Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Povrchové řešitelské strategie žáků 1. stupně ZŠ při řešení slovních úloh a aktivity vedoucí k jejich překonávání

Surface problem-solving strategies of primary school students in solving word problems and activities leading to their overcoming

Eva Brejchová

Vedoucí práce: Mgr. Radka Havlíčková, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Studijní obor: 1.STZŠ

2024

Odevzdáním diplomové práce na téma *Povrchové řešitelské strategie žáků 1. stupně ZŠ při řešení slovních úloh a aktivity vedoucí k jejich překonávání* potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Říčanech 11.4.2024

Ráda bych poděkovala vedoucí mé diplomové práce Mgr. Radce Havlíčkové, Ph.D., za její odborné vedení, cenné rady, podněty, připomínky a pozitivní přístup, se kterým vedla moji práci. Vážím si její ochoty věnovat mi svůj čas. Jsem vděčná i mé rodině za její podporu a povzbuzení.

ABSTRAKT

Diplomová práce je zaměřena na proces řešení slovních úloh. Teoretická část vymezuje typologii slovních úloh, fáze řešení slovní úlohy a popis povrchových řešitelských strategií. Praktická část si vytyčuje cíle: 1. zmapovat obtíže žáků při řešení slovních úloha a 2. navrhnout, zrealizovat a vyhodnotit aktivity, které by žákům tyto obtíže pomohly zmírnit. Těžištěm práce je akční výzkum prováděný třídním učitelem se žáky 3. ročníku. Výzkum je rozdělen do dvou fází. První fáze zahrnuje úkoly: 1. vytypovat typy úloh, které činí žákům obtíže, tj., úlohy s nízkou celkovou úspěšností řešení, 2. určit zástupce žáků s charakteristickými okruhy obtíží. Vybrané typy úlohy budou žákům ve druhé fázi výzkumu v různých variantách zadávány s cílem realizovat a následně vyhodnocovat níže uvedené intervence. Výběr zástupců žáků, na které jsem ve druhé fázi zaměřila intervenční činnosti, byl realizován na základě pozorování všech žáků při řešení slovních úloh, analýzy jejich písemného řešení, reflexí a krátkých polo-strukturovaných rozhovorů. Intervence jsou navrženy na míru třem vytypovaným zástupcům žáků. Jsou to zakreslení řešitelského obrázku, strukturace zadání slovní úlohy, zařazení úlohy s antisignálem a nadbytečným údajem a tvorba vlastní slovní úlohy na daný matematický model. Úspěšnost intervencí je vyhodnocována ve dvou rovinách: 1. celková úspěšnost a 2. úspěšnost u sledovaných řešitelů.

KLÍČOVÁ SLOVA

Povrchová strategie; slovní úloha; intervence; porozumění slovní úloze; fáze řešení slovní úlohy.

ABSTRACT

The thesis focuses on the process of solving word problems. The theoretical part defines the typology of word problems, the phases of solving a word problem, and the description of surface solving strategies. The practical part sets goals: 1. to map the difficulties students face when solving word problems and 2. to design, implement, and evaluate activities that could help students reduce these difficulties. The core of the work is action research conducted by a classroom teacher with third-grade students. The research is divided into two phases. The first phase includes tasks: 1. to identify the types of problems that cause difficulties for students, i.e., problems with a low overall success rate of solution, 2. to determine representatives of students with characteristic areas of difficulty. The selected types of problems will be assigned to students in various forms in the second phase of the research with the goal of implementing and subsequently evaluating the interventions mentioned below. The selection of student representatives on whom I focused the intervention activities in the second phase was carried out based on observations of all students solving word problems, analysis of their written solutions, reflections, and short semi-structured interviews. The interventions are designed to three identified representatives of students. These include drawing a solution picture, structuring the assignment of the word problem, including a problem with a distractor and redundant data, and creating their own word problem based on a given mathematical model. The success of the interventions is evaluated on two levels: 1. overall success and 2. success among the observed solvers.

KEYWORDS

Surface strategy; word problem; intervention; understanding the word problem; phases of solving word problems.

Obsah

Úvod 9

1 Teoretická část 10

1.1 Pojem slovní úloha 10

1.2 Typologie slovních úloh 11

1.2.1 Úlohy jednoduché a složené, úlohy s více výpočty 11

1.2.2 Úlohy podle typu sémantického ukotvení čísla 12

1.2.3 Typy jednoduchých aditivních slovních úloh podle umístění neznámé 14

1.2.4 Úlohy, které dělají žákům potíže 15

1.3 Fáze řešení slovní úlohy 17

1.4 Obecné obtíže žáků při řešení slovních úloh ve výzkumech realizovaných v ČR 17

1.5 Obecné příčiny žákových obtíží při řešení slovních úloh 18

1.5.1 Porozumění textu v obecné rovině 18

1.5.2 Porozumění textu slovní úlohy 19

1.5.3 Další příčiny žákových obtíží při řešení slovních úloh 23

1.6 Řešení slovních úloh s porozuměním 25

1.7 Povrchové strategie řešení slovních úloh a jejich typy 26

1.7.1 Povrchová strategie dle signálních slov 27

1.7.2 Povrchová strategie dle návodných čísel 27

1.7.3 Povrchová strategie porovnání s prototypickou úlohou 28

2 Metodologie 30

2.1 Cíle diplomové práce 30

2.2 Výzkumný vzorek 30

2.3 Metody výzkumu 31

2.3.1 První fáze výzkumu 31

2.3.2 Druhá fáze výzkumu 32
2.4 Výběr a tvorba slovních úloh 34
3 Výsledky 37
3.1 První fáze výzkumu 37
3.1.1 Výběr slovních úloh s nízkou celkovou úspěšností 37
3.1.2 Shrnutí první fáze výzkumu a výběr žáků s charakteristickými kruhy obtíží 48
3.2 Druhá fáze výzkumu – intervence 49
3.2.1 Zakreslení řešitelského obrázku 50
3.2.2 Strukturace zadání slovní úlohy 59
3.2.3 Zařazení úlohy s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem 72
3.2.4 Tvorba vlastní úlohy na zadaný matematický model 87
3.3 Pretest a posttest 95
3.4 Souhrnné vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů 98
3.4.1 Adélka – vyhodnocení úspěšnosti 98
3.4.2 Milan – vyhodnocení úspěšnosti 101
3.4.3 Richard – vyhodnocení úspěšnosti 103
4 Diskuse 105
4.1 Co bych jako výzkumník příště udělala jinak 105
4.1.1 Dlouhodobější sledování 105
4.1.2 Implementace kontrolní skupiny 106
4.2 Co si odnáším do mé učitelské praxe 106
4.2.1 Porozumění textu 106
4.2.2 Doporučení pro pedagogy 106
5 Závěr 107
Seznam použitých informačních zdrojů 110

Seznam obrázků.. 111

Seznam tabulek.. 113

Úvod

Výběr tématu mé diplomové práce byl motivován zkušenostmi získanými během učitelské praxe v hodinách matematiky. Tyto zkušenosti zahrnovaly jak mou vlastní výuku, tak i hospitační praxi, kterou jsem absolvovala v průběhu studia.

V rámci matematiky se vyskytují specifické oblasti, které jsou pro žáky značnou výzvou. Jednou z nejvíce náročných oblastí jsou slovní úlohy. Někteří učitelé 1. stupně je považují za jedno z kritických míst ve výuce. Uvádějí dokonce, že přispívají k neoblíbenosti matematiky jako předmětu (Rendl et al., 2013). Často diskutované je téma čtenářské gramotnosti, zejména problematika porozumění textu a povrchního čtení. Šmejkalová ve svém článku (2017, s. 77) poukazuje na skutečnost, že:

> Jazyk slovních úloh v matematice je prozatím tématem lingvisticky málo probádaným, a to jak z čistě teoreticko-badatelského hlediska, tak i hlediska aplikačního. A že my – češtináři – vlastně víme velmi málo o tom, jak naši žáci čtou slovní úlohy v matematice a jak jim rozumí z pohledu čtenářské gramotnosti.

Slovní úloha ve smyslu, jak ji popisuji dále, je komplexní úlohou. Její řešení vyžaduje logické myšlení a je náročné na kognitivní funkce žáka, včetně jeho pozornosti a kapacity pracovní paměti.

Po žácích je často vyžadováno, aby prvním krokem řešitelského procesu bylo provedení zápisu. Často se stává, že žáci při prvotním čtení slovní úlohy již postupně zaznamenávají známé údaje a vyhledávají klíčová slova naznačující početní operaci. Očima přecházejí od zadání slovní úlohy k zápisu namísto toho, aby si nejprve přečetli celé zadání a soustředili se na význam celé úlohy. Vondrová ve svém článku (2020, s. 11) poukazuje na skutečnost, že žáci si mnohdy ani nejsou „vědomi nutnosti vytvořit si představu o situaci."

Tyto zkušenosti, které jsem zažívala i se svými vlastními dětmi, mě vedly jako začínajícího učitele k zamyšlení se, jak by bylo možné žákům pomoci, aby se slovní úlohy zmocňovali s porozuměním. To znamená, aby proces probíhající ve vědomí řešitele při vnímání textu úlohy (objektů a vzájemných vazeb mezi nimi) měl za výsledek vytvoření správného situačního modelu úlohy. V opačném případě žák řeší slovní úlohu bez porozumění a situační model úlohy se pak snaží vyvodit z různých povrchových aspektů slovní úlohy.

Cílem diplomové práce je zmapovat konkrétní obtíže žáků třetího ročníku, kde jsem byla třídní učitelkou, a dále navrhnout a zejména zrealizovat intervence, které by pomohly zmírnit nebo překonat zjištěné obtíže žáků při řešení slovních úloh.

Práce je rozdělena do dvou částí – teoretické a praktické. V teoretické části popisuji východiska pro část praktickou. V oddílu zaměřeném prakticky popisuji půlroční výzkum se svými žáky, který sestával ze dvou celků. První část výzkumu sloužila jako příprava pro následující etapu. Jejím úkolem bylo 1. vybrat některé typy úloh, které vykazují u žáků nízkou celkovou úspěšnost řešení a 2. na základě pozorování řešení a rozhovorů se žáky vybrat několik zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží při řešení slovních úloh. Těmto zástupcům byly na míru navrženy aktivity (intervence), které si kladly za úkol zmírnit jejich obtíže při řešení úloh. V průběhu druhého pololetí školního roku 2022/2023 byla realizována druhá část výzkumu, během které žáci řešili vybrané typy úlohy s již navrženými intervencemi. Na závěr bylo provedeno vyhodnocení úspěšnosti intervencí u sledovaných zástupců žáků.

1 Teoretická část

1.1 Pojem slovní úloha

Vymezení pojmu slovní úlohy se různí dle autorů. Vyšín (1962) definuje slovní úlohu jako jakýkoliv matematický úkol, který je vyjádřen slovně. Slovní úlohou tedy nazývá i úlohy typu *myslím si číslo.* Vypravěč zde má na mysli určité číslo, přičemž poskytne jednu nebo více matematických či logických vodítek, aby pomohl účastníkovi toto číslo odhalit. Řešitel nemusí vytvářet matematický model, neboť ten je již stanoven.

Myslím si číslo. Když ho vynásobím 3 a přičtu 10, dostanu číslo 49. Jaké číslo si myslím?
(49 – 10) : 3 = 13

Zdroj: vlastní.

Někteří autoři (Kuřina, 1989, Hejný, 1995, Vondrová, 2019) vnímají slovní úlohu jako úlohu, ve které je obsažen kontext. Podle Kuřiny (1989, s. 61) je ve slovních úlohách „popsána určitá reálná situace“, k níž jsou položeny otázky.

Vondrová et al. (2019) považuje za slovní úlohu:

Takovou úlohu, která obsahuje nějaký kontext (který může být reálný, pseudo-reálný či imaginární) a v níž jsou některé numerické údaje dány a jiné se hledají. Úloha obsahuje jeden nebo více úkolů (ve formě otázek nebo imperativních vět), které lze splnit za pomoci těchto numerických údajů, vztahů mezi nimi, které řešitel vyvodí ze zadání, a řešitelových znalostí a zkušeností, včetně mimoškolních (s. 15).

S tímto pojetím slovní úlohy pracuji ve svém výzkumu. Důležitým aspektem ve vztahu ke slovním úlohám je téma čtenářských dovedností, zejména porozumění textu.

1.2 Typologie slovních úloh

Typologie slovních úloh se různí podle autorů, kteří při svém dělení používali různá kritéria. V této kapitole se zaměřím pouze na kritéria, která jsou klíčová pro diplomovou práci.

1.2.1 Úlohy jednoduché a složené, úlohy s více výpočty

Divíšek (1989) dělí úlohy na úlohy jednoduché a úlohy složené. *Jednoduché* slovní úlohy jsou takové úlohy, které obsahují jeden početní úkon, *složené* slovní úlohy vyžadují provedení alespoň dvou početních operací. Přesto mohou obsahovat jen jednu otázku.

Složená úloha: AUTÍČKA

David měl 6 autíček, Petr měl o 5 autíček více. Kolik autíček měli oba dohromady?

(Petr: 6 +5 = 11 autíček, dohromady: 6 + 11 = 17 autíček)

Zdroj: vlastní.

Aby žák správně vyřešil obě části slovní úlohy, musí si nejprve položit otázku *Kolik autíček měl Petr?* Teprve, až tuto otázku zodpoví, může v řešení úlohy pokračovat.

Úlohy s více výpočty

U úlohy s více výpočty mohou nastat dvě situace. Výpočty částí úlohy mohou být na sobě nezávislé, pak hovoříme o *úlohách bez řetězení*. V tom případě správnost výpočtu jedné části úlohy nemá vliv na správnost druhé části (případě dalších částí) úlohy. Ve druhém případě, kdy výsledek výpočtu první části úlohy vstupuje do výpočtu další její části, a ovlivňuje tedy správnost řešení, se jedná o *úlohy s řetězením.*

Úloha bez řetězení

V úloze Jablíčka je počet jablíček Barči i Zorky vztažen ke stejnému základu – počtu jablíček Andrejky. Pokud žák provede chybný výpočet v první části úlohy, spočítá chybně počet jablíček Barči, může stále dosáhnout správného výsledku v řešení druhé části úlohy (počet jablíček Zorky).

ÚLOHA JABLÍČKA *Andrejka má 8 jablíček. Barča má o 3 jablíčka více než Andrejka. Zorka má o 5 jablíček více než Andrejka. Kolik jablíček má Barča? Kolik jablíček má Zorka?* *(Barča: 3 + **8** = 11 jablíček, Zorka 5 + **8** = 13 jablíček)*

Zdroj: vlastní.

Úloha s řetězením

U úlohy Pokoje je počet pokojů v prvním patře vztažen k počtu pokojů v přízemí. Počet pokojů ve druhém patře má vazbu na počet pokojů v prvním patře. Počty pokojů se tedy vztahují ke dvěma různým základům.

Úloha POKOJE *V penziónu jsou v přízemí 2 pokoje. V prvním patře je třikrát více pokojů než pokojů v přízemí. Ve druhém patře jsou pokoje s balkónem. Pokojů s balkónem je o 2 méně než pokojů v prvním patře. Kolik pokojů je v prvním patře? Kolik pokojů je ve druhém patře penziónu?* *(1. patro: 3 x **2** = **6** pokojů, 2. patro: **6** - 2 = 4 pokoje)*

Zdroj: vlastní.

1.2.2 Úlohy podle typu sémantického ukotvení čísla

Charakteristika, která byla během výzkumu výrazně zohledňována je „sémantické ukotvení čísla," které bylo rozpracováno Hejným (Hejný, 2014, s. 152–157). V tomto pojetí jsou definovány tři základní kategorie čísla – *kvantita, identifikátor* a *symbol*. Kvantita je vyjádřena *počtem*, tj. kvantitou, kterou měříme na kusy – počet lahví, počet přepravek, počet kytic, nebo *veličinou*, což je kvantita, kterou měříme pomocí jisté jednotky – metr, gram, litr, hodina. Nejpočetnější skupinou je ukotvení čísla jako *kvantity*. Kvantita je vyjádřena *stavem, operátorem nebo frekvencí*. Role čísla má výrazný vliv na obtížnost úlohy. Číslo jako *stav* je postačující informací. *Operátor* popisuje vztah mezi dvěma stavy neboli číslo je zde vázáno na dvě další čísla. Na příkladu první části úlohy Jablíčka to znamená, že počet jablíček Barči je spojen s počtem jablíček Andrejky i počtem jablíček Barči.

Rozlišujeme dva druhy operátorů, *operátor porovnání*, tyto úlohy jsou v mé práci zastoupeny nejhojněji, a *operátor změny*. O operátoru porovnání hovoříme, porovnáváme-li stavy dvou různých objektů. Jde o statickou úlohu, čas zde nehraje roli. Pokud se jedná o porovnávání stavů jednoho objektu v různých časech, mluvíme o operátoru změny. Oba druhy operátorů mohou být *aditivní i multiplikativní*.

Operátory porovnání i změny bývají často vyjádřeny přídavným jménem, např. *kratší/delší*, *větší/menší, těžší/lehčí* nebo příslovcem *chladněji/tepleji*. U aditivního operátoru je přítomna předložka *o (o více, o méně).* Pro multiplikativní operátor je to identifikátor *krát (krát více, krát méně).*

Úloha s operátorem porovnání

V úloze Vajíčka porovnáváme stavy různých objektů – žlutých vajíček, zelených vajíček a čokoládových zajíčků v jednom časovém okamžiku. Zadání zahrnuje operátor aditivní *o 13 méně* a operátor multiplikativní *6krát více*.

Úloha VAJÍČKA

Kluci vyrazili na koledu. Vykoledovali žlutá a zelená vajíčka a také čokoládové zajíčky.

Žlutých vajíček bylo 9.

Zelených vajíček vykoledovali 6krát více než vajíček žlutých.

Čokoládových zajíčků bylo o 13 méně než vajíček barevných – žlutých a zelených celkem.

1. *Kolik kluci vykoledovali zelených vajíček? (6 x 9 = 54 zelených vajíček)*
2. *Kolik vykoledovali žlutých a zelených vajíček dohromady? (9 + 54 = 63 vajíček)*
3. *Kolik vykoledovali čokoládových zajíčků? (63 – 13 = 50 čokoládových zajíčků)*

Zdroj: vlastní, převzato z praktické části diplomové práce.

Úlohy s operátorem změny

V úloze Vlasy porovnáváme stavy jednoho objektu v čase neboli změnu délky vlasů. Aditivní operátor změny je zde vyjádřen výrazem *o 15 cm kratší*.

Úloha VLASY
Lucinka měla vlasy dlouhé 40 cm. Včera se nechala ostříhat. Dnes má vlasy o 15 cm kratší. Jak dlouhé vlasy má Lucinka dnes?
(40 - 15 = 25 cm)

Zdroj: vlastní, převzato z praktické části diplomové práce.

V úloze Kniha porovnáme změnu počtu přečetných stran knihy. *Multiplikativní* operátor změny je zde vyjádřen slovy *4krát více*.

Úloha KNIHA
Pavel přečetl v pátek 12 stran své oblíbené knihy. O víkendu jich přečetl 4krát více. Kolik stran o víkendu přečetl?
(12 x 4 = 48 stran)

Zdroj: vlastní.

1.2.3 Typy jednoduchých aditivních slovních úloh podle umístění neznámé

U jednoduché slovní úlohy, která obsahuje dva zadané údaje a jeden chybějící (který se hledá), můžeme vytvořit tři různé úlohy podle toho, který údaj je neznámý. Pozice neznámé má vliv na obtížnost slovní úlohy. Formulaci úloh demonstruji na úlohách, kde číslo vystupuje jako *stav* a na úlohách, kde je číslo jako *operátor změny.* V úloze Panenky ovlivňuje obtížnost úlohy ještě jeden faktor, a to umístění otázky v zadání slovní úlohy. Nejjednodušší a zároveň nejčastěji zastoupenou variantou ve většině učebních materiálů je slovní úloha, ve které je otázka umístěna na konci.

Úlohy s čísly v roli stavu

Úloha PANENKY
Mám 3 panenky. Moje kamarádka Eliška má 4 panenky. Kolik panenek máme dohromady?
$S_1 + S_2 = S_3(?)$ $3 + 4 = S_3$ $S_3 = 7$
Mám 3 panenky. Kolik panenek má moje kamarádka Eliška, pokud máme dohromady 7 panenek?
$S_1 + S_2(?) = S_3$ $3 + S_2 = 7$ $S_2 = 4$
Kolik mám panenek, když mám 4 panenky a dohromady s kamarádkou Eliškou máme 7 panenek?
$S_1(?) + S_2 = S_3$ $S_1 + 4 = 7$ $S_1 = 3$

Zdroj: Vlastní. Pozn.: S_p – počáteční stav (stav 1), S_2 – stav 2, S_k – koncový stav.

Úlohy s čísly v roli operátoru změny

Slovní úlohy s operátorem změny obsahují více časových rovin. Úlohy proto kladou vyšší nároky na žákovo porozumění úloze, neboť ten se musí zorientovat v časových vrstvách úlohy.

Úloha KOSTKY
Na začátku hry jsem měl 4 kostky. Dvě kostky jsem vyhrál. Kolik kostek mám nyní?
$S_p, O_Z, S_k(?)$ $4 + 2 = S_k$ $S_k = 6$
Na začátku hry jsem měl 4 kostky. Teď mám 6 kostek. Kolik kostek jsem vyhrál?
$S_p, O_Z(?), S_k$ $4 + O_Z = 6$ $O_Z = 2$
Vyhrál jsem 2 kostky. Teď mám 6 kostek. Kolik kostek jsem měl, než jsem začal hrát?
$S_p(?), O_Z, S_k$ $S_p + 2 = 6$ $S_p = 4$

Zdroj: Vlastní. Pozn.: S_p – počáteční stav, O_Z – operátor změny, S_k – koncový stav.

1.2.4 Úlohy, které dělají žákům potíže

Ve své diplomové práci se zabývám dvěma typy úloh, které jsou didakticky významné – *úlohami s antisignálem* a úlohami *s nadbytečným číselným údajem*.

Úlohy s antisignálem

Signální slova ve slovní úloze představují slova např. *o více, o méně, větší, menší, o rok starší atd*. Mohou to být ale i slova *utratil, přilétli apod*. Tato slova vytvářejí představu určité početní situace. Pokud je pro správné vyřešení slovní úlohy nutné použít operaci, která je opačná k té, na kterou klíčové slovo v zadání poukazuje, označujeme takové slovo jako *„antisignál“ (Vondrová et al., 2019, s. 10)*. Úloha obsahující takový antisignál se pak nazývá *úloha s antisignálem.*

Úloha CESTA ZE ŠKOLY *Libor chodí ze školy rovnou domů. Anebo k babičce. Cesta domů je dlouhá 800 m. Je tak o 200 m delší než cesta ze školy k babičce. Jak dlouhá je cesta ze školy k babičce?* *(800 – 200 = 600 metrů)*

Zdroj: vlastní, převzato z praktické části diplomové práce.

Slovo *delší* v úloze evokuje operaci sčítání, přesto je správnou operací odčítání, tedy výše uvedený výpočet 800 – 200 = 600 (m). Rozpoznání antisignálu vyžaduje žákovo pečlivé čtení, dobré porozumění jazykovým vrstvám úlohy a správnou představu popisované situace. Z toho důvodu jsou úlohy s antisignálem dobrým diagnostickým nástrojem, který může pomoci odhalit žákovy problémy se čtením, s porozuměním textu nebo poukázat na to, že žák využívá povrchové řešitelské strategie (dále viz kap. 1.7.)

Úlohy s nadbytečným číselným údajem

Jak již název napovídá, zadání úlohy obsahuje více číselných údajů, než je nutné. Úkolem žáka je identifikovat a použít pouze ty údaje, které jsou klíčové pro správné vyřešení úlohy. To klade vysoké požadavky na čtenářskou gramotnost žáků, neboť úspěšné zvládnutí takové úlohy vyžaduje důkladné čtení a porozumění textu. Při povrchním čtení pak žáci mohou do řešení zahrnout i nerelevantní údaje.

Úloha MARMELÁDY

Babička zavařila ve středu 6 třešňových marmelád, v sobotu 5 meruňkových marmelád a v neděli 10 jahodových marmelád. Kolik marmelád zavařila o víkendu? *(Správné řešení: 5 + 10 = 15 marmelád, chybné řešení: 6 + 5 + 10 = 21 marmelád)*

Zdroj: vlastní.

1.3 Fáze řešení slovní úlohy

Řešení slovních úloh probíhá v několika fázích, jejichž pojmenování se dle autorů mírně liší. Pro potřeby výzkumu postačí vymezit fáze dle Vondrové et al. (2019, s. 19):

a) *Zpracování textového vstupu* – porozumění textu.
b) *Vytvoření situačního modelu (situační představy)* – porozumění situaci a problému ve věcných souvislostech, tj. o co v zadání jde, k čemu má řešení směřovat. Součástí této fáze je zaznamenat klíčové aspekty situačního modelu pomocí zápisu, ovšem zápisu funkčního, tedy zápisu, na jehož základě mohou žáci usuzovat na situační a následně matematický model.
c) *Konstrukce matematického modelu* – přeložení úlohy do jazyka matematiky, tj. převedení jazykové formy zadání úkolu na úlohu formulovanou matematicky neboli přiřazovat jazykově pojmenovaným obsahovým jednotkám matematické vyjádření.
d) *Provedení výpočtu* – numerické řešení.
e) *Vytvoření odpovědi* – vytvoření odpovědi, v níž je výsledek interpretován v kontextu úlohy.

Hejný (1995, s. 390) zmiňuje ještě další dvě úvodní fáze: *„posouzení kontextového prostředí"* a *„mobilizace dlouhodobé paměti."* Během těchto dvou fází si žák utváří vhled do slovní úlohy, hledá v dlouhodobé paměti, zda má s daným kontextem slovní úlohy reálnou či zprostředkovanou zkušenost.

Některé etapy uchopovacího procesu mohou probíhat opakovaně, žák může jednotlivé fáze přeskakovat, znovu se k nim vracet apod. Děje se tak zejména u obtížnějších slovních úloh. Potíže žáků mohou vznikat napříč celým řešitelským procesem, v kterékoliv z jeho etap.

1.4 Obecné obtíže žáků při řešení slovních úloh ve výzkumech realizovaných v ČR

Slovní úlohy jsou předmětem četného didakticko-matematického výzkumu. Pro potřeby této práce uvádím údaje z výzkumu věnujícího se obtížím žáků při řešení slovních úloh a s tím související úspěšnosti.

Ve výzkumu, který proběhl formou rozsáhlého dotazníkového šetření (N = 645) v roce 2014 dává až 79 učitelů do souvislosti špatné čtení a nízkou úspěšnost řešení slovních úloh. V části dotazníku, která byla věnována zjišťování příčiny rozdílu mezi úspěšnými a málo úspěšnými řešiteli úloh, uváděli učitelé jako tři nejpodstatnější tyto: „schopnost převést text do matematické struktury (provést matematizaci), rozdíl ve schopnosti systematicky pracovat a schopnost stanovit si předem postup řešení“ (Vondrová et al. 2015, s. 37).

Na základě rozhovorů s učiteli téhož výzkumu (N = 25) shrnuje Vondrová et al. (2015, s. 36) žákovy obtíže takto:

Nedostatečné logické myšlení, nepozornost žáků, špatné čtení, nedostatek běžných životních zkušeností, deficity v oblasti čtenářské gramotnosti (čtení s porozuměním, povrchní čtení, neznalost významu některých slov), neschopnost žáků vybrat podstatné informace z textu, neschopnost formulovat odpověď na otázku a obecně neochotu žáků myslet. Tím je míněno to, že se žáci mnohdy naučí jednotlivé postupy řešení a ty pak používají při řešení zadaných úloh.

1.5 Obecné příčiny žákových obtíží při řešení slovních úloh

V realizovaném výzkumu jsem se soustředila na příčiny obtíží v prvních dvou fázích řešitelského procesu – *porozumění textu* a *vytvoření situačního modelu*. Výčet příčin, které vedou k nízké úspěšnosti řešení slovních úloh je rozsáhlý. Ve své práci uvádím ty, které jsem rozpoznala při pozorování žákovských řešení, na základě rozhovorů se žáky nebo prostřednictvím následné reflexe.

1.5.1 Porozumění textu v obecné rovině

Čtenářství a míra čtenářské gramotnosti hrají klíčovou roli nejen v kontextu řešení slovních úloh, ale mají také významný dopad na celkové studijní výsledky žáků (Altmanová et al., 2011). Altmanová et al. (2011, s. 8) popisuje čtenářskou gramotnost jako:

Celoživotně se rozvíjející vybavenost člověka vědomostmi, dovednostmi, schopnostmi, postoji a hodnotami potřebnými pro užívání všech druhů textů v různých individuálních i sociálních kontextech. Čtenářská gramotnost staví na dovednosti dekódovat psané texty a budovat porozumění na doslovné úrovni se zapojením dosavadních znalostí a zkušeností.

Čtenářská gramotnost zahrnuje několik rovin, přičemž v kontextu slovních úloh se jako zásadní jeví zejména metakognitivní dovednosti. Součástí je dovednost záměrně volit čtenářské strategie k porozumění obtížnějšího textu a složitosti vyjádření. Mezi čtenářské strategie patří např. doslovné porozumění, hledání souvislostí, sdílení, kladení otázek k textu, vytváření představ, určování nosných myšlenek, vysuzování. Pod pojmem vysuzování rozumíme schopnost odvodit z přečteného textu závěry a dát je do souvislosti s vlastními zkušenostmi a představami. Čím více různých čtenářských strategií žák ovládá, tím lepší je jeho čtenářská gramotnost. Množství zvládnutých čtenářských strategií tedy přímo úměrně souvisí s porozuměním textu, a tedy i s úspěšností řešení slovních úloh.

Čtení je pomalá a náročná činnost, která od žáků vyžaduje aktivní zapojení a trpělivost. Významnou roli hraje žákova představivost, jelikož proces čtení neposkytuje hotové obrazy. Klíčovými složkami čtenářské gramotnosti jsou žákovy pozitivní postoje ke čtení a jeho návyky, které mu mohou být nápomocny překonávat obtíže při zvládání stále složitějších textů. Texty náročné na pochopení vyžadují po žákovi značné úsilí. K porozumění textu dochází navíc jen tehdy, když je žák řádně soustředěn. Rozvoj čtenářských schopností u žáků na prvním stupni základní školy vyžaduje pravidelnou přípravu doma a podporu ze strany dospělých, neboť žáci se v prvních dvou ročnících musí stále ještě věnovat technice čtení (Altmanová et al., 2011).

1.5.2 Porozumění textu slovní úlohy

Vondrová et al. (2019) uvádí, že z jazykového hlediska je slovní úloha specifickým komunikačním útvarem. Ve sdělení vystupuje komunikující subjekt (*autor či zadavatel úlohy*) a adresát (*řešitel*). Autor zadává popisem výchozí situace a poskytnutím souboru údajů adresátovi úkol. Úkol je formulován otázkou (*o kolik, kolikrát*) či rozkazovacím způsobem (*urči, vypočítej, rozhodni*).

K porozumění zadání slovní úlohy je potřeba disponovat dvojí kompetencí – „kompetencí komunikační (gramatické kompetence a obeznámenosti se slovní zásobou, jež jsou nutné k interpretaci jazykového kódování) a kompetencí matematické“ (Vondrová et al. 2019, s. 20). Žákovy nedostatečně rozvinuté *komunikační kompetence* se mohou negativně promítnout do jeho *kompetencí matematických*. Žák se nejprve učí v textu slovní úlohy orientovat a pochopit jazykové formulace. Vyhledává číselné údaje a přemýšlí, k jakým objektům se vztahují. Teprve potom může k objektům úlohy přiřadit jejich matematické vyjádření (číselné údaje).

