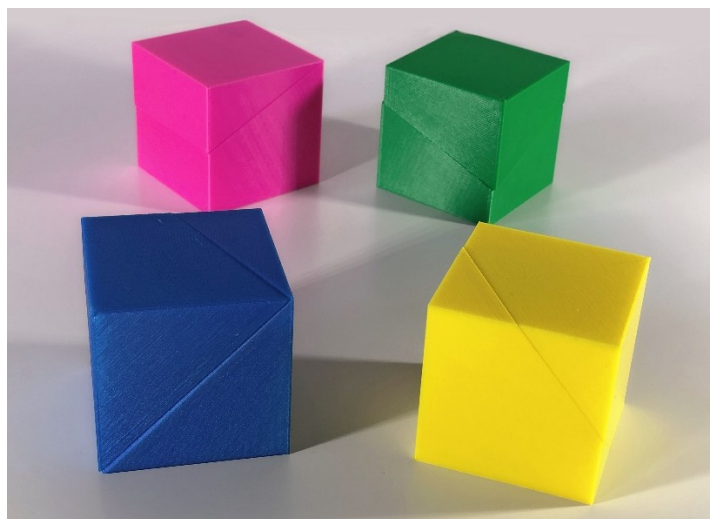
$Z$  je bodem hrany  $CG$ ,  $|CZ| : |ZG| = 2 : 1$ ,

d)  $V, W, Z$ ;  $W$  je středem hrany  $AB$ .

*Obrázek 24 Zadání Příkladu 2, zdroj: Pomykalová, 2000*

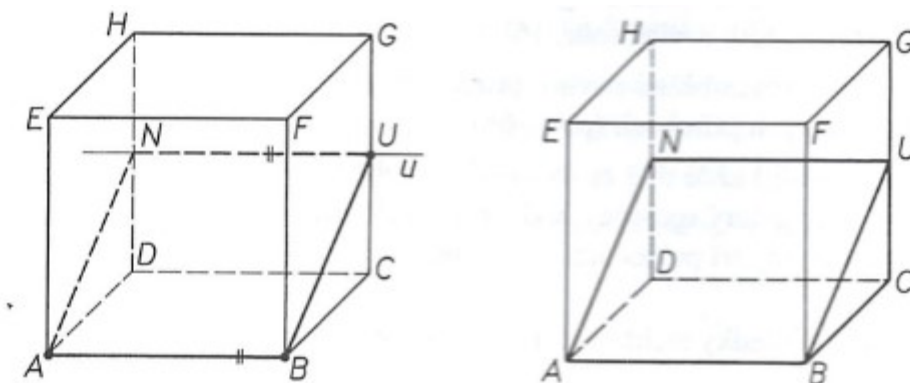
Během tvorby těchto modelů nastaly tyto obtíže:

- volba vhodného způsobu spojení obou částí – vyřešila jsem ji použitím neodymových magnetů, válečků o průměru 5 mm a výšce 2 mm;
- velikost otvoru pro magnet – průměr otvoru je potřeba vytvořit větší, než je průměr magnetu; příliš velký otvor lze ale snadno vyřešit pomocí kapky vteřinového lepidla při vkládání magnetu;
- barva filamentu – použití průhledných filamentů způsobí prosvítání magnetů (viz Obrázek 29);
- správná orientace magnetu při vkládání – vzhledem k velikosti magnetů a k tomu, že je tiskový plát magnetický, lze snadno udělat při vkládání magnetu chybu.

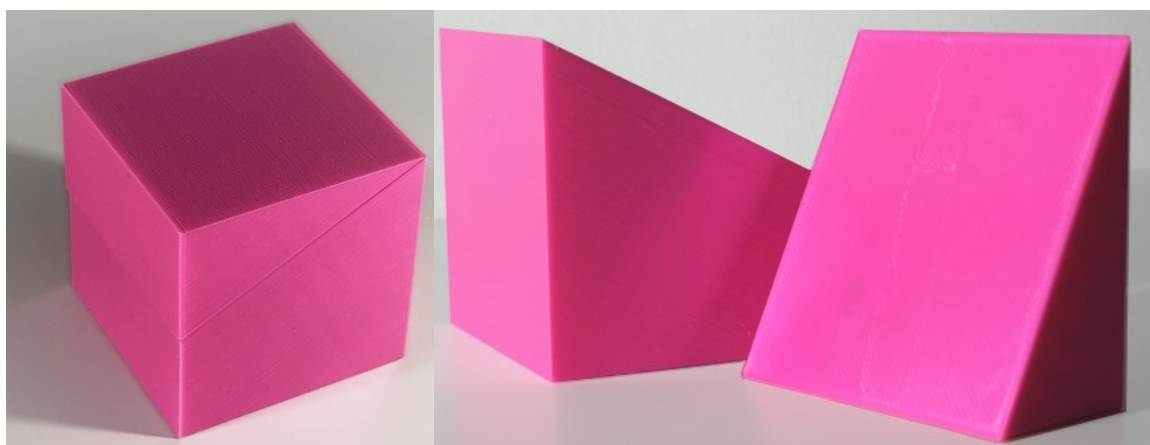


Obrázek 25 Složené 3D modely řezů těles, zdroj: vlastní zpracování

Řešení příkladu 2 a)



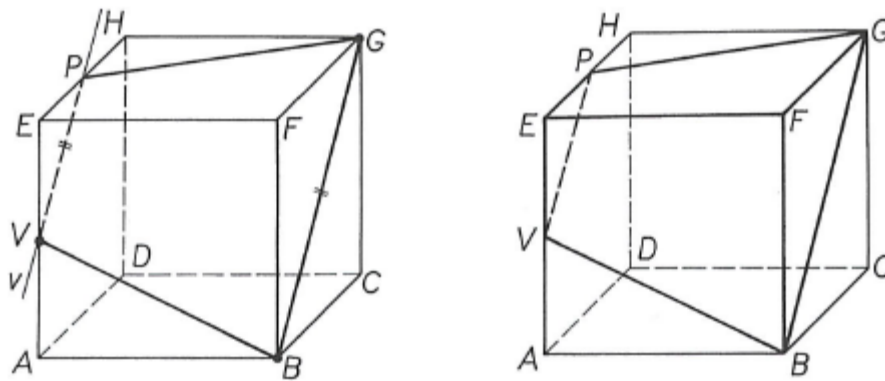
Obrázek 26 Řešení příklad 2 a), zdroj: Pomykalová, 2000



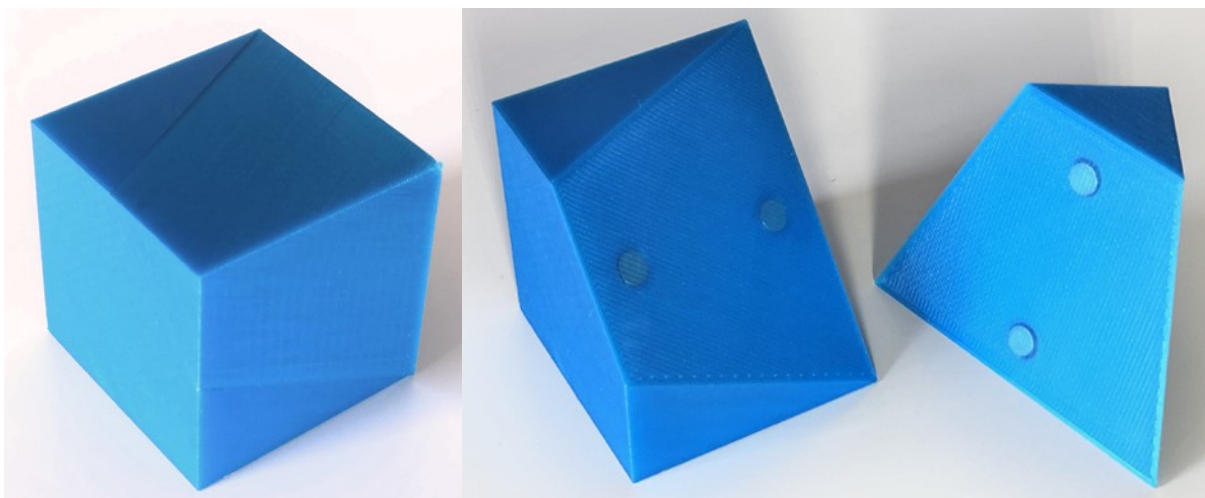
Obrázek 27 3D model řezu tělesa k příkladu 2 a), zdroj: vlastní zpracování



