

Oponentský posudek diplomové práce **Výuka objemů a povrchů oblých těles na střední škole s podporou webové aplikace** autorky Bc. Lucie Rakušánové

Úkolem diplomantky bylo na základě studia současných učebnic rozšířit existující webovou aplikaci pro výuku na střední škole o téma *povrchy a objemy oblých těles*. Diplomantka tak navazovala na svou bakalářskou práci, v rámci níž připravila aplikaci pro výuku témat povrchy a objemy hranatých těles. Pozornost měla být věnována motivaci pojmu a využití těles v praxi. Součástí aplikace měly být dynamické prvky (applety, krokovaná řešení, on-line test apod.). Záměrem je toto téma po obhajobě začlenit do výukového portálu středoškolské matematiky spravovaného KDM MFF UK.

Odevzdaná práce zahrnuje původní bakalářskou práci (což nekoresponduje s názvem diplomové práce, avšak hodnotím díky tomu práci jako celek) a je členěna do devíti kapitol. První kapitola má úvodní charakter, druhá představuje základní pojmy. Následuje šest kapitol věnovaných jednotlivým typům těles (hranoly, jehlany, nekonvexní mnohostěny, válce, kužele, koule). Poslední kapitolou je souhrnný test. Vyjma poslední je každá z kapitol dále podrobněji členěna. Členění práce je systematické a přehledné. Obsahově práce pokrývá středoškolské učivo povrchů a objemů těles, přičemž několik témat lze označit za rozšiřující učivo (např. archimédovská tělesa, Eulerova věta, nekonvexní tělesa či nerotační oblá tělesa).

Kromě webové aplikace byla práce odevzdána ve vytištěné formě, která zaujímá téměř 270 stran, z čehož přibližně polovinu tvoří původní bakalářská práce. Text obou verzí je totožný, četla jsem podrobně pouze verzi tištěnou, on-line aplikaci jsem prohlédla zběžně – především za účelem ověřit funkčnost dynamických prvků, kvalitu obrázků, design a uživatelskou přívětivost.

Je zřejmé, že autorka odvedla značný kus práce. Po obsahové stránce byl úkol zcela splněn. Oceňuji především obrovské množství obrázků a appletů. Mám však k práci řadu připomínek, co se matematické správnosti, didaktického pojetí a dalších náležitostí týče. Překvapuje mne a mrzí zároveň, že chyby jsou i v té části, která již byla obhájena jako bakalářská práce. Před uvedením práce na portál je nutné práci znovu velmi pečlivě projít a chyby opravit. Nejpodstatnější problémy níže uvádím, četné další, méně podstatné detaily jsem se snažila vyznačit do výtisku práce, který jsem měla k dispozici, a ráda jej autorce poskytnu jako podklad k opravám.

K typografickému zpracování tištěné verze se raději moc vyjadřovat nechci, to se úplně nepovedlo (obrázky tvořené pomocí GeoGebry 3D nejsou ve vhodném rozlišení pro tisk – což je dáno obecně omezenými možnostmi exportu, mnohé jsou zbytečně velké; studentka zcela ignorovala pravidla zalamování řádků a stránek, v textu je mnoho zbytečných velkých vertikálních mezer, chyby v matematické sazbě atd.). Je hezké, že se autorka rozhodla tištěnou verzi zpracovat v LaTeXu, nicméně možná by bylo bývalo jednodušší vytisknout přímo webovou verzi z prohlížeče. Když už byl použit TEX, měla by výsledná podoba vypadat jinak. Nicméně na kvalitu webové aplikace toto vliv nemá, v celkovém hodnocení proto k typografii vytištěné verze nepřihlížím.

Po jazykové stránce je práce více méně v pořádku, několik překlepů, zdvojených slov či pravopisných chyb lze vzhledem k rozsahu akceptovat. Před zveřejněním na portál je však třeba je opravit.

V práci jsem našla několik **matematických omylů**, k těm zásadnějším patří:

- chyba v řešení příkladu 3.8.1
- výška klence není totéž jako výška jeho stěny (str. 86)
- pořadí vrcholů v zápisu podobných mnohoúhelníků (např. str. 84, str. 104, str. 128)

- nesouhlasím s autorkou, že jehly nerozdělujeme na kolmé a kosé (a nejen já, viz např. učebnice *Deskriptivní geometrie pro SŠ* od kolegyně Pomykalové, str. 18)
- chyba ve výpočtu dílčích objemů v úloze 5.1.3 (str. 141) – někde „zmizela“ $1/3$
- (obě) definice na str. 150 nejsou v pořádku (v první definici a v textu pod ní záměna úseček, navíc zbytečně silný požadavek, že osa rotace musí „obsahovat stranu obdélníku“; ve druhé definici číslo místo přímky)
- str. 154: „Kolmý neboli rotační válec...“ – tyto pojmy ale nejsou synonyma
- v kap. o válcích se opakovaně místo slova „válec“ vloudilo slovo „kužel“ – patrně zbrklé kopírování obdobných částí textu z další kapitoly
- na str. 168 je uvedeno: „Pláštěm rotačního válce je vždy pravoúhlý rovnoběžník“ – to však sama autorka vyvrací úlohou na str. 249
- chybný vztah mezi hmotností, objemem a hustotou tělesa (str. 171)
- chybný zápis rovnítka mezi nerovnající se vztahy (při převodu jednotek) – str. 215, druhý řádek v páté odrážce
- na str. 223 se píše o „poloměru podstavy koule“
- nesouhlasím s tvrzením, že „[Rotační elipsoid] Na rozdíl od koule není středově souměrný.“ (str. 230)
- opakovaně nesprávné (ne)užití symbolu rovnítka s tečkou (zaokrouhlení)