Obecné jazykové rysy slovních úloh

Některé charakteristické rysy slovní úlohy lze souhrnně označit jako stereotypnost vyjádření. Tento jev je důsledkem usilování o stručnost formulace zadání slovní úlohy. Některé rysy lze označit za problematické, neboť jejich výsledkem jsou formulace netransparentní, nejednoznačné či dokonce zavádějící. Mezi formulační stereotypy patří *vysoký stupeň kondenzace* a dále *mezerovité vyjádření určitých významových vztahů mezi objekty slovní úlohy*. Kondenzované vyjádření uvádím na příkladu slovní úlohy: *Novákovi platili za služby. Úhrada za elektřinu činila 800 Kč. Za telefon zaplatili o 255 Kč méně. Kolik Kč zaplatili Novákovi za telefon?* V zadání slovní úlohy jsou přítomny kondenzáty slova *elektřina* a *telefon*, neboť máme na mysli spotřebu elektřiny a vyúčtování za telekomunikační služby (nikoliv telefonní přístroj). U používání mezerovitého vyjádření předpokládáme určité přístupy k interpretaci. U slovní úlohy *Maminka upekla 12 koláčů. Rozdělila je svým dětem do čtyř krabiček. Kolik koláčů bude v každé krabičce?* automaticky předpokládáme, že v každé krabičce bude stejný počet koláčů. V tomto pojetí má úloha jediné a jednoznačné řešení (12 : 4 = 3 koláče). Tyto skutečnosti jsou v rozporu s přesností, kterou po žácích požadujeme z hlediska používání korektního matematického jazyka.

Faktory ovlivňující úspěšnost porozumění slovní úloze

Obtížnost porozumění textu slovní úlohy a následně úspěšnost řešení je ovlivněna více faktory (Vondrová et al., 2019):

a) *Pořadí, v jakém jsou v zadání slovní úlohy uváděny informace* – vlastní nebo narušené pořadí informací.
b) *Povaha a umístění neznámé* – viz kap. 1.2.3.
c) *Vzdálenost číselné informace od jejího nositele* – jméno aktéra může být uvedeno na začátku slovní úlohy, ale číselný údaj, který se k němu vztahuje, může být až na konci slovní úlohy.
d) Kontext slovní úlohy.
e) *Neverbální složka úlohy* – přítomnost grafického znázornění úlohy, např. schéma, obrázek, anebo vyjádření číselného údaje slovy (*tři* namísto 3).
f) Délka textu v zadání slovní úlohy.
g) Výběr slov v zadání slovní úlohy.

Pořadí informací v zadání slovní úlohy

Pořadí informací hraje významnou roli v tom, jak dobře žáci porozumí zadání slovních úloh. Pokud jsou informace prezentovány v pořadí, které přesně odpovídá krokům, jež žák při řešení úlohy podniká („vlastní pořadí informací“), porozumění zadání se stává podstatně snazším. Naopak v případě, kdy jsou informace podány nesystematicky a neodpovídají logice výpočtu, je porozumění zadání úlohy ztíženo. Hovoříme o tzv. „narušeném pořadí informací“ (Vondrová et al. 2019, s. 26).

Vlastní pořadí informací

Úloha PASÁČEK

Když dnes ráno vyrážel pasáček do hor, měl stádo 20 ovcí. *Dopoledne mu jich 8 uteklo, ale 6 se jich brzy vrátilo. Odpoledne se mu 4 ovce zaběhly, ale několik jich do večera našel. Večer měl pasáček 17 ovcí. Kolik ovcí pasáček odpoledne našel?*

Narušené pořadí informací

Úloha PASÁČEK

Dnes ráno vyrazil pasáček do hor se svým stádem ovcí. Dopoledne mu jich 8 uteklo, ale 6 se jich brzy vrátilo. Odpoledne se mu 4 ovce zaběhly, ale několik do večera našel. Večer měl pasáček 17 ovcí ***. Když ráno vyrážel do hor, měl 20 ovcí*** *. Kolik ovcí pasáček odpoledne našel?*

$20 - 8 + 6 - 4 + a = 17$

$14 + a = 17$

$a = 3$ *(ovce)*

Zdroj: Vondrová et al. 2019, s. 194–195.

Kontext slovní úlohy

„Kontextem se míní reálná situace obsahující problém, jehož matematické řešení žáci hledají. K této reálné (pseudoreálné) situaci žák vytváří situační model“ (Vondrová et al., 2019, s. 66).

„Kontext, do něhož je počítání zasazeno, podporuje úsudek v tom smyslu, že určuje úlohu, která se má řešit, že ji rozvíjí a že dává smysl uvažovaným aritmetickým celkům a operacím, které se mají provádět“ (Novotná, 2000, s. 13).

Signifikantním faktorem, který může významně ovlivnit úspěšnost řešení slovní úlohy je to, zda žák zná kontext slovní úlohy, nebo s ním má přímou či zprostředkovanou zkušenost (Vondrová et al., 2019).

Zkušenost žáků s kontextem zadání slovní úlohy hraje významnou roli v jejich schopnosti úlohu úspěšně vyřešit. Přímá či zprostředkovaná zkušenost s daným kontextem může výrazně usnadnit porozumění textu a zvýšit motivační potenciál, neboť žáci dokážou navázat na již existující znalosti a zkušenosti. S kontextem slovní úlohy úzce souvisí i přítomnost implicitních údajů v zadání. Jsou to takové údaje, které nejsou uvedeny explicitně, ale žák si jich má být vědom, např. *týden* (7 dní), *víkend* (sobota, neděle).

Délka textu v zadání slovní úlohy

S rostoucím počtem číselných údajů se přirozeně zvyšuje i délka zadání slovní úlohy. Možný výskyt dlouhých slov, delších vět nebo vyšší informační hustota textu klade na žáka vyšší nároky na porozumění zadání slovní úlohy. Vondrová (2019) upozorňuje na fakt, že mnozí dnešní žáci nejsou ochotni a často ani schopni delším textům úloh porozumět. Vedle délky textu je důležité také zmínit srozumitelnost formulace. Někdy může být text, který stejnou informaci přináší v kratší podobě pro žáka méně srozumitelný než text delší.

Výběr slov v zadání slovní úlohy

Aby žák porozuměl zadání slovní úlohy a byl v řešení úspěšný, musí textu rozumět i na úrovni jednotlivých slov. Problematická slova z hlediska porozumění jsou slova, která nejsou v aktivním slovníku žáka. Jedná se např. o slova *poražený, finalista*, odborné termíny (*dluhopisy*) či cizí slova. Některá vyjádření jsou z logiky věci nejednoznačná. Jsou to např. modální slovesa či modální výrazy (*je třeba, je nutno, lze*) nebo kvantifikátory či jiná vyjádření přibližné kvantity (*každý, všichni*). Porozumění slovu *každý* v zadání slovní úlohy jsem se podrobněji zabývala ve vlastním výzkumu.

1.5.3 Další příčiny žákových obtíží při řešení slovních úloh

Přestože žák úspěšně zpracuje textové zadání slovní úlohy, nemusí dospět ke správnému řešení. Může se setkat s obtížemi v dalších fázích řešitelského procesu. Tyto příčiny mohou být různé povahy. Ve své práci zmiňuji *nedostatečnou kapacitu pracovní paměti a metakognitivních znalostí, příčiny psychologické* a *příčiny didaktického charakteru.*

Kapacita pracovní paměti a metakognitivní znalosti

Ve výzkumu krátkodobé paměti je jeden z nejvýznamnějších konceptů „model pracovní paměti" (Cowan, 2005, s. 2). Pracovní paměť můžeme přirovnat k pracovnímu prostoru mysli, zahrnuje manipulaci s informacemi pro řešení komplexních úkolů. Tento kognitivní proces umožňuje aktivaci informací z dlouhodobé paměti, avšak bez nepřetržité a soustředěné pozornosti tyto informace rychle mizí. Pracovní paměť má klíčovou roli nejen v uchovávání informací v dostupném stavu, ale podílí se rovněž na přetváření informací pro řešení náročných úkolů. Klíčovými charakteristikami pracovní paměti je *potřeba soustředěné pozornosti* a *omezenost pracovní paměti* neboli její „přísný kapacitní limit" (Cowan, 2005, s. 2).

Ashcraft a Moore (2001) provedli experiment, který sledoval dopad provádění sekundárního úkolu na matematický výkon. Druhotný úkol spočíval v zapamatování si řetězce šesti písmen. Studie ukázala významný nárůst počtu chyb v řešeních úloh u účastníků, kteří se snažili při řešení úloh zároveň zapamatovat šestipísmennou kombinaci. Tento jev lze vysvětlit tím, že úkol s písmeny spotřebovával část kapacity pracovní paměti, která byla potřebná pro zpracování matematických úloh. Experiment ukazuje, jak současné provádění dvou kognitivně náročných úkolů vede k rozdělení a vyčerpání omezených zdrojů pracovní paměti, což má za následek pokles výkonu v úlohách, které vyžadují intenzivní mentální úsilí.

Řešení slovní úlohy je složitým komplexním úkolem, který spotřebovává velkou část žákovy pracovní paměti. Zejména tvorba situačního modelu je pro žáka obtížná. Kapacita pracovní paměti nepostačuje (je nedostatečná), pokud má žák potíže v některé z oblastí: nepozornost, stres, nízká úroveň čtenářských dovedností. To má za následek, že mu pro vyřešení slovní úlohy nezůstane dostatek prostoru, což vede k jeho nízké úspěšnosti při řešení úloh.

Vondrová et al. tvrzení dokladuje v případové studii z roku 2022. Uvádí, že žáci s rozvinutými metakognitivními znalostmi a schopnostmi jsou úspěšnější v řešení slovních úloh, dokážou řešit problémové situace a zároveň lépe zvládají čtenářské a jazykové úkoly.

Psychologické příčiny

Vondrová (2020) zmiňuje i příčiny obtíží psychologické povahy. Pokud žák zaznamenává při řešení úloh časté neúspěchy, bude jeho důvěra ve vlastní schopnost řešit slovní úlohy nízká. Žák dospěje do fáze, kdy má za to, že úlohu i přes veškerou snahu nemůže vyřešit, a proto se o tvorbu situačního modelu vůbec nepokusí. Hovoříme o tzv. „naučené bezmocnosti" (Vondrová, 2020, s. 13). Mezi psychologické příčiny lze zařadit i otázku motivace. Pokud žák nevnímá slovní úlohy a matematiku obecně jako věci pro něj užitečné a přínosné, bude jeho motivace řešit slovní úlohy nízká. V takovém případě Novotná (2000) doporučuje zařadit do výuky slovní úlohy z reálného života. Konstatuje, že tyto úlohy, tzv. „real word problems" mají pro žáka vysokou motivační hodnotu (Novotná, 2000, s. 14).

Příčiny didaktického charakteru

Dalším okruhem příčin a nízké úspěšnosti řešení slovních úloh jsou příčiny didaktického charakteru. Žák si může postupně v průběhu školní docházky utvářet jakási přesvědčení. Vondrová ve svém článku (2020, s. 12) představuje jejich výčet:

> Každá slovní úloha má řešení, a to je jediné a jednoznačné, výsledek se získá pomocí jedné nebo více matematických operací s čísly ze zadání, slovní úloha je řešitelná známými matematickými procedurami a musí se pro ni využít všechna zadaná čísla, v zadání jsou všechny nutné údaje a žádný navíc, operaci napoví klíčová slova.

Žáci mohou dospět k přesvědčení, že v matematice je nutné a normální opomíjet případné nesrovnalosti s intuicí či každodenní zkušeností. Odborná literatura pojmenovává tuto skutečnost termínem „word problem game" (Vondrová, 2020, s. 12). Žáci si mohou uvědomovat nesmyslnost odpovědi na položenou otázku, ale kvůli jejich přesvědčení, že v matematice nemusí vše dávat smysl, tento fakt přehlížejí. Pouští se do řešení i nesmyslných úloh. Vondrová et al. (2015, s. 32) uvádí příklad takové slovní úlohy včetně jejího řešení žákem 1. stupně ZŠ: *„Ve stádě je 125 ovcí a 5 psů. Jak starý je pastýř? Řešení: 125 + 5 = 130… to je moc, 125 – 5 = 120, …to je taky moc, 125 : 5 = 25… to by šlo. Pastýřovi je 25 let."*

1.6 Řešení slovních úloh s porozuměním

Po prvotní fázi zpracování textového vstupu slovní úlohy (zadání slovní úlohy), přechází žák na základě celkového porozumění textu slovní úlohy k fázi vytvoření situačního modelu, na jehož základě následně volí matematický model. V případě, kdy žák vychází z celkového významu slovní úlohy, mluvíme o „zmocňování se úlohy s porozuměním“ (Hejný, 1995, s. 387):

Zmocňování se úlohy nazýváme proces, který probíhá ve vědomí řešitele při vnímání textu slovní úlohy. Míru shody mezi porozuměním řešitele úlohy a porozuměním autora úlohy chápeme jako míru správnosti uchopení/porozumění čtenáře. Když je tato míra nízká, mluvíme o deformovaném uchopení/porozumění.

Novotná (2000, s. 40-43) uvádí několik příkladů řešitelských strategií založených na porozumění slovní úloze:

a) Pokus – omyl.
b) Systematický pokus.
c) Textace.
d) Hledání v paměti.
e) Transformace a využití předchozí zkušenosti.

Ačkoliv se může zdát, že strategie *pokus-omyl* nevede k rozvoji strategického myšlení žáků, protože může vyvolávat dojem, že řešení úlohy je otázkou náhody, Novotná (2000) poukazuje na to, že tento přístup podporuje strategické myšlení, ale pouze v případě, že se žák aktivně zabývá vzájemnými vztahy prezentovanými v zadání slovní úlohy.

Jakmile si však přitom uvědomuje zákonitosti dané zadáním, případně provádí zpětnou kontrolu správnosti výsledku, je použití strategie pokus – omyl pro řešitele přínosné a účelné. Řešitel, který i v dalších fázích řešení používá opakovaně strategii pokus – omyl, většinou své úvahy zpřesňuje. V takovém případě již nepovažujeme název strategie pokus – omyl za výstižný a používáme raději termín *systematický pokus* (Novotná, 2020, s. 40).

Pokud žák získá celkový vhled do struktury úlohy, ale rozklíčuje jen některé vztahy v zadání slovní úlohy, nazýváme takovou strategii řešení *textací.* Strategii *hledání v paměti* použije žák, který při řešení slovní úlohy aktivuje v dlouhodobé paměti příslušné téma, najde správný vzorec a s jistotou jej použije. Příkladem může být téma kombinatorika a správný vzorec počet permutací. Pokud žák získá úplný vhled do struktury slovní úlohy, avšak není schopen vytvořit matematický model úlohy, může si zadání slovní úlohy přeformulovat do struktury úlohy, kterou již úspěšně vyřešil. Tuto strategii nazýváme *transformace a využití předchozí zkušenosti.* Novotná uvádí příklad transformovaného zadání u slovní úlohy Kuličky. Zatímco v původním zadání se počet kuliček zúčastněných vztahoval ke dvěma různým základům (počtu kuliček Davida a Jirky), v případě žákem transformovaného zadání se počet kuliček zúčastněných vztahoval již jen k jednomu základu (počtu kuliček Davida).

Úloha KULIČKY – původní zadání

Petr, David a Jirka hrají kuličky. Dohromady mají 198 kuliček. Petr má šestkrát víc kuliček než David a třikrát víc kuliček než Jirka. Kolik kuliček má každý z nich?

Úloha KULIČKY – transformované zadání

Petr, David (d) a Jirka hrají kuličky. Dohromady mají 198 kuliček. Petr má šestkrát více kuliček než David a Jirka má dvakrát víc kuliček než David. Kolik kuliček má každý z nich?

$$6 \times d + 2 \times d + d = 198$$
$$9 \times d = 198$$
$$d = 22$$

David má 22 kuliček, Petr má 132 kuliček, Jirka má 44 kuliček.

Zdroj: Novotná, 2000, s. 43.

1.7 Povrchové strategie řešení slovních úloh a jejich typy

Jestliže žák vynechá fázi vytvoření situačního modelu a přejde přímo k matematizaci slovní úlohy jen na základě *povrchových aspektů* zadání slovní úlohy, nazýváme takovou strategii řešení slovní úlohy strategií založenou na „protetickém uchopovacím procesu" neboli „povrchovou strategii řešení slovních úloh" (Hejný, 1995, s. 387). Vondrová et al. (2019, s. 20) hovoří též o „pseudonalytickém uvažování." Uvádí, že „pseudoanalytické uvažování spočívá v tom, že žák na základě určitých podobností, analogií či signálů vybere z množiny jemu dostupných algoritmů jeden a ten použije. To ho stojí daleko menší kognitivní úsilí."

Proces řešení slovní úlohy představuje pro žáka komplexní a náročnou činnost, která klade vysoké nároky na kapacitu jeho pracovní paměti. Volbou povrchové strategie žák efektivně šetří svoji pracovní paměť, čímž se vyhýbá riziku kognitivního přetížení. Případy, kdy žák nepociťuje potřebu vytvořit si mentální představu o dané situaci pro řešení úlohy, tedy situační model, jsou zvláště problematické. Tento postoj často pramení z opakovaně pozitivních zkušeností s používáním povrchových strategií, které se žákovi v minulosti osvědčily při úspěšném řešení úloh. Tímto způsobem se u žáka navíc tendence spoléhat na povrchové strategie upevňuje (Vondrová, 2020).

Vondrová (2020) ve svém článku rozděluje povrchové strategie do tří skupin:

a) *Povrchová strategie dle signálních slov.*
b) *Povrchová strategie dle návodných čísel.*
c) *Povrchová strategie na základě prototypické úlohy.*

1.7.1 Povrchová strategie dle signálních slov

Asi nejvíce používanou povrchovou strategií je povrchová strategie dle signálních slov. Tato strategie je založena na vyhledávání klíčových (signálních) slov, která poukazují (signalizují) na početní operaci. Mnoho žáků čte zadání slovní úlohy jen po dobu, než najdou první číselné údaje. Ty si spojí se signálním slovem, které jim napoví, jakou operaci (matematický model) mají při řešení slovní úlohy zvolit. Signální slovo *o dražší* evokuje operaci sčítání. Žák tedy sečte čísla 25 a 5 a dojde tak ke správnému řešení, aniž by si vytvořil představu o situaci.

Úloha NÁRAMEK
Řetízek pro maminku stál 25 Kč. Náramek byl o 5 korun dražší než řetízek. Kolik korun stál náramek?
(25 + 5 = 30 Kč)

Zdroj: vlastní.

1.7.2 Povrchová strategie dle návodných čísel

Strategii dle návodných čísel podporuje existence tzv. „triády čísel s dobrým tvarem“ (Vondrová, 2020, s. 5). Jsou to čísla, která jsou spojena vztahy, která žák zná. V úloze Lízátka má žák zadány údaje 2 a 12, hledaným údajem (neznámou) je číslo 6. Žák může dovodit operaci dělení, neboť ví, že 2 x 6 = 12.

Úloha LÍZÁTKA

Tomášek si v obchodě vybral a koupil 2 lízátka. Jeho kamarád Vašík si koupil 12 lízátek. Kolikrát více lízátek si Vašík v obchodě koupil?

(12 : 2 = 6 lízátek)

Zdroj: vlastní.

Další příklad řešení pomocí strategie dle návodných čísel uvádím na příkladu úlohy Autíčka. Úloha připomíná svou povrchovou strukturou úlohu, která se řeší pomocí přímé úměrnosti.

Úloha AUTÍČKA

Na rovné dráze jede jedno modré a jedno červené závodní autíčko. Jedou stejně rychle, ale červené autíčko vyjelo dříve. V okamžiku, kdy mělo modré autíčko ujeto 150 cm, červené autíčko mělo ujeto 300 cm. Autíčka se zastavila ve stejném okamžiku. Jestliže modré autíčko ujelo celkem 600 cm, kolik centimetrů ujelo červené autíčko?

(600 + 150 = 750 cm)

Zdroj: Vondrová, 2020, s. 4,

Žák uvažuje takto: pokud červené autíčko ujelo na začátku dvakrát tolik centimetrů než autíčko modré, pak pokud ujelo modré autíčko 600 cm, muselo červené autíčko ujet 2 x 600 = 1 200 (cm). Na volbu povrchové strategie navádí *triáda čísel s dobrým tvarem* zastoupena čísly 150, 300 a 600 se vztahy: 300 je dvojnásobek čísla 150, 600 je dvojnásobek čísla 300 a čtyřnásobek čísla 150. Pokud žák vytvoří *situační model*, pak dospěje ke správnému *matematickému modelu* 600 + 150 = 750 (cm), kdy 600 (cm) je dráha ujetá modrým autíčkem a 150 (cm) je rozdíl v ujetých vzdálenostech obou autíček.

1.7.3 Povrchová strategie porovnání s prototypickou úlohou

Strategie porovnání s prototypickou úlohou spočívá v tom, že žák se snaží úlohu, kterou má vyřešit, přiřadit k nějakému prototypu slovní úlohy, ke kterému zná úspěšné schéma řešení. To pak na řešení slovní úlohy aplikuje. Výběr povrchové strategie podporuje zařazování typických úloh v učebních materiálech. Zejména v učebnicích pro 1. stupeň ZŠ jsou typické úlohy výrazně zastoupeny. Další skutečností, která vede k volbě této povrchové strategie je skutečnost, že mnozí učitelé nevnímají slovní úlohy jako samostatnou komplexní problematiku, nýbrž slovní úlohy zužují na učivo, které má sloužit k procvičení a upevnění aktuálně probíraného učiva (Vondrová et al., 2015).

K rozpoznávání toho, že žák použil při řešení slovní úlohy povrchovou řešitelskou strategii máme k dispozici několik diagnostických nástrojů. Za prvé můžeme do výuky zařadit úlohy, které jsou ztížené formulací zadání. Jedná se o slovní úlohy, ve kterých je text úlohy formulován v jiném pořadí informací, než v jakém je má žák v řešení použít (narušené pořadí informací). Za druhé jsou to úlohy s antisignálem a úlohy s nadbytečným říselným údajem. A za třetí to mohou být nesmyslné úlohy, nebo úlohy, v nichž chybí relevantní informace. U zmíněných úloh pozbývají povrchové strategie na funkčnosti (Vondrová, 2020).

2 Metodologie

2.1 Cíle diplomové práce

Ve své diplomové práci jsem si vytyčila tři cíle, které jsou spolu úzce provázány.

a) Zmapování obtíží při řešení slovních úloh u žáků ve třídě, kde jsem byla třídní učitelkou.

b) Navržení intervencí, které by pomohly zmírnit či překonat zjištěné obtíže sledovaných žáků při řešení slovních úloh.

c) Realizace intervencí s žáky a vyhodnocení úspěšnosti realizovaných intervencí u sledovaných žáků.

2.2 Výzkumný vzorek

Výzkum byl realizován v jedné z největších škol v okrese Praha-východ, která vzdělává více než 800 žáků. Škola nabízí možnost rozšířené výuky hudební výchovy a podporuje jazykové vzdělávání. Výzkum byl realizován se žáky 3. ročníku, v bilingvidní třídě, kde jsem byla v té době třídní učitelkou. Zajišťovala jsem zde výuku všech předmětů. Znala jsem tedy projevy a výsledky všech žáků i v jiných předmětech, než je matematika.

Specifikum výuky v bilingvidní třídě oproti výuce v běžné třídě spočívá v tom, že matematika, prvouka a pracovní činnosti jsou zde vyučovány v českém i anglickém jazyce. Kromě třídního učitele se na výuce podílí i další pedagog, který vyučuje část předmětů (matematiku, prvouku a pracovní činnosti) v anglickém jazyce. V průběhu týdne jsme s kolegyní dodržovaly pevný rozvrh, přičemž každá z nás vedla polovinu vyučovacích hodin.

Výzkum byl realizován s 23 žáky, z nichž bylo 14 chlapců a 9 dívek. Žáci nepocházejí z dvojjazyčných rodin. S výjimkou vietnamského žáka mají všichni ostatní žáci ve třídě češtinu jako mateřský jazyk. Odlišný mateřský jazyk by mohl ovlivnit porozumění zadání slovní úlohy a zkreslit tak výsledky výzkumu. Proto nebyla práce zmíněného žáka do výzkumu zahrnuta.

2.3 Metody výzkumu

Realizovaný výzkum má charakter akčního výzkumu, kdy se cyklicky opakují fáze: plánování, akce, pozorování a reflexe. Richterová et al. (2020) výzkum, který je realizován v prostředí konkrétní školní třídy samotným učitelem se záměrem systematicky reflektovat a rozvíjet vlastní vyučování, nazývá autoevaluačním výzkumem.

2.3.1 První fáze výzkumu

V první fázi výzkumu jsem si stanovila dva hlavní cíle. Prvním bylo zjistit, které typy slovních úloh žákům dělají největší problémy, tj. úlohy s nízkou úspěšností řešení. Druhý cíl spočíval ve výběru zástupců žáků, kteří vykazovali typické okruhy obtíží při řešení těchto úloh.

Ve čtyřech blocích jsem žákům postupně zadávala různé typy slovních úloh, od jednoduchých s jednou operací po složité úlohy s více otázkami, úlohy s řetězením nebo složené úlohy. Sledovala jsem úspěšnost řešení všech žáků ve třídě. Aby se žáci mohli plně soustředit na proces řešení úloh a porozumění úloze, nebyl stanoven časový limit a nebyly zohledňovány numerické chyby.

Výběr typů úloh s nízkou celkovou úspěšností

Cílem práce není zjišťování celkové úspěšnosti u rozličných typů úloh, nýbrž výběr několika málo z nich. Tyto úlohy budou žákům ve druhé fázi výzkumu v různých variantách zadávány s cílem realizovat a následně vyhodnocovat níže uvedené intervence.

Výběr zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží

Výběr zástupců žáků, na které jsem ve druhé fázi zaměřila intervenční činnosti, byl realizován na základě pozorování všech žáků při řešení slovních úloh, analýzy jejich písemného řešení, reflexí a krátkých polostrukturovaných rozhovorů. Rozhovory se žáky jsem vedla v případech, kdy jsem to považovala pro účely výzkumu za přínosné. Kromě chybných řešení to byla i řešení bez výpočtu (jen s výsledkem) nebo řešení, jejichž výsledky jsem neuměla logicky odůvodnit. Rozhovor obsahoval několik tazatelských pobídek, např.: „Přečti zadání slovní úlohy. Převyprávěj zadání slovní úlohy vlastními slovy. Popiš řešitelský proces.“

První fáze výzkumu probíhala od poloviny prosince 2022 do konce ledna 2023.

Posledním krokem první fáze výzkumu bylo zařazení dvou úloh v rámci pretestu na začátku 2. pololetí 2023. Zvolila jsem úlohy s operátorem porovnání vyžadující dvě aditivní operace. V tab. 1 uvádím zadání a řešení pretestových úloh a posttestové úlohy. Posttest byl proveden s pětiměsíčním odstupem od pretestových úloh, a to na konci června 2023.

Tabulka 1: Pretest, posttest

PRETEST	**ŘEŠENÍ**
HRAČKY/KULIČKY - skupina A	
Pavel měl v šuplíku 18 hliněných kuliček. Skleněných kuliček měl o 9 méně.	
Kolik měl Pavel skleněných kuliček?	18 - 9 = 9 (skleněných kuliček)
Kolik měl všech kuliček dohromady?	18 + 9 = 27 (všech kuliček)
HRAČKY/KOSTIČKY - skupina B	
Petr měl v krabici 7 plastových kostek. Dřevěných kostiček měl o 9 více.	
Kolik měl Pavel dřevěných kostiček?	7 + 9 = 16 (dřevěných kostiček)
Kolik měl všech kostiček dohromady?	18 + 9 = 27 (všech kostiček)
POSTTEST	**ŘEŠENÍ**
PARKOVIŠTĚ	
Na parkovišti stálo 13 nákladních aut. Osobních aut tu bylo o 35 více.	
Kolik bylo na parkovišti osobních aut?	13 + 35 = 48 (osobních aut)
Kolik bylo na parkovišti aut?	13 + 48 = 61 (všech aut)

2.3.2 Druhá fáze výzkumu

Ve druhé fázi výzkumu jsem se zaměřila na typy úloh, u kterých žáci v jeho první fázi vykazovali nízkou celkovou úspěšnost. Navrhla jsem a postupně zrealizovala čtyři typy intervencí, tedy aktivit (či souboru aktivit) vycházejících z konkrétní slovní úlohy. Intervence byly voleny s ohledem na potřeby vybraných zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží s cílem tyto potíže zmírnit či překonat.

Typy intervencí:

a) *Zakreslení řešitelského obrázku* jako pomoc žákům s nízkou schopností porozumění textu.

b) *Strukturace zadání slovní úlohy* pro žáky s pomalým tempem čtení a nízkou schopností orientace v textu. Intervence má význam u úloh s více výpočty, kdy je potřeba vytvořit si vhled do situace postupně ve vícero krocích.

c) *Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem* s cílem odstranit stereotyp povrchního čtení u rychlých nepozorných řešitelů.

d) *Tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model* jako motivační práce s textem pro žáky, kteří si zadání slovní úlohy domýšlejí.

Navržené intervence byly realizovány v průběhu druhého pololetí roku 2023 v rámci hodin matematiky se všemi žáky ve třídě (nepřítomní žáci zpětně úlohy neřešili). Slovní úlohy včetně intervencí byly žákům zadávány chronologicky ve stejném pořadí jako je uvádím ve své práci. Nejdříve to byly tedy úlohy s intervencí z*akreslení řešitelského obrázku*, úlohy se s*trukturací zadání slovní úlohy*, následovalo *zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem*, a nakonec to byla *tvorba úloh na zadaný matematický model*. Úlohy jsem zařazovala do výuky 1krát týdně. Žáci na začátku vyučovací hodiny obdrželi pracovní listy s ústními instrukcemi. Například u intervence *zakreslení řešitelského obrázku* bylo úkolem žákům zaznamenat takové grafické znázornění slovní úlohy, které jim bude nápomocno v řešení úlohy. Povinností žáků bylo ve všech případech zaznamenat výpočet a interpretovat jej v odpovědi. Žáci věděli, že slovní úlohy nebudou hodnoceny známkou. Rozhovory či reflexe k úlohám následovaly další vyučovací hodinu. Podrobnější popis práce uvádím u příslušných intervencí.

Organizace způsobu práce s žáky

Aby bylo možné sledovat individuální pokroky jednotlivých žáků a vyloučit jejich zkreslení negativními vlivy jako opisování apod., pracovali žáci rozděleni do skupin A, B několika způsoby.

(1) obě skupiny žáků A, B řešily současně obdobné úlohy, ale s jiným kontextem, v jednom případě to byly zcela shodné úlohy jen s jinými číselnými údaji. (2) skupina žáků A řešila slovní úlohu, skupina žáků B měla zadánu jinou práci, následně skupina žáků A měla zadánu jinou práci a skupina žáků B řešila zcela stejnou slovní úlohu jako předtím skupina žáků A. (3) v případě úloh s antisignálem a nadbytečným číselným údajem žáci řešili postupně dvě shodné úlohy jen v jiném pořadí. Skupina žáků A řešila úlohu 1 a současně skupina žáků B úlohu 2, následně skupina žáků A řešila úlohu 2 a skupina žáků B řešila úlohu 1.

2.4 Výběr a tvorba slovních úloh

Úlohy pro první i druhou fázi výzkumu jsem buď vymýšlela (zejména úlohy s antisignálem a úlohy s nadbytečným číselným údajem) nebo se volně inspirovala (např. výběrem kontextu) úlohami z učebnic. Pracovala jsem s učebnicemi: Matýskova matematika 6. díl (Doležalová et al., 2023), Matýskova matematika 7. díl (Novotný a Novák, 2023) vydaných nakladatelstvím Nová škola, Matematika pro 3. ročník základní školy (Blažková et al., 2020) z nakladatelství Alter. Zdroj úloh uvádím u každé úlohy.

Úlohy pro první fázi výzkumu jsou zde uváděny chronologicky v pořadí, v jakém byly žákům zadávány (viz kapitola 3.1.1). Seznam úloh a jejich řešení pro druhou fázi výzkumu (intervence) přehledně shrnuje tab. 2. Zadání slovních úloh bylo přizpůsobeno zvolené intervenci. V rámci intervence *zakreslení řešitelského obrázku* jsem se zaměřila na slovní úlohy, které jsou zvláště vhodné pro grafické znázornění. Intervence s*trukturace zadání slovní úlohy* měla smysl u úloh s více otázkami a více výpočty. Zadání takových úloh je delší a klade tak na žákovu čtenářskou gramotnost a orientaci v textu vyšší nároky. U intervence *zařazování úloh s antisignálem* jsem při vytváření úloh volila co nejvíce různých signálních slov (*více*, *méně*, *vyšší*, *delší*, ale i *prohrál*, *zůstalo*, *utratil)*.