Řešení příkladu 2 b)

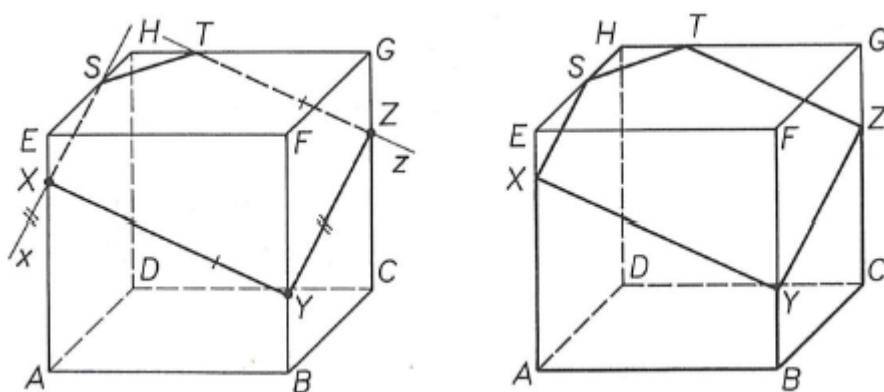


Obrázek 28 Řešení příkladu 2 b), zdroj: Pomykalová, 2000

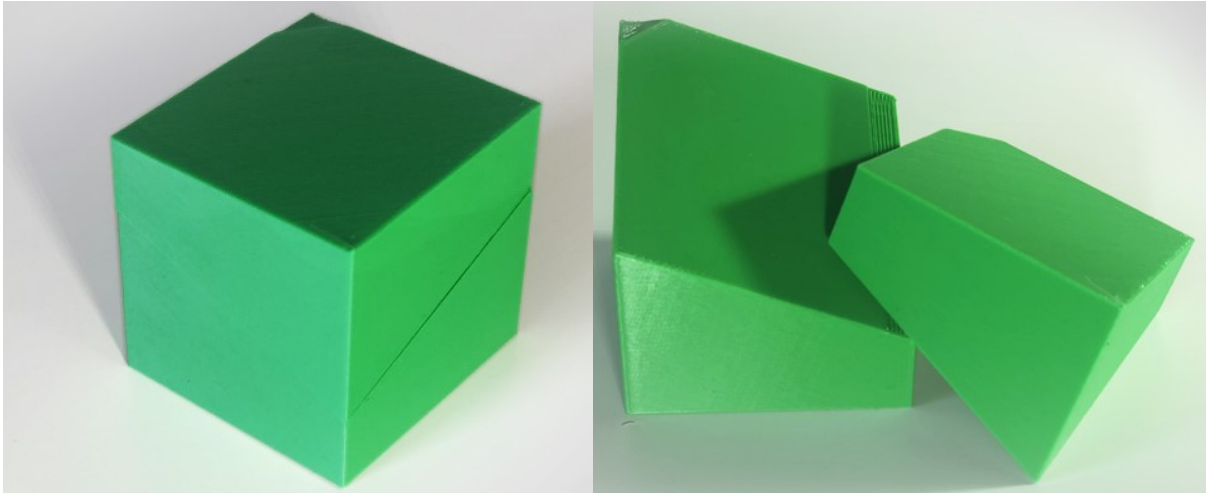


Obrázek 29 3D model řezu tělesa k příkladu 2 b), zdroj: vlastní zpracování

Řešení příkladu 2 c)

