

POSUDEK VEDOUCÍHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor: Petr Mrňák

Název práce: Numerické srovnání algoritmů CGLS a LSQR

CGLS a LSQR jsou matematicky ekvivalentní algoritmy pro řešení problému nejmenších čtverců. Na oba algoritmy lze nahlížet jako na verze metody sdružených gradientů (CG) aplikované na systém normálních rovnic. Odvození těchto algoritmů se však značně liší. Zatímco CGLS získáme jednoduchou algebraickou úpravou CG, algoritmus LSQR je založen na Golub-Kahanově bidiagonalizaci a na následné konstrukci aproximace řešení minimalizující normu rezidua.

Cílem práce bylo vyjasnit teoretický vztah mezi algoritmy CGLS a LSQR a následně provést srovnání jejich numerického chování.

Obsah a výsledky. V první kapitole je detailně rozebrán známý vztah mezi CG a Lanczosovým algoritmem, který je důležitým vodítkem pro třetí kapitolu. V druhé kapitole jsou uvedeny algoritmy CGLS a LSQR, v případě CGLS je diskutováno i odvození algoritmu. V Kapitole 3 je pak ukázána ekvivalence obou algoritmů na základě splnění stejných projektivních podmínek a diskutován vztah mezi vektory a koeficienty. Zatímco Věta 2 je triviálním důsledkem ekvivalence algoritmů, důkaz Věty 3 o vztahu mezi koeficienty vyžadoval netriviální vhled autora do souvislosti obou algoritmů s Lanczosovým procesem. V numerických experimentech byla porovnávána ztráta ortogonality, zpoždění konvergence a dosažená hladina limitní přesnosti na několika příkladech. Z prezentovaných příkladů nelze usoudit, který z algoritmů je vhodnější pro praktické výpočty. Oba dosahují přibližně stejné hladiny limitní přesnosti, konvergence CGLS bývá nepatrně zpožděná oproti LSQR. Zajímavý je poslední numerický experiment, který by zasluhoval podrobnější analýzu. Ta by však již přesahovala rámec této práce.

Hodnocení práce. Autor srozumitelně shrnul známé výsledky o CGLS a LSQR. Původním výsledkem pak je teoretické srovnání obou algoritmů a nalezení vztahu mezi koeficienty. Numerické experimenty jsou dobře zpracovány a popsány. Autor dosáhl všech vytyčených cílů.

Formální úprava. Práce je vhodně strukturovaná, dobře čitelná, a obsahuje minimum tiskových chyb. Zdroje jsou správně citovány.

Poznámka k druhé verzi práce. První verze této práce nebyla v září 2023 obhájena. Na druhé verzi autor v mezidobí intenzivně pracoval a svůj postup se mnou pravidelně konzultoval. Prohloubil si své znalosti o dané problematice, celou práci zrevidoval, vhodně upravil strukturu, doplnil a rozšířil požadované výsledky a lépe formuloval text.

ZÁVĚR

Práce dle mého názoru splňuje všechny požadavky kladené na bakalářskou práci. Považuji ji za velmi zdařilou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze dne 15. ledna 2024

doc. RNDr. Petr Tichý, Ph.D.