Tabulka 2: Seznam slovních úloh druhé fáze výzkumu.

DRUHÁ FÁZE VÝZKUMU	
ZAKRESLENÍ ŘEŠITELSKÉHO OBRÁZKU	**ŘEŠENÍ**
HRNÍČKY - skupina A	
Anička šla s babičkou do lesa. Anička natrhala 12 hrníčků malin. Babička natrhala o pět hrníčků více.	
Kolik hrníčků malin natrhala babička s Aničkou dohromady?	12 + 12 + 5 = 29 (hrníčků)
KOŠÍKY - skupina B	
Anička s Tomášem trhali v sadu jablka. Anička natrhala 15 košíků jablek, Tomáš o pět košíků více.	
Kolik košíků jablek natrhali Anička s Tomášem dohromady?	15 + 15 + 5 = 35 (košíků)
DRAK	
Princeznu Jasněnku přilétl požádat o ruku drak Strašlivák. Měl 7 hlav a na každé z nich měl 4 oči a tlamu se 6 zuby.	
Kolik tlam měl drak Strašlivák?	7 (tlam)
Kolik očí se na princeznu koukalo?	4 x 7 = 24 (očí)
Kolik zubů měl drak Strašlivák?	6 x 7 = 42 (zubů)
VĚNCE	
Víly Jasněnka, Pomněnka a Jásalka pletly věnce. Každá víla na svůj věnec použila 2 žluté růže, 4červené karafiáty a 6 tulipánů. Nakresli obrázek a úlohu vypočítej.	
Kolik květin dohromady víly potřebovaly?	3 x (2 + 4 + 6) = 36 (květin)

STRUKTURACE ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	
RŮŽE	
V květinářství prodali 7 kytic červených růží. V každé kytici bylo 5 růží. Dále prodali 8 kytic žlutých růží. V každé kytici byly 3 růže.	
Kolik prodali žlutých růží?	7 x 5 = 35 (žlutých růží)
Kolik červených růží prodali?	8 x 3 = 24 (červených růží)
V květinářství prodali 10 kytic červených růží. V každé kytici byly 3 růže. Dále prodali 5 kytic žlutých růží. V každé kytici bylo 5 růží.	
Kolik prodali žlutých růží?	10 x 3 = 30 (žlutých růží)
Kolik červených růží prodali?	5 x 5 = 25 (červených růží)
VAJÍČKA	
Kluci vyrazili na koledu. Vykoledovali žlutá a zelená vajíčka a také čokoládové zajíčky. Žlutých vajíček bylo 9. Zelených vajíček vykoledovali 6krát více než vajíček žlutých. Čokoládových zajíčků bylo o 13 méně než vajíček barevných - žlutých a zelených celkem.	
Kolik kluci vykoledovali zelených vajíček?	9 x 6 = 54 (zelených vajíček)
Kolik vykoledovali žlutých a zelených vajíček dohromady?	9 + 54 = 63 (žlutých a zelených vajíček)
Kolik vykoledovali čokoládových vajíček?	63 - 13 = 50 (čokoládových vajíček)
DÁRKY	
Šárka vybírala pro maminku dárky. Náramek se želvičkou stál 20 Kč. Malovaný hrneček byl o 38 Kč dražší než náramek. Nejvíce se Šárce líbila dlouhá šňůra dřevěných korálků. Dřevěné korálky byly 10krát dražší než náramek.	
Kolik Šárka zaplatila za hrneček?	20 + 38 = 58 (Kč)
Kolik stály dřevěné korálky?	20 x 10 = 200 (Kč)
Kolik Šárka zaplatila za všechny dárky?	20 + 58 + 200 = 278 (Kč)
CHODBA	
Na vydláždění chodby potřebovali tmavé a světlé dlaždice. Tmavých dlaždic bylo 570. Světlých dlaždic bylo o 250 méně než dlaždic tmavých. Po vydláždění chodby zbylo ještě 150 dlaždic.	
Kolik bylo světlých dlaždic?	570 - 250 = 320 (světlých dlaždic)
Kolik dlaždic celkem přivezli?	570 + 320 = 890 (všech dlaždic)
Kolik dlaždic na vydláždění chodby pokrývači potřebovali?	890 - 150 = 740 (potřebných dlaždic)
ZAŘAZENÍ ÚLOH S ANTISIGNÁLEM , NADBYTEČNÝM ČÍSELNÝM ÚDAJEM	
STAVEBNICE	
Maminka koupila Frantovi stavebnici, Kubovi koupila puzzle. Puzzle stály 150 Kč, což je o 38 Kč méně než stavebnice.	
Kolik stála stavebnice?	150 + 38 = 188 (Kč)
AUTA	
Milan s Vaškem sbírají modely aut. Vašek má ve své sbírce 25 modelů, což je 7 modelů více než Milan.	
Kolik modelů aut má Milan?	25 - 7 = 18 (modelů aut)
EMA A VERONIKA	
Ema měří 160 cm a je tak o 15 cm vyšší než její sestřenice Veronika.	
Kolik cm Veronika měří?	160 - 15 = 145 (cm)
CESTA ZE ŠKOLY	
Libor chodí ze školy rovnou domů anebo k babičce. Cesta domů je dlouhá 800 m. Je tak o 200 m delší než cesta ze školy k babičce.	
Jak dlouhá je cesta ze školy k babičce?	800 - 200 = 600 (m)
VÝLET	
Na škole v přírodě šly děti na dva celodenní výlety. Trasa na rozhlednu měřila 21 km. Tato trasa byla o 4 km kratší než trasa na hrad.	
Kolik kilometrů měřila trasa na hrad?	21 - 4 = 17 (km)

VLASY	
Lucinka měla vlasy dlouhé 40 cm. Včera se nechala ostříhat. Dnes má vlasy o 15 cm kratší.	
Jak dlouhé vlasy má Lucinka dnes?	40 - 15 = 35 (cm)
BONBÓNY	
Pavel dostal od dědy 8 bonbónů, což je 2krát více bonbónů, než kolik jich dostal Petr od tatínka.	
Kolik bonbónů dostal Petr?	8 : 2 = 4 (bonbóny)
KNIHY	
Agáta přečetla 9 knih, což je 3krát méně knih, než přečetla Zdeňka.	
Kolik knih přečetla Zdeňka?	9 x 3 = 27 (knih)
KULIČKY	
Prohrál jsem 8 kuliček. Zůstalo mi 9 kuliček.	
Kolik kuliček jsem měl, než jsem začal hrát?	8 + 9 = 17 (kuliček)
NAROZENINY	
Babička mi dala k narozeninám peníze, abych si koupil to, co mi udělá radost. Za plyšáka jsem utratil 72 Kč, za Kinder vajíčko 22 Kč. Zbylo mi ještě 56 Kč.	
Kolik korun jsem od babičky dostal?	72 + 22 + 56 = 150 (Kč)
PAPRIKY	
Včera jsme koupili 3 jablka po 7 Kč, 4 banány po 9 Kč a 6 paprik po 5 Kč.	
Kolik Kč jsme za ovoce zaplatili?	(3 x 7) + (4 x 9) = 57 (Kč)
CYKLISTÉ	
Členové cyklistického oddílu ujeli v pondělí 33 km, v sobotu 35 km a v neděli 32 km.	
Kolik km celkem ujeli cyklisté o víkendu?	35 + 32 = 67 (km)
HRÁŠKY	
Adélka s Péťou dali klíčit hrášky. Adélka vypěstovala 15 sazeniček. Sklidila z nich 2 kg hrášku. Její úroda byla 2krát větší než úroda Péti.	
Kolik kilogramu hrášku vypěstoval Péťa?	2 : 2 = 1 (kg)

3 Výsledky

3.1 První fáze výzkumu

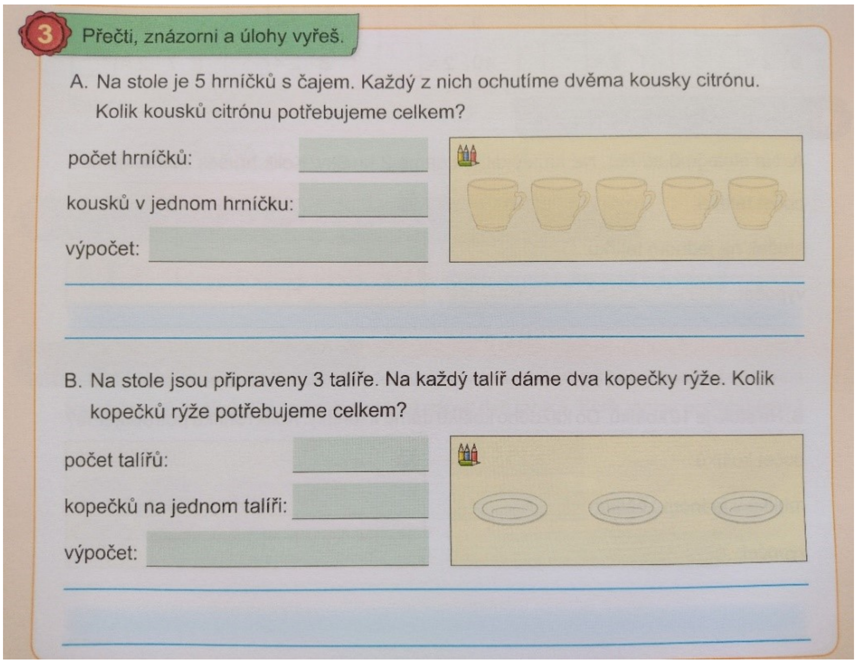
V první fázi výzkumu jsem si stanovila dva cíle. Prvním cílem bylo určit typy slovních úloh s nízkou úspěšností řešení. Druhým cílem bylo pak vybrání zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží při řešení úloh.

3.1.1 Výběr slovních úloh s nízkou celkovou úspěšností

První fáze výzkumu byla realizována ve čtyřech blocích.

První blok: Úlohy TALÍŘE, ANDULKY, TÁBOR

Pro první blok jsem vybrala jednoduché úlohy, kde číslo představuje kvantitu. Úlohy obsahovaly krátký text s jednou otázkou. Šlo o typově stejné úlohy, jaké žáci dosud řešili v pracovním sešitě Matýskova matematika, 6. díl (Doležalová et al., 2023). Úlohy byly však nově zadány formou pracovního listu. Žáci tedy neměli k dispozici předtištěný zápis, který pracovní sešit u slovních úloh nabízí (ukázka viz obr. 1).



Obrázek 1: Ukázka slovních úloh (Doležalová et al., 2023, s. 4).

Úlohy jsou zaměřeny na matematický koncept, kterým je násobení a dělení číslem 3. První dvě úlohy obsahují signální slovo *rozdělí,* ve třetí úloze je obsaženo slovo *každý*.

Úloha TALÍŘE
Maminka má 24 koláčů. Rozdělí je na 3 talíře. Kolik bude na každém talíři?
(24 : 3 = 8 koláčů)
Úloha ANDULKY
V obchodě mají 21 andulek. Rozdělí je do klecí po třech. Kolik klecí budou potřebovat?
(21 : 3 = 7 klecí)
Úloha TÁBOR
V táboře je 9 stanů. V každém z nich spí 3 děti. Kolik je na táboře celkem dětí?
(9 x 3 = 27 dětí)

Zdroj: vlastní,

Vyhodnocení

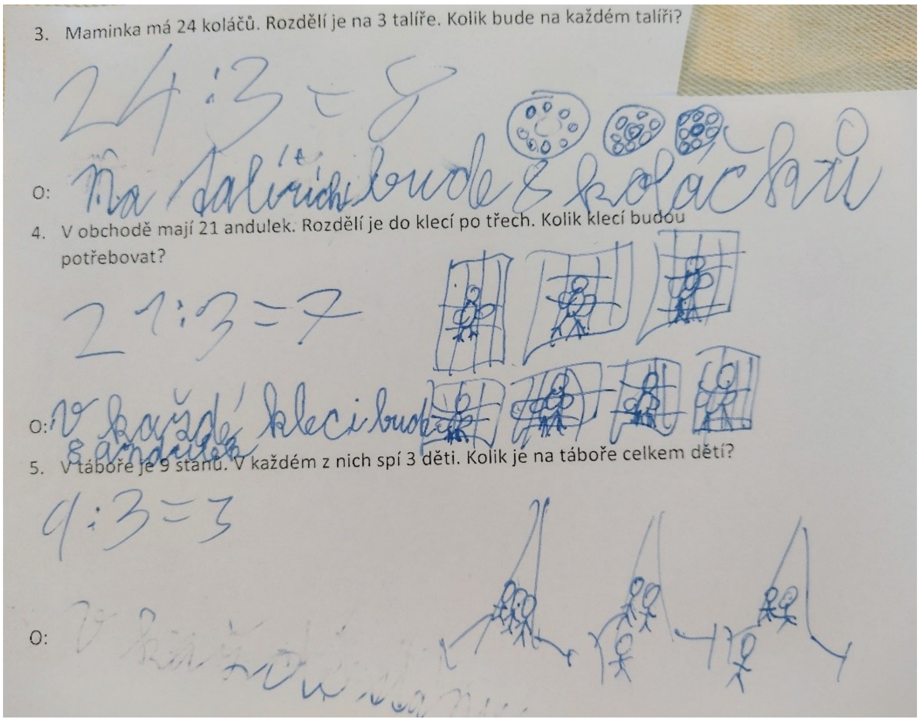
Soubor tří úloh řešilo v jedné vyučovací hodině 21 žáků. Úlohu Talíře vyřešilo správně všech 21 žáků. Úlohu Andulky i úlohu Tábor vyřešilo úspěšně 19 žáků, což poukazuje na vysokou míru porozumění a zvládnutí dané problematiky. Na příkladu dvou žákovských řešení prezentuji níže problematické aspekty řešení, které poukazují na specifické obtíže některých žáků.

Na obr. 2 přikládám řešení žáka Daniela[1], který vyřešil správně jen úlohu Talíře. Přestože při řešení úlohy Andulky žák aplikoval adekvátní matematický model dělení, jeho odpověď nesouvisela s původně položenou otázkou. Místo správné odpovědi „Bude potřeba 7 klecí." uvedl, že „V každé kleci bude 8 andulek," přičemž číslo uvedené v odpovědi neodpovídalo vypočtenému výsledku. Tento přístup by mohl souviset s nepozorností nebo s žákovým nezájmem o řešení slovních úloh, který může stejně jako žákova nízká motivace negativně ovlivnit proces řešení úlohy. Analýza kresby, kterou žák připojil, ukazuje, že vytvořil adekvátní situační model a provedl správnou matematizaci úlohy. Problém se objevil

[1] Jména žáků byla pro účely diplomové práce změněna.

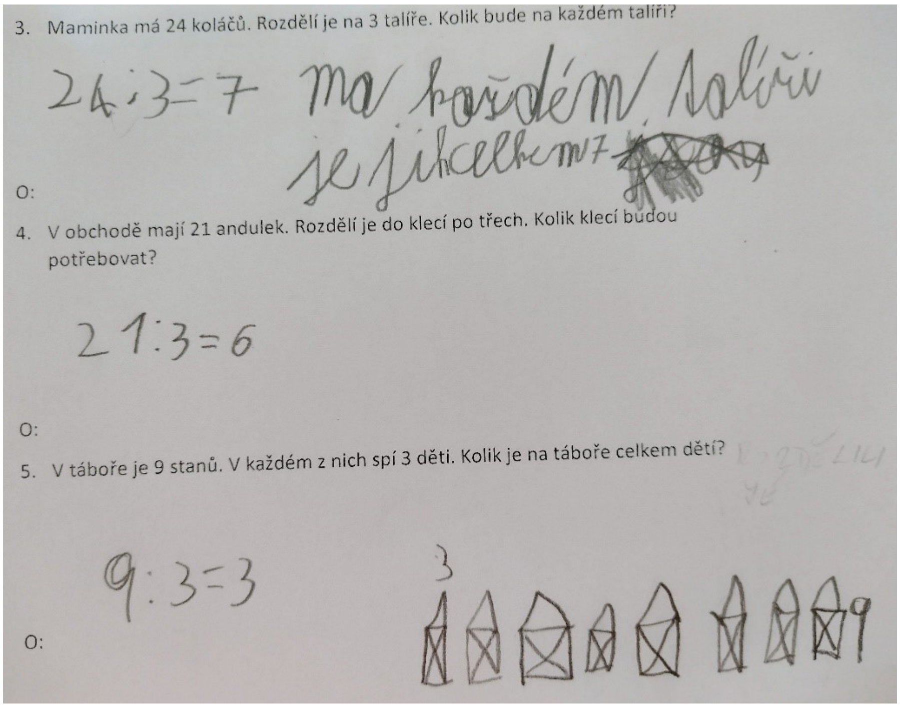
v závěrečné fázi řešitelského procesu a spočíval pravděpodobně v neschopnosti formulovat správnou odpověď (viz kap. 1.3).

V řešení úlohy Tábor žák Daniel opětovně použil matematickou operaci dělení, což bylo podpořeno přítomností soudělných čísel 9 a 3 v zadání úlohy. Teprve následně vytvořil obrázek odpovídající matematickému modelu, avšak nikoli zadání úlohy. Při výzvě k přečtení zadání a revizi odpovědi žák svou původní odpověď vymazal a popsal obrázek, který vytvořil: „V každém stanu spí 3 děti, ale tady jsou 3 stany, ne 9." Žák si uvědomil nesrovnalost mezi vytvořeným obrázkem a zadáním úlohy, avšak nebyl schopen samostatně najít správné řešení. Ukázka řešení je přiložena na obr. 2.



Obrázek 2: Ukázka řešení úloh žáka Daniela: úlohy Talíře, Andulky a Tábor.

Žák Marek, jehož řešení je přiloženo na obr. 3, vyřešil správně úlohu Talíře, i když se v jeho řešení vyskytla numerická chyba. U dalších dvou úloh Andulky a Tábor uvedl pouze výpočty a výsledky bez formulace odpovědí. Při řešení úlohy Tábor použil chybně stejný matematický model jako u předchozích dvou úloh. Je pravděpodobné, že pro výběr matematického modelu bylo pro žáka klíčové signální slovo rozdělili, které poukazuje na operaci dělení. V případě úlohy Tábor, kde toto slovo nebylo explicitně uvedeno, si jej v zadání žák domyslel. Během rozhovoru převyprávěl zadání úlohy svými slovy takto: „Na táboře je 9 dětí, rozdělili je po 3. Kolik je na táboře stanů?" Po opakovaném hlasitém přečtení znejistěl, zakreslil obrázek s 9 stany, což odpovídalo zadání. K nalezení správného řešení již nedospěl.



Obrázek 3: Ukázka řešení úloh žáka Marka: úlohy Talíře, Andulky a Tábor.

Druhý blok: Úloha SPOŘENÍ

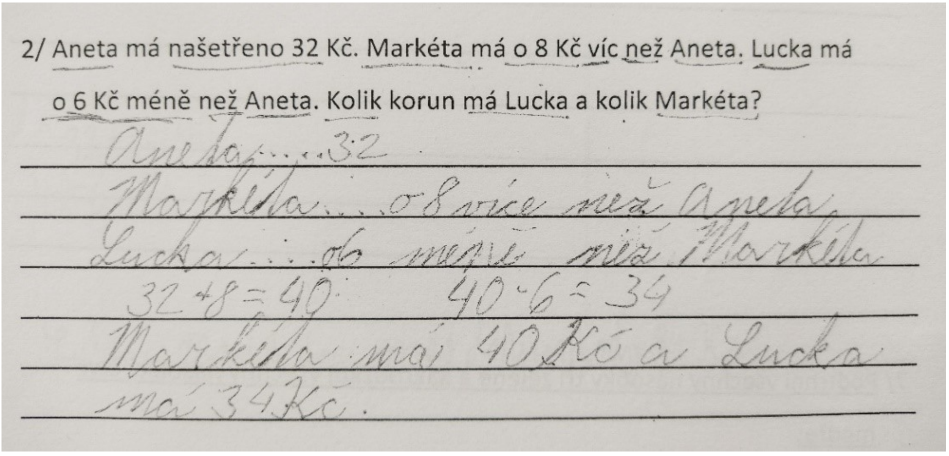
Pro druhý blok jsem vybrala nezřetězenou úlohu se dvěma aditivními operátory porovnání, výsledek první části úlohy tedy nevstupuje do výpočtu její druhé části. Jedná se o slovní úlohu se signálními slovy *více, méně* a kde se čísla vyskytují v podobě veličiny.

Úloha SPOŘENÍ
Aneta má našetřeno 32 Kč. Markéta má našetřeno o 8 Kč více než Aneta. Lucka má o 6 Kč méně než Aneta. Kolik korun má Lucka a kolik Markéta?
(Markéta: 32 + 8 = 40 Kč, Lucka: 32 + 6 = 40 Kč)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Úlohu Spoření řešilo 18 žáků, 14 žáků vyřešilo úlohu správně. Ze 4 neúspěšných řešitelů 1 žákyně odevzdala prázdný pracovní list, 3 žáci úlohu řešili chybně, jako by se jednalo o úlohu zřetězenou (počet korun Lucky byl vztažen k počtu korun Markéty, nikoliv k počtu korun Anety). Tato chyba je patrná v přiložené ukázce řešení na obr. 4.



Obrázek 4: Ukázka chybného řešení úlohy Spoření.

Třetí blok: Úlohy PEČIVO, SKUPINKY, DÁRKY, CHLAPCI A DĚVČATA

Ve třetím bloku řešila každá ze skupin žáků A, B sadu čtyř úloh. Úlohy obou skupin byly typově stejné jen s jiným kontextem. Úlohy Pečivo a Skupinky jsou jednoduché slovní úlohy obdobné jako úlohy z prvního bloku. Úloha Dárky, obsahující slovo *každý*, je již obtížnější. Jedná se o úlohu se dvěma na sobě nezávislými multiplikativními operacemi. Čísla jsou zde sémanticky ukotvena ve dvou podobách, jako počet a jako veličina. Úloha Chlapci a děvčata je zřetězená slovní úloha s operátorem porovnání a dvěma aditivními operacemi.

Skupina A

Úloha PEČIVO
Zuzka pekla vanilkové rohlíčky. Napekla jich 21. Rohlíčky rozdělila na 3 talíře, aby měla ona, maminka a tatínek stejně rohlíčků. Kolik rohlíčků bylo na jednom talíři? (21 : 3 = 7 rohlíčků)
Úloha SKUPINKY
Na táboře je 9 stanů. V každém spí tři děti. Kolik je na táboře dětí? (9 x 3 = 27 dětí)
Úloha DÁRKY
Babička měla 3 vnoučky. Každému koupila 3 autíčka. Kolik zaplatila, jestliže autíčko stálo 2 koruny? (3 x 3 x 2 = 18 Kč)
Úloha CHLAPCI A DĚVČATA
Ve třídě bylo 11 děvčat. Chlapců bylo o 15 více. Kolik bylo ve třídě chlapců? Kolik bylo ve třídě dětí dohromady? (11 + 15 = 27 chlapců, 11 + 27 = 38 dětí)

Zdroj: úlohy Pečivo, Skupinky: Doležalová et al., 2023, s. 14, úlohy Dárky, Chlapci a děvčata: vlastní.

Skupina B

Úloha PEČIVO
Lenka usmažila 9 koblížků. Rozdělila je mezi sebe, maminku a tatínka. Kolik koblížků dostal každý z nich? (9 : 3 = 3 koblížky)
Úloha SKUPINKY
Ve skupince bylo 5 dětí. Každé z nich dostalo 3 příklady. Kolik příkladů celkem zadala paní učitelka? (5 x 3 = 15 příkladů)
Úloha DÁRKY
Babička měla 3 vnučky. Každé koupila 2 panenky. Kolik zaplatila, jestliže panenka stála 2 koruny? (3 x 2 x 2 = 12 Kč)
Úloha CHLAPCI A DĚVČATA
Na kroužku bylo 20 děvčat. Chlapců bylo o *7 méně. Kolik bylo ve třídě chlapců? Kolik bylo ve třídě dětí dohromady? (20 – 7 = 13 chlapců, 20 + 13 = 33 dětí)*

Zdroj: úlohy Pečivo, Skupinky: Doležalová et al., 2023, s. 14, úlohy Dárky, Chlapci a děvčata: vlastní.

Vyhodnocení

Soubor úloh třetího bloku řešilo 21 žáků. Celkové výsledky uvádí tab. 3.

Tabulka 3: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh – třetí blok 1. fáze výzkumu.

ÚLOHA (N=21)	Vyřešil/a úspěšně	Vyřešil/a neúspěšně
PEČIVO	18	3
SKUPINKY	19	2
DÁRKY	5	16
CHLAPCI A DĚVČATA	19	2

Úloha PEČIVO

Úlohu úspěšně vyřešilo 18 žáků, zatímco 3 žáci s úkolem neuspěli a odevzdali prázdný pracovní list. Ve všech třech případech se jednalo o úlohu Pečivo zadanou žákům skupiny B. Během rozhovoru vyplynulo, že tito žáci nepochopili formulaci *Rozdělila je mezi sebe, maminku a tatínka* jako druhý číselný údaj. V zadání úlohy viděli pouze jeden číselný údaj *9 (koblížků)*, což byl důvod, proč úlohu nemohli správně vyřešit.

Úloha SKUPINKY

Úlohu vyřešilo správně 19 žáků, 1 řešení bylo chybné, 1 žákyně neuvedla žádný výpočet ani výsledek (úlohu neřešila).

Úloha DÁRKY

Úloha Dárky vykazovala nízkou celkovou úspěšnost řešení (24 %). Správně ji vyřešilo jen 5 žáků. U zadání úlohy skupiny A 3 žáci vyřešili úlohu správně, zatímco ostatních 7 žáků jednotně uvedlo výpočet 3 x 2 = 6. Toto řešení poukazuje na problémy s porozuměním termínu *každý*. Přestože žáci zadání slovní úlohy při individuálních rozhovorech opakovaně četli správně, včetně přečtení slova *každý*, jejich následný výpočet 3 x 2 = 6, který interpretovali jako *počet autíček krát cena jednoho auta*, byl chybný. Žáci se zaměřili výhradně na část zadání *koupila 3 auta* a ostatní informace nebrali v potaz. V následující hodině matematiky byla úloha Dárky s žáky reflektována. Během této reflexe úspěšní řešitelé sdíleli své postupy a strategie řešení s ostatními žáky.

Úloha CHLAPCI A DĚVČATA

I tato úloha se vyznačovala nízkou úspěšností řešení (53 %). Úlohu vyřešilo správně 11 žáků, 8 žáků vyřešilo úlohu chybně, 2 žáci nedospěli k žádnému řešení. Kritériem pro klasifikaci řešitele jako úspěšného bylo správné vyřešení celé úlohy, což zahrnovalo správné provedení obou požadovaných výpočtů a následnou správnou interpretaci výsledků v kontextu zadání. Nejčastější chybou mezi žáky bylo nesprávné interpretování výsledku výpočtu. Pět žáků správně určilo počet chlapců ve třídě, avšak chybně tento údaj považovalo za celkový počet dětí ve třídě.

Čtvrtý blok: Úlohy SLADKOSTI, HRAČKY

Cílem tohoto výzkumného bloku bylo opětovně zhodnotit úspěšnost žáků při řešení úloh, které jsou obdobami úloh Dárky a úloh Chlapci a děvčata ze třetího výzkumného cyklu. Záměrem bylo zjistit, zda změna kontextu úloh bude mít za následek vyšší úspěšnost řešení.

Úloha Sladkosti navazující na úlohu Dárky je úloha se dvěma multiplikativními na sobě nezávislými operacemi (dále úloha STMu), přičemž všechna čísla v zadání jsou v roli stavu zastoupená buď jako kvantita (čokolády, tyčinky) nebo jako veličina (Kč). Úloha Hračky odpovídající úloze Chlapci a děvčata obsahuje aditivní operátor porovnání (dále jen úloha OPAd) a je strukturovaná jako zřetězená úloha se dvěma výpočty. Výsledek první části úlohy vstupuje do výpočtu druhé části úlohy.

Žáci řešili ve čtvrtém bloku úlohu STMu i úlohu OPAd, přičemž od třetího bloku, kdy řešili obdobné úlohy, uplynul jeden týden.

Skupina A

Úloha SLADKOSTI

Maminka měla 2 dcery: Lenku a Aničku. Každé koupila k Mikuláši 2 čokolády Milka. Čokoláda stála 4 Kč. Kolik peněz potřebovala maminka na nákup čokolád?

(2 x 2 x 4 = 16 Kč)

Úloha HRAČKY

Pavel měl v šuplíku 18 hliněných kuliček. Skleněných kuliček měl o 9 méně. Kolik měl Pavel skleněných kuliček? Kolik měl všech kuliček dohromady?

(18 – 9 = 9 skleněných kuliček, 18 + 9 = 27 všech kuliček)

Zdroj: vlastní.

Skupina B

Úloha SLADKOSTI

Tatínek měl 3 syny – Tomáše, Lukáše a Tadeáše. K Mikuláši od něj každý dostal 2 tyčinky Mars. Tyčinka stála 3 Kč. Kolik tatínek za tyčinky zaplatil?

(3 x 2 x 3 =18 Kč)

Úloha HRAČKY

Petr měl v krabici 7 plastových kostek. Dřevěných kostiček měl o 9 více. Kolik měl dřevěných kostiček? Kolik měl všech kostiček dohromady?

(7 + 9 = 16 dřevěných kostiček, 7 + 16 = 23 všech kostiček)

Zdroj: vlastní.

Vzhledem k dosavadním výsledkům s řešením úloh jsem začala uvažovat o zařazení těchto dvou typů slovních úloh do druhé fáze výzkumu. Proto bylo vyhodnocení řešení úloh Sladkosti a Hračky podrobeno detailnější analýze.

Vyhodnocení úspěšnosti úlohy STMu SLADKOSTI

Úlohu STMu vyřešilo úspěšně 14 z 20 žáků (celková úspěšnost řešení 70 %) – viz tab. 4.

Tabulka 4: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Sladkosti, čtvrtý blok 1. fáze výzkumu.

SLADKOSTI (N=20)	Počet řešitelů
Nevyřešil/a	1
Nepracoval/a se slovem každý, vyřešil/a chybně	5
Vyřešil/a správně	14

Nejčastější chybou byla opět skutečnost, že žáci zahrnuli do výpočtu pouze uvedený počet čokolád/tyčinek bez zohlednění výrazu *každý* podobně jako v úloze Dárky v předchozím bloku. Chybné pochopení přetrvávalo, avšak v mnohem menším rozsahu než ve třetím bloku. Tento posun je možným výsledkem reflexe řešení úloh, během kterého grafické znázornění pomohlo žákům pochopit význam slova *každý*.

Vyhodnocení úspěšnosti úlohy OPAd HRAČKY

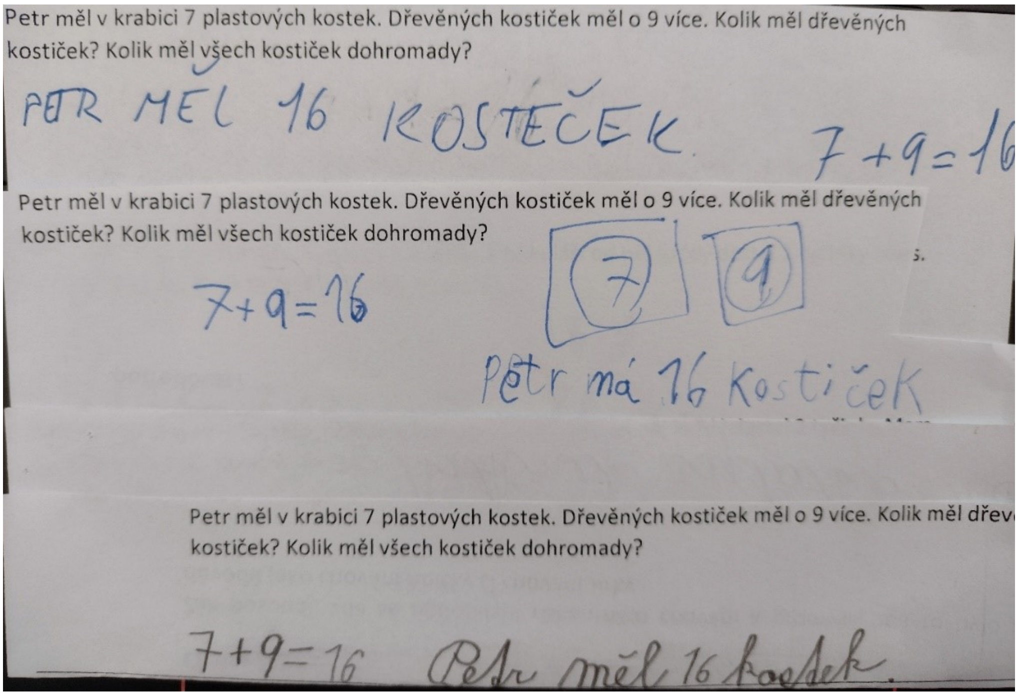
Obě dvě části úlohy OPAd úspěšně vyřešilo 9 řešitelů, 1 žák nedospěl k žádnému řešení (celková úspěšnost řešení 45 %). Přestože v zadání úlohy jsou položeny dvě otázky, celá polovina řešitelů provedla jen jeden výpočet. V případě kuliček 18 – 9 = 9 (skleněných), v případě kostiček 7 + 9 = 16 (dřevěných). Z těchto 10 žáků pouze 4 správně interpretovali výsledek ve vztahu k zadání úlohy. Ostatních 6 žáků nesprávně považovalo zjištěný výsledek za celkový počet kuliček nebo kostiček (přehledně viz tab. 5).