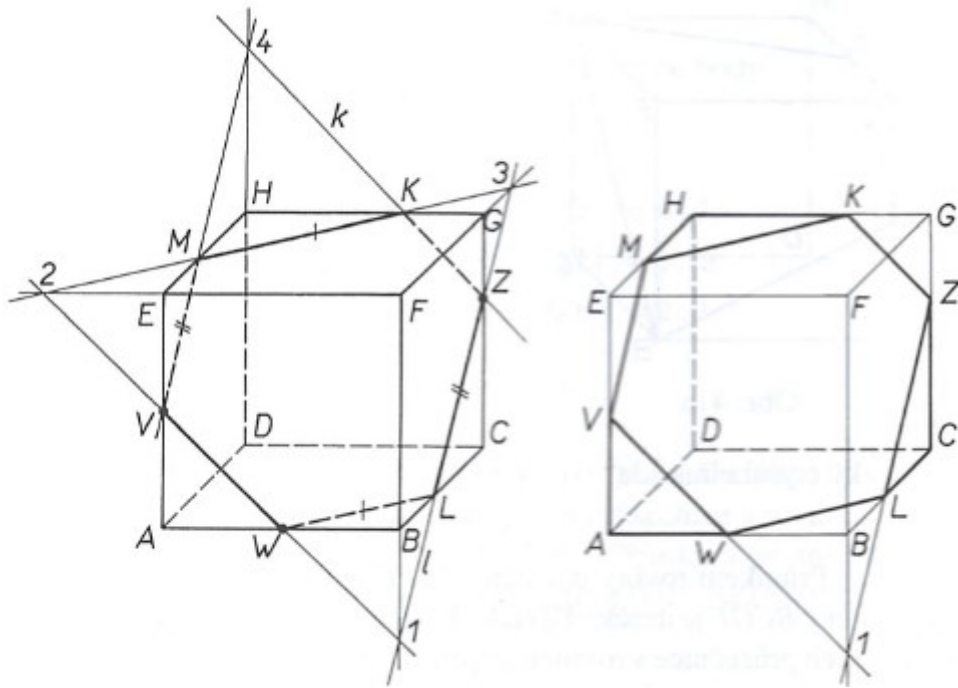


Obrázek 30 Řešení příkladu 2 c), zdroj: Pomykalová, 2000

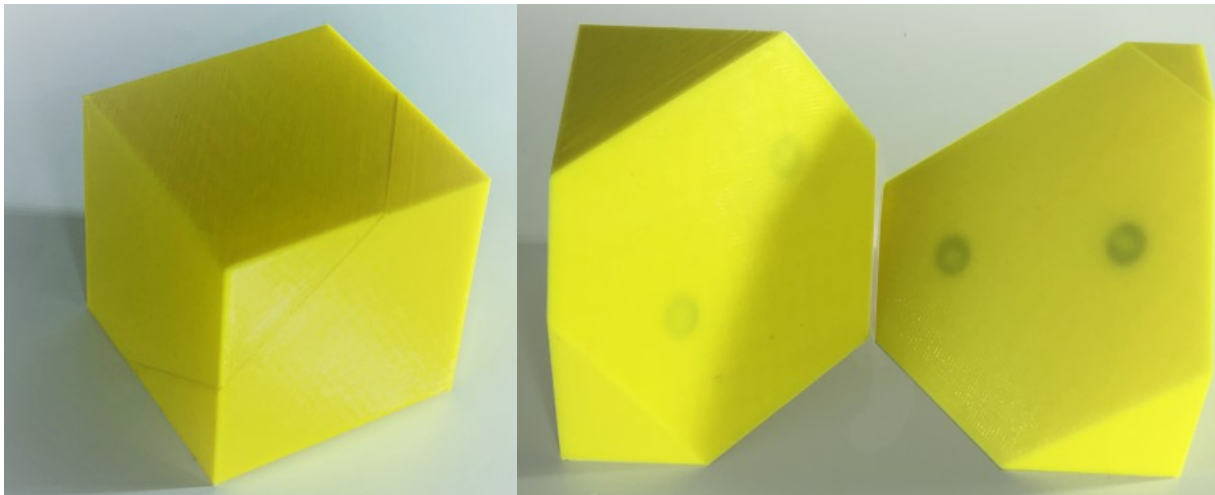


Obrázek 31 3D model řezu tělesa k příkladu 2 c), zdroj: vlastní zpracování

Řešení příkladu 2 d)



Obrázek 32 Řešení příkladu 2 d, zdroj: Pomykalová, 2000



*Obrázek 33 3D model řezu tělesa k příkladu 2 d), zdroj: vlastní zpracování*

Všechny modely jsou přiloženy ve formátu .stl i .gcode.

## 6 ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo navrhnout, implementovat a zhodnotit výukový model, který jednak integruje do výuky 3D tisk, jednak propojuje výuku předmětů informatika a matematika s cílem zvýšit zapojení a porozumění žáků. Spolupráce s učiteli v rámci sdílení příkladů dobré praxe vedla k rozšíření původního cíle práce a stalo se jím také zkoumat výzvy spojené s využitím 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce matematiky a následně navrhnout doporučení a vytvořit materiály, které by umožnily efektivní využití této technologie ve výuce matematiky.

V teoretické části byl popsán model a nastíněna možná klasifikace modelů při použití 3D tisku ve výuce. Dále byly vyzdvíženy přínosy použití 3D modelu ve výuce v návaznosti na jeho začlenění mezi učební pomůcky. V kontextu využití 3D tiskáren ve výuce byly blíže popsány koncepty STEM a digitální vzdělávání. Zbytek teoretické části se věnoval 3D tisku, a to v takové míře, aby poskytl základní informace z této oblasti potřebné pro porozumění praktické části. Z tohoto důvodu byly také podrobněji popsány aplikace Tinkercad, GeoGebra a PrusaSlicer.

V kapitole metodologie výzkumu byly postupně rozepsány cíle výzkumu, průběh přípravy výzkumu, metody sběru dat a jejich zpracování. Kromě toho v ní byly také nastíněny některé obtíže, které nastaly v průběhu realizace výukového experimentu. Ten byl zařazen do samostatné kapitoly, ve které jsou uvedeny detaily průběhu výuky v experimentálních třídách a shrnuta výuka v kontrolních třídách. Následuje analýza a zpracování dat, které potvrdily zlepšení prospěchu žáků experimentálních tříd v tématu stereometrie jak vůči známám z předchozího čtvrtletí, tak i celkovému prospěchu za dosavadní studium. Z těchto dvou pohledů se výsledek analýzy dat mírně lišil, ale ani v jedné z kontrolních tříd se prospěch nezlepšil. Naproti tomu v experimentálních třídách došlo ke zlepšení známek v obou případech. Na konci kapitoly je stručně popsán přesah výukového experimentu, který spolu s pozorováním z hodiny ukázal, že jak propojení výuky předmětů matematika a informatika, tak využití 3D tiskáren ve výuce má svůj smysl.

Identifikace výzev spojených s využitím 3D tisku a 3D tiskáren ve výuce učiteli matematiky proběhla prostřednictvím individuálních a skupinových rozhovorů. Stejně důležitým zdrojem informací byla samotná realizace setkání učitelů matematiky za účelem sdílení příkladů dobré praxe, které je proto podrobněji popsáno v úvodu kapitoly 3D tisk ve školách. Setkání je popsáno také z toho důvodu, že jedna z identifikovaných oblastí jsou znalosti a dovednosti

spojené s používáním 3D tiskárny. Řešením může být školení nebo zvýšení motivace, kterého lze dosáhnout právě prostřednictvím sdílení příkladů dobré praxe. Druhou oblastí, která byla identifikována jsou náklady spojené s 3D tiskem. Ať už jde o pořízení 3D tiskárny do školy nebo samotné 3D modely. Pro dotvoření ucelené představy o nákladech na 3D tisk je v závěru kapitoly uveden přehled existujících sad a stavebnic modelů těles včetně jejich aktuálních cen.

V poslední kapitole je rozpracován požadavek na doporučení a tvorbu materiálů. Kapitola se podrobněji věnuje hranovým modelům používaným v průběhu experimentální výuky, které byly vytvořeny v programu GeoGebra. Na konkrétních příkladech ukazuje obtíže spojené s jejich tvorbou a tiskem. Dále je uveden přehled databází, ze kterých lze stáhnout již hotové modely. V poslední části je zcela konkrétní příklad tvorby modelů pro vzorový příklad z učebnice. Jedná se o 3D modely řezů těles, které jsou k diplomové práci přiloženy ve formátu .stl a .gcode. V přílohách jsou také testy zadané v experimentálních třídách v průběhu experimentu a obrázky ilustrující některé skutečnosti popisované v práci.

V rámci letní školy moderních učitelů 2023 jsem měla možnost porovnat několik různých přístupů k využití 3D tisku ve vyučování různých předmětů a také zjistit konkrétní podmínky na mnoha dalších školách. I v tomto širším kontextu se v návaznosti na výzkum provedený v rámci diplomové práce stále ukazuje, že největší výzvou z pohledu učitele je motivace. Jak motivovat více kolegů k tomu, aby udělali první krok a opravdu začali používat 3D tiskárny ve výuce? Jednou z cest může být sdílení příkladů dobré praxe mezi širším okruhem škol. Další možností je příprava a tisk 3D modelů z úloh v nejčastěji používaných učebnicích (tištěných i elektronických) a jejich případné provázání s aktivitami v GeoGebře. Z hlediska zvýšení motivace žáků by bylo vhodné hledat v matematice i další témata, ve kterých by bylo možné použít 3D tiskárny nebo prostřednictvím 3D tisku propojit výuku matematiky s dalšími předměty.

