

Hlavným cieľom tohto textu je skúmať, či už prezentovaním známych výsledkov alebo našich vlastných, niektoré aritmetické funkcie a relácie z pohľadu ich rekurzívnosti v spočetných neštandardných modeloch Peanovej aritmetiky, skratkou PA , alebo niektorého jej slabšieho fragmentu ako $I\Delta_0$ alebo $I\Sigma_1$.

V prvej časti prezentujeme Tennenbaumovu vetu, ktorá je známym výsledkom danej oblasti. Veta tvrdí, že v každom neštandardnom modeli M , Peanovej aritmetiky, s doménou \mathbb{N} nemôže byť $+$ ani \times rekurzívnu funkciou. Navyše, prezentujeme daný výsledok pre $+$ v silnejšie podobe a to pre teóriu $I\Delta_0$, daný výsledok pochádza od K. McAloonu. Aby sme ukázali že nie je všetko stratené, prezentujem ďalší známy výsledok tvrdiaci, že relácia $<$ a funkcia nasledovník, S , môžu byť simultánne rekurzívne v nejakom neštandardnom modeli PA s doménou \mathbb{N} .

V druhej časti prezentujeme naše vlastné výsledky ktoré sme dostali pýtáním sa otázok o rekurzívnosti funkcií $x \text{ div } y$, celočíselné delenie, a $x \text{ mod } y$, zvyšok po celočíselnom delení, v modeloch PA . Taktiež častokrát uvažujeme reštrikcie $x \text{ div } y$ a $x \text{ mod } y$ na $x \text{ div } n$ a $x \text{ mod } n$, kde n je *štandardné číslo*. Aby sme spomenuli niekoľko výsledkov ku ktorým sme prišli, ukázali sme, že neexistuje neštandardný model PA kde by boli obe funkcie $x \text{ div } n$ a $x \text{ mod } n$ rekurzívne. Ďalej, nemôže existovať neštandardný model $I\Sigma_1$ kde by bola funkcia $x \text{ div } y$ rekurzívna. Na druhú stranu, $x \text{ div } n$ and $x \text{ mod } n$ môžu byť samostatne rekurzívne v nejakom neštandardnom modeli PA .