Tabulka 5: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Hračky, čtvrtý blok 1. fáze výzkumu.

HRAČKY (N=20)	Počet řešitelů
Nevyřešil/a	1
Provedl/a jeden výpočet, výsledek interpretoval/a správně, vyřešil/a polovinu úlohy	4
Provedl/a jeden výpočet, výsledek interpretoval/a chybně, úlohu nevyřešil/a	6
Provedl/a oba výpočty, výsledky interpretoval/a správně, vyřešil/a celou úlohu	9

Z rozhovoru s jednou žákyní, uskutečněném bezprostředně po vyřešení úloh, vyplynulo, že ji během řešení znejistil poměr mezi dvěma číselnými údaji a dvěma otázkami v zadání slovní úlohy. Její dosavadní zkušenost předpokládá, že dva číselné údaje vyžadují realizaci jednoho výpočtu. Zmínila, že přítomnost signálního slova *méně* ji navedla k odčítání uvedených čísel. Poté se dostala do situace, kdy již nevěděla, jak v řešení úlohy pokračovat.

Domnívám se, že toto vysvětlení vystihuje podobný přístup vícero žáků. Otázkou zůstává, proč žáci výsledek špatně interpretovali. Na základě rozhovorů s žáky se ukázalo, že po provedení výpočtu se žáci vrátili na konec textu úlohy, aby si připomněli znění položené otázky. V důsledku toho jejich odpovědi formulovali na poslední otázku, a tou je otázka na celkový počet kuliček/kostiček (viz řešení žáků na obr. 5).



Obrázek 5: Ukázka řešení žáků – úloha Hračky.

3.1.2 Shrnutí první fáze výzkumu a výběr žáků s charakteristickými kruhy obtíží

Systematické pozorování žáků během řešení úloh v bloku 1 až 4, reflexe a rozhovory se žáky mě vedly k rozhodnutí zařadit typy úloh STMu a OPAd do druhé fáze výzkumu, neboť řešení zmíněných typů úloh činilo žákům značné obtíže. Úlohy OPAd Hračky jsem určila jako pretestové úlohy.

V průběhu první fáze výzkumu jsem na základě pravidelného a intenzivního pozorování rovněž identifikovala tři zástupce žáků, kteří reprezentují tři charakteristické skupiny obtíží při řešení slovních úloh. Během pokračujícího výzkumu docházelo k postupnému zpřesňování poznatků o specifických obtížích. Níže uvádím dosavadní výčet charakteristických projevů těchto žáků a popis jejich obtíží při řešení slovních úloh.

Richard

Richard je bystrý žák. Představuje typ rychlého nepozorného řešitele orientovaného na výkon. Rychlost pro něj představuje hodnotu, je známkou jeho prestiže. Rychlost a nepozornost jsou hlavními příčinami chybovosti v řešeních slovních úloh. Zejména v případě krátkých textů se Richard uchyluje k povrchnímu čtení, což při následných rozhovorech sám potvrzuje: „Ani jsem si to pořádně nepřečetl.“ Často se stává, že jeho výsledky v řešení úloh jsou pod jeho potenciálem možností. Mnohdy si chybu bezprostředně po odevzdání úlohy uvědomí.

Milan

Milan se potýká s obtížemi v technické stránce čtení. Jeho čtení není plynulé a v případě delších úseků textu má potíže s porozuměním obsahu. V případě úloh se dvěma a více otázkami se Milan v textu špatně orientuje. V zadání takové úlohy má problém rozklíčovat jednotlivé vztahy mezi objekty. Pro uvědomění si návazných kroků potřebuje silnou, alespoň ústní dopomoc, jinak neumí v řešení úlohy pokračovat. Dlouze se zamýšlí i s formulací odpovědí, těžko převádí výsledky získané matematickou cestou zpět do kontextu reálné situace. Úlohy s krátkým textem řeší úspěšně, zadání čte velmi pozorně.

Adélka

Adélka je svědomitá introvertní žákyně s pozvolným tempem práce. Patří ve třídě mezi žáky s nejpomalejším tempem čtení. Úhlednost a forma jejího písemného projevu je pro ni velmi důležitá a jeví se jako priorita. Obě tyto skutečnosti vyčerpávají její pracovní paměť natolik, že na vlastní řešení úlohy Adélce často již nezbývá dostatečný prostor. Zadání úlohy si proto mnohdy domýšlejí, obtížněji si vytváří představu o situaci úlohy. Úlohy vyžadující více výpočtů kvůli nedostatku času nedokončí.

3.2 Druhá fáze výzkumu – intervence

V následujících kapitolách chronologicky popisuji a reflektuji realizaci aktivit (intervencí) se slovními úlohami, které jsou primárně zaměřeny na jednoho či více zvolených zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží při řešení slovních úloh. Jedná se o již zmíněné čtyři typy intervencí zařazených s cílem zmírnit či překonat tyto okruhy obtíží u vybraných žáků:

a) *Zakreslení řešitelského obrázku.*
b) *Strukturace zadání slovní úlohy.*
c) *Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem.*
d) *Tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model.*

Výsledky realizovaných intervencí jsem vyhodnocovala ve dvou rovinách: (1) celkovou úspěšnost v řešení úloh u všech žáků ve třídě a (2) úspěšnost intervencí u vybraných zástupců žáků s charakteristickými okruhy obtíží. Při vyhodnocování úspěšnosti, jak jsem již uváděla, nebyly zohledněny chyby v numeraci. Jestliže žák uvedl správný výpočet s chybným výsledkem, byla úloha pro účely výzkumu považována za úspěšně vyřešenou.

3.2.1 Zakreslení řešitelského obrázku

Řešitelský obrázek je jakákoliv podoba grafického znázornění objektů slovní úlohy a vazeb mezi nimi. Jeho úkolem je usnadnit pochopení struktury problému, a tím úlohu zjednodušit.

Intervence zakreslení řešitelského obrázku byla cílena na žáky s nižší úrovní čtenářských dovedností. Tito žáci mají potíže s porozuměním delších úseků textu, mohou si proto zadání slovní úlohy domýšlet, volit náhodnou početní operaci apod. Ve výzkumu jsou představiteli těchto žáků Adélka a Milan. Mým záměrem bylo zjistit, zda řešitelský obrázek, náčrtek, schéma atd., vytváří dopomoc při hledání správného řešení, např. pomáhá žákům s vytvořením jasnější představy o situaci (úlohu vizualizovat).

Přidanou hodnotou zařazení intervence bylo využití řešitelského obrázku jako diagnostického nástroje pro zjištění, do jaké míry sledovaní zástupci žáků textu rozumí neboli, zda grafické znázornění odpovídá zadání slovní úlohy.

V rámci pedagogické intervence byly žákům zadány tři slovní úlohy, přičemž každý týden se zaměřili na řešení jedné z nich. V prvním týdnu byli žáci rozděleni do dvou skupin A, B, každá skupina řešila úlohu podobného typu. V následujících týdnech pak všichni žáci pracovali na stejných úlohách. Úkolem žáků bylo v prvním kroku nakreslit řešitelský obrázek, teprve následně zapsat výpočet a odpověď.

Úloha HRNÍČKY, KOŠÍKY

Žákům jsem zadala obdobu úlohy Hračky z první fáze výzkumu. Jedná se o zřetězenou úlohu OPAd. Rozdíl je v tom, že zadání úlohy Hračky obsahuje dva výpočty a dvě otázky, zatímco zadání úloh Hrníčky, Košíky obsahují dva výpočty, ale jen jednu otázku.

Skupina A

Úloha HRNÍČKY
Anička šla s babičkou do lesa. Anička natrhala 12 hrníčků malin. Babička natrhala o pět hrníčků více. Kolik hrníčků malin natrhala babička s Aničkou dohromady?
(12 +12 + 5 = 29 hrníčků)

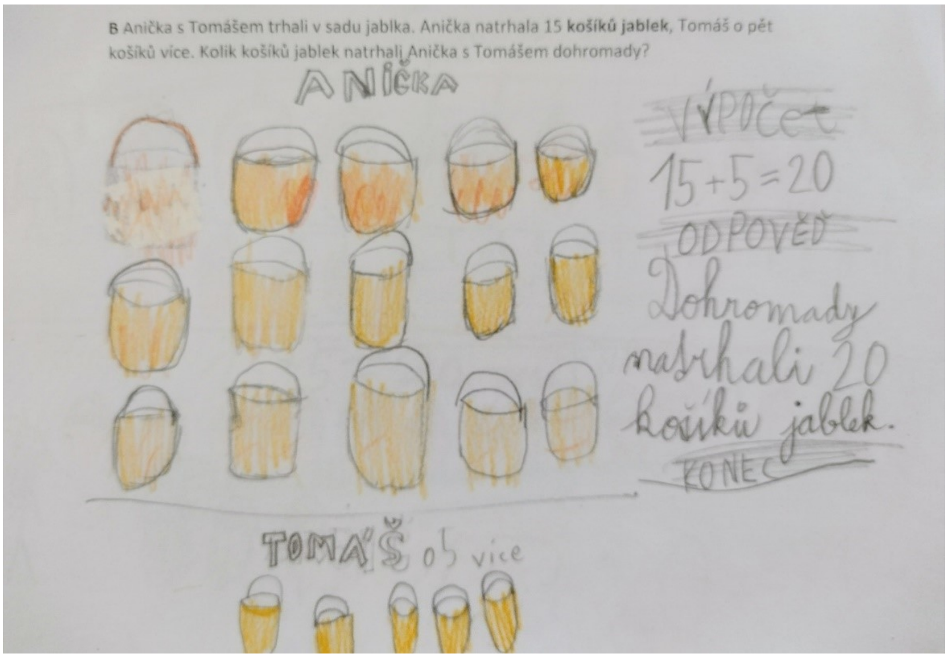
Zdroj: vlastní.

Skupina B

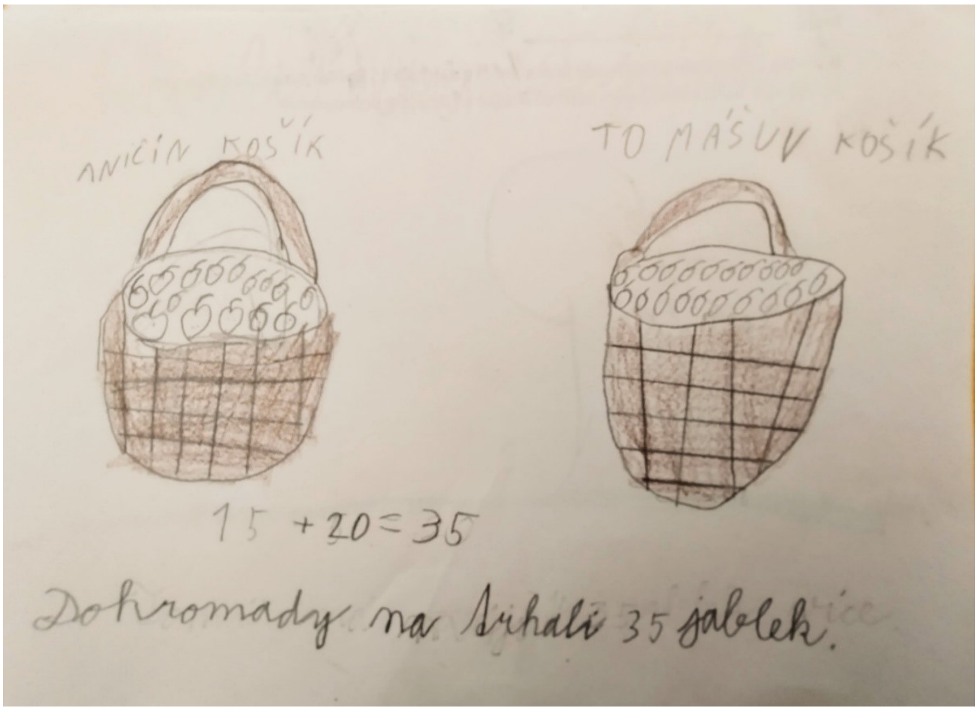
Úloha KOŠÍKY
Anička s Tomášem trhali v sadu jablka. Anička natrhala 15 košíků jablek, Tomáš natrhal o pět košíků více. Kolik košíků jablek natrhali Anička s Tomášem dohromady?
(15 + 15 + 5 = 35 košíků)

Zdroj: vlastní.

Mnozí žáci měli problém úlohu graficky znázornit tak, aby jim byl obrázek nápomocný v hledání správného řešení. Místo vytvoření schématu, které by přesně reprezentovalo klíčové prvky úlohy a vztahy mezi nimi, žáci pouze naznačili situaci bez potřebných detailů (přesného počtu hrníčků/košíků). Správně uchopený řešitelský obrázek má žákovi pomoci, aby si uvědomil, kolik objektů je v situaci přítomno a u kolika z nich je znám jejich počet. V úloze jsou přítomny tři objekty s různým sémantickým ukotvením čísla. Jsou to jablka v Aniččině košíku (kvantita), jablka v Tomášově košíku (operátor porovnání, neznámá) a souhrnná suma jablek v obou košících (kvantita, neznámá). Analogicky u úlohy Hrníčky, kterou řešila druhá skupina. Častou chybou žáků byla záměna operátoru porovnání za kvantitu u jablek v Tomášově košíku, jak je vidět v ukázce chybného řešení na obr. 6. Žákyně sice u obrázku napsala *o 5 košíků více*, v řešení ale pracovala s číslem jako kvantitou (*5 košíků*). Na obr. 7 přikládám ukázku zdařilého řešitelského obrázku.



Obrázek 6: Ukázka chybného řešitelského obrázku a chybného řešení úlohy Košíky.



Obrázek 7: Ukázka zdařilého řešitelského obrázku u úlohy Košíky.

Vyhodnocení

Úlohu řešilo 20 žáků, 15 žáků vyřešilo úlohu správně. Celková úspěšnost řešení úlohy dosahovala 75 %, což je významný posun z prvotních 50 % u úlohy Hračky. Výsledky jsou shrnuty v tab. 6.

Tabulka 6: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úlohy Hrníčky, Košíčky.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	15	Richard	správně
vyřešil/a chybně	5	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	nepřítomna

Úloha DRAK

Jako další úlohu vhodnou pro řešení pomocí řešitelského obrázku jsem zvolila úlohu typu STMu, ve které je obsaženo slov *každý*. Zadání nezřetězené úlohy (výsledky jedné části nevstupují do výpočtu částí dalších) obsahuje tři otázky/úkoly.

Úloha DRAK

Princeznu Jasněnku přilétl požádat o ruku drak Strašlivák. Měl 7 hlav a na každé z nich měl 4 oči a tlamu se 6 zuby.

1. *Kolik tlam měl drak Strašlivák?* *7 tlam*
2. *Kolik očí se na princeznu koukalo?* *7 x 4 = 28 očí*
3. *Kolik zubů měl drak Strašlivák?* *7 x 6 = 42 zubů*

Zdroj: Novotný a Novák, 2023, s. 51.

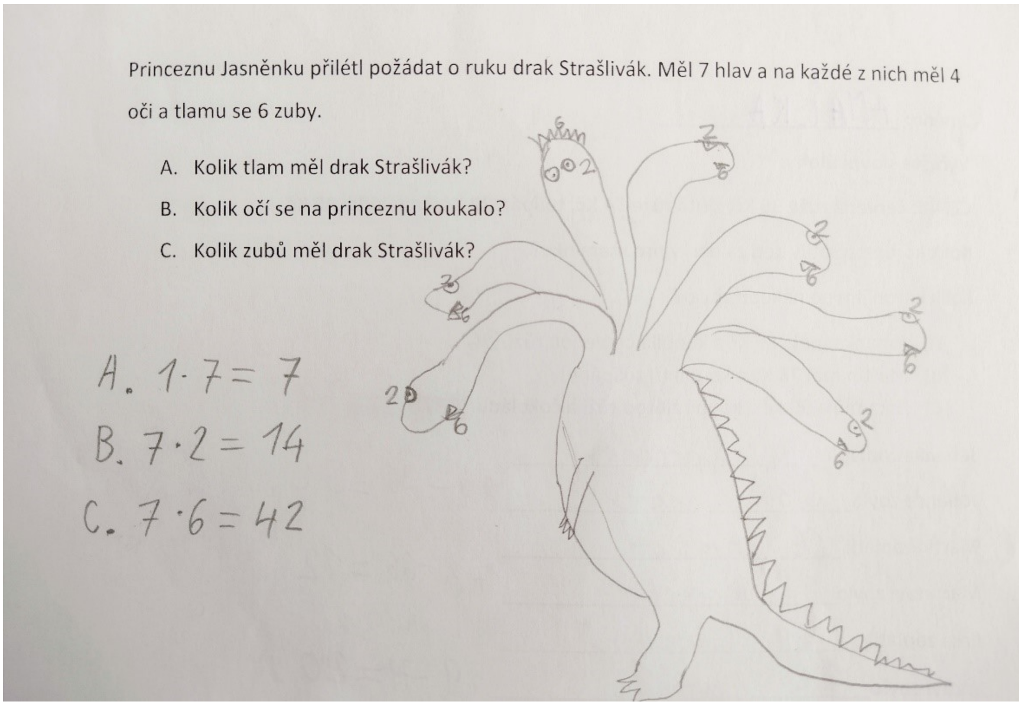
Vyhodnocení

Úlohu řešilo 20 žáků, 16 vyřešilo všechny části úlohy správně, 1 žák ani jednu část úlohy nevyřešil (viz tab. 7). Osm žáků nenakreslilo žádný obrázek, přestože k tomu byli v instrukci před zadáním úlohy všichni hromadně vyzváni. Z těchto 8 žáků 7 vyřešilo úlohu správně, Milan vyřešil poslední část úlohy chybně.

Tabulka 7: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Drak.

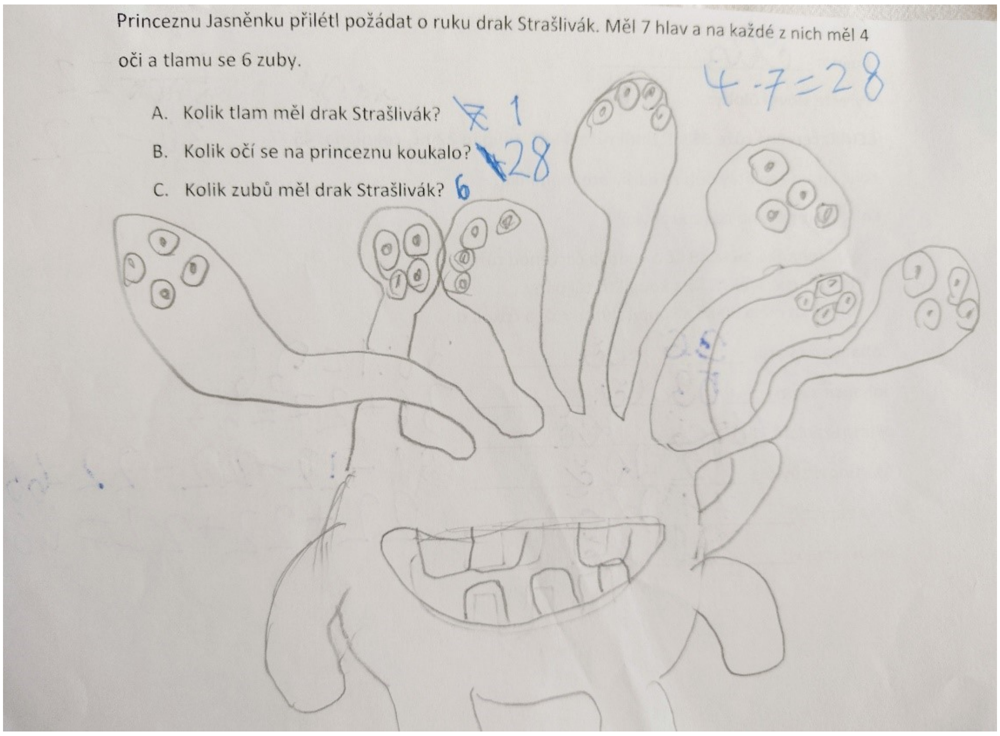
Řešitelé (N=20)	otázka 1	otázka 2	otázka 3	Sledovaní řešitelé	otázka 1	otázka 2	otázka 3
vyřešil/a správně	19	18	17	Richard	nepřítomen	nepřítomen	nepřítomen
vyřešil/a chybně	0	1	2	Milan	správně	správně	chybně
nevyřešil/a	1	1	1	Adélka	správně	chybně	správně

Dvě žákyně nakreslily řešitelský obrázek, který neodpovídal zadání úlohy. Adélka nakreslila drakovi na každou hlavu jen 2 oči, ale porozuměla slovu *každý*, protože výpočet 7 x 2 (počet hlav krát počet očí) byl jinak správný – viz ukázka řešení na obr. 8. Domnívám se, že chyby se dopustila, protože nebrala na zřetel číselný údaj ze zadání úlohy, ale čerpala ze své dosavadní zkušenosti z reálného života (na hlavě jsou 2 oči).



Obrázek 8: Ukázka řešení žákyně Adélky – úloha Drak.

Druhá žákyně, Terezka, nakreslila drakovi jen jednu tlamu, z čehož by se dalo usuzovat, že se slovem *každý* pracovala jen tam, kde je slovo *každý* před objektem úlohy přímo uvedeno (*oči*). U objektu *tlama* již přítomno není (*a tlamu se 6 zuby),* proto žákyně v řešení pracovala jen s počtem 6. Ukázka řešení je přiložena na obr. 9.



Obrázek 9: Ukázka chybného řešení žákyně Terezky – úloha Drak.

Porozumění slovu *každý* činilo potíže i dalšímu sledovanému řešiteli Milanovi. Ten stejně jako Terezka uvažoval, že drak má 6 zubů. V rozhovoru uvedl, že „Kdyby bylo v zadání *na každé z nich měl tlamu se 6 zuby*, tak bych úlohu uměl vyřešit správně.“

Úloha VĚNCE

Poslední úlohou s intervencí nakreslení řešitelského obrázku byla úloha STMu s jednou otázkou obsahující slovo *každý*. Pro její zodpovězení žák musel provést několik výpočtů. Stejně jako v předchozích úlohách byl povinnou součástí řešení obrázek.

Úloha VĚNCE

Víly Jasněnka, Pomněnka a Jásalka pletly věnce. Každá víla na svůj věnec použila 2 žluté růže, 4 červené karafiáty a 6 tulipánů. Kolik květin dohromady víly potřebovaly? Nakresli obrázek a úlohu vypočítej.

3 x (2 + 4 + 6) = 36 květin

Zdroj: Novotný a Novák, 2023, s. 42.

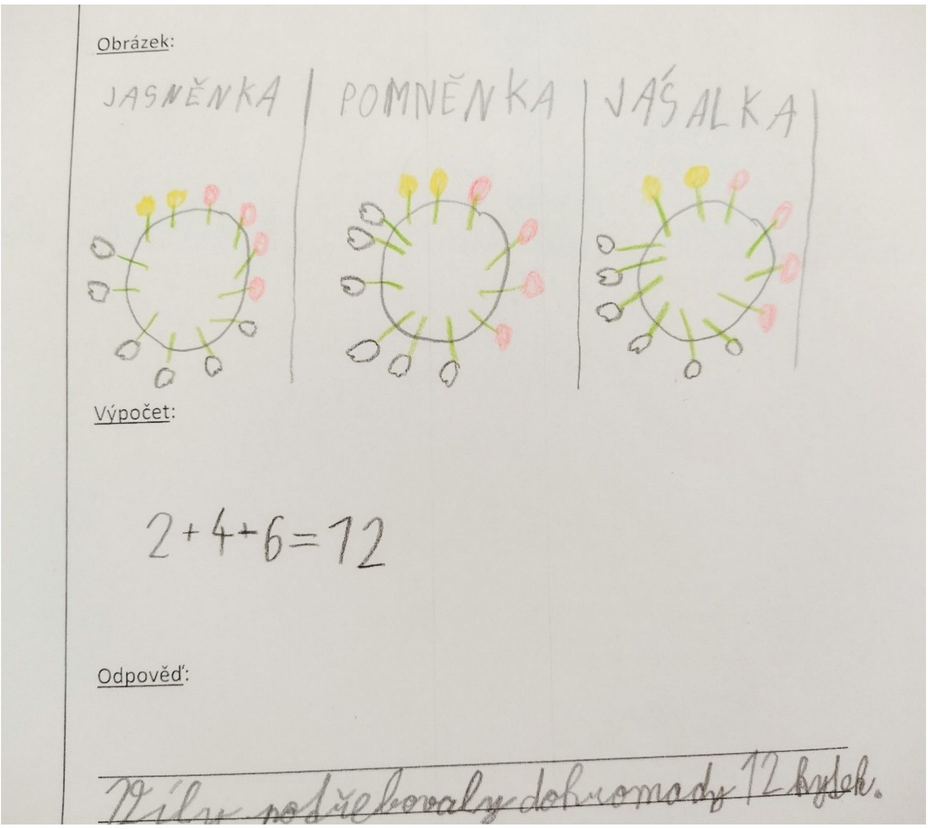
Vyhodnocení

U toto úlohy již všichni žáci zakreslili řešitelský obrázek. Úlohu řešilo 22 žáků, 18 žáků vyřešilo úlohu správně (přehledně viz tab. 8).

Tabulka 8: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Věnce.

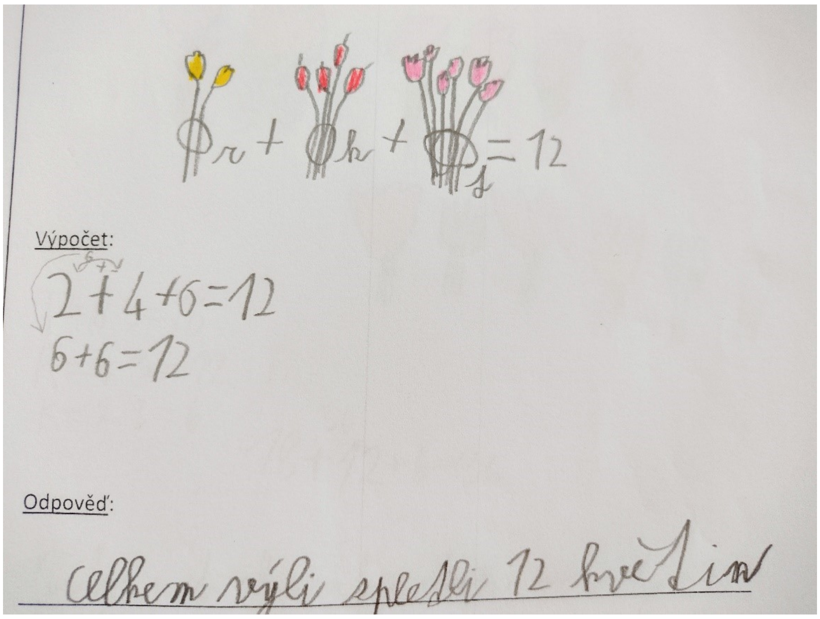
Řešitelé (N=22)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	18	Richard	chybně
vyřešil/a chybně	4	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	nepřítomna

Tři žáci (všichni rychlí řešitelé) se dopustili chybného řešení, přestože úlohu znázornili graficky správně. Tento příklad ukazuje, že správná vizualizace problému nezaručuje automaticky i správné řešení. V tomto případě, i když byli žáci schopni graficky znázornit úlohu přesně, selhali v následném matematickém zpracování. Jejich výpočet reflektoval pouze počet květin na jednom věnci. Pravděpodobně se jedná o důsledek jejich zbrklého přístupu k řešení úloh. Ukázka sledovaného řešitele Richarda je přiložena na obr. 10.



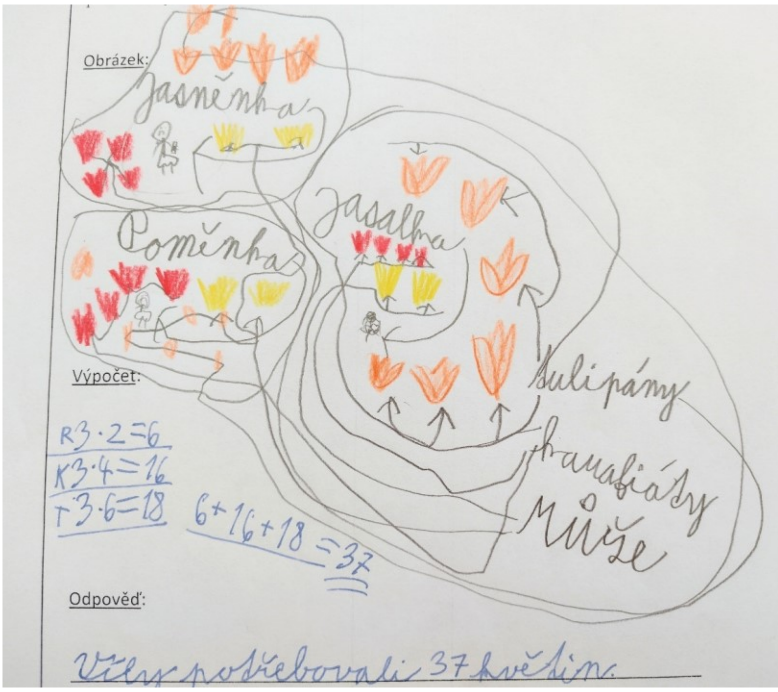
Obrázek 10: Ukázka chybného řešení žáka Richarda – úloha Věnce.

Další žák, který se dopustil chybného řešení, pracoval jen s částí zadání. Z přiloženého obrázku vyplývá, že úlohu uchopil tak, že na prvním věnci jsou dvě žluté růže, na druhém čtyři červené karafiáty a na třetím věnci šest tulipánů. Ukázku jeho řešení vidíme na obr. 11.



Obrázek 11: Ukázka chybného řešení úlohy Věnce s chybným řešitelským obrázkem.

V závěrečné části předkládám vzorové řešení žáka, který má potíže s motivací a udržením pozornosti. Z jeho pečlivé a systematické práce usuzuji, že zakreslení řešitelského obrázku mu pomohlo utvořit si představit o situaci a úlohu správně, i když s numerickou chybou, vyřešit (obr. 12).



Obrázek 12: Ukázka řešení úlohy Věnce.