## SEZNAM ZKRATEK

3D	trojrozměrný
RVP	rámcový vzdělávací program
RVP ZV	rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
RVP G	rámcový vzdělávací program
RVP SOV	rámcový vzdělávací program
ICT	informační a komunikační technologie
STEM	science technology engineering mathematics (vzdělávací koncept)
STEAM	science technology engineering art mathematics (vzdělávací koncept STEM rozšířený o oblast umění)
SLS	selective laser sintering (technologie 3D tisku)
DMLS	direct metal laser sintering (technologie 3D tisku)
SLA	stereolitografie (technologie 3D tisku)
FDM	fused deposition modeling (technologie 3D tisku)
FFF	fused filament fabrication (jiný název pro FDM)
EDUCON	IEEE Global Engineering Education Conference
EU	Evropská unie
ČR	Česká republika

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 Vzdělávací koncept STEM, zdroj: JeduEdu.cz .....	13
Obrázek 2 Digitální kompetence, zdroj: RVP ZV 2021 .....	14
Obrázek 3 Vizualizace formativního, subtraktivního a formativního procesu výroby, zdroj: Redwood, 2017.....	16
Obrázek 4 Proces 3D tisku, zdroj: Stříteský et al., 2019.....	18
Obrázek 5 Nástroje Tinkercadu, zdroj: vlastní zpracování, Tinkercad.....	23
Obrázek 6 Pracovní plocha v Tinkercadu, zdroj: vlastní zpracování, Tinkercad.....	23
Obrázek 7 Přehled aplikací GeoGebry, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra.....	24
Obrázek 8 Přehled aplikací v online verzi GeoGebry, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra..	25
Obrázek 9 Postup exportu do formátu .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra.....	25
Obrázek 10 3D tiskárna Original Prusa i3 MK3, zdroj: Prusa Research, 2023 .....	26
Obrázek 11 Pracovní plocha PrusaSliceru, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer 2.4.2 .....	27
Obrázek 12 Úloha zobrazujeme krychli, zdroj: Odvárko a Kadleček, 2003.....	39
Obrázek 13 Ukázka ovládacích prvků v GeoGebře Klasik 3D grafika, zdroj: vlastní zpracování, Geogebra.....	41
Obrázek 14 Ukázka ovládacích prvků aplikace 3D grafy, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra .....	41
Obrázek 15 Úloha 2.8, zdroj: Pomykalová, 2000 .....	47
Obrázek 16 Úlohy 2.12–2.15, zdroj: Pomykalová, 2000 .....	48
Obrázek 17 Ukázka chybného nastavení před exportem do .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra .....	73
Obrázek 18 Ukázka správného nastaveného před exportem do .stl, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra .....	74
Obrázek 19 Nastavení 3D tisku v GeoGebře, zdroj: vlastní zpracování, GeoGebra .....	74
Obrázek 20 Ukázka límce, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer.....	75
Obrázek 21 Prasklá hrana (zvýrazněno), zdroj: vlastní zpracování .....	75
Obrázek 22 Ukázka podpěr, zdroj: vlastní zpracování, PrusaSlicer .....	76
Obrázek 23 Testování vhodné velikosti hrany krychle, zdroj: vlastní zpracování .....	76
Obrázek 24 Zadání Příkladu 2, zdroj: Pomykalová, 2000 .....	79
Obrázek 25 Složené 3D modely řezů těles, zdroj: vlastní zpracování .....	80
Obrázek 26 Řešení příklad 2 a), zdroj: Pomykalová, 2000.....	80
Obrázek 27 3D model řezu tělesa k příkladu 2 a), zdroj: vlastní zpracování .....	80

Obrázek 28 Řešení příkladu 2 b), zdroj: Pomykalová, 2000.....	81
Obrázek 29 3D model řezu tělesa k příkladu 2 b), zdroj: vlastní zpracování .....	81
Obrázek 30 Řešení příkladu 2 c), zdroj: Pomykalová, 2000.....	81
Obrázek 31 3D model řezu tělesa k příkladu 2 c), zdroj: vlastní zpracování .....	82
Obrázek 32 Řešení příkladu 2 d), zdroj: Pomykalová, 2000.....	82
Obrázek 33 3D model řezu tělesa k příkladu 2 d), zdroj: vlastní zpracování .....	83



## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Učivo a výsledky vzdělávání tématu stereometrie .....	32
Tabulka 2 Rozložení hodin do ročníků podle oboru a předmětu .....	33
Tabulka 3 Počet žáků ve třídách na začátku výzkumu.....	35
Tabulka 4 Období výuky tématu stereometrie v jednotlivých třídách .....	35
Tabulka 5 Stručný přehled průběhu experimentální výuky .....	37
Tabulka 6 Přehled hodin části polohové vlastnosti .....	45
Tabulka 7 Přehled hodin části řezy tělesy .....	48
Tabulka 8 Přehled hodin části metrické vlastnosti.....	50
Tabulka 9 Přehled hodin části objemy a povrchy .....	51
Tabulka 10 Počet žáků ve třídách při zpracování dat.....	53
Tabulka 11 Vážené průměry známek z tématu geometrie .....	53
Tabulka 12 Znamky z poslední čtvrtletní klasifikace .....	54
Tabulka 13 Aritmetické průměry známek ze všech vysvědčení .....	55
Tabulka 14 Značení použité v následujících tabulkách .....	56
Tabulka 15 Porovnání známek ze stereometrie a předchozího čtvrtletí.....	56
Tabulka 16 Porovnání známek ze stereometrie a vysvědčení.....	57
Tabulka 17 Výsledky testování hypotézy (diference).....	58
Tabulka 18 Výsledky testování hypotézy (čtvrtletí) .....	58
Tabulka 19 Střední hodnoty (čtvrtletí) .....	59
Tabulka 20 Výsledky testování hypotézy (vysvědčení).....	59
Tabulka 21 Střední hodnoty (vysvědčení) .....	59
Tabulka 22 Výsledky dobrovolné úlohy z analytické geometrie .....	60
Tabulka 23 Kalkulace ceny 3D tisku .....	69
Tabulka 24 Sady modelů těles .....	70
Tabulka 25 Stavebnice těles.....	71

## POUŽITÉ ZDROJE

3D tisk pro vzdělávání. Build Better Ways of Working | Y Soft [online]. Brno: Y Soft, © 2023 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.ysoft.com/cs/support/downloads/resources/lp-3d-print-survey>

3D tiskárna Original Prusa i3 MK3S+. *Prusa Research* [online]. 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: <https://www.prusa3d.com/cs/produkt/3d-tiskarna-original-prusa-i3-mk3s-3/>

ASSANTE, Dario, Gerardo Maria CENNAMO a Luca PLACIDI. 3D Printing in Education: an European perspective. In: *2020 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)* [online]. IEEE, 2020, s. 1133-1138 [cit. 2023-08-12]. ISBN 978-1-7281-0930-5. Dostupné z: doi:10.1109/EDUCON45650.2020.9125311

BACH, Martin. Jak vyřešit nejčastější problémy při 3D tisku. *Josef Prusa - 3D tisk a tiskárny* [online]. 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: <https://josefprusa.cz/jak-vyresit-nejcastejsi-problemy-pri-3d-tisku/>

BĚLOUN, František. Sbíрка úloh z matematiky pro základní školu. 7. vyd. Praha: Prometheus, 1994. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-85849-63-1.

BIRKENHAUER, Josef. Modelle im Geographieunterricht: Begründung - Beispiele - Erfahrungen. *Internationale Schulbuchforschung*. Frankfurt: Diesterweg, 1995, 17(3), 275-282. ISSN 0172-8237.

CIESLER, Jan. 3D tisk proniká do průmyslu i do dalších oborů. *Český statistický úřad* [online]. Praha, 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/3d-tisk-pronika-do-prumyslu-i-do-dalsich-oboru>

*Digitální gramotnost v uzlových bodech vzdělávání* [online]. NPI ČR, 2020 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=95850&view=19523>

DOSTÁL, Jiří a Veena PRACHAGOOL. TECHNOLOGY EDUCATION AT A CROSSROADS - HISTORY, PRESENT AND PERSPECTIVES. *Journal of Technology and Information* [online]. 2016, 2016-10-27, 8(2), 5-24 [cit. 2023-08-12]. ISSN 1803537X. Dostupné z: doi:10.5507/jtie.2016.006

DRÁTĚNÝM MODELŮM POMALU ODZVONILO ANEB DIGITÁLNÍ TECHNOLOGIE POMÁHAJÍ. *Gramotnosti.pro život – Učíme v souvislostech* [online]. Praha, 2018–2021 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://gramotnosti.pro/blog/show?blogArticleId=765>

Fused Deposition Modelling - FDM Technology. *Stratasys - Industrial 3D Printing Manufacturers* [online]. Stratasys, © 2023 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.stratasys.com/uk/guide-to-3d-printing/technologies-and-materials/fdm-technology/>

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. 2., rozš. české vyd. Brno: Paido, 2010. ISBN 978-80-7315-185-0.

