

Michal Ketner, *Dělitelnost v okruzích*

(V. Švejdar, posudek vedoucího na bakalářskou práci, leden 2024)

Jde o druhou verzi práce se stejným zadáním. První verze byla podána v srpnu 22, ale k obhajobě tehdy nedošlo. Tato práce má lepší úroveň a přehlednější strukturu.

Četbu bohužel opět komplikuje velké množství pravopisných či stylistických chyb a typografických závad, například špatně umístěné čárky, nesprávné pádové koncovky nebo nevhodné řádkové lomy (za neslabičnými předložkami nebo okolo matematických symbolů). Mnohé ze závad, na které jsem upozornil v prvním posudku z r. 22, zůstaly neopraveny. Na některých místech (již v abstraktu) kolísá terminologie: operaci dělení nelze přeci ztotožnit s relací dělitelnosti.

Mnoho závad je v matematickém stylu. Násobení je někdy označeno symbolem \cdot , někdy $*$. Užití symbolu \mathbb{R} jako proměnné vhodné není, jde o běžné (konstantní) označení struktury reálných čísel. V zápisu množiny definované podmínkou je někdy středník a někdy kolmá čára, čímž vznikají matoucí zápisy (například ve druhém odstavci na str. 17). Je kolmá vlnovka ve značení faktorokruhu obvyklá? Nebylo by vhodnější obyčejné lomítko? Má význam, že na str. 13 je pro podmnožinu užit symbol \subset a nikoliv \subseteq ? Je-li na předchozí straně 12 zmíněna idempotence sčítání a komutativita násobení, má z toho čtenář usoudit, že idempotence násobení a komutativita sčítání neplatí? Když už je podrobně dokázáno, že v okruzích platí $x \cdot 0 = 0$ pro každé x , což je běžná školní vědomost, stála by za podrobnější vysvětlení operace odčítání. Například v důkazu Lemmatu 1.1.19 je bez bližšího vysvětlení užitá rovnost $(-y) \cdot z = -(y \cdot z)$. Pokud jde o seznam literatury, poslední položka by měla obsahovat podrobnější údaje, například internetovou adresu. U vydavatelů, kteří nepatří mezi několik úplně nejdůležitějších, což platí o nakladatelstvích Academia i College Publications, je zvykem udávat sídlo.

V Lemmatu 3.1.12 čtenář sotva přijme slovo “asociovant”. Liší se nějak Lemmata 3.1.12 a 3.1.14? O podmínce J je běžné mluvit jako o jednoznačnosti ireducibilních rozkladů. V důkazu Lemmatu 3.1.21 je nesprávný odkaz na Lemma 1.2.21. Má pravděpodobně být zmíněno Lemma 3.1.23, které teprve přijde. A je-li tomu tak, uplatní se Lemma 1.2.21 vůbec někde? A nemohlo by znít spíš tak, že $NSD(A \cup B) = NSD(NSD(A) \cup NSD(B))$?

Domnívám se, že autor si rozmyslel mnohem víc poznatků, než se mu do práce podařilo napsat. Takže předpokládám, že dovede odpovědět na většinu z následujících otázek. Nicméně, někde by se odpovědi objevit měly.

1. Má smysl uvažovat dělitelnost v obecných komutativních okruzích a ne pouze v oborech integrity? Čím jsou vlastně obory integrity důležité?
2. Co z poměrně propracované teorie ideálů se v dalších částech práce opravdu použilo?

3. A z druhé strany, nešlo by okruhy typu $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ vyložit jako faktorokruhy, čili jako nějakou aplikaci ideálů?
4. Lze vysvětlit obsah poslední položky v seznamu literatury a její titul? Pokud by mělo jít o příklad oboru integrity, který není eukleidovský, není $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ jednodušším příkladem? A co znamená “PID”?

Dělitelnost v oborech integrity je poměrně probádanou oblastí, v níž se nové výsledky v poslední době spíše nevyskytují. Není tedy překvapivé, že autor pracoval v podstatě jen s učebnicemi. Čtenář, který o problematice okruhů a dělitelnosti už něco ví, se z práce může poučit. Oceňuji například pojednání o bezoutovských okruzích nebo vysvětlení vlastností okruhu $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$. Obojí v první verzi práce z roku 22 chybělo. Ovšem cíl napsat práci čitelnou a poučnou například pro studenty oboru logika zvláště úspěšně splněn nebyl. Navrhuji klasifikaci *dobře*.

V Praze 29.1.2022

doc RNDr Vítězslav Švejdar CSc