Po **didaktické stránce** doporučuji pečlivě zvážit následující:

Přístup k dosazování daných hodnot a zaokrouhlování

Jelikož se jedná o web určený primárně středoškolským studentům, mělo by být více dbáno na přesnost výsledků. Té bude lépe dosaženo, bude-li neznámá nejprve obecně vyjádřena a teprve poté budou dosazeny dané hodnoty a celý výpočet se provede „najednou“, tedy pouze jednou bude zaokrouhleno. V současné podobě autorka dosazuje a upravuje průběžně, přičemž také opakovaně zaokrouhluje, což v některých situacích vede ke zkreslení výsledné hodnoty. Stojí též za úvahu uvádět výsledky i v přesné podobě (pomocí odmocnin, symbolu pí apod.).

Přístup k využití předchozích znalostí

Při výpočtech je třeba použít řadu pojmů a vztahů z jiných oblastí matematiky, především z planimetrie. Myslím, že by bylo účelné vytvořit kapitolu, v níž by tyto pojmy byly přehledně shrnuty a v příslušném místě na ně pak bylo pouze odkazováno (v aplikaci pochopitelně hypertextově). V současné podobě jsou některé takové pojmy zbytečně opakovaně připomínány (např. stejnoolehlost), popřípadě někdy využity, jindy ne (např. vztah pro velikost výšky rovnostranného trojúhelníku v závislosti na délce jeho strany). Též je použita řada pojmů, dle mých zkušeností pro středoškoláky málo známých, které nejsou objasněny (např. prostorová vrstva, jednoduchá křivka aj.).

Postrádám více průběžně uváděných protipříkladů

Například ke druhé poznámce na str. 18 mi chybí ukázka sestavy stěn, která není sítí tělesa. U Eulerovy věty by mohl být uveden příklad mnohostěnu, pro nějž věta neplatí (navíc autorkou uvedená podmínka, že těleso musí být konvexní, je příliš silná).

Mnohé informace „padají z nebe“

Rozumím, že v práci nejsou důkazy obtížnějších vět (např. Cavalieriho princip či nerozvinutelnost sféry), nicméně i v těchto situacích by bylo dobré odkázat se do jiné literatury, kde zvědavý čtenář (nebo třeba pedagog) důkaz nalezne. Domnívám se však, že některá tvrzení by bylo možné středoškolskými postupy

odvodit nebo alespoň přiblížit (např. str. 20: proč existuje právě osm konvexních deltaedrů?; str. 97: existence těžiště čtyřstěnu a jeho poloha; str. 111: proč se úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku protínají ve zlatém řezu?; str. 224: proč má při daném objemu nejmenší povrch koule?; str. 226: proč je průnikem sečné roviny s koulí kruh?; vztahy v kap. 8.7 aj.). Když už někde je zjednodušené přiblížení, pozor, aby nebylo formulováno jako neochvějný důkaz (např. problém nerozvinutelnosti sféry ilustrovaný na str. 47 pomocí slupky pomeranče nebo shodnost řezů těles na obr. 6.43).

Některé definice pojmů jsou matoucí

Např. na str. 57 se píše. „Kolmý hranol, jehož podstavami jsou shodné pravidelné n -úhelníky, se nazývá pravidelný n -boký hranol.“ Slovo „shodný“ doporučuji vypustit, neboť každý hranol má navzájem shodné podstavy. Obdobně na str. 99: „Pokud jsou podstavami komolého jehlanu navzájem podobné pravidelné n -úhelníky...“ – podstavy komolého jehlanu jsou navzájem podobné vždy, zde je klíčové pouze to, zda jsou to pravidelné n -úhelníky.

Užití goniometrických funkcí

V řešených úlohách autorka preferuje užití funkce kotangens. To mi nepřipadá šťastné s ohledem na to, že ze čtyř obvyklých funkcí tuto jedinou žáci nemají na kalkulačce.

Zavádění označení proměnných

Často je pro totéž v jedné úloze užito více různých symbolů. Zdá se mi, že je to z velké části způsobeno tím, že se autorka drží písmen použitých v předepsaných vzorcích a definicích, tedy když např. v zadání uvede, že je dána tělesová výška v_t , má pak potřebu ji přeznačit na výšku v , neboť vztah pro objem má předepsaný $V = S_p v$.