HARRISON, Allan G. a David F. TREAGUST. A typology of school science models. *International Journal of Science Education* [online]. 2000, **22**(9), 1011-1026 [cit. 2023-08-13]. ISSN 0950-0693. Dostupné z: doi:10.1080/095006900416884

HORVATH, Joan. *Mastering 3D printing*. New York: Apress, 2014. Technology in action. ISBN 978-1-4842-0025-4.

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro dvouleté a tříleté učební obory SOU a SOŠ*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2007. ISBN 978-80-7196-344-8.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1369-4.

JONES, Rhys, Patrick HAUFE, Edward SELLS, Pejman IRAVANI, Vik OLLIVER, Chris PALMER and Adrian BOWYER, 2011. RepRap – the replicating rapid prototyper. *Robotica* [online]. B.m.: Cambridge University Press, vol. 29, no. 1, pp. 177–191. Dostupné z: doi:10.1017/S026357471000069X

JONES, Rhys, Patrick HAUFE, Edward SELLS, Pejman IRAVANI, Vik OLLIVER, Chris PALMER and Adrian BOWYER, 2011. RepRap – the replicating rapid prototyper. *Robotica* [online]. B.m.: Cambridge University Press, vol. 29, no. 1, pp. 177–191. Dostupné z: doi:10.1017/S026357471000069X

KRYNICKÝ, Martin. Matematika SŠ. *Realistické učebnice matematiky a fyziky* [online]. © 2010 [cit. 2023-08-13]. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/ucebnice.php?id=4>

KUŽELOVÁ, Zuzana. *Tiskneme ve 3D*. Workshop. Luhačovice: LŠMU2023, 8. 8. 2023.

MAŇÁK, Josef. Modelování kurikula. *Orbis scholae*. Praha: UK, 2007, **1**(1): 40-53. ISSN 1802-4637. Dostupné také z: <https://www.ped.muni.cz/weduresearch/publikace/0013.pdf>.

MATOUŠEK, Tomáš. Vedme děti k technologiím, říká majitel 3D tiskáren, které dává školám zdarma. IDNES.cz [online]. MAFRA, © 1999–2023 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: [https://www.idnes.cz/zpravy/domaci/prusa-3d-tisk-technologie-skoly.A211103\\_120032\\_domaci\\_imat](https://www.idnes.cz/zpravy/domaci/prusa-3d-tisk-technologie-skoly.A211103_120032_domaci_imat)

ODVÁRKO, Oldřich a Jana ŘEPOVÁ. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 3. část*. 3. vydání. Praha: SPN, 1988. ISBN 978-80-7196-104-8.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *MATEMATIKA pro 6. ročník základní školy, 3. díl: Úhel, trojúhelník, Osová souměrnost, Krychle kvádr*. 2. vydání. Praha: Prometheus, 2003. ISBN 80-7196-144-2.

Our History – From Chuck Hull’s Idea To An Industry. *3D Printers, Software, Manufacturing & Digital Healthcare | 3D Systems* [online]. 3D Systems, © 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: <https://www.3dsystems.com/about-us>

PETTY, Geoffrey. *Moderní vyučování*. 6., rozš. a přeprac. vyd. Přeložil Jiří FOLTÝN. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0367-4.

PLAGA, Robert. *Dopis PM RVP ZV* [online]. Praha: MŠMT, 2021 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/file/54867/>

Podporované formáty souborů. *Prusa Knowledge Base* [online]. 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: [https://help.prusa3d.com/cs/article/podporovane-formaty-souboru\\_1772](https://help.prusa3d.com/cs/article/podporovane-formaty-souboru_1772)

POMYKALOVÁ, Eva a Jana ŘEPOVÁ. *Matematika pro gymnázia: stereometrie*. 3. upr. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-719-6178-7.

POŠTULKA, Alois. *Výpočty v geometrii: pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ : 888 úloh*. Praha: HAV, 2005. ISBN 80-903-6252-4.

RAMBOUSEK, Vladimír. *Materiální didaktické prostředky*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-664-2.

*Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Praha: MŠMT, 2021 [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2021/07/RVP-ZV-2021.pdf>

REDWOOD, Ben, Filemon SCHÖFFER a Brian GARRET. *The 3D printing handbook: technologies, design and applications*. Amsterdam: 3D Hubs, [2017]. ISBN 978-9082748505.

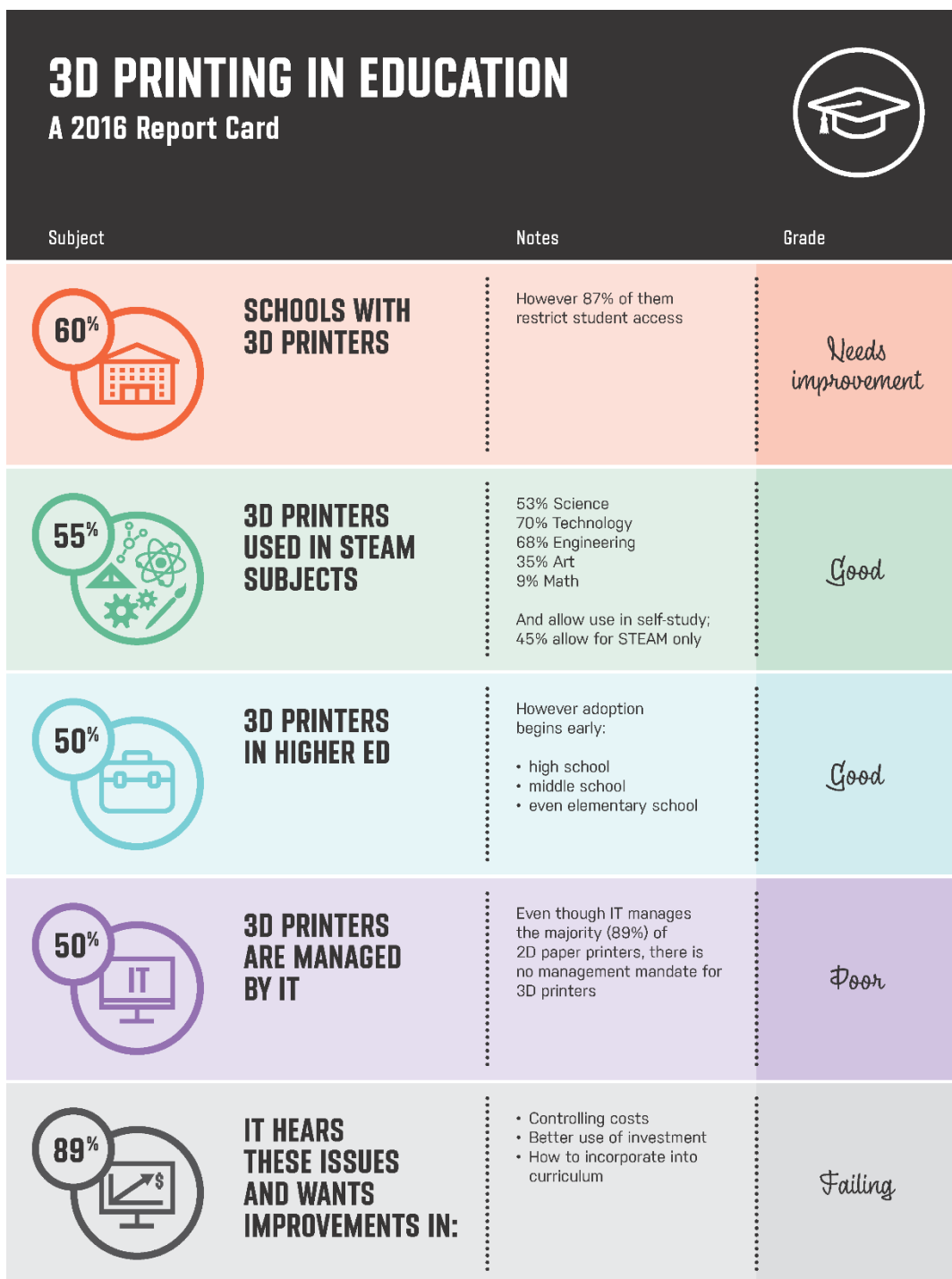
*Strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+*. Praha: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, 2020. ISBN 978-80-87601-47-1.

