

Posudek školitele na doktorskou disertační práci

O. Týbl: Stochastic Equations With Correlated Noise and Their Applications

Stochastické diferenciální rovnice s Lévyho šumem byly v uplynulých letech předmětem intenzivního výzkumu. Důvody jsou zčásti čistě matematické (pomocí jejich řešení lze charakterizovat poměrně obecný markovský proces), ale tyto objekty se ukázaly být velmi užitečné i při modelování reálných jevů různého druhu, jejichž dynamika obsahuje skoky.

Zadání stávající disertační práce bylo zaměřeno na výzkum v tomto směru, především na výzkum stability (chápané v širším smyslu) a příbuzných jevů. Práce odpovídá na toto zadání tak, že její podstatná část prezentuje obsah dvou publikací, vyšlých v impaktovaných matematických časopisech. V prvním z těchto článků jsem uveden jako spoluautor, avšak můj podíl je spíše v ideovém vedení a pomoci při řešení několika drobnějších technických problémů. Spoluautorem druhého článku je Jan Seidler.

Výsledky v prvním z článků patří (v jistém smyslu) do kategorie výzkumu chování řešení rovnic v dlouhodobém časovém horizontu (long-time behaviour). Jsou zde nalezeny podmínky pro tzv. omezenost řešení v pravděpodobnosti v průměru, kterážto vlastnost (spolu s fellerovskostí, která je za daných podmínek vždy splněna) dává existenci invariantní míry, tj. stacionárního řešení rovnice. Práce po technické stránce navazuje na práce D. Applebauma a jeho spoluautorů, který obdobně zkoumal l'apunovskou stabilitu triviálního stacionárního řešení, ale je po technické stránce mnohem propracovanější. Zajímavá je např. zkoumaná možnost stabilizace (ve smyslu existence invariantní míry) šumem (tj. možnosti existence invariantní míry v případě, kdy po odebrání šumového členu z rovnice by invariantní míra neexistovala). Tento jev je dobře známý v případě rovnic s gaussovským šumem. Ale v případě Lévyho řídicího procesu je situace mnohem komplexnější. O. Týbl našel přirozené postačující podmínky pro stabilizaci pro rovnici bez gaussovské složky, kdy je stabilizace způsobena čistě skokovou částí a taky postačující podmínky v obecném případě. Obecné výsledky jsou zde doplněny zajímavými ilustrativními příklady.

Ve druhé části práce (založené na společném článku s J. Seidlerem) se autor zabývá úlohou stochastické aproximace pro daný typ rovnic, kde je s výhodou možno využít techniku l'apunovských funkcí. Výsledky jsou velmi zajímavé, je například diskutována možnost, že řešení nekonverguje ke kořenu funkce v driftu rovnice (jak je to obvyklé v klasickém případě) ale k jinému bodu. Je pak nalezena třída koeficientů u skokových členu rovnice, kdy tato situace nenastane.

Stojí za zmínku, že O. Týbl dosáhl během studia dalších výsledků, které nejsou zahrnuty do této disertace, jsou však ideově příbuzné. Je to zejména společná práce

s G. Bódó a M. Riedlem o existenci řešení pro semilineární stochastické rovnice s cylindrickým skokovým šumem, která souvisí s možným rozšířením výsledků dosažených v první části na případ stochastických parciálních diferenciálních rovnic.

O. Týbl pracoval po celou dobu samostatně, s velkým entusiasmem a invencí.

Jeho disertaci doporučuji k obhajobě.

V Praze, dne 11.9.2023

Bohdan Maslowski