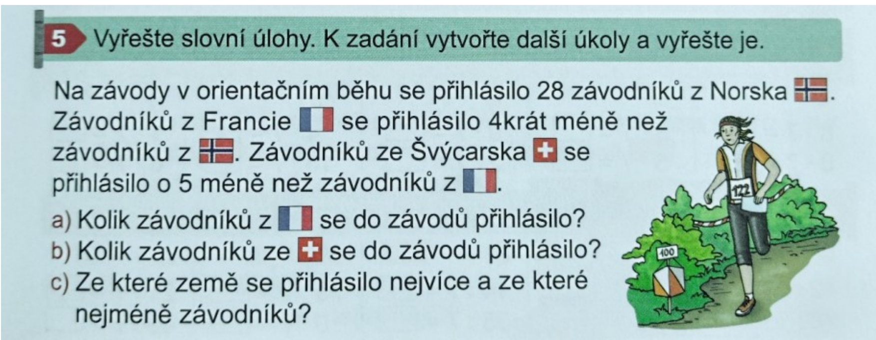
První z řady intervencí byla zaměřena na žáky Milana a žákyni Adélku. V hodnocení jejich práce bych poukázala na úlohu Drak, jedinou úlohu, kterou řešili oba zúčastnění. Ani jeden z nich nevyřešil správně všechny části úlohy. Milan výraz *každý* správně aplikoval pouze u těch objektů v zadání, u kterých bylo toto slovo explicitně uvedeno. Adélka pochopila význam slova *každý*, avšak vycházela z nesprávného počtu očí, což se projevilo i v jejím řešitelském obrázku. Milan u úlohy Drak žádnou vizualizaci nezpracoval. U úlohy Věnce již však obrázek zakreslil v souladu se zadáním slovní úlohy a úlohu správně vyřešil. Výsledky sledovaných žáků u úloh s touto intervencí přehledně shrnuje tab. 9.

Tabulka 9: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence zakreslení řešitelského obrázku.

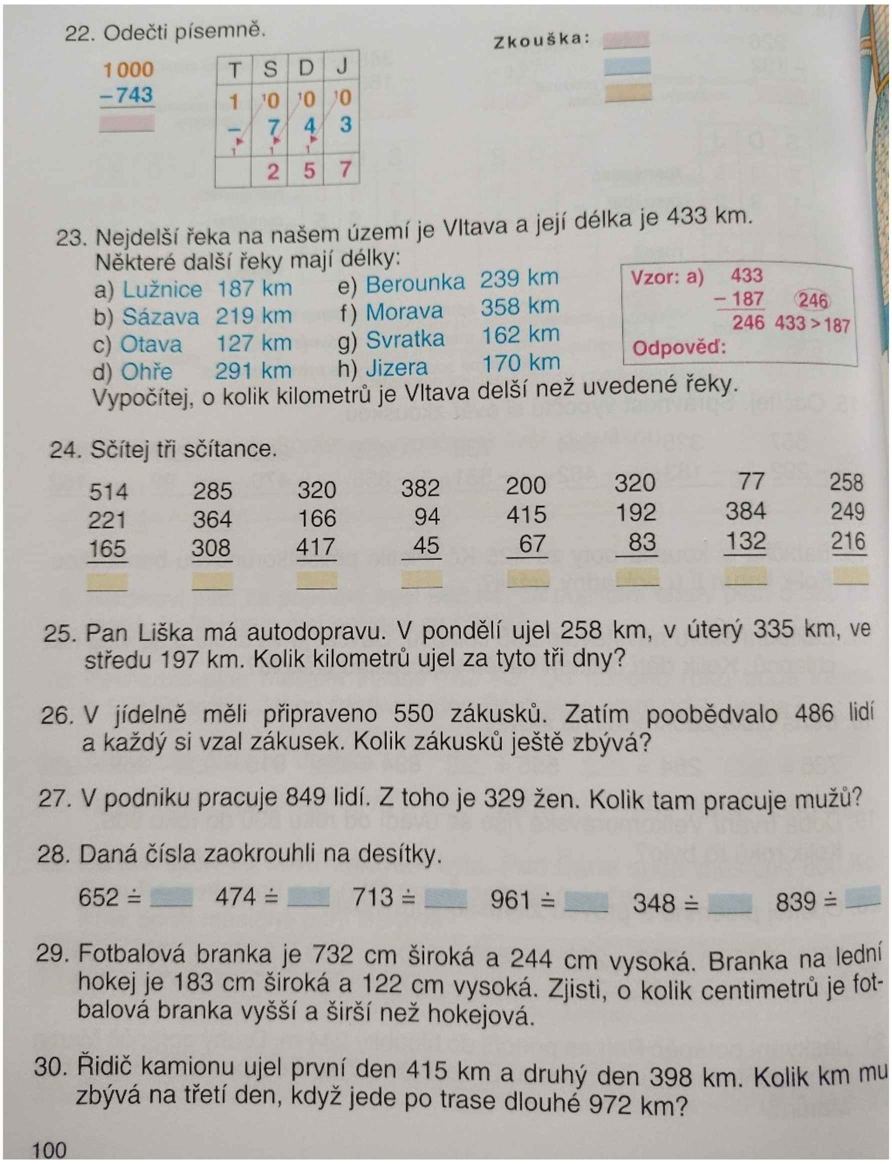
ZAKRESLENÍ ŘEŠITELSKÉHO OBRÁZKU	Richard	Milan	Adélka
HRNÍČKY, KOŠÍČKY	správně	chybně	nepřítomna
DRAK otázka 1	nepřítomen	správně	správně
DRAK otázka 2	nepřítomen	správně	chybně
DRAK otázka 3	nepřítomen	chybně	správně
VĚNCE	chybně	správně	nepřítomna

3.2.2 Strukturace zadání slovní úlohy

Řešení úloh s delším textem a více otázkami vyžaduje od žáků pokročilejší úroveň čtenářské gramotnosti, je časově náročnější, a proto klade vyšší nároky na žákovu pozornost. Bohužel, zpracování zadání úkolů a rozložení úloh v mnoha učebních materiálech žákům příliš nepomáhá. Úlohy na stránce jsou umístěny těsně vedle sebe a text je zhuštěný, což některým žákům ztěžuje orientaci v zadáních. Na obr. 13 a 14 uvádím ukázky zpracování úloh v učebních materiálech, se kterými ve škole pracujeme.



Obrázek 13: Ukázka slovní úlohy (Novotný a Novák, 2023, s. 17).



22. Odečti písemně.

1000
−743

Zkouška:

T	S	D	J
1	10	10	10
−	7	4	3
	2	5	7

23. Nejdelší řeka na našem území je Vltava a její délka je 433 km.
Některé další řeky mají délky:
a) Lužnice 187 km e) Berounka 239 km
b) Sázava 219 km f) Morava 358 km
c) Otava 127 km g) Svratka 162 km
d) Ohře 291 km h) Jizera 170 km
Vypočítej, o kolik kilometrů je Vltava delší než uvedené řeky.

Vzor: a) 433 − 187 = 246, 433 > 187
Odpověď:

24. Sčítej tři sčítance.

514	285	320	382	200	320	77	258
221	364	166	94	415	192	384	249
165	308	417	45	67	83	132	216

25. Pan Liška má autodopravu. V pondělí ujel 258 km, v úterý 335 km, ve středu 197 km. Kolik kilometrů ujel za tyto tři dny?

26. V jídelně měli připraveno 550 zákusků. Zatím poobědvalo 486 lidí a každý si vzal zákusek. Kolik zákusků ještě zbývá?

27. V podniku pracuje 849 lidí. Z toho je 329 žen. Kolik tam pracuje mužů?

28. Daná čísla zaokrouhli na desítky.

652 ≐ 474 ≐ 713 ≐ 961 ≐ 348 ≐ 839 ≐

29. Fotbalová branka je 732 cm široká a 244 cm vysoká. Branka na lední hokej je 183 cm široká a 122 cm vysoká. Zjisti, o kolik centimetrů je fotbalová branka vyšší a širší než hokejová.

30. Řidič kamionu ujel první den 415 km a druhý den 398 km. Kolik km mu zbývá na třetí den, když jede po trase dlouhé 972 km?

100

Obrázek 14: Ukázka úloh (Blažková et al., 2020, s. 100).

Mé zkušenosti s učebními texty mě inspirovaly k vytvoření strukturovaného pracovního listu s jednou úlohou, jejíž zadání bude upraveno. Modifikované zadání zahrnuje jazykové a grafické úpravy textu. Zadání slovní úlohy je zformulováno v jednoduchých větách (bez přítomnosti souvětí), každá věta nese pouze jednu informaci a obsahuje jediný číselný údaj. Číselný údaj nebo objekty úlohy jsou zvýrazněny podtržením. Otázka je umístěna na samostatném řádku a je vyznačena tučným písmem. V případě, že úloha obsahuje více otázek, je každá otázka zapsána na novém řádku.

Předmětem zkoumání bylo, zda strukturovaný pracovní list pomůže žákům třídit a uspořádat informace z textu a uvědomit si zřetězení potřebných kroků.

Intervence strukturace zadání slovní úlohy byla zaměřena na podporu slabších čtenářů, a to zejména v oblastech plynulosti a tempa čtení. Tyto těžkosti se stávají zřetelnými u delších textů, v případě slovních úloh pak u vícekrokových úloh, kde narůstá množství textu a číselných údajů. U takových úloh se žáci často potýkají s obtížemi s orientací v zadání a s pochopením vzájemných vztahů mezi jednotlivými objekty úlohy. U úloh se dvěma a více otázkami (výpočty) proto potřebují podporu, aby si mohli postupně utvořit vhled do situace úlohy. Tyto žáky zastupují ve výzkumu Milan a Adélka.

Intervence byla realizována v základní variantě (strukturovaný pracovní list) a ve variantě pokročilé, která vyžadovala aktivní přístup žáků. V každé z variant řešili žáci dvě úlohy. V pokročilé variantě žáci obdrželi rozstříhaný text slovní úlohy ve větách. Úkolem žáků bylo nejprve z ústřižků seřadit informace tak, aby pro ně výsledný text jasný a přehledný, pak teprve úlohu vyřešit.

Je nasnadě, že intervence strukturace zadání slovní úlohy má význam u úloh s delšími texty, u úloh se dvěma a více otázkami. Tyto úlohy jsem pro realizaci intervence vybírala.

Strukturovaný pracovní list

V dalším výzkumu pokračuji úlohou typu STMu se slovem *každý*. Žáci měli na pracovním listu v rámci nácviku zakreslení řešitelského obrázku připravenu kolonku pro obrázek, jeho zakreslení však nebylo nutnou součástí řešení.

Skupina A

Úloha RŮŽE

V květinářství prodali 7 kytic červených růží. V každé kytici bylo 5 růží.

Dále prodali 8 kytic žlutých růží. V každé kytici byly 3 růže.

1. ***Kolik červených růží prodali?*** *7 x 5 = 35 červených růží*
2. ***Kolik prodali žlutých růží?*** *8 x 3 = 24 žlutých růží*

Zdroj: Novotný a Novák, 2023, s. 34.

Skupina B

Úloha RŮŽE
V květinářství prodali 10 kytic červených růží. V každé kytici byly 3 růže.
Dále prodali 5 kytic žlutých růží. V každé kytici bylo 5 růží.
1. Kolik červených růží prodali? *10 x 3 = 30 červených růží*
2. Kolik prodali žlutých růží? *5 x 5 = 25 žlutých růží*

Zdroj: Novotný a Novák, 2023, s. 34.

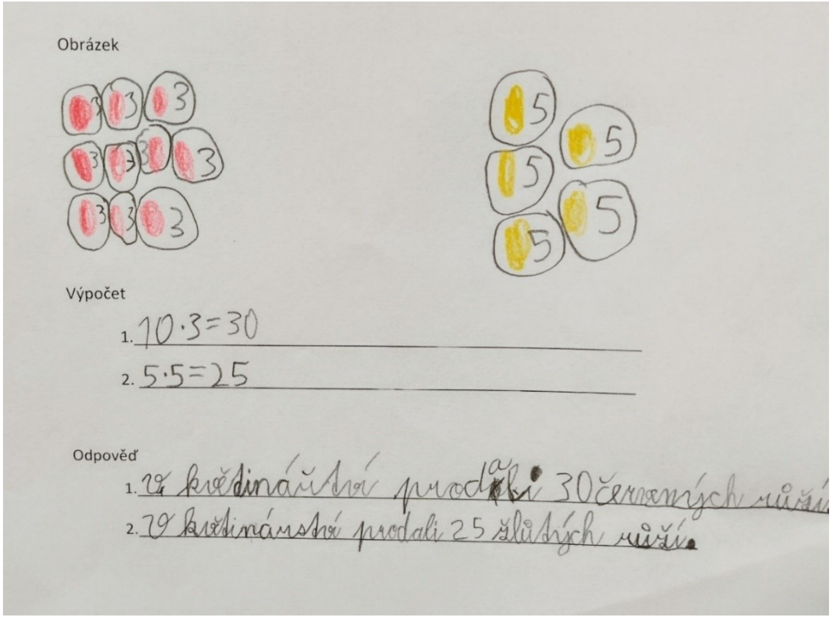
Vyhodnocení

Úlohu řešilo 22 žáků, všichni žáci vyřešili obě části úlohy správně (viz tab. 10).

Tabulka 10: Vyhodnocení úspěšnosti – úloha Růže.

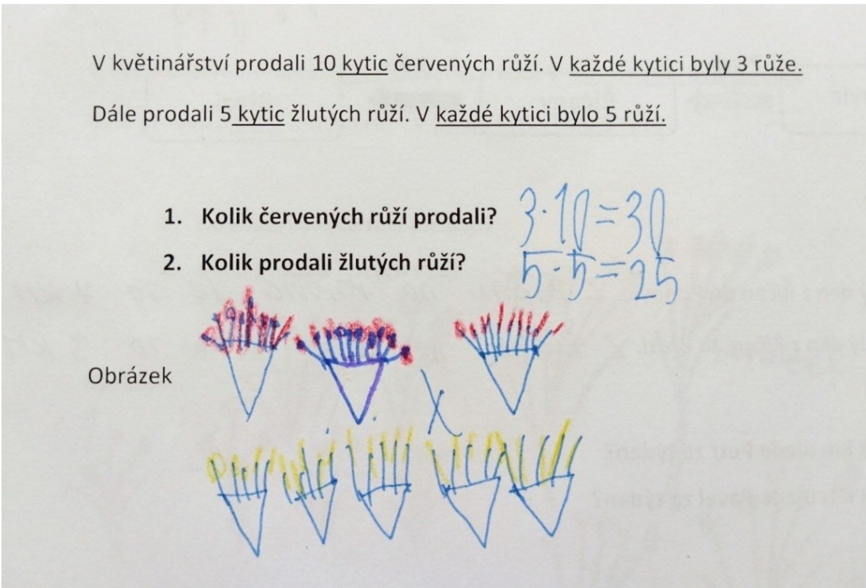
Řešitelé (N=22)	otázka 1	otázka 2	Sledovaní řešitelé	otázka 1	otázka 2
vyřešil/a správně	22	22	Richard	správně	správně
vyřešil/a chybně	0	0	Milan	správně	správně
nevyřešil/a	0	0	Adélka	správně	správně

Intervenci nelze v tomto případě vyhodnotit izolovaně, neboť žáci byli pracovním listem podněcováni, aby zakreslili řešitelský obrázek. Na obr. 15 přikládám ukázku úspěšného řešení úlohy Růže se zakreslenými řešitelskými obrázky.



Obrázek 15: Ukázka žákova řešení úlohy Růže.

Milan řešil úlohu skupiny B. V první části úlohy, kde počítal množství červených růží, nezakreslil 10 kytic po 3 růžích, jak vidíme na obr. 16, ale 3 kytice po 10 růžích. Tuto skutečnost si ihned po odevzdání úlohy uvědomil. V rozhovoru uvedl, že nejprve provedl výpočet, obrázek nakreslil dodatečně. Žákyně Adélka zakreslila řešitelský obrázek odpovídající zadání úlohy.



Obrázek 16: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Růže.

Zřetězenou úlohu Vajíčka řešili všichni žáci s odstupem jednoho týdne od předchozí úlohy. V pracovním listu je uvedena návodná otázka na *počet žlutých a zelených vajíček*, neboť tento součet vstupuje jako výsledek pro výpočet čokoládových zajíčků.

Úloha VAJÍČKA

Kluci vyrazili na koledu. Vykoledovali žlutá a zelená vajíčka a také čokoládové zajíčky.

Žlutých vajíček bylo 9.

Zelených vajíček vykoledovali 6krát více než vajíček žlutých.

Čokoládových zajíčků bylo o 13 méně než vajíček barevných – žlutých a zelených celkem.

1. ***Kolik kluci vykoledovali zelených vajíček?*** *9 x 6 = 54*
2. ***Kolik vykoledovali žlutých a zelených vajíček dohromady?*** *9 + 54 = 63*
3. ***Kolik vykoledovali čokoládových zajíčků?*** *63 – 13 = 50*

Zdroj: vlastní.

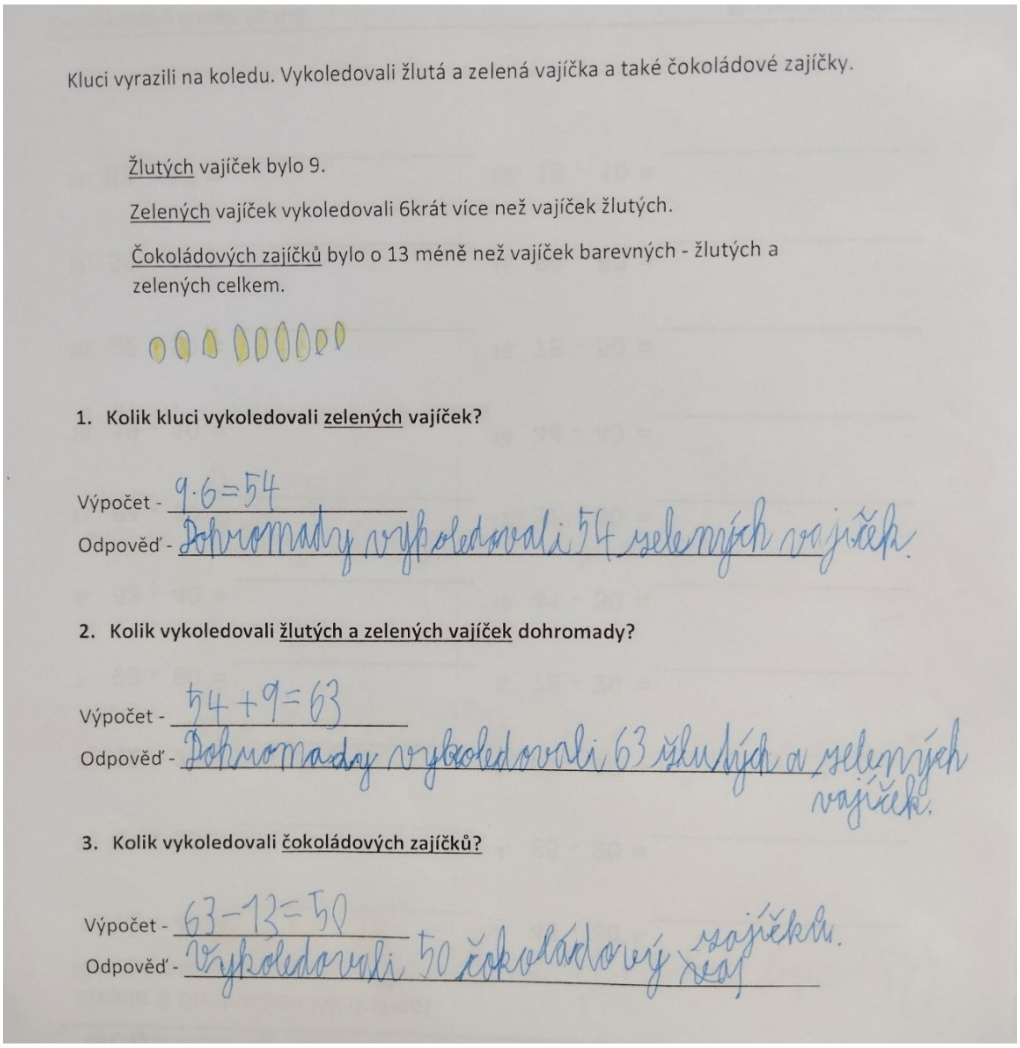
Vyhodnocení

Úlohu řešilo 22 žáků. První část úlohy vyřešili správně všichni žáci, ve druhé části úlohy se zhostilo úkolu úspěšně 20 žáků, ve třetí části to bylo 18 žáků (viz tab. 11).

Tabulka 11: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Vajíčka.

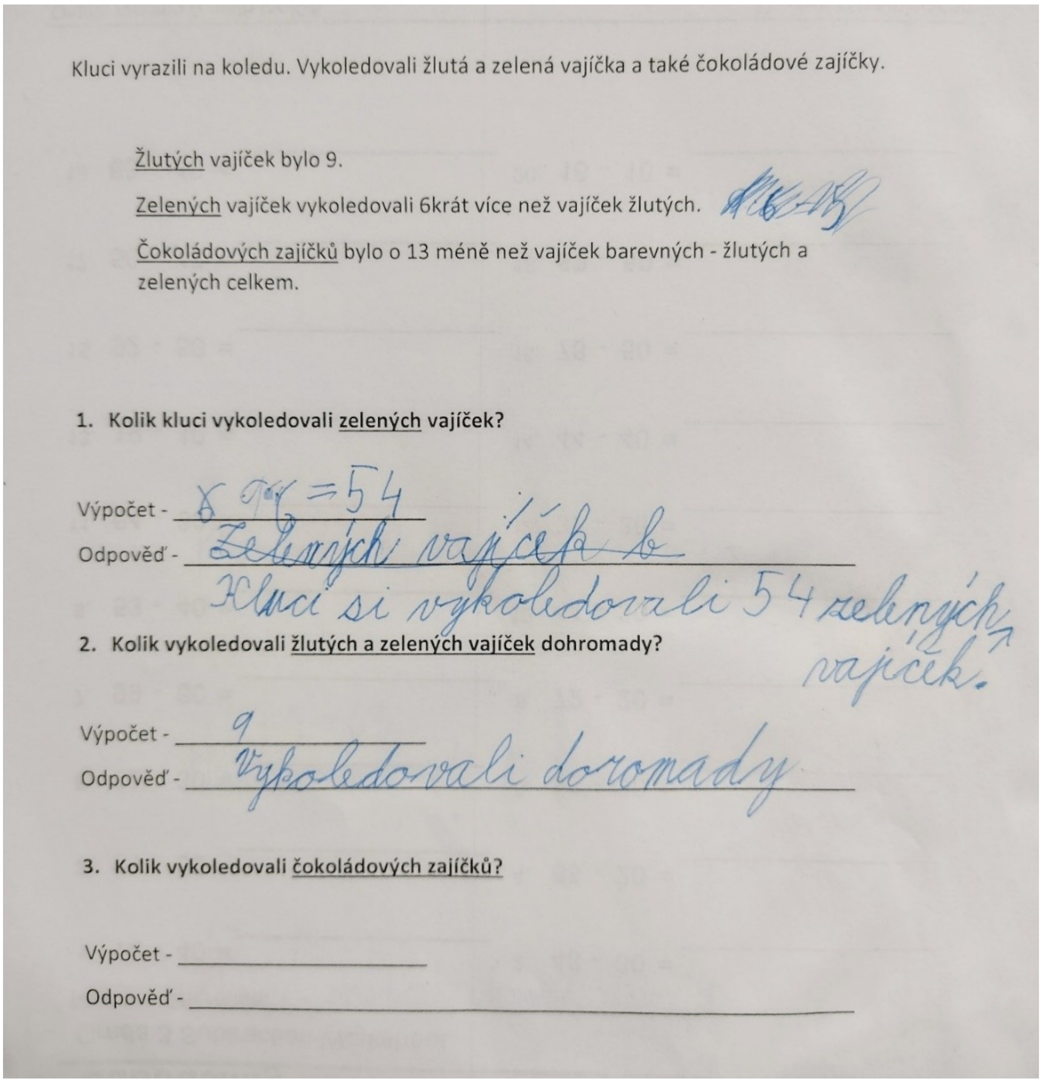
Řešitelé (N=22)	otázka 1	otázka 2	otázka 3	Sledovaní řešitelé	otázka 1	otázka 2	otázka 3
vyřešil/a správně	22	20	18	Richard	nepřítomen	nepřítomen	nepřítomen
vyřešil/a chybně	0	1	3	Milan	správně	správně	správně
nevyřešil/a	0	1	1	Adélka	správně	nevyřešila	nevyřešila

Potěšilo mě, že Milan vyřešil správně všechny části úlohy a celý úkol tak zdárně dokončil. Jeho řešení vidíme na obr. 17.



Obrázek 17: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Vajíčka.

Adélka vyřešila jen první část úlohy, na další dvě jí již nezbyl čas. Přestože zadání obsahovalo návodnou otázku, Adélka dlouho s řešením váhala. Ostatní žáci vypočítali všechny části úlohy, z čehož usuzuji, že žákům byl na řešení úlohy poskytnut dostatek času. Důvodem neúspěšného pokusu může být Adélčino pomalé čtení. V rozhovoru poukázala na skutečnost, že na pracovním listu bylo málo prostoru na zapsání odpovědi, což ji uvedlo do zmatků. Řešení žákyně přikládám na obr. 18.



Kluci vyrazili na koledu. Vykoledovali žlutá a zelená vajíčka a také čokoládové zajíčky.

Žlutých vajíček bylo 9.

Zelených vajíček vykoledovali 6krát více než vajíček žlutých.

Čokoládových zajíčků bylo o 13 méně než vajíček barevných - žlutých a zelených celkem.

1. Kolik kluci vykoledovali zelených vajíček?

Výpočet - 9 · 6 = 54

Odpověď - ~~Zelených vajíček b~~ Kluci si vykoledovali 54 zelených vajíček.

2. Kolik vykoledovali žlutých a zelených vajíček dohromady?

Výpočet - 9

Odpověď - Vykoledovali doromady

3. Kolik vykoledovali čokoládových zajíčků?

Výpočet -

Odpověď -

Obrázek 18: Ukázka řešení žákyně Adélky: úloha Vajíčka.

Dva žáci, z toho jeden rychlý nepozorný řešitel, poměřovali počet čokoládových zajíčků ke špatnému základu, a to k počtu zelených vajíček: 54 – 13 = 41. Jedna žákyně použila pro výpočet množství čokoládových zajíčků výpočet 63 – 9 = 54. Konečně poslední chyba v řešení úlohy se vyskytla u žákyně, která vyřešila správně jen první část úlohy, při výpočtu zelených a žlutých vajíček započítala počet žlutých vajíček dvakrát (63 + 9 = 72).

Žák si sám seřadí informace ze zadání slovní úlohy

V pokročilé variantě intervence strukturace zadání slovní úlohy žáci řešili dvě úlohy. Na řešení první úlohy Dárky pracovali žáci v malých skupinkách, úlohu Chodba řešili již individuálně. Žáci dostali k dispozici zadání slovní úlohy rozdělené na jednotlivé papírové proužky. Jejich úkolem bylo tyto proužky nalepit na čistý list papíru v takovém pořadí, aby pro ně byl text jasný a přehledný, což by jim umožnilo snáze najít jednotlivé vazby mezi objekty slovní úlohy.

Úloha bez řetězení Dárky je stejně jako předchozí úloha Vajíčka úloha se dvěma operátory porovnání. Obsahuje aditivní i multiplikativní operátor. Úloha sestává opět ze tří částí, vyžaduje od žáka provedení tří výpočtů.

Úloha DÁRKY

Šárka vybírala pro maminku dárky. Náramek se želvičkou stál 20 Kč. Malovaný hrneček byl o 38 Kč dražší než náramek. Nejvíce se Šárce líbila dlouhá šňůra dřevěných korálků. Dřevěné korálky byly 10krát dražší než náramek. Kolik Šárka zaplatila za hrneček? Kolik stály dřevěné korálky? Kolik Šárka zaplatila za všechny dárky?

Malovaný hrneček: 20 + 38 = 58 Kč

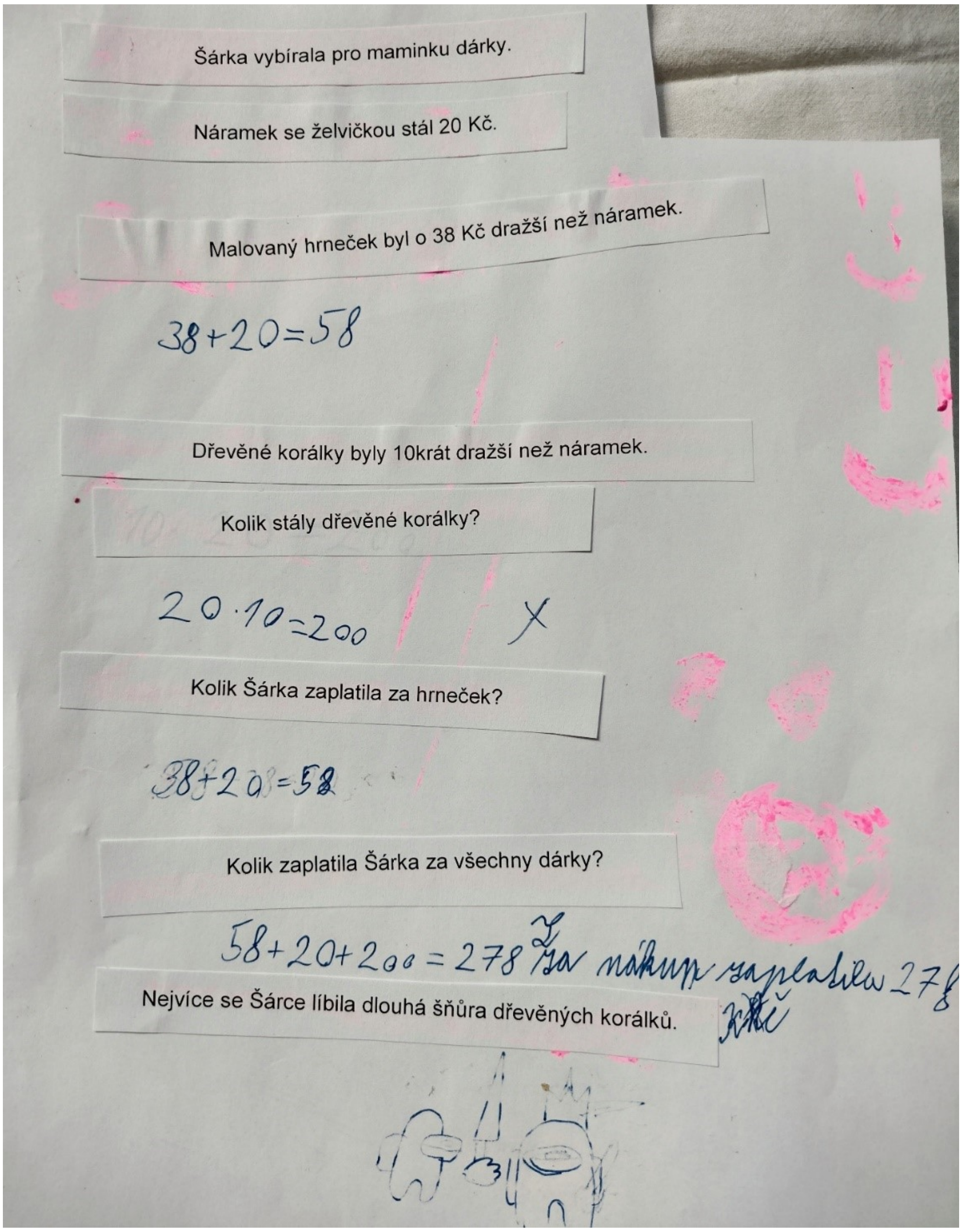
Dřevěné korálky: 20 x 10 = 200 Kč

Dárky celkem: 20 + 58 + 200 = 278 Kč

Zdroj: Blažková et al., 2020, s. 94.

Úkolem žáků bylo nejprve z ústřižků sestavit text slovní úlohy. Teprve potom měli úlohu vyřešit. Žáci byli rozděleni do šesti skupin po třech až čtyřech žácích, úlohu řešilo celkem 20 žáků.