STŘÍTESKÝ, Ondřej, Josef PRŮŠA a Martin BACH. *Základy 3D tisku s Josefem Průšou*. Praha: Prusa research, 2019. ISBN 978-80-907798-0-8.

Typy tiskáren a rozdíly mezi nimi. *Prusa Knowledge Base* [online]. 2023 [cit. 2023-08-12]. Dostupné z: [https://help.prusa3d.com/cs/article/typy-tiskaren-a-rozdily-mezi-nimi\\_112464](https://help.prusa3d.com/cs/article/typy-tiskaren-a-rozdily-mezi-nimi_112464)

# PŘÍLOHY

## Příloha 1 3D tisk ve vzdělávání



YSOFT.

©2017 Y Soft Corporation. Research conducted November 2016 by Dimensional Research. Visit [www.ysoft.com/3DPsurvey](http://www.ysoft.com/3DPsurvey) for complete report.

Obrázek 34 Vysvědčení 2016 3D tisk ve vzdělávání, zdroj: ysoft.com

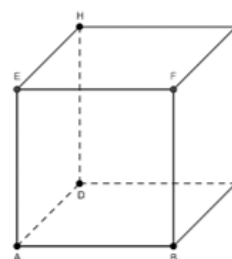
## Příloha 2 Testy zadané v průběhu výukového experimentu

### TEST STEROMETRIE – POLOHOVÉ ÚLOHY

Jméno: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

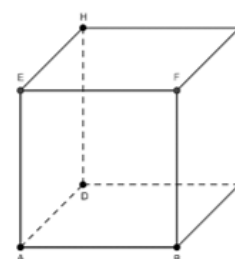
Je dána krychle ABCDEFGH.

1. Kolik různých přímk je určeno vrcholy B, D, E, F, G?  
Kolik z nich prochází vrcholem E?
2. Zjistěte a výsledek symbolicky запиšte, zda v rovině ADF leží
  - a) body E, G
  - b) přímky DG, DE.
3. Vyznač a symbolicky запиš úsečku, která prochází vrcholem C a zároveň je
  - a) hranou krychle
  - b) tělesovou úhlopříčkou krychle
  - c) stěnovou úhlopříčkou krychle.



Je dána krychle ABCDEFGH. Body K, L, M, N jsou po řadě středy hran AB, BC, EH, HG. Body vyznač do obrázku.

4. Určete vzájemnou polohu
  - a) přímek MN, BF
  - b) přímky KL a roviny BCF
  - c) rovin EFK, DCG
5. Uveď všechny přímky, které prochází bodem H a některým vrcholem krychle a zároveň jsou
  - d) různoběžné s přímkou DC
  - e) rovnoběžné s rovinou ABF
6. Uveď libovolné tři přímky, určené vrcholy krychle nebo body K, L, M, N, z nichž každé dvě jsou mimoběžné.



Je dána krychle ABCDEFGH.

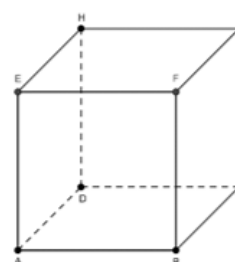
7. Zapište dvě různoběžné roviny, jejichž průsečnicí je přímka EH.
8. Jaká je vzájemná poloha dvou rovin, jestliže mají společné tři různé body neležící v jedné přímce.

### TEST STEROMETRIE – POLOHOVÉ ÚLOHY

Jméno: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

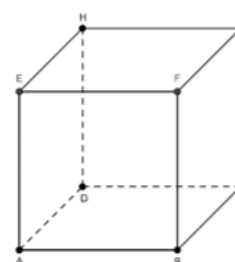
Je dána krychle ABCDEFGH.

1. Kolik různých přímk je určeno vrcholy A, C, E, H, G?  
Kolik z nich prochází vrcholem G?
2. Zjistěte a výsledek symbolicky запиšte, zda v rovině EFG leží
  - a) body H, B
  - b) přímky HF, DF.
3. Vyznač a symbolicky запиš úsečku, která prochází vrcholem E a zároveň je
  - c) hranou krychle
  - d) tělesovou úhlopříčkou krychle
  - e) stěnovou úhlopříčkou krychle.



Je dána krychle ABCDEFGH. Body R, S, T, U jsou po řadě středy hran AB, BC, EH, HG. Body vyznač do obrázku.

4. Určete vzájemnou polohu
  - a) přímek TU, HD
  - b) přímky RS a roviny BCF
  - c) rovin BCG, TDH
5. Uveď všechny přímky, které prochází bodem E a některým vrcholem krychle a zároveň jsou
  - a) různoběžné s přímkou AB
  - b) rovnoběžné s rovinou BCG
6. Uveď libovolné tři přímky, určené vrcholy krychle nebo body R, S, T, U, z nichž každé dvě jsou mimoběžné.



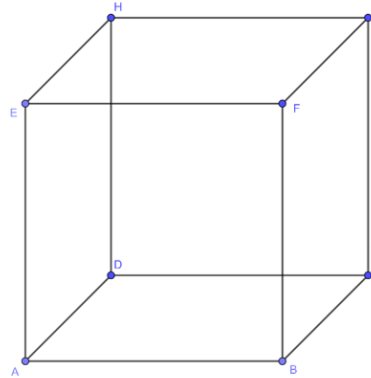
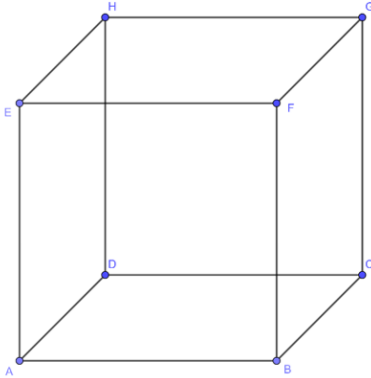
Je dána krychle ABCDEFGH.

7. Zapište dvě různoběžné roviny, jejichž průsečnicí je přímka FG.
8. Jaká je vzájemná poloha dvou rovin, jestliže mají společnou přímku a bod, který na ní neleží.