Další poznámky:

- zbytečné nuly na koncových desetinných místech
- dvojí seznam literatury (patrně jeden zkopírován z původní bakalářské práce), v textu není jednotný způsob zápisu odkazů do seznamu
- chybí seznam použitého značení a seznam zkratek
- v úvodu se píše (dokonce dvakrát) o bakalářské práci, ale je to práce diplomová; i dále je několik omylů vzniklých patrně ukvapeným překopírováním textu původní bakalářské práce
- vyjma zmínky o doporučených prohlížečích (a ani ty nejsou specifikovány přesně, jen název bez čísla verze nestačí – např. v mobilním telefonu ve Firefoxu verze 117.0 se stránky nezobrazují správně) chybí jakákoliv technická dokumentace, návod k ovládní apletů apod.
- doporučuji omezit užívání zvrtných zájmen („se“, „si“) a nezačínat zbytečně věty spojkou „A“
- na obr. 2.4 (hierarchické schéma těles) postrádám „škatulky“ pro tělesa, která nelze zařadit do uvedených skupin
- doporučuji snažit se pohledy na tělesa natočit vždy tak, aby nebyly jejich hrany v zákrytu
- doporučuji vyvarovat se obrátů typu „následující obrázek“, obrázky jsou jednoznačně identifikovány svým číslem
- nikde jsem se nedočetla, jaké promítání autorka k zobrazení těles využívá; u některých obrázků je to zničehonic uvedeno, přestože to v tu chvíli není podstatné; u některých úloh záleží na aktuálně použitém typu promítání – bez této informace není úloha jednoznačně řešitelná (např. obr. 3.20, obr. 4.16, obr. 7.38 aj.)

- v jednotlivých kapitolách věnovaných konkrétním typům těles je vždy podkapitola ukazující anti-modely; to je jistě užitečné, nicméně nerozumím, proč jsou tyto podkapitoly uvozeny ve smyslu, že „nyní ověříme pochopení předchozích pojmů“ – opravdu ze zmíněných kapitol nemám dojem, že by cokoliv „ověřovaly“
- je-li v zadání úlohy pokyn „vyjádřete“, je třeba specifikovat, v závislosti na čem má žák danou veličinu vyjádřit (např. př. 3.6.4, 5.1.4)
- některé úlohy jsou přeурčeny (je zadáno více údajů, než je nutné, a obávám se, že díky jejich zaokrouhlení ani pak takové těleso, s nímž se pracuje, nemusí vždy existovat)
- obrat „další typy/dalších typů“ v podkapitolách 3.4, 3.8, 4.4, 4.8 atd. doporučuji přeformulovat (konkrétní typy/speciální případy apod.), neboť se nejedná o další nové typy, ale jen bližší informace o konkrétních tělesech, která spadají do již popsaných skupin těles
- některé informace se předbíhají (např. na str. 87 je zmíněn „hranolec“, ale definován je až na str. 102)
- je-li výsledkem úlohy hodnota s nějakými jednotkami (např. délka úsečky) a v zadání je požadavek na zaokrouhlení na určitý počet míst, je třeba v zadání také uvést požadavek, v jaké jednotce má být výsledek zapsán
- proč je najednou na str. 147 některý text zvýrazněn barevně, a dříve se toto zvýraznění nepoužívalo?
- postrádám odvození tvaru sítě rotačního kužele
- v práci je skutečně mnoho ilustračních fotografií, oceňuji práci, kterou si autorka dala s jejich vyhledáním, myslím si však, že některé z nich nebylo nutné přebírat z internetu (např. mýdlovou bublinu)
- zadání úlohy 8.6.2 je kopii z úlohy 8.5.2 (ale má se počítat povrch)

Na závěr bych ráda položila autorce následující dotazy/podněty k obhajobě:

- Prosim o bližší vysvětlení, kde je v obr. 1.3 model sítě pravidelného čtyřbokého jehlanu – nevidím jej tam.
- Co vedlo autorku k oddělení úloh na výpočet objemu od úloh na výpočet povrchu? Má tento přístup nějaké výhody/nevýhody oproti propojení uvedených témat?
- U obr. 7.47 je uvedeno, že stavba neodpovídá kuželu. Nedočetla jsem se zde však, čemu tedy odpovídá?
- Z kolika úloh se generuje závěrečný test?
- Ověřovala autorka nějak (např. dotazníkem), která tělesa se skutečně vyučují? Z čeho např. plyne tvrzení v Závěru práce, že se s nekonvexními mnohostěny, platónskými tělesy a archimédovskými tělesy setkáme ve výuce jen zřídka? (Minimálně u platónských těles si to já osobně nemyslím, rozhodně bych očekávala, že je na SŠ vidí více žáků než třeba kleneč.)

Výuka stereometrie je dlouhodobě problematická a řada pedagogů k ní přistupuje s nechutí, která se pak přenáší na studenty. I přes velké množství výše uvedených nedostatků proto předloženou diplomovou práci doporučuji k obhajobě na učitelském studiu, neboť jsem přesvědčena, že po zapracování uvedených připomínek může být přínosem pro čtenáře portálu. Hodnocení navrhuji *velmi dobře až dobře* – s přihlédnutím k obhajobě.

V Praze dne 3. 9. 2023

RNDr. Vlasta Moravcová, Ph.D.