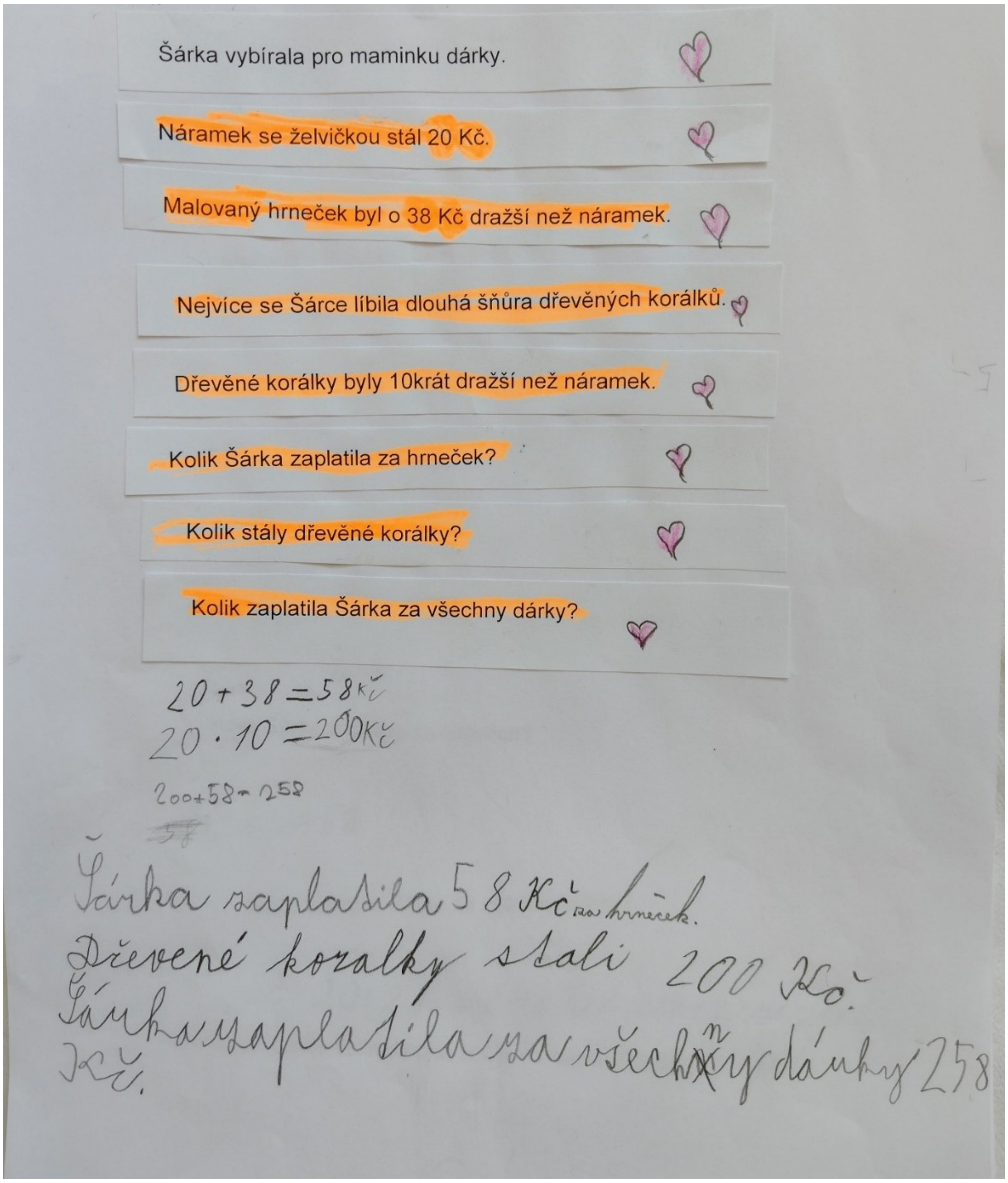
Žáci pracovali dvěma různými způsoby. Dvě skupiny žáků řešili části úlohy postupně. Nejprve nalepili ústřižek s otázkou, pod otázkou si nechali prostor pro výpočet a tuto část úlohy hned vyřešili (viz obr. 19). Úlohu tedy řešili postupně jako v základní variantě intervence (strukturovaný pracovní list), tj. ve struktuře *otázka 1 - výpočet 1, otázka 2 - výpočet 2, otázka 3 - výpočet 3*. Obě tyto skupiny vyřešily všechny tři části úlohy správně.



Obrázek 19: Ukázka skupinové práce – řešení úlohy Dárky.

Zbylé čtyři skupiny žáků nalepily všechny ústřižky s otázkami zároveň a následně provedly najednou všechny 3 výpočty, což představuje řešení úlohy ve struktuře *otázka 1- otázka - 2 - otázka 3, výpočet 1 - výpočet 2 - výpočet 3*. Jen jedna z těchto skupin vyřešila všechny tři části úlohy správně. Zbylé tři skupiny se dopustily chyby ve třetí část úlohy: *Kolik zaplatila*

Šárka za všechny dárky? Žáci sečetli jen ceny dárků, které vypočítali, tj. cenu hrnečku a korálků, cenu náramku už do celkového součtu nezahrnuli. Tato chyba je patrná v ukázce řešení na obr. 20.



Obrázek 20: Ukázka chybného řešení úlohy Dárky.

V řešení úlohy Chodba žáci pracovali stejným způsobem. Obdrželi rozstříhaný text zadání, pracovali ale již individuálně. Úloha je obdobou úlohy Dárky.

Úloha CHODBA

Na vydláždění chodby potřebovali tmavé a světlé dlaždice. Tmavých dlaždic bylo 570. Světlých dlaždic bylo o 250 méně než dlaždic tmavých. Kolik bylo světlých dlaždic? Kolik dlaždic celkem přivezli? Po vydláždění chodby zbylo ještě 150 dlaždic. Kolik dlaždic na vydláždění chodby pokrývači potřebovali?

Světlých dlaždic: 570 –250 = 320

Celkem přivezli: 570 + 320 = 890

Potřebovali dlaždic: 890 – 150 = 740

Zdroj: Blažková et al.,2020, s. 109.

Vyhodnocení

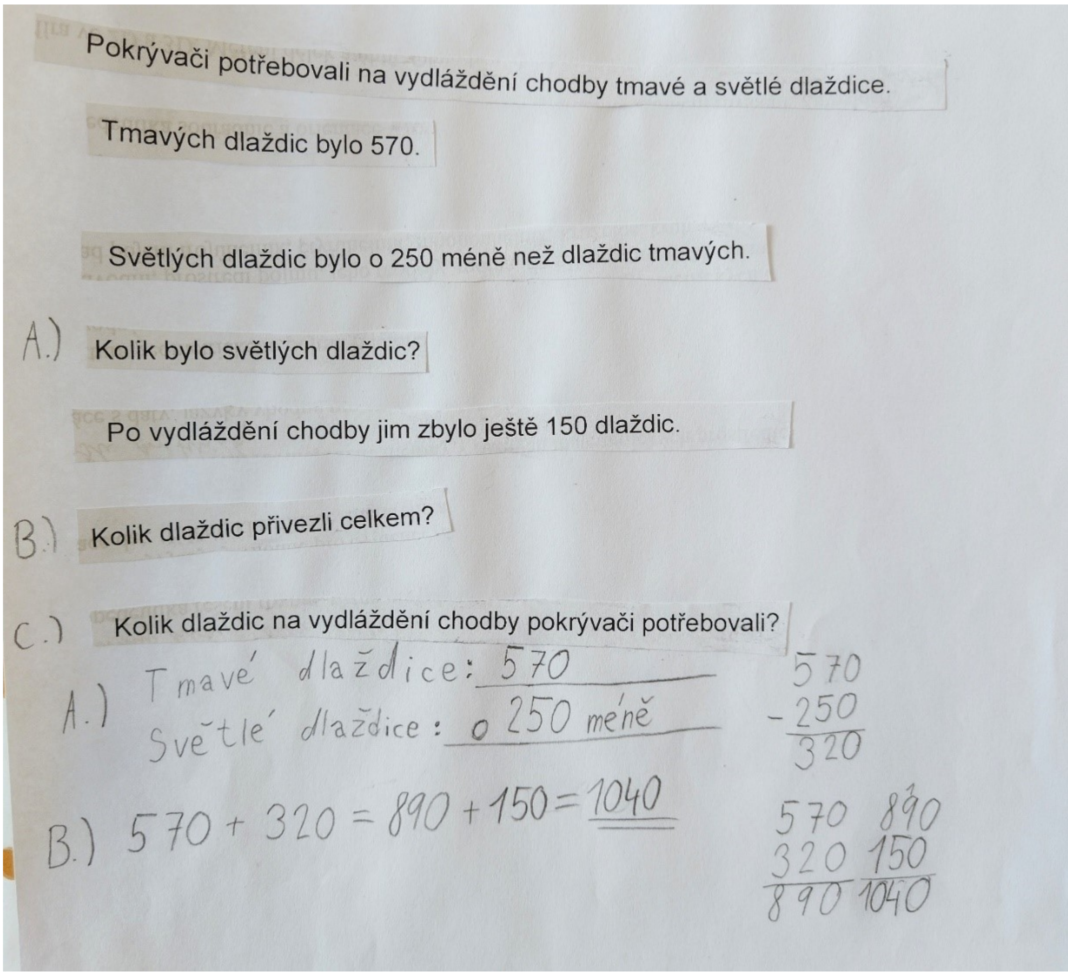
Úlohu řešilo 20 žáků, první část úlohy vyřešili správně všichni žáci, druhou a třetí část úlohy vyřešilo úspěšně shodně po 18 žácích (viz tab. 12).

Tabulka 12: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Chodba.

Řešitelé (N=20)	otázka 1	otázka 2	otázka 3	Sledovaní řešitelé	otázka 1	otázka 2	otázka 3
vyřešil/a správně	20	18	18	Richard	správně	správně	správně
vyřešil/a chybně	0	2	1	Milan	správně	správně	správně
nevyřešil/a	0	0	1	Adélka	správně	správně	chybně

Dva žáci počítali množství celkových dlaždic chybně výpočtem 570 + 250 = 820. Nepracovali tedy s číslem 250 jako s operátorem porovnání, ale jako se stavovou hodnotou. Jedna žákyně nevyřešila poslední část úlohy, tj. potřebný počet dlaždic.

Adélka při řešení úlohy nevyužila nabízenou možnost strukturace zadání a pokusila se řešit všechny části úlohy současně. Při lepení proužků s textem na papír mezi ně nechávala mezery, avšak tyto mezery nepoužila pro zápis výpočtů, ale napsala je na malý zbytek papíru. Nedostatek prostoru byl pravděpodobně důvodem, proč nezapsala odpovědi, čímž její řešení nebylo úplné. Ve zbývajícím čase se Adélka pokusila vypočítat i počet potřebných dlaždic, ale provedla nesprávnou matematickou operaci. Místo, aby od celkového počtu dlaždic odečetla počet zbylých dlaždic, což by vedlo ke správnému výsledku 740 dlaždic (890 – 150 = 740), přičetla zbylé dlaždice k celkovému počtu dlaždic (890 + 150 = 1 040), jak je vidět na obr. 21.



Obrázek 21: Ukázka řešení žákyně Adélky – úloha Chodba.

Z analýzy Adélčina řešení vyplynula potřeba delší praxe s daným postupem, který vyžaduje i jistou míru samostatnosti. Čas věnovaný lepení ústřižků zadání výrazně snížil dostupný čas pro řešení slovní úlohy samotné. Adélka se mohla cítit nejistě, když zjistila, že na pracovním listě již zbývá jen omezený prostor pro zapsání řešení. Ukázalo se, že intervence strukturace zadání úlohy není v případě Adélky vhodná. U žákyně se kombinace čtenářských dovedností, pomalého čtení a pomalého tempa práce na řešení vícekrokových úloh projeví již zřetelně. Adélka se ocitá nejen výrazně časově pozadu za svými spolužáky, ale také již pravděpodobně dosahuje kapacitního limitu své pracovní paměti (viz kap. 1.5.3).

Naopak Milan, na kterém je patrna nejistota při řešení úloh s více výpočty, a mnohdy bez dopomoci neví, jak dál v řešení pokračovat, byl v řešení úloh stoprocentně úspěšný. Intervence strukturace zadání slovní úlohy se ukázala být pro něj dobrým nástrojem. Výsledky sledovaných řešitelů u této intervence shrnuje tab. 13.

Tabulka 13: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence strukturace zadání slovní úlohy.

STRUKTURACE ZADÁNÍ SLOVNÍ ÚLOHY	Richard	Milan	Adélka
RŮŽE otázka 1	správně	správně	správně
RŮŽE otázka 2	správně	správně	správně
VAJÍČKA otázka 1	nepřítomen	správně	správně
VAJÍČKA otázka 2	nepřítomen	správně	nevyřešila
VAJÍČKA otázka 3	nepřítomen	správně	nevyřešila
CHODBA otázka 1	správně	správně	správně
CHODBA otázka 2	správně	správně	správně
CHODBA otázka 3	správně	správně	chybně

3.2.3 Zařazení úlohy s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem

Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným údajem je zaměřeno na rychlé nepozorné řešitelé. Tito žáci se často uchylují k povrchnímu čtení, zejména u úloh s krátkými texty, neboť v zadání slovní úlohy žádnou záludnost nečekají. Cílem intervence bylo tyto žáky od povrchního čtení odradit a v řešení slovních úloh je zpomalit. Reprezentantem takových žáků je v našem výzkumu žák Richard.

Úlohy s antisignálem a úlohy s nadbytečným číselným údajem nebývají v učebních materiálech běžně zastoupeny. Seznámení se s nimi může být proto přidanou hodnotou pro všechny žáky. Žáci mohou při řešení dospět k aha momentu, kdy si uvědomí, že signální slovo nemusí vždy poukazovat na početní operaci, která se na první pohled nabízí, ale na operaci inverzní.

Žáci obou skupin A, B řešili v rámci intervence během vyučovací jednotky postupně dvě stejné slovní úlohy jen v jiném pořadí. Na pracovním listu byla vždy jen jedna z úloh. Skupina žáků A řešila úlohu 1 a současně skupina žáků B řešila úlohu 2. Následně skupina žáků A řešila úlohu 2 a současně skupina žáků B řešila úlohu 1. Úlohy byly žákům zadávány chronologicky tak, jak je níže uvádím.

Úlohy s antisignálem

1. Úlohy STAVEBNICE, AUTA

První z úloh, které jsem do výzkumu zařadila, byla dvojice úloh typu OPAd se signálními slovy *více, méně*.

Úloha STAVEBNICE
Maminka koupila Frantovi stavebnici, Kubovi koupila puzzle. Puzzle stály 150 Kč, což je o 38 Kč méně než stavebnice. Kolik stála stavebnice?
(150 + 38 = 188 Kč)

Zdroj: vlastní.

Úloha AUTA
Milan s Vaškem sbírají modely aut. Vašek má ve své sbírce 25 modelů, což je o 7 modelů více než Milan. Kolik modelů aut má Milan?
(25 – 7 = 18 modelů aut)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Obě úlohy řešilo 22 žáků. Zatímco úlohu Stavebnice vyřešilo úspěšně pouhých 5 žáků, u úlohy Auta byl poměr opačný. V reflexi opakovaně zaznával argument vysokých čísel v zadání. Výsledky řešení u obou úloh shrnují tab. 14 a 15.

Tabulka 14: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Stavebnice.

Řešitelé (N=22)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	5	Richard	chybně
vyřešil/a chybně	17	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	chybně

Tabulka 15: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Auta.

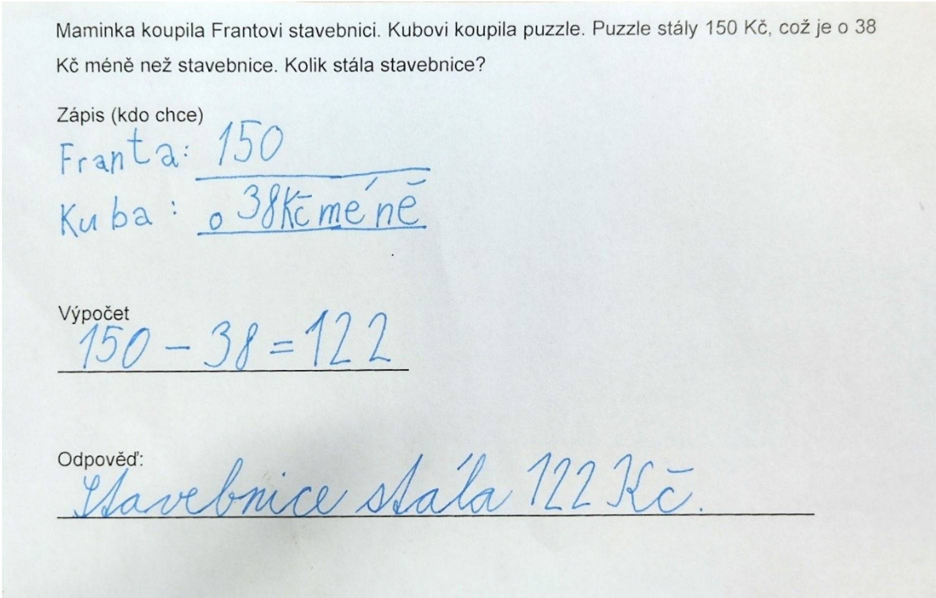
Řešitelé (N=22)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	17	Richard	chybně
vyřešil/a chybně	5	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně*

*Pozn.: Správný výsledek/řešení získaný chybnou úvahou.

Adélka vyřešila úspěšně úlohu Auta. Při vysvětlování svého postupu však uvedla, že k jejímu vyřešení využila stejnou matematickou operaci, jakou aplikovala již u předcházející úlohy Stavebnice. Úlohu tedy vyřešila pravděpodobně bez porozumění situace.

Reflexe úlohy Stavebnice

V další hodině matematiky jsme se věnovali reflexi těžší z úloh, úlohy Stavebnice. Všechny pracovní listy jsem rozložila vzadu ve třídě. Nejdříve jsem z nich však odstřihla jména žáků, aby řešení zůstala pro další práci anonymní. Každý z žáků si vybral jednu ukázku vyřešené úlohy. Žáci dostali čas na to, aby se nad řešeními úloh v malých skupinkách zamysleli.
Richard si vzal slovo jako první. Vybral úlohu se správným řešením a řekl: „Tady je výpočet 150 + 38 = 188, a to je špatně, protože je tam míň.“ Hanka odpověděla, že to je ale správně, protože stavebnice přece stála víc. Na to ji Richard opověděl: „No jo, ale tam je napsáno, že stavebnice stála *méně*”. Tomuto porozumění textu odpovídá ukázka řešení Adélky, která přemýšlela stejně. Ukázku řešení, která je přiložena na obr. 22, jsem vybrala proto, že žákyně uvedla zápis, který toto uvažování dokladuje.


Maminka koupila Frantovi stavebnici. Kubovi koupila puzzle. Puzzle stály 150 Kč, což je o 38 Kč méně než stavebnice. Kolik stála stavebnice?

Zápis (kdo chce)

Franta: 150

Kuba: o 38Kč méně

Výpočet

150 – 38 = 122

Odpověď:

Stavebnice stála 122 Kč.

Obrázek 22: Ukázka řešení Adélky – úloha Stavebnice.

Následně několik žáků postupně převyprávělo nahlas zadání slovní úlohy. A stáli si přitom za svým. „Když je tam méně, tak se to přece odečte.“ Na to jsem reagovala: „Ale někdo čísla sečetl, proč?“ Hanka znovu zopakovala svoji myšlenku, že stavebnice přece stála *více*. Mezi žáky se rozvinula debata, co je tedy vlastně dražší. Richard si vzal slovo a řekl: „Aha, už jsem to pochopil.“

Z odpovědí žáků uvádím:

„*Méně* je zákeřné.“

„Pěkně to mate.“

„Ani jsem se nad tím nezamyslel.“

„*Méně* může znamenat *více.*“

„Druhá úloha Auta je stejný chyták, ale je lehčí, protože jsou tam menší čísla.“

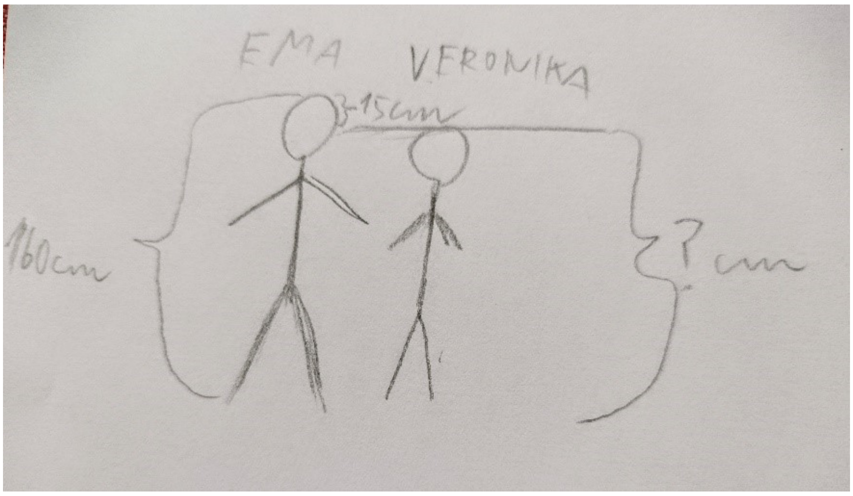
2. Úlohy EMA A VERONIKA, CESTA ZE ŠKOLY

V následující hodině matematiky jsme navázali společným řešením úlohy typu OPAd, úlohy se signálním slovem *vyšší*. Aktivita měla za cíl posílit u žáků schopnost tvořit si představy o vlastnostech objektů popsaných ve slovní úloze. Pro tyto účely byla zvolena úloha, která se hodí k názornému grafickému zobrazení.

Úloha EMA A VERONIKA
Ema měří 160 cm a je tak o 15 cm vyšší než její sestřenice Veronika. Kolik měří Veronika?
(160 – 15 = 145 cm)

Zdroj: vlastní.

Žáci měli za úkol určit na základě kresby, která z dívek, Ema nebo Veronika, je vyšší. Na grafickém znázornění úlohy žáci pracovali ve dvojicích. Instrukce pro žáky zněla: „Nakresli obrázek ke slovní úloze. Na základě kresby urči, která z dívek, Ema nebo Veronika, je vyšší.“ Příklad grafického znázornění úlohy přikládám na obrázku č. 23.



Obrázek 23: Ukázka řešitelského obrázku úlohy Ema a Veronika.

Žáci bezprostředně řešili úlohu OPAd se signálním slovem *delší*. Pracovali ve skupinách po čtyřech. Úkolem žáků bylo nejprve nakreslit obrázek, ve druhém kroku úlohu vyřešit.

Úloha CESTA ZE ŠKOLY

Libor chodí ze školy rovnou domů anebo k babičce. Cesta domů je dlouhá 800 m. Je tak o 200 m delší než cesta ze školy k babičce. Jak dlouhá je cesta ze školy k babičce?

(800 – 200 = 600 m)

Zdroj: vlastní.

Úlohu řešilo šest skupin, z nichž pět skupin dospělo ke správnému řešení. Dvě skupiny dosáhly správného výsledku, aniž by zpracovaly grafické znázornění.

3. Úlohy VLASY, VÝLET

V další hodině jsem žákům zadala dvě úlohy typu OPAd obsahující klíčové slovo *kratší*. Vytvořila jsem dvě slovní úlohy, přičemž jen v jedné z nich byl výraz *kratší* antisignálem. Kombinaci úloh jsem vybrala se záměrem zabránit rutinnímu postupu řešení. Žáci by mohli na základě předchozí zkušenosti očekávat obě úlohy s antisignálem a volit proto mechanicky opačnou početní operaci, než signální slovo nabízí.

Úloha VLASY

Lucinka měla vlasy dlouhé 40 cm. Včera se nechala ostříhat. Dnes má vlasy o 15 cm kratší. Jak dlouhé vlasy má Lucinka dnes?

(40 – 15=25 cm)

Zdroj: vlastní.

Úloha VÝLET

Na škole v přírodě šly děti na dva celodenní výlety. Trasa na rozhlednu měřila 21 km. Tato trasa byla o 4 km kratší než trasa na hrad. Kolik kilometrů měřila trasa na hrad?

(21 + 4 = 25 km)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Vyhodnocení úspěšnosti úloh shrnují tab. 16, 17. Zatímco úlohu bez antisignálu Vlasy vyřešili správně všichni žáci, u úlohy s antisignálem Výlet dosáhlo správného řešení 14 řešitelů, což je podobný výsledek jako u úlohy Auta (17 z 22 úspěšných řešitelů).

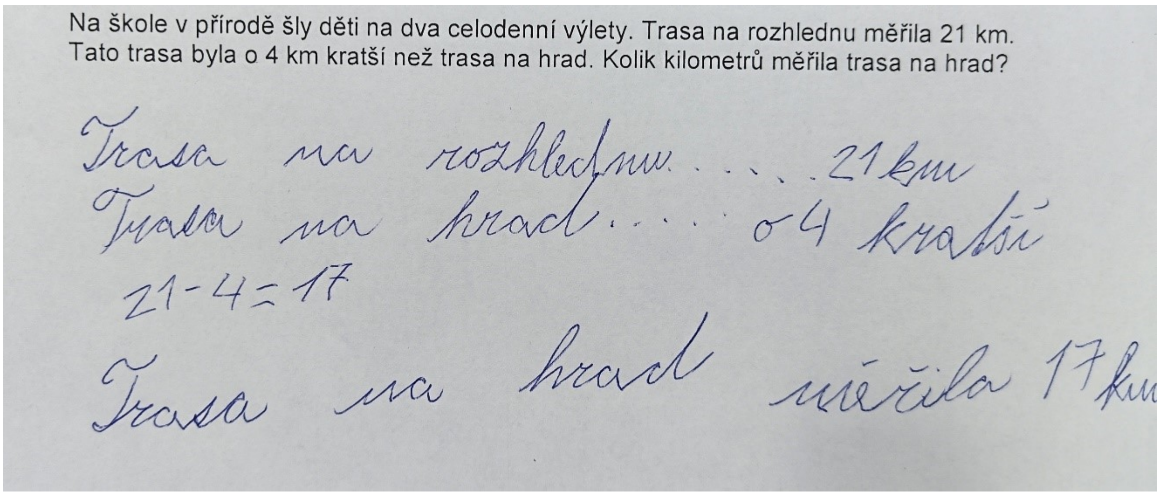
Tabulka 16: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Vlasy.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	20	Richard	správně
vyřešil/a chybně	0	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

Tabulka 17: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Výlet.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	14	Richard	správně
vyřešil/a chybně	6	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	chybně

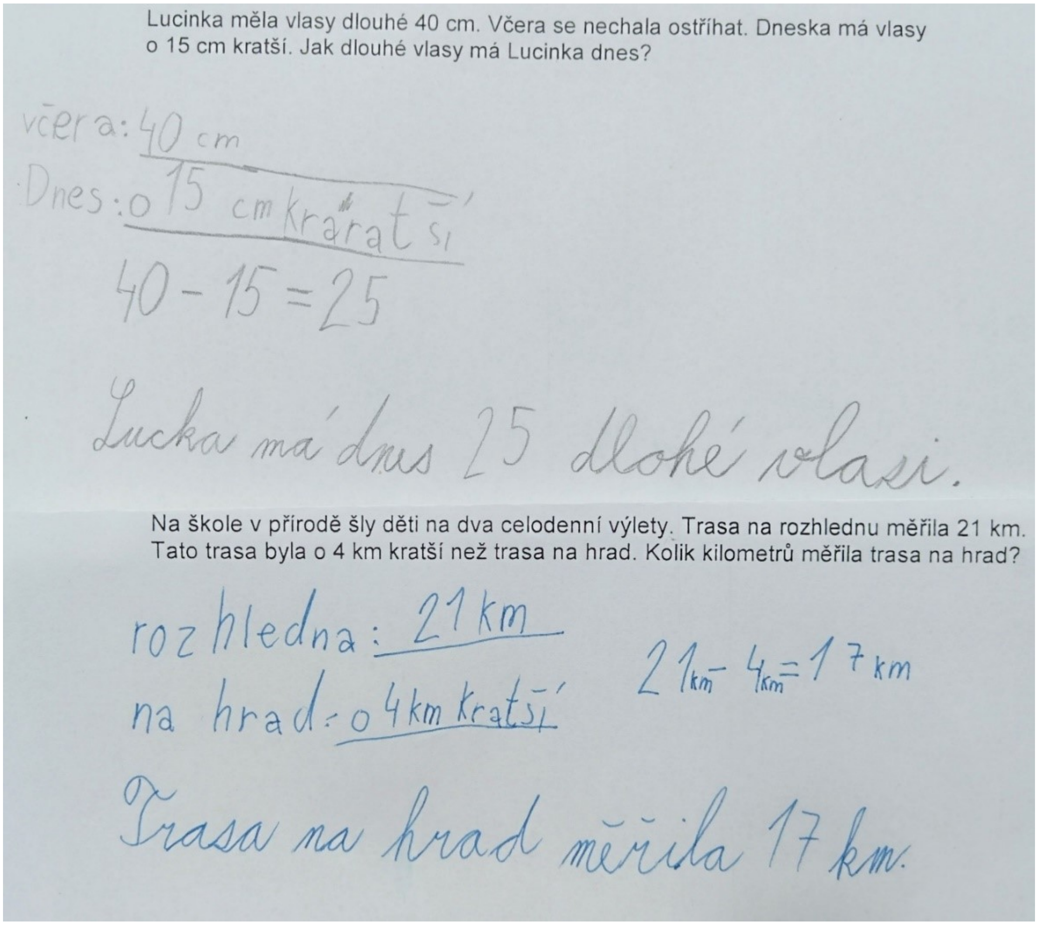
Na obr. 24 uvádím příklad chybného porozumění úlohy Výlet, který je zde demonstrován zápisem žákyně.



Obrázek 24: Ukázka chybného řešení úlohy Výlet.

Stejné chyby se dopustila i žákyně Adélka. U obou slovních úloh použila stejnou operaci odčítání. Neporozuměla zadání slovní úlohy s antisignálem, resp. zadání chybně interpretovala, což je zřetelně patrné v zápisu slovní úlohy (viz obr. 25). V rozhovoru převyprávěla zadání slovní úlohy takto: „Na škole v přírodě šly děti na dva celodenní výlety. Trasa na rozhlednu měřila 21 km. Trasa na hrad byla o 4 km kratší než trasa na hrad. Kolik kilometrů měřila trasa na hrad?“

Příklad takového chápání zadání slovní úlohy poukazuje na fakt, jak je obtížné porozumět jazykové vrstvě slovní úlohy a jak obtížné je v tomto případě pro žáky utvořit si správnou představu o situaci.


Lucinka měla vlasy dlouhé 40 cm. Včera se nechala ostříhat. Dneska má vlasy o 15 cm kratší. Jak dlouhé vlasy má Lucinka dnes?

včera: 40 cm
Dnes: o 15 cm krarat ší
40 - 15 = 25
Lucka má dnes 25 dlohé vlasi.

Na škole v přírodě šly děti na dva celodenní výlety. Trasa na rozhlednu měřila 21 km. Tato trasa byla o 4 km kratší než trasa na hrad. Kolik kilometrů měřila trasa na hrad?

rozhledna: 21 km
na hrad: o 4 km kratší
21 km - 4 km = 17 km
Trasa na hrad měřila 17 km.

Obrázek 25: Ukázka řešení Adélky – úloha Vlasy a úloha Výlet.

4.Úloha BONBÓNY, úloha KNIHY

Ve 4. fázi intervence byly žákům zadány slovní úlohy s multiplikativními operátory porovnání *krát více, krát méně*.

Úloha BONBÓNY
Pavel dostal od dědy 8 bonbónů, což je 2krát více bonbónů, než kolik jich dostal Petr od tatínka. Kolik bonbónů dostal Petr?

Zdroj: vlastní.

Úloha KNIHY
Agáta přečetla 9 knih, což je 3krát méně knih, než přečetla Zdeňka. Kolik knih přečetla Zdeňka?

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Vyhodnocení úspěšnosti obou úloh přehledně shrnují tab. 18 a 19. Vidíme, že v případě operátoru *krát méně* je úspěšnost řešení výrazně horší. Ovšem žák Richard, na kterého je intervence zaměřena, vyřešil správně obě úlohy.