## TEST – ŘEZY TĚLESY

Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte řez rovinou  $\rho$  určenou body:

- B, R (střed hrany AE), P (P je bodem hrany GH),  $|GP|:|PH|=1:2$
- R, S (S je bodem hrany AB,  $|AS|:|SB|=2:1$ ), T (T je bodem hrany GC,  $|GT|:|TC|=1:3$ )

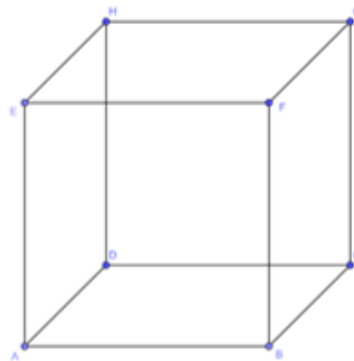
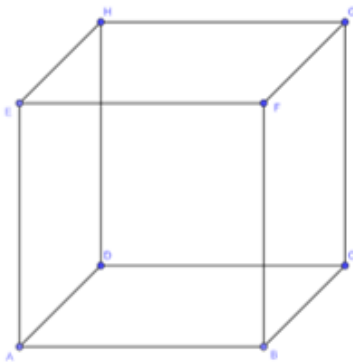


## PÍSEMNÁ PRÁCE – MATEMATIKA

Jméno: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

Je dána krychle ABCDEFGH a body J (střed EH), K (střed HG), L (leží na AB,  $|AL|:|LB|=3:1$ ), M (leží na CB,  $|CM|:|MB|=1:2$ ).

- Zapiš
  - všechny tělesové úhlopříčky a vypočítej jejich délku, jestliže  $|AB| = 6$  cm
  - dvě různé přímky, které jsou mimoběžné s přímkou AE a zároveň s přímkou LM
  - všechny hrany krychle, které prochází vrcholem D a zároveň jsou rovnoběžné s rovinou BFE.
- Urči vzájemnou polohu a velikost odchylky|
  - přímek JK a DC
  - přímky AF a roviny BCG.
- Sestroj (nebo načrtni a zapiš postup vč. čísel příslušných pravidel) řez rovinou  $\rho$  určenou body
  - K, L, C
  - J, K, L



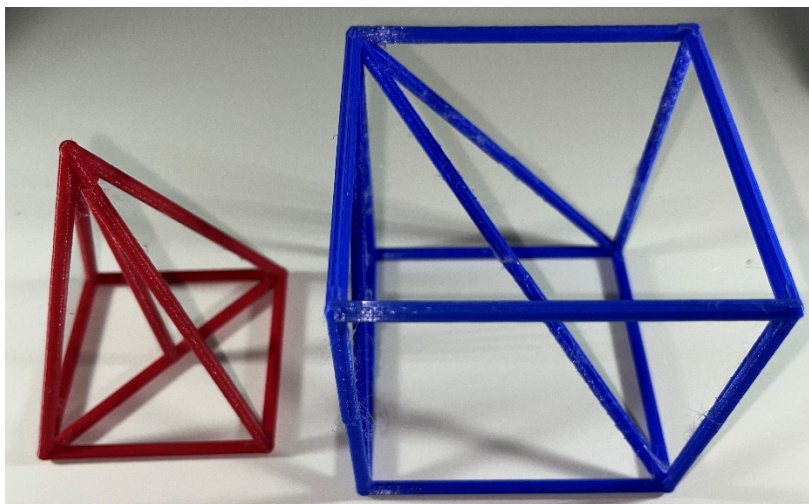
Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, jehož podstavná hrana má délku 0,8 m a výška 1,5 m.

- Vypočítej
  - délku hrany AV
  - odchylku rovin protějších bočních stěn
  - kolik metrů čtverečních plechu je třeba na pokrytí věžičky tvaru a rozměrů zadaného jehlanu, počítáme-li na spoje, překrytí a odpad 10 % plechu navíc.

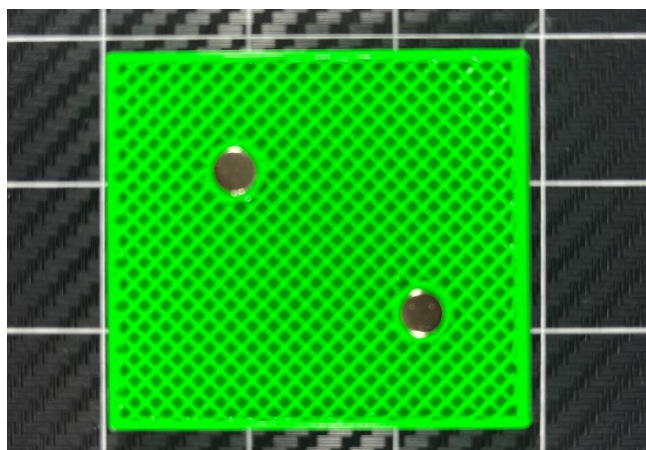
- Nádrž tvaru rotačního válce je položena. Průměr podstavy válce je 0,6 m, délka válce je 0,9 m. Kolik litrů kapaliny je v nádrži, je-li naplněna do poloviny?



### Příloha 3 Ukázky vytištěných 3D modelů těles



Obrázek 35 Příklady hranových těles, zdroj: vlastní zpracování

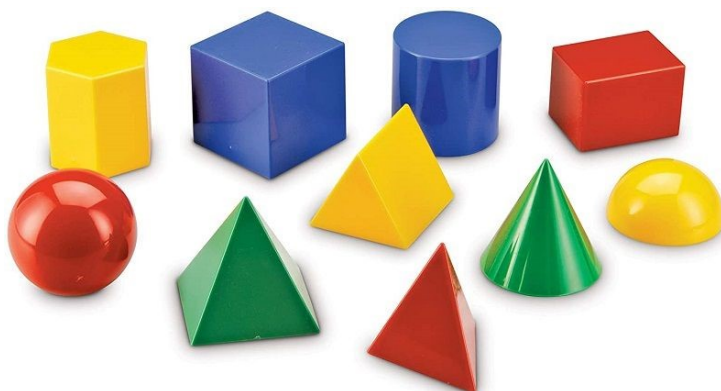


Obrázek 36 Ukázka vkládání magnetů, zdroj: vlastní zpracování

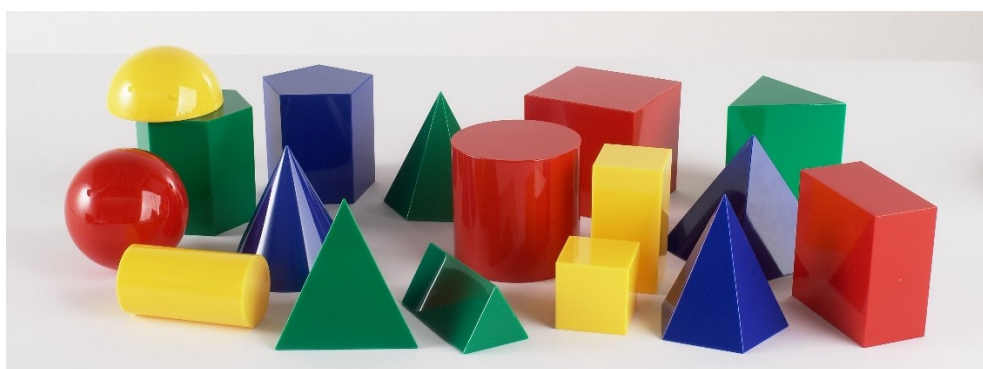


Obrázek 37 Tělesa k příkladu 2, zdroj: vlastní zpracování

#### Příloha 4 Ukázky těles a stavebnic těles



Obrázek 38 Velká tělesa \_barevný plast, zdroj: [www.naukahrou.cz](http://www.naukahrou.cz)



Obrázek 39 Středně velká tělesa \_barevný plast, zdroj: [www.skolamarket.cz](http://www.skolamarket.cz)



Obrázek 40 Menší sada \_průhledný barevný plast, zdroj: [mandala-montessori.eu](http://mandala-montessori.eu)



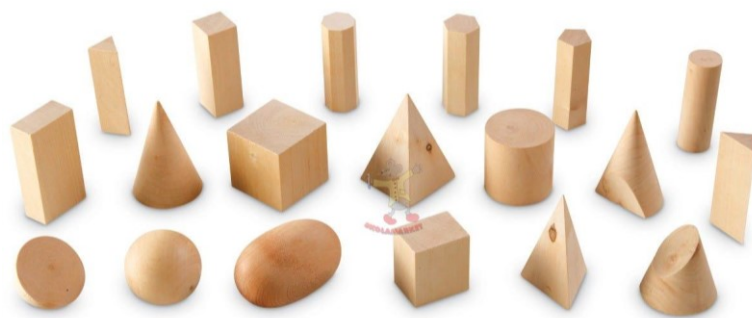
Obrázek 41 Větší sada průhledný barevný plast, zdroj: [montessorihracky.cz](http://montessorihracky.cz)



Obrázek 42 Malá sada vč. podstav nelakované dřevo, zdroj: [mandala-montessori.eu](http://mandala-montessori.eu)



Obrázek 43 Střední sada nelakované dřevo, zdroj: [mandala-montessori.eu](http://mandala-montessori.eu)



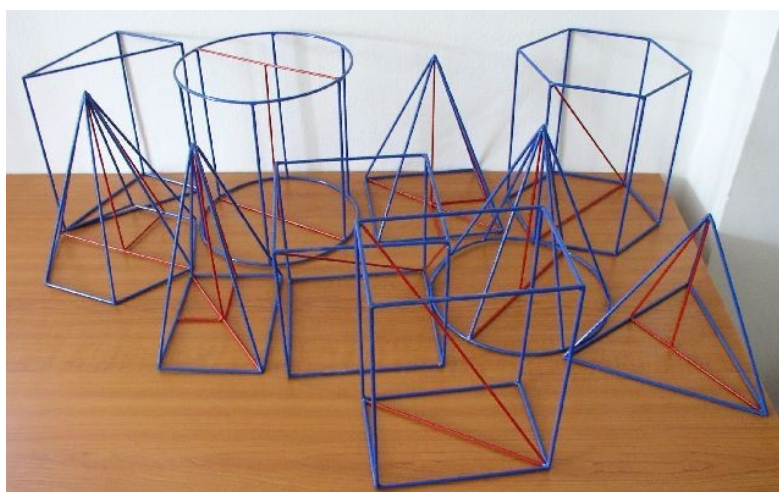
Obrázek 44 Velká sada \_nelakované dřevo, zdroj: [www.skolamarket.cz](http://www.skolamarket.cz)



Obrázek 45 Samostatná tělesa \_lakované dřevo, zdroj: [mandala-montessori.eu](http://mandala-montessori.eu)



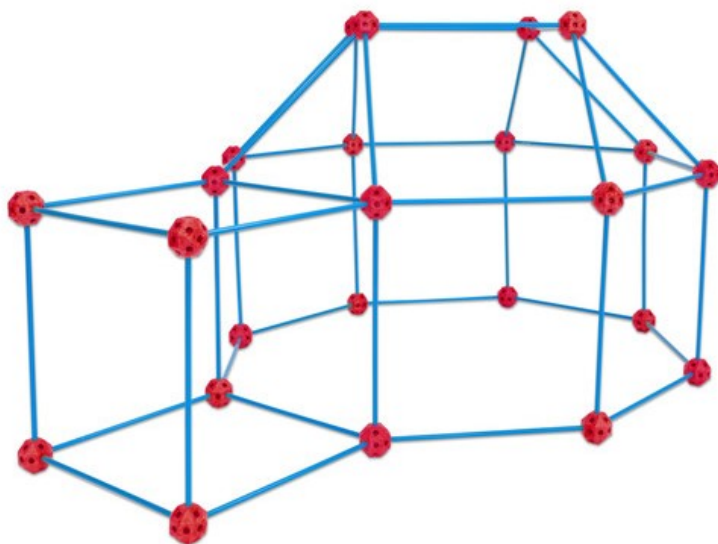
Obrázek 46 Plná sada \_lakované dřevo, zdroj: [alza.cz](http://alza.cz)



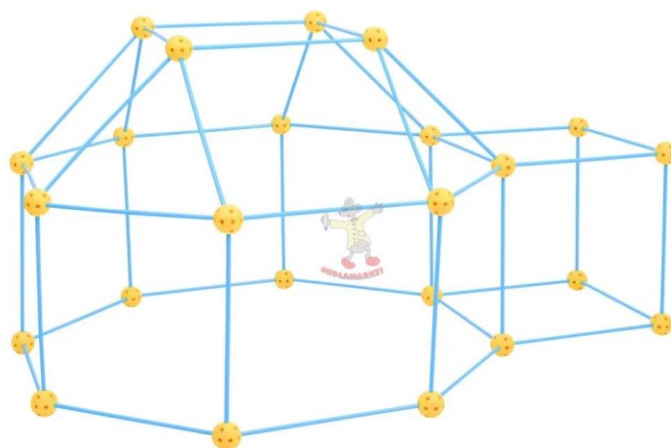
Obrázek 47 Sada I \_dvoubarevný drát, zdroj: [www.ucebni-pomucky.cz](http://www.ucebni-pomucky.cz)



Obrázek 48 Sada II\_dvoubarevný drát, zdroj: [www.ucebni-pomucky.cz](http://www.ucebni-pomucky.cz)



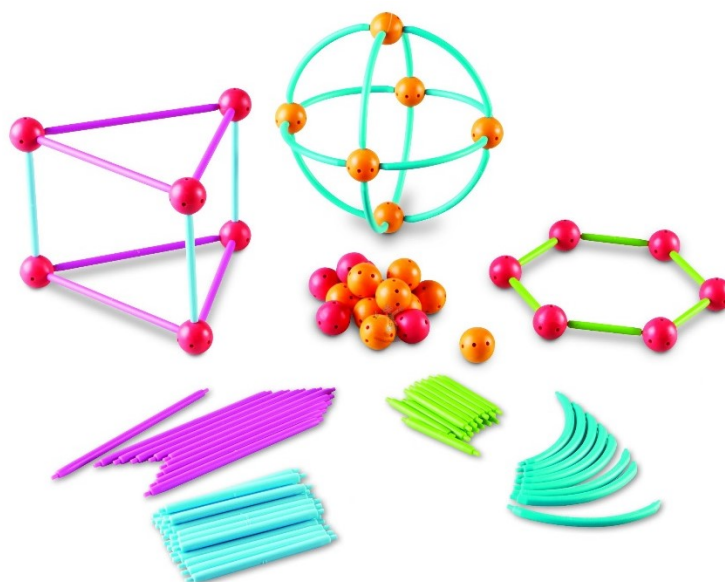
Obrázek 49 Gigantická konstrukční stavebnice, zdroj: [mandala-montessori.eu](http://mandala-montessori.eu)



Obrázek 50 Stavebnice obřích geometrických těles, zdroj: [www.skolamarket.cz](http://www.skolamarket.cz)



Obrázek 51 Stavebnice těles I, zdroj: [www.skolamarket.cz](http://www.skolamarket.cz)



Obrázek 52 Stavebnice těles II, zdroj: [www.skolamarket.cz](http://www.skolamarket.cz)