V této práci se zabýváme kombinatorickými problémy optikou Grassmanovy algebry. Tato algebra je přirozenou matematickou strukturou pro modelování množinových systémů i simpliciálních komplexů. Umožňuje navíc převést operace z kombinatorických struktur do Grassmanovy algebry. Například operace jako množinový průnik nebo standardní hraniční operátor z topologie. To nám často umožňují převést kombinatorický problém na problém týkající se dimenze určitého vektorového prostoru, což se může ukázat jako jednodušší přístup, protože poté můžeme zkoumat dimenzi vektorového prostoru pomocí lineárních zobrazení. Takový přístup uplatňujeme i v této práci.

V první části zkoumáme problém slabé saturace, který zavedl Bollobás v 60. letech. Jedná se o následující problém. Pro zadaný „hostitelský" graf F a „vzorový" graf H je potřeba určit minimální počet „nakažených" hran grafu F, se kterými je třeba začít, aby se infekce rozšířila na celý hostitelský graf F podle vzorového grafu H. Konkrétně nás zajímá případ, kdy hostitelské i vzorové grafy jsou úplné uniformní multipartitní hypergrafy.

Dále se zabýváme zobecněním Hellyho věty, která se týká průsečíkových struktur konvexních množin. Konkrétně se ptáme na následující otázku. Je-li zadán konečný systém konvexních množin v $\mathbb{R}^d$ rozdělených do $d+1$ tříd barev tak, že zlomek α ze všech barevných $(d+1)$-tic má společný průnik, jaký je největší počet jednobarevných protínajících se množin, který můžeme zaručit? Na tuto otázku odpovídáme.

Ve třetí části zkoumáme pojem „volume-rigidity" pro simpliciální komplexy. Tento pojem je zobecněním (generické) rigidity pro grafy na objekty vyšší dimenze. Najdeme vztah mezi pojmy „volume-rigidity" a „exterior algebraic shifting" a ukážeme, že kompaktní plochy malého rodu bez hranice jsou volume-rigidní.

Nakonec se zabýváme zobecněním známé Erdős-Ko-Radovy věty o maximální velikosti systému množin, které se po dvojicích navzájem protínají. Konkrétně nás zajímá charakterizace systému množin dosahujícího maximální velikosti, pokud jsou tyto množiny stěny simpliciálního komplexu