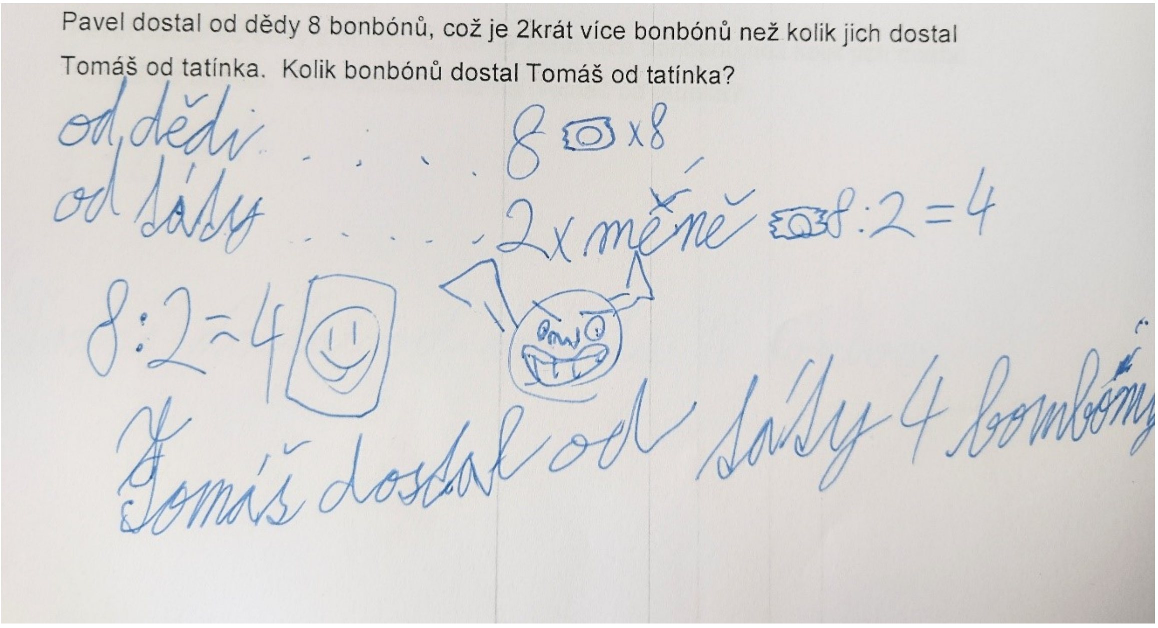
Tabulka 18: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Bonbóny.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	17	Richard	správně
vyřešil/a chybně	3	Milan	nepřítomen
nevyřešil/a	0	Adélka	chybně

Tabulka 19: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Knihy.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	12	Richard	správně
vyřešil/a chybně	8	Milan	nepřítomen
nevyřešil/a	0	Adélka	chybně

Na obr. 26 uvádím ukázku správného řešení úlohy Bonbóny. Jedná se o řešení rychlého nepozorného řešitele. Ze zápisu slovní úlohy je možné vyvodit, jakou představu si žák o množství objektů a vztazích mezi objekty vytvořil. Ve své úvaze vyšel ze vztahu děda – tatínek. Jestliže Pavel od dědy dostal 2krát více bonbónů než od táty, pak od táty musel dostat 2krát méně bonbónů než od dědy.



Obrázek 26: Ukázka řešení úlohy Bonbóny.

5.Úloha KULIČKY, úloha NAROZENINY

Poslední dvojicí úloh s antisignálem jsou úlohy s operátory změny obsahující signální slova *prohrál* v první úloze a slova *utratil* a *zbylo* v úloze druhé. Všechna slova poukazují na operaci odčítání. Úloha Kuličky obsahuje jen jednu početní operaci. Mám za to, že požadavek na zjištění počátečního stavu klade na žákovu schopnost vytvořit si představu o situaci úlohy vyšší nároky, než je tomu u zjišťování koncového stavu. Proto jsem v úloze Narozeniny zařadila dvě početní operace. V tomto případě každá ze skupin žáků A, B řešila jen jednu z úloh.

Skupina A

Úloha KULIČKY
Prohrál jsem *8 kuliček. Zůstalo mi 9 kuliček. Kolik kuliček jsem měl, než jsem začal hrát?*
(8 + 9 = 17 kuliček)

Zdroj: vlastní.

Skupina B

Úloha NAROZENINY
Babička mi dala k narozeninám peníze, abych si koupil to, co mi udělá radost. Za plyšáka jsem utratil 72 Kč, za Kinder vajíčko 22 Kč. Zbylo mi ještě 56 Kč. Kolik korun jsem od babičky dostal?
(72 + 22 + 56 = 150 Kč)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Úlohu řešilo 21 žáků, všichni žáci, včetně sledovaných, vyřešili úlohy nad mé očekávání správně (viz tab. 20). Vysoká úspěšnost v řešení poukazuje na fakt, že úloha s operátorem změny je pro děti snáze uchopitelná než úloha s operátory porovnání – *více než, méně* než apod. Úloha Kuličky je jedinou úlohou s antisignálem, kterou žák Milan vyřešil správně.

Tabulka 20: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Kuličky a Narozeniny.

Řešitelé (N=21)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	21	Richard	správně
vyřešil/a chybně	0	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

Úlohy s nadbytečným údajem

1.Úloha PAPRIKY

Jako první úlohu s nadbytečným údajem jsem vybrala úlohu typu STMu, kde číslo vystupuje ve dvou rolích, jako počet i jako veličina. Úlohu řešili všichni žáci. Skupina žáků A řešila úlohu Papriky, skupina žáků B měla zadánu jinou práci a následně skupina žáků A měla zadánu jinou práci a skupina žáků B řešila úlohu Papriky.

Úloha PAPRIKY
Včera js*me koupili 3 jablka po 7 Kč, 4 banány po 9 Kč a 6 paprik po 5 Kč. Kolik Kč jsme za ovoce zaplatili?*
(3 x 7 + 9 x 5 = 66 Kč)

Zdroj: Blažková et al., 2020, s. 131

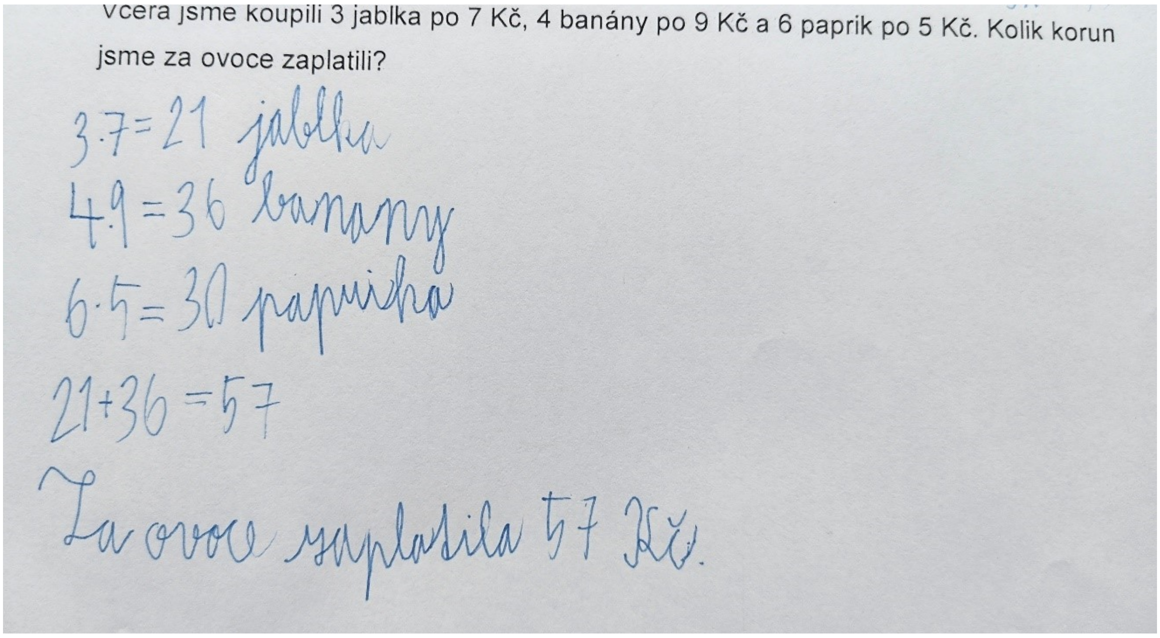
Vyhodnocení

Úlohu řešilo 22 žáků, jen 2 žáci vyřešili úlohu správně. Očekávala jsem, že žáci si krátký text přečtou zběžně a úlohu mnozí rychle a chybně vyřeší, tak vysoký počet neúspěšných řešitelů mě překvapil. Žádný ze čtyř rychlých nepozorných řešitelů nevyřešil úlohu správně. Výsledky udává tab. 21.

Tabulka 21: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Papriky.

Řešitelé (N=22)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	2	Richard	chybně
vyřešil/a chybně	20	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	chybně

Mezi pouhými dvěma úspěšnými řešiteli byl i žák Milan, který díky pečlivému čtení a systematické práci dosáhl úspěšného řešení úlohy. Naopak Richard, představující typ rychlého nepozorného řešitele s vyšší úrovní čtenářské gramotnosti, se dopustil chyby, pravděpodobně kvůli povrchnímu přístupu k čtení zadání. Ukázku Milanovy práce přikládám na obr. 27.



Obrázek 27: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Paprika.

Reflexe úlohy Papriky

V hodině českého jazyka jsme se žáky společně reflektovali řešení úlohy Papriky. Pracovali jsme s textem jako jazykovým útvarem. Žáci měli za úkol tvořit k textu jakékoliv otázky. Otázky, které umí na základě textu zodpovědět, ale i otázky, na které odpověď neznáme. Aktivita měla za cíl ukázat, že pro správné vyřešení úlohy není nutné využít veškeré informace poskytnuté v zadání.

Z otázek žáků přikládám:

„Kolik jsme zaplatili za jablka?“

„Zaplatili jsme více za banány nebo za papriky?“

„Kolik jsme zaplatili za papriky?“

„O kolik korun jsme zaplatili za banány více než za jablka?

2.Úlohy CYKLISTÉ, HRÁŠKY

Poslední sadou úloh intervence bylo zařazení jednoduché slovní úlohy s nadbytečným údajem a složitější úlohy s kombinací antisignálu a nadbytečného číselného údaje. Obě skupiny žáků řešily obě úlohy.

Úloha CYKLISTÉ
Členové cyklistického oddílu ujeli v pondělí 33 km, v sobotu 35 km a v neděli 32 km. Kolik km celkem ujeli cyklisté o víkendu?
(35 + 32 = 67 km)

Zdroj: vlastní.

Úloha HRÁŠKY
Adélka s Péťou dali klíčit hrášky. Adélka vypěstovala 15 sazeniček. Sklidila z nich 2 kg hrášku. Její úroda byla 2krát větší než úroda Péti. Kolik kilogramů hrášku vypěstoval Péťa?
(2 : 2 = 1 kg)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Úlohu Cyklisté vyřešilo úspěšně všech 18 žáků, úlohu Hrášky vyřešilo úspěšně13 řešitelů (výsledky viz tab. 22, 23).

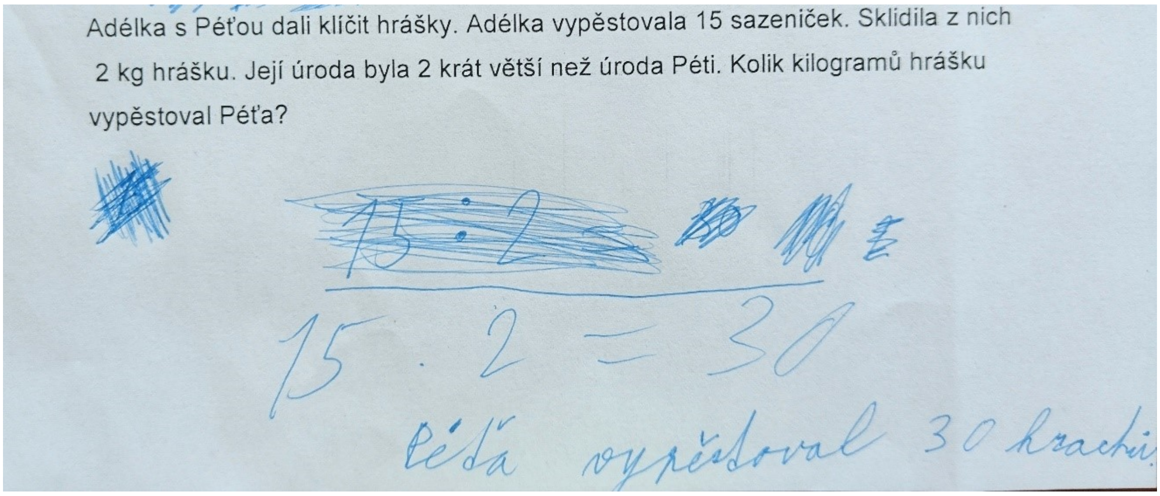
Tabulka 22: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Cyklisté.

Řešitelé (N=18)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	18	Richard	správně
vyřešil/a chybně	0	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

Tabulka 23: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Hrášky.

Řešitelé (N=18)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	13	Richard	správně
vyřešil/a chybně	2	Milan	nepřítomen
nevyřešil/a	3	Adélka	nevyřešila

Adélka úlohu Hrášky nevyřešila. V rozhovoru uvedla: „Není tu nic o Péťovi, jen o Adélce.“ Dva žáci do výpočtu zahrnuli nadbytečný údaj o počtu sazenic. Jedno z řešení přikládám na obr. 28.



Obrázek 28: Ukázka chybného řešení úlohy Hrášky.

Z prezentované ukázky je patrné, což žákyně potvrdila i během rozhovoru, že si vybrala první číselný údaj 15 a na základě signálního slova *větší* použila operaci násobení.

Intervence, podobně jako v případě intervence strukturace zadání slovních úloh, byla rozčleněna do dvou fází. První fáze zahrnovala zařazení úloh s antisignálem, druhá fáze se zaměřila na úlohy s nadbytečným číselným údajem. Tato metoda byla specificky navržena pro žáka Richarda, který ve výzkumu reprezentoval skupinu rychlých nepozorných řešitelů. Z výsledků prezentovaných v tab. 24 vyplývá, že Richard při řešení nově zařazených typů úloh vždy chyboval. V první vlně úloh s antisignálem, Stavebnice a Auta, byla jeho řešení nesprávná, podobně jako u první úlohy s nadbytečným číselným údajem.

Tyto výsledky naznačují, že Richard se v druhé fázi intervence znovu dopustil povrchního čtení stejně jako u úloh s antisignálem, přestože věděl, že v zadání slovní úlohy se může objevit skrytá záludnost. Tato zkušenost nevedla k očekávané změně v Richardově přístupu k četbě zadání; neodradila ho od jeho zvyku povrchně číst zadání, nenavedla ho k pečlivějšímu a pozornějšímu zkoumání textu. V tomto ohledu je možné hodnotit intervenci jako neúspěšnou.

Tabulka 24: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence zařazení úloh s antisignálem a nadbytečným číselným údajem.

ÚLOHY S ANTISIGNÁLEM	Richard	Milan	Adélka
STAVEBNICE	chybně	chybně	chybně
AUTA	chybně	chybně	správně*
VÝLET	správně	chybně	chybně
VLASY bez antisignálu	správně	správně	správně
BONBÓNY	---[1]	nepřítomen	chybně
KNIHY	správně	---[1]	---[1]
KULIČKY	---[2]	správně	správně
NAROZENINY	správně	---[2]	---[2]
ÚLOHY S NADBYT. ČÍSELNÝM ÚDAJEM	Richard	Milan	Adélka
PAPRIKY	chybně	správně	chybně
CYKLISTÉ	správně	správně	správně
HRÁŠKY	správně	nepřítomen	nevyřešila

*Pozn.: Správný výsledek/řešení získaný chybnou úvahou.

[1]Pozn.: Žáci řešili jednu z úloh úlohu Bonbóny nebo Knihy.

[2] Pozn.: Žáci řešili jednu z úloh úlohu Kuličky nebo Narozeniny.

3.2.4 Tvorba vlastní úlohy na zadaný matematický model

Intervence se od předchozích liší tím, že žák zadání úlohy nečte, nepotřebuje tedy rozumět čtenému textu, nýbrž jej sám tvoří. Úkolem žáka je vymyslet zadání vlastní úlohy s jakýmkoliv kontextem, kdy odpovědí na položenou otázku je výsledek zadaného matematického modelu. Žáci vytvářeli úlohy a zapisovali jejich znění na papír podle zadaného matematického modelu, který byl uveden na tabuli.

Motivací pro tvorbu vlastních úloh může být vytváření úlohy pro kamaráda, který ji potom bude řešit. V případě správného řešení se jedná o potvrzení, že žák úlohu na matematický model vytvořil správně.

Intervenci jsem navrhla a do výzkumu zařadila Adélce na míru jako reakci na její nízkou míru úspěšnosti v řešení úloh s více otázkami a úloh s antisignálem. Na základě pravidelného pozorování řešení na dostatečném množství slovních úloh jsem poznávala, kolik prostoru Adélce zabere čtení, dlouhé rozmýšlení zápisu, úhledný písemný projev atd. Zajímalo mě, zda tvorba vlastní slovní úlohy nebude v případě Adélky snazším a méně časově náročným úkolem než řešení zadané slovní úlohy. Zda prostor pro splnění úkolu bude dostatečný a jak se úkolu dokáže zhostit. Zda zvládne vymyslet úlohu, kdy si může zvolit jakýkoliv blízký kontext, ale zároveň musí zkontrolovat správnost zadání tím, že zpětně ověří výsledek v kontextu úlohy.

Testovací úloha

Aby si žáci mohli novou aktivitu vyzkoušet, zahájila jsem intervenci testovací úlohou. Na tabuli jsem zapsala matematický model „24 : 6 = ?" Úkolem žáků bylo vymyslet a zapsat na papír znění slovní úlohy na tento matematický model. Žákyně Adélka vymyslela úlohu: *„V autobuse bylo 24 lidí. Vystoupilo 6krát méně lidí. Kolik lidí v autobuse zůstalo?* Výpočet sice odpovídá matematickému modelu 24 : 6 = 4, nicméně odpovědí na položenou otázku je 24 – 24 : 6 = 20 (lidí). Úloha je tedy vytvořena chybně. Aby odpovědí na položenou otázku byl výsledek zadaného matematického modelu, musela by otázka znít následovně: „Kolik lidí z autobusu vystoupilo?"[2]

Matematický model číslo 1

Jako první jsem zvolila matematický model obsahující dvě aditivní operace. Tento model byl zaznamenán na tabuli, zatímco zadání úlohy bylo žákům sděleno ústně. Žáci následně vytvářeli vlastní úlohy a zapisovali je na papír.

Vymysli jakoukoliv slovní úlohu, která vede k výpočtu 21 + 42 – 5 = ? Výsledek je zároveň odpovědí na otázku, kterou vytvoříš.

Vyhodnocení

Vlastní slovní úlohu vytvářelo 23 žáků, celých 19 žáků bylo ve tvoření slovní úlohy úspěšných. Výsledky shrnuje tabulka 25.

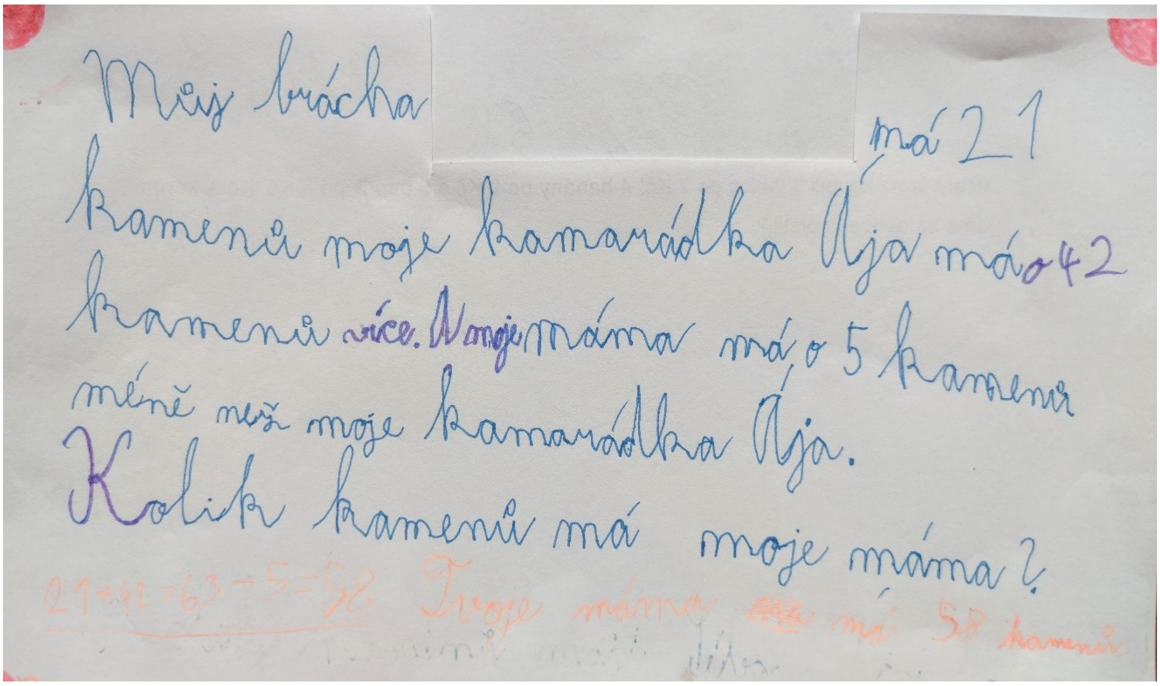
Tabulka 25: Vyhodnocení úspěšnosti – matematický model číslo 1.

Řešitelé (21 + 42 - 5 = ?) (N=23)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	19	Richard	nepřítomen
vyřešil/a chybně	4	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

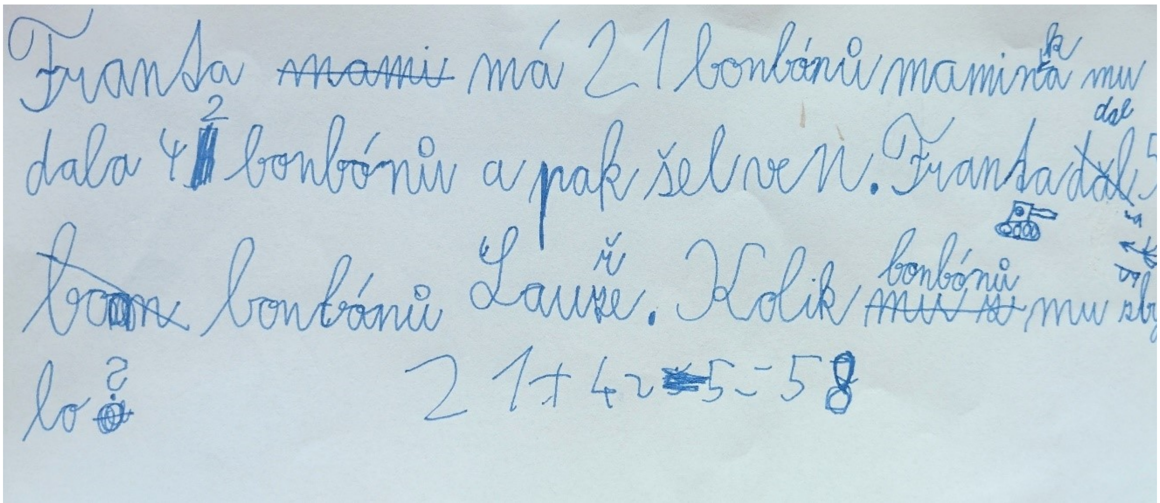
[2] Korektně by v zadání mělo být uvedeno „Vystoupilo 6krát méně lidí, než je v autobuse."

Vytvořené úlohy si následně žáci řešili navzájem ve dvojici, řešení zapisovali přímo pod zadání slovní úlohy. Žákovská řešení jsou v některých případech součástí přiložených ukázek. Žáci nejčastěji tvořili úlohy s jedním nebo více operátory porovnání. Číslo zde zastupovalo počet. Jeden žák vymyslel úlohu s finančním kontextem, kde číslo bylo veličinou. Žáci používali v zadání signální slova *více, méně*, ale i *koupil, ztratil, snědla, dal, dostal, zbylo, dohromady.* Na obr. 29 je ukázka úlohy, kde je v zadání přítomen operátor *více* i operátor *méně.* Na obr. 30 vidíme ukázku úlohy, v níž žák použil slovo *dal* v jednom případě jako operátor, který představuje operaci sčítání, ve druhém případě operaci odčítání.

Ukázky dobrých úloh

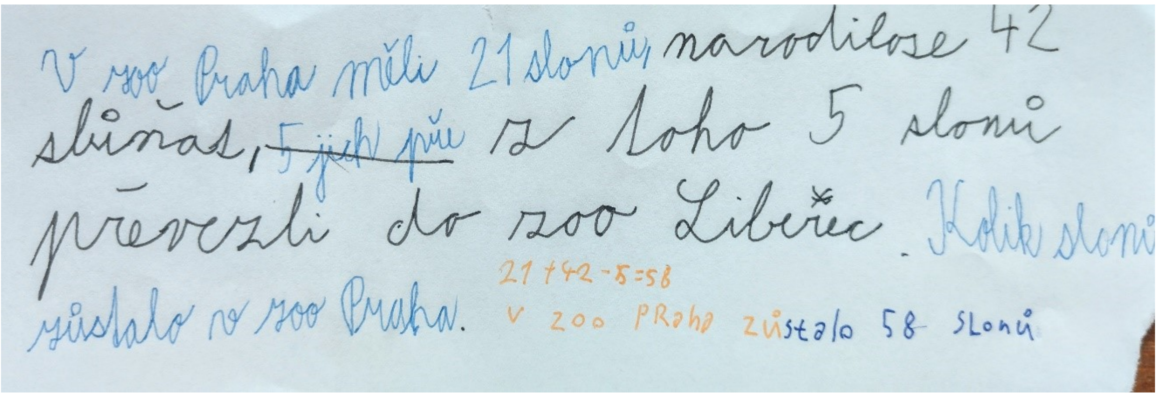


Obrázek 29: Ukázka slovní úlohy s operátory více, méně.



Obrázek 30: Ukázka slovní úlohy s operátorem *dal*.

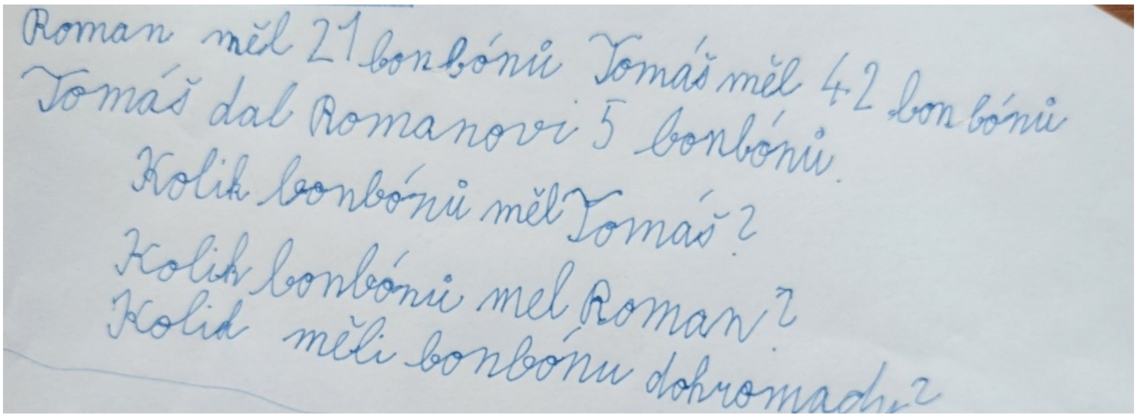
Na obr. 31 je přiložena správně vytvořená slovní úloha žákyně Adélky, na kterou je intervence tvorba vlastní úlohy na daný matematický model zacílena.



Obrázek 31: Ukázka slovní úlohy žákyně Adélky.

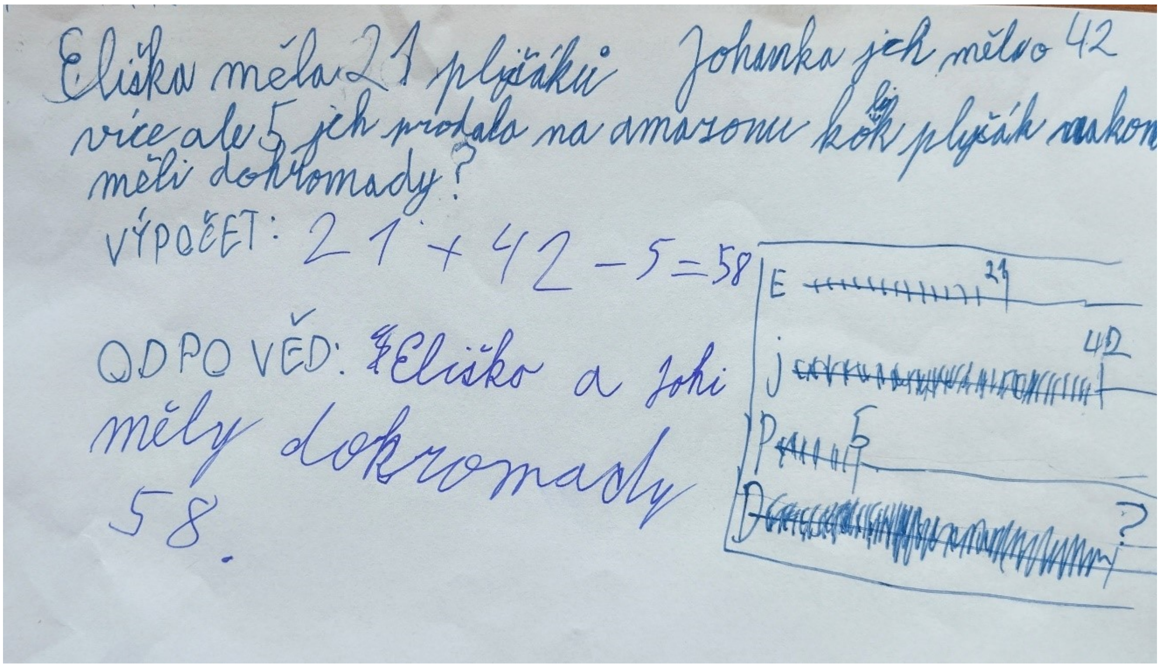
Slovní úlohy s chybným textem nebo chybně položenou otázkou

Na obr. 32 uvádím chybně vytvořenou slovní úlohu. Podíváme-li se na poslední otázku, pak výsledek, který je odpovědí na ni, neodpovídá zadanému matematickému modelu, nýbrž modelu 21 + 42 = 63. I když Milan uvedl v zadání operátor 5, do výpočtu tato hodnota nevstupuje, neboť celkový počet bonbónů Romana a Tomáše se nemění. Mění se jen počet bonbónů obou chlapců: Tomáš měl: 42 – 5 = 37, Roman měl: 21 + 5 = 26, dohromady stále: 37 + 26 = 63.



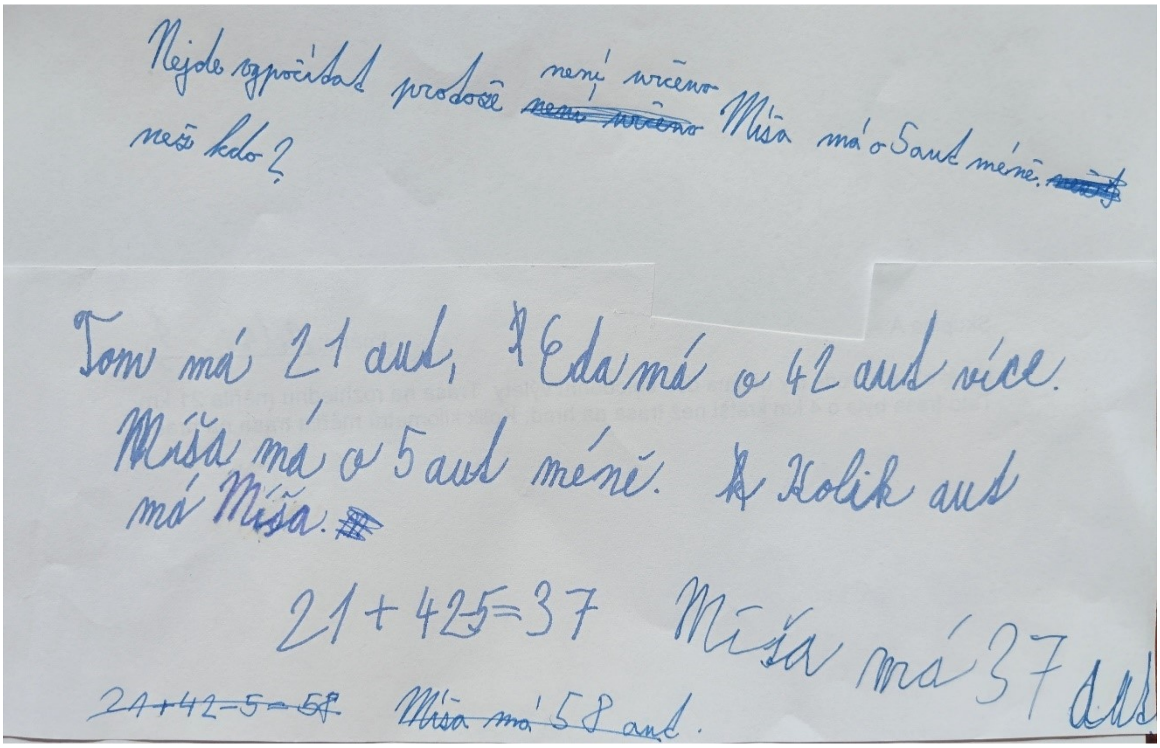
Obrázek 32: Ukázka chybně vytvořené slovní úlohy žáka Milana.

Na obr. 33 uvádím ukázku úlohy, která vede k výpočtu: 21 + 21 + 42 – 5 = 79. Úloha by byla vytvořena správně, kdyby číslo 42 zde bylo stavem nikoli operátorem. V ukázce vidíme, že spolužačka, která úlohu řešila, ji nevyřešila správně. Z toho lze vysuzovat, že jen opsala zadaný matematický model.



Obrázek 33: Ukázka chybně vytvořené slovní úlohy.

Na obr. 34 přikládám ukázku neúplného zadání úlohy, kdy žák neuvedl, k jakému základu se operátor porovnání vztahuje. Úlohu nelze vyřešit.



Obrázek 34: Ukázka neúplné slovní úlohy.

Zatímco žáci řešili navzájem úlohy ve dvojicích, pozorovala jsem je při práci a konfrontovala je s nesrovnalostmi mezi matematickým modelem a formulací zadání slovní úlohy či otázky k ní. Zbývající čas do konce hodiny jsme poté věnovali společnému řešení několika úloh s chybným zadáním či chybně položenou otázkou.

Matematický model číslo 2

Než jsem žáky vyzvala k vytvoření další slovní úlohy, rozdělila jsem mezi ně kartičky s obrázky, jež měly posloužit jako zdroj inspirace pro výběr kontextu úlohy. Někteří žáci nabídku využili, ale většina zvolila svůj vlastní kontext. Způsob zadání zůstal stejný jako u předchozího matematického modelu. Stejně jako v předchozím případě žáci úlohy vymýšleli a poté si je navzájem řešili.

Vymysli jakoukoliv slovní úlohu, která vede k výpočtu 4 x 10 + 25 = ? Výsledek je zároveň odpovědí na otázku, kterou vytvoříš.

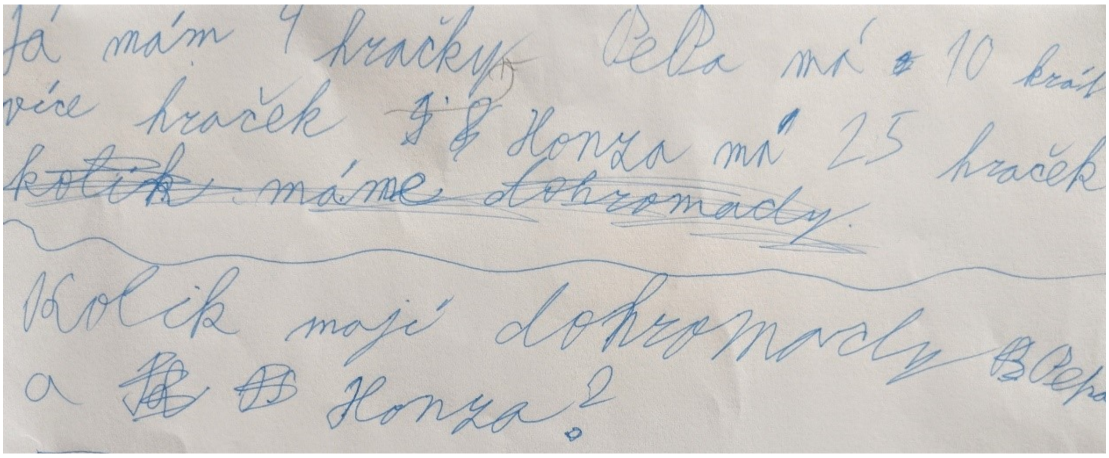
Vyhodnocení

Vlastní úlohu vytvářelo 23 žáků. Žáci vymýšleli dva typy slovních úloh. Zhruba polovina žáků utvořila slovní úlohu s operátory porovnání. Druhá polovina tvořila texty typu: *Nakoupil jsem 4krát 10 lízátek, měla jsem 4krát 10 oblázků apod.* Pokud bychom tyto úlohy akceptovali jako správně formulované, pak by všichni žáci s výjimkou Milana byli úspěšní (výsledky viz tab. 26).

Tabulka 26: Vyhodnocení úspěšnosti – matematický model číslo 2.

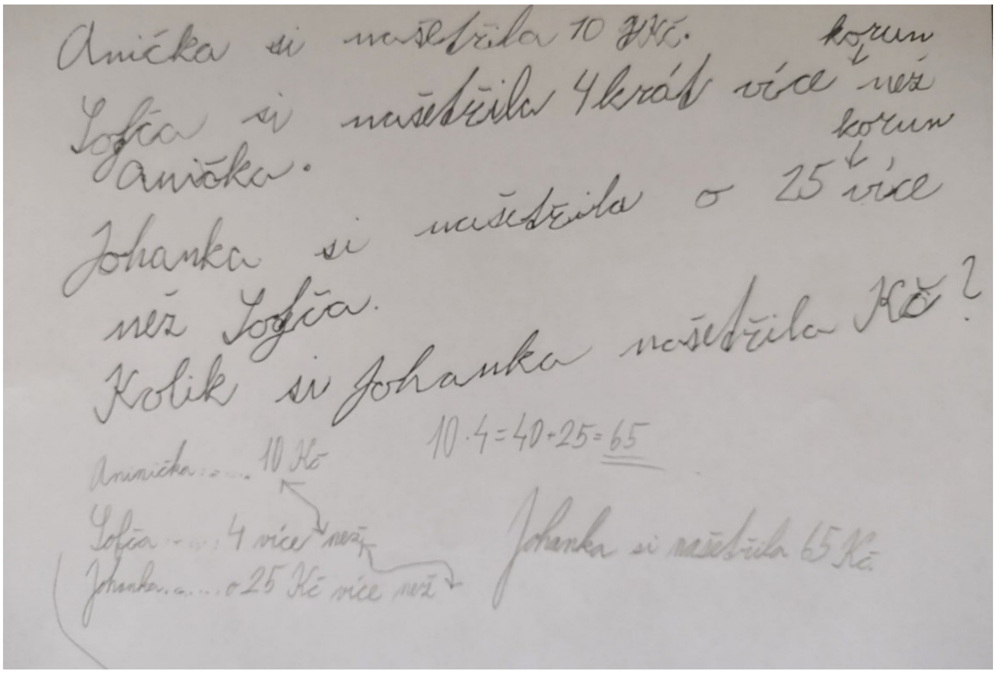
Řešitelé (4 x 10 + 25 = ?) N=21		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	20	Richard	správně
vyřešil/a chybně	1	Milan	chybně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

Tvorba slovní úlohy na druhý matematický model byla obtížnější. Přesto žáci uspěli ve tvorbě otázek, velmi se soustředili na to, aby jimi položená otázka byla přesná. Žák, jehož úlohu přikládám na obr. 35, vytvořil otázku správně, neboť se neptal na celkový počet hraček, čímž by započítal do celkového součtu i svoje 4 hračky, nýbrž na to, kolik mají dohromady hraček Honza s Pepou.



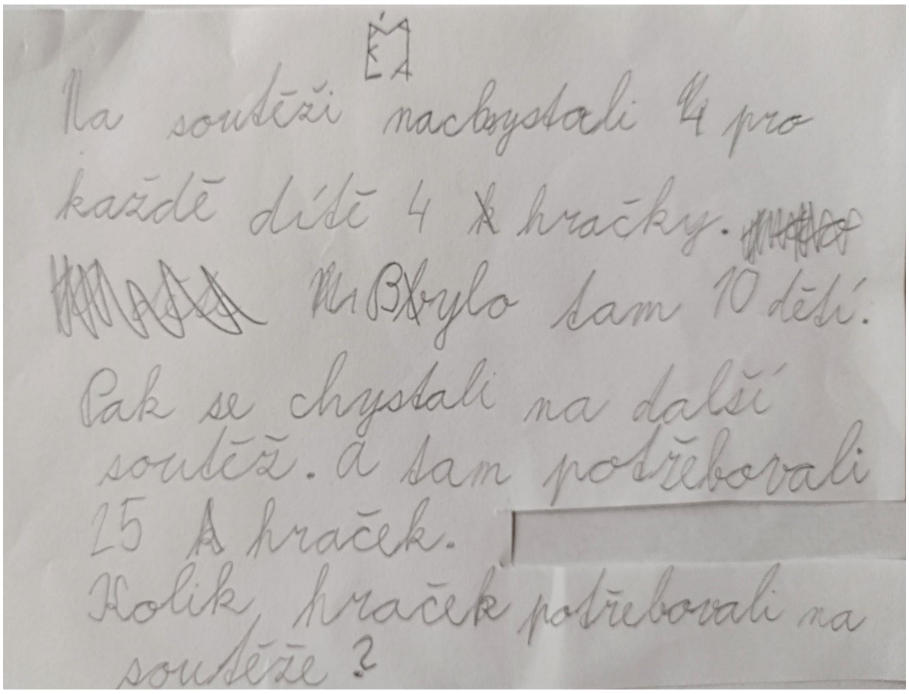
Obrázek 35: Ukázka slovní úlohy.

Žáci měli tendencí vymýšlet slovní úlohy, se kterými se v poslední době setkávali a byli v jejich tvorbě úspěšní. Na obr. 36 je přikládám ukázku pěkné zřetězené úlohy.



Obrázek 36: Ukázka zřetězené slovní úlohy.

Jen čtyři žáci vytvořili slovní úlohu, jejíž zadání obsahovalo slovo *každý*, které je pro mnohé žáky obtížné na porozumění. Potěšilo mě, že mezi nimi byla právě žákyně Adélka, na kterou byla tato intervenční činnost zaměřena. Ukázku její práce přikládám na obr. 37.



Obrázek 37: Ukázka úlohy žákyně Adélky s výrazem *každý*.

Adélka, pro kterou byla intervence navržena, dokázala v obou případech úspěšně vytvořit zadání slovní úlohy tak, aby výpočet úlohy odpovídal zadanému matematickému modelu, a zároveň formulovat otázku tak, aby odpovědí na ni byl výsledek zadaného matematického modelu. V případě Adélky byla intervence úspěšná. Výsledky shrnuje tab. 27.

Tabulka 27: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model.

TVORBA SLOVNÍCH ÚLOH NA ZADANÝ MATEMATICKÝ MODEL	Richard	Milan	Amálka
21 + 42 – 5 = ?	nepřítomen	chybně	správně
4 x 10 + 25 = ?	správně	chybně	správně

3.3 Pretest a posttest

Do výzkumu byly zařazeny pretestové úlohy Hračky a posttestová úloha Parkoviště. Tyto úlohy tvořily rámec druhé intervenční fáze výzkumu, byly zařazeny na začátek a konec této fáze. Časový odstup mezi řešením uvedených úloh činil pět měsíců. Cílem bylo zmapovat pokrok žáků v úspěšnosti řešení úloh v průběhu druhé fáze výzkumu (intervence).

Pretestové úlohy

Úlohy vybrané do pretestu vykazovaly nízkou celkovou úspěšnosti řešení (45 %). Obě analogické úlohy patří do kategorie zřetězených úloh typu OPAd. Přestože v zadání úlohy byly položeny dvě otázky, provedla celá polovina žáků jen jeden výpočet. Důvodem pravděpodobně bylo, že úloha zahrnovala jen jeden operátor porovnání, což mohlo vést k předpokladu, že je potřeba provést pouze jednu číselnou operaci. Ve více než polovině případů žáci výsledek nesprávně interpretovali. Namísto toho, aby výsledek interpretovali správně jako počet skleněných kuliček/dřevěných kostiček, přiřadili jej k celkovému počtu kuliček/kostiček (viz kap. 3.1.1).

Skupina A

Úloha HRAČKY

Pavel měl v šuplíku 18 hliněných kuliček. Skleněných kuliček měl o 9 méně. Kolik měl Pavel skleněných kuliček? Kolik měl všech kuliček dohromady?

(skleněných 18 – 9 = 9, všech kuliček 18 + 9 = 27)

Zdroj: vlastní.

Skupina B

Úloha HRAČKY

Petr měl v krabici 7 plastových kostek. Dřevěných kostiček měl o 9 více. Kolik měl dřevěných kostiček? Kolik měl všech kostiček dohromady?

(dřevěných: 7 + 9 = 16, všech kostiček 7 + 16 = 23)

Zdroj: vlastní.

Posttestová úloha

Jedná se o obdobu pretestových úloh se stejnou strukturou zadání (dvě otázky), liší se jen kontext úlohy.

Úloha PARKOVIŠTĚ

Na parkovišti stálo 13 nákladních aut. Osobních aut tu bylo o 35 více. Kolik bylo na parkovišti osobních aut? Kolik bylo na parkovišti aut dohromady?

(osobních: 13 + 35 = 48, všech aut: 13 + 48 = 61)

Zdroj: vlastní.

Vyhodnocení

Vyhodnocení úspěšnosti pretestových úloh a posttestové úlohy shrnují tabulky 28 a 29.

Tabulka 28: Vyhodnocení úspěšnosti – PRETEST – úloha Hračky.

Řešitelé (N=20)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	9	Richard	chybně
vyřešil/a chybně	10	Milan	chybně
nevyřešil/a	1	Adélka	chybně

Tabulka 29: Vyhodnocení úspěšnosti – POSTTEST– úloha Parkoviště.

Řešitelé (N=22)		Sledovaní řešitelé	
vyřešil/a správně	21	Richard	správně
vyřešil/a chybně	1	Milan	správně
nevyřešil/a	0	Adélka	správně

Nutno podotknout, že úspěšnost řešení úlohy Hračky mohla být negativně ovlivněna nevhodně zvolenou numerací u úlohy skupiny A, kdy počet skleněných kuliček byl roven 18 – 9 = **9** a počet všech kuliček pak 18 + **9** = 27. Některé žáky znejistělo, že ve výpočtech figuruje stejné číslo, jednou číslo 9 od čísla 18 odčítají, podruhé to stejné číslo přičítají neboli do druhého výpočtu vstupuje stejné číslo, které je uvedeno v zadání.

Během pětiměsíčního intervalu mezi řešením pretestových a posttestových úloh se žáci systematicky a nepřetržitě věnovali pravidelnému řešení slovních úloh. S přihlédnutím k této skutečnosti je zřejmé, že pozitivní výsledky zjištěné v posttestu nelze připsat výlučně intervencím provedeným ve druhé fáze výzkumu. I když závěrům nelze přikládat absolutní důležitost, výsledky ukazují významný pokrok žáků v úspěšnosti řešení slovních úloh. S výjimkou jednoho žáka vyřešili úlohu Parkoviště úspěšně všichni žáci – zapsali oba požadované výpočty a správně je interpretovali v odpovědích.

3.4 Souhrnné vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů

3.4.1 Adélka – vyhodnocení úspěšnosti

Adélka představuje typ svědomité žákyně, pro niž je úhlednost práce prioritou. Její práci i čtení dominuje pomalé tempo, což v kombinaci s důrazem na pečlivost značně zatěžuje její pracovní paměť. Důsledkem je omezený prostor pro samotné řešení úloh. Výsledky její práce ve druhé fázi výzkumu shrnuje tab. 30.

Tabulka 30: Výsledky žákyně Adélky v intervenční fázi výzkumu.

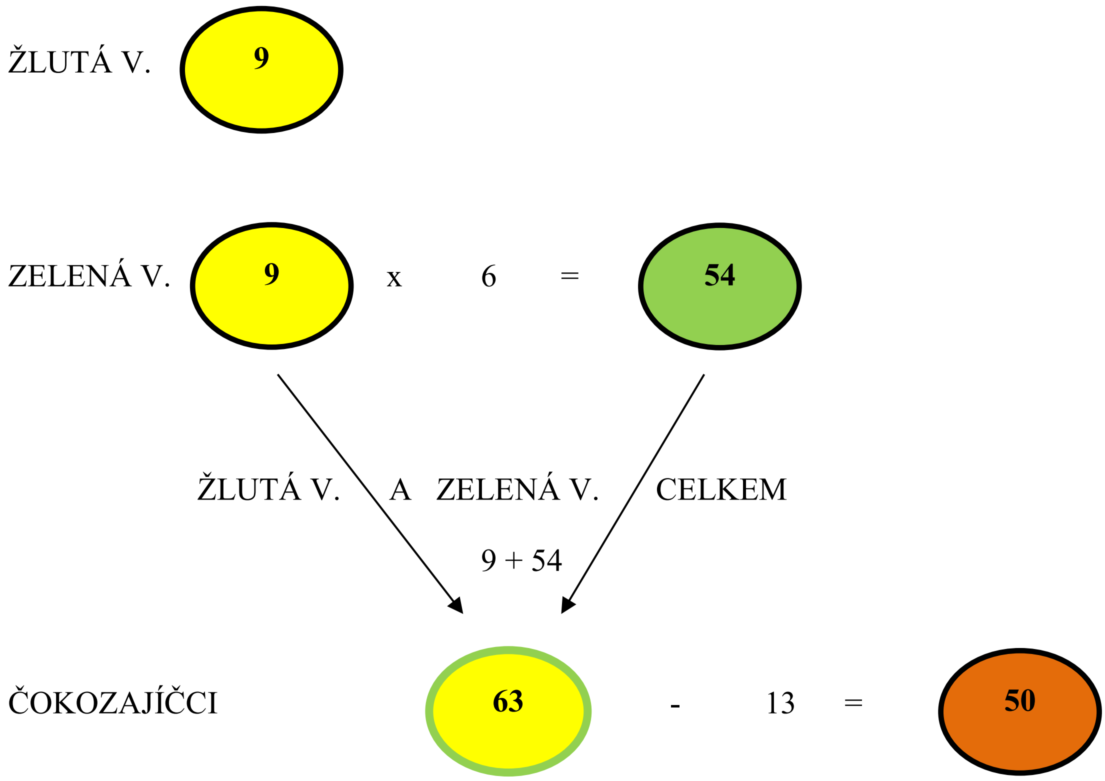
INTERVENCE		ÚLOHA	VÝSLEDEK
Zakreslení řešitelského obrázku		Hrníčky/Košíky	nepřítomna
		Drak otázka 1	správně
		Drak otázka 2	chybně
		Drak otázka 3	správně
		Věnce	nepřítomna
Strukturace zadání slovní úlohy	Základní varianta	Růže otázka 1	správně
		Růže otázka 2	správně
		Vajíčka otázka 1	správně
		Vajíčka otázka 2	nevyřešila
		Vajíčka otázka 3	nevyřešila
	Pokročilá varianta	Chodba otázka 1	správně
		Chodba otázka 2	správně
		Chodba otázka 3	chybně
Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem	Úlohy s antisignálem	Stavebnice	chybně
		Auta	správně*
		Výlet	chybně
		Vlasy bez antisignálu	správně
		Bonbóny	chybně
		Kuličky	správně
	Úlohy s nadbytečným číselným údajem	Paprika	chybně
		Cyklisté	chybně
	Kombinace obou	Hrášky	nevyřešila
Tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model		21 + 42 - 5 = ?	správně
		4 x 10 + 25 = ?	správně
Pretest		Hračky	chybně
Posttest		Parkoviště	správně

*Pozn.: Správný výsledek/řešení získaný chybnou úvahou.

Jako jediná ze všech žáků ve třídě měla Adélka u každé úlohy vypracovaný zápis (legendu), což byl patrně její systém, jak strukturovat vazby mezi objekty v úloze. Možná to bylo důvodem, proč se intervence *strukturace zadání slovní úlohy* ukázala jako neúspěšná. První úlohu Růže sice Adélka vyřešila stejně jako ostatní sledovaní řešitelé správně, u úlohy Vajíčka provedla jen první výpočet, pak již nedokázala pokračovat, u úlohy Chodba možnost strukturace úlohy nevyužila.

Adélce se naopak dařilo *v tvorbě úloh na zadaný matematický model*. Ve dvou případech dokázala ve stejném časovém rámci jako její spolužáci vytvořit vlastní slovní úlohu. Zároveň přitom provedla kontrolu správnosti formulace vytvořené úlohy, tj. ověřila, zda odpověď na otázku položenou v zadání je výsledkem matematického modelu, což se jí při cvičné úloze nepodařilo. Adélka byla úspěšná v obou případech – při práci s modelem obsahující aditivní operátory, tak při práci s modelem obsahujícím i multiplikativní operátor, v jehož případě polovina žáků ve třídě volila neobratnou formulaci (4 x 10 pokémonů apod.). V obou situacích tak prokázala porozumění matematické struktuře úlohy.

Pro Adélku by mohla být do budoucna dobrým nástrojem intervence *zakreslení řešitelského obrázku*, neboť pomáhá úlohu vizualizovat. V tomto případě by bylo vhodné pravidelně trénovat grafické znázorňování, aby se Adélka v této dovednosti zdokonalila natolik, aby ji mohla vykonávat rutinně. Potom by tato činnost nevyžadovala přílišné využití její pracovní paměti. Na počátku nácviku by bylo vhodné pro úsporu času zaznamenávat jen krátké interpretace výsledků namísto psaní dlouhých odpovědí. Ukázku možného grafického řešení úlohy Vajíčka pomocí množin přikládám na obr. 38.



Obrázek 38: Ukázka grafického znázornění úlohy Vajíčka pomocí množin.

3.4.2 Milan – vyhodnocení úspěšnosti

Milana charakterizují potíže s orientací v textu vícekrokových úloh, kde čelí problémům s identifikací vztahů mezi jednotlivými objekty úlohy. Milan nebyl na počátku výzkumu bez dopomoci schopen po provedení prvního výpočtu v řešení úlohy pokračovat. Výsledky jeho práce ve druhé fázi výzkumu shrnuje tab. 31.

Tabulka 31: Výsledky žáka Milana v intervenční fázi výzkumu.

INTERVENCE		ÚLOHA	VÝSLEDEK
Zakreslení řešitelského obrázku		Hrníčky/Košíky	chybně
		Drak otázka 1	správně
		Drak otázka 2	správně
		Drak otázka 3	chybně
		Věnce	správně
Strukturace zadání slovní úlohy	Základní varianta	Růže otázka 1	správně
		Růže otázka 2	správně
		Vajíčka otázka 1	správně
		Vajíčka otázka 2	správně
		Vajíčka otázka 3	správně
	Pokročilá varianta	Chodba otázka 1	správně
		Chodba otázka 2	správně
		Chodba otázka 3	správně
Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem	Úlohy s antisignálem	Stavebnice	chybně
		Auta	chybně
		Výlet	chybně
		Vlasy (bez antisignálu)	správně
		Bonbóny	nepřítomen
		Kuličky	správně
	Úlohy s nadbytečným číselným údajem	Paprika	správně
		Cyklisté	správně
	Kombinace obou	Hrášky	nepřítomen
Tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model		21 + 42 - 5 = ?	chybně
		4 x 10 + 25 = ?	chybně
Pretest		Hračky	chybně
Posttest		Parkoviště	správně

Jak je patrné z údajů prezentovaných v předchozí tabulce, Milan dosáhl stoprocentní úspěšnosti v řešení úloh, na nichž byla aplikována intervence strukturace zadání slovní úlohy. Strukturovaný pracovní list jej efektivně naváděl k postupným krokům nezbytným pro řešení úlohy. V případě úlohy Chodba, která vyžadovala již samostatný přístup, Milan prokázal schopnost efektivně si sestavit a strukturovat zadání. Úspěšně vyřešil první úlohu s nadbytečným číselným údajem, přičemž přehledně uvedl všechny dílčí výpočty. Za zmínku stojí fakt, že Milan byl jedním z pouhých dvou řešitelů, kteří v zadání objevili a v řešení zohlednili nadbytečný číselný údaj (řešení viz obr. 27, kap. 3.2.3). Dle mého názoru to byl právě Milan, který dosáhl během výzkumu ze všech tří sledovaných řešitelů signifikantního pokroku.

V čem naopak selhával, bylo vytváření vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model. V textu použil číselné údaje uvedené v zadání, nicméně v jednom případě položil rovnou tři otázky, ve druhém případě výsledek matematického modelu nebyl odpovědí na položenou otázku.

Milan patřil v pretestu mezi oněch šest neúspěšných řešitelů, kteří provedli jen jeden výpočet, který chybně interpretovali. Posttestovou úlohu vyřešil úspěšně. Provedl oba výpočty a správně je přiřadil k odpovědím na obě položené otázky.

3.4.3 Richard – vyhodnocení úspěšnosti

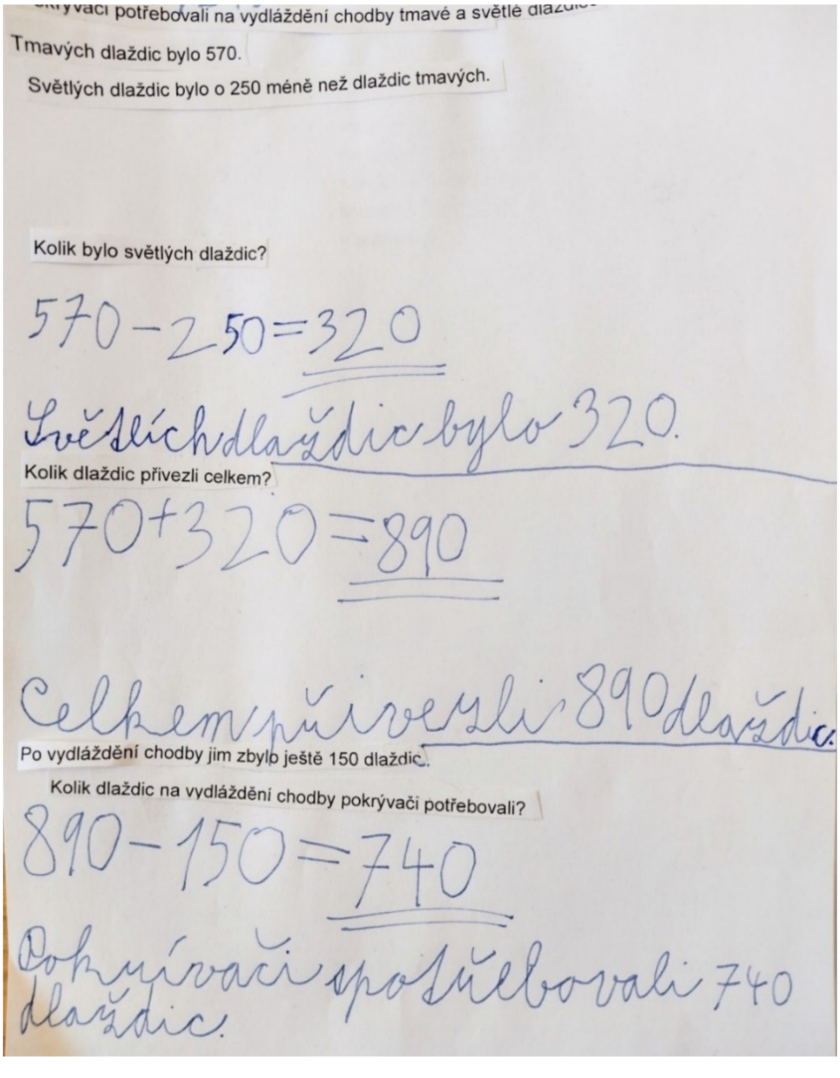
Richard představuje typický případ rychlého nepozorného řešitele, jehož prioritou je dosáhnout vysokého výkonu co nejrychleji. Rychlost má pro něj hodnotu, proto se uchyluje k povrchnímu čtení zadání, práci chce odevzdat mezi prvními. Stává se, že úkol odevzdá a záhy si uvědomí, že se dopustil chyby. Jako ilustraci lze uvést úlohu Věnce, kde sice dokázal bezchybně zakreslit řešitelský obrázek v souladu se zadáním, avšak ve výpočtu sečetl počty květin připadajících pouze na jeden věnec. Výsledky jeho práce ve druhé fázi výzkumu shrnuje tab. 32.

Tabulka 32: Výsledky žáka Richarda v intervenční fázi výzkumu.

INTERVENCE		ÚLOHA	VÝSLEDEK
Zakreslení řešitelského obrázku		Hrníčky/Košíky	správně
		Drak otázka 1	nepřítomen
		Drak otázka 2	nepřítomen
		Drak otázka 3	nepřítomen
		Věnce	chybně
Strukturace zadání slovní úlohy	Základní varianta	Růže otázka 1	správně
		Růže otázka 2	správně
		Vajíčka otázka 1	nepřítomen
		Vajíčka otázka 2	nepřítomen
		Vajíčka otázka 3	nepřítomen
	Pokročilá varianta	Chodba otázka 1	správně
		Chodba otázka 2	správně
		Chodba otázka 3	správně
Zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem	Úlohy s antisignálem	Stavebnice	chybně
		Auta	chybně
		Výlet	správně
		Vlasy (bez antisignálu)	správně
		Knihy	správně
		Narozeniny	správně
	Úlohy s nadbytečným číselným údajem	Papriky	chybně
		Cyklisté	správně
	Kombinace obou	Hrášky	správně
Tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model		21 + 42 - 5 = ?	nepřítomen
		4 x 10 + 25 = ?	správně
Pretest		Hračky	chybně
Posttest		Parkoviště	správně

Jak již jsem uváděla v kapitole 3.2.3, intervence *zařazení specifických úloh s antisignálem* a *úloh s nadbytečným číselným údajem* nebyly v případě Richarda úspěšné. Přestože si svůj omyl během následné reflexe a diskuse žáků nad řešeními úloh s antisignálem uvědomil, i napodruhé se dopustil stejné chyby. Přehlédl záludnost v podobě nadbytečného číselného údaje v zadání úlohy a zahrnul jej do výpočtu.

Tato intervence, která byla navržená přímo pro Richarda, nedokázala zbrzdit zbrklý styl jeho práce. To se povedlo u intervence *strukturace zadání slovní úlohy*. Strukturovaný pracovní list prostřednictvím svých instrukcí Richarda systematicky naváděl k provádění potřebných výpočtů. Na obr. 39 uvádím řešení úlohy Chodba, kde si již zadání a postup řešení strukturoval sám.



Obrázek 39: Ukázka žáka Richarda – úloha Chodba.

V tabulce 32, která prezentuje Richardovy výsledky během druhé fáze výzkumu, je uvedeno u pretestové úlohy neúspěšné řešení. Richard provedl jeden výpočet, k němuž zapsal adekvátní odpověď. Nepokračoval však již dále ve výpočtu celkového počtu hraček. Z rozhovoru vyplynulo, že si nevěděl rady, jak dál v řešení úlohy pokračovat. Nebylo mu jasné, že výsledek první části úlohy vstupuje do výpočtu celkového počtu hraček. Důvodem nejasnosti bylo uvedení jen jednoho operátoru porovnání v zadání, což pro Richarda představovalo provedení jednoho výpočtu.

4 Diskuse

Akční výzkum ve školské praxi staví učitele do role výzkumníka a badatele. Ohlédnu-li se zpětně na průběh výzkumu, odnáším si z něj mnohé poznatky do mé učitelské praxe. Stinnou stránkou byly určité limity výzkumu. Tou první byla samotná doba trvání výzkumu, druhou pak neexistence kontrolní skupiny.

4.1 Co bych jako výzkumník příště udělala jinak

4.1.1 Dlouhodobější sledování

Vzhledem k počtu intervencí hodnotím výzkumnou dobu pět měsíců jako minimální, neboť na každou intervenci připadlo jen několik málo úloh. To bylo důvodem, proč nebylo možné posoudