Posudek oponenta diplomové práce

Bc. Martin Kuděj: Polomřížky a nerozložitelné prvky

Předložená práce je věnována teorii polomřížek a jejich nerozložitelným prvkům. Zkoumány jsou zejména polomřížky odvozené z reálných kvadratických číselných těles. K charakterizaci jejich vlastností je používána teorie čísel, především řetězových zlomků.

V první kapitole jsou polomřížky, jako jisté podmonoidy v $(\mathbb{R}^n, +)$, charakterizovány z topologického hlediska. Ve druhé kapitole jsou připomenuty pojmy z teorie čísel týkající se řetězových zlomků, číselných těles konečného stupně a totálně kladných prvků v nich. Je zde definován pojem polokonvergentů a ukázány jejich aproximační vlastnosti. Zajímavý je v tomto případě ekvivalentní popis horních polokonvergentů jako dobrých horních aproximací daného čísla. Pro algebraická čísla stupně 2 jsou pak podrobněji zkoumány vlastnosti jejich řetězových zlomků.

Ve třetí kapitole jsou nejdříve studovány určité polomřížky v $\mathbb{R}^2$ (tzv. úhlové oblasti) a jejich nerozložitelné prvky. To je pak využito k explicitnímu popisu nerozložitelných prvků polomřížky totálně nezáporných prvků tělesa $\mathbb{Q}(\sqrt{D})$ pomocí dvou přístupů. První z nich je převzat z článku [3] autorů A. Dresse a R. Scharlaua. Druhý je pak vlastním příspěvkem autora a podstatně zjednodušuje postup právě z článku [3].

V poslední čtvrté kapitole je pak zmíněn odhad norem nerozložitelných prvků z polomřížek popisovaných výše, který je převzat z článku [3] a článku [8] autorů V. Kaly a P. Yatsyny.

Na práci oceňuji zajímavý jednodušší postup zmíněný ve třetí kapitole a přehledný a srozumitelný výklad pojmu a většiny důkazů. První dvě kapitoly a čtvrtá kapitola, které dohromady tvoří více než dvě třetiny textu celé práce, jsou napsány velmi čitelně s podrobně uvedenými důkazy tvrzení.

Naproti tomu třetí kapitola v částech 3.2.2 a 3.2.3, kde jsou uvedeny dva různé přístupy v charakterizaci nerozložitelných prvků polomřížek spojených s tělesem $\mathbb{Q}(\sqrt{D})$, je už napsána o poznání méně srozumitelně. Přípravné úvahy jsou zde z větší části psané volně v textu a je u nich obtížnější sledovat, jak budou následně použity. Častěji je tu zmiňováno, že něco stačí ukázat, ale už není jasněji uvedeno, k důkazu jakého tvrzení to v daném místě postačuje, a proč by to mělo postačovat (např. na stranách 59 a 60).

Práce obsahuje také některé nepřesnosti: v definici polokonvergentů úplně chybí případ, kdy α je iracionální; ve znění Lemmatu 2.11 je potřeba uvést, že řetězový zlomek $[a_0, \ldots, a_k]$ má být dle Definice 2.8, tj. $a_k \geq 2$; vztahy konjugovaných prvků a operací za Definicí 2.19 platí pouze pro prvky z téhož číselného tělesa stupně 2.

V práci je minimum překlepů a gramatických chyb. Práce celkově splňuje požadavky stanovené pro diplomovou práci a doporučuji ji proto k obhajobě. Z výše uvedených důvodů ji navrhuji hodnotit stupněm

velmi dobře.

V Praze, 31. 1. 2024

doc. RNDr. Miroslav Korbelář, Ph.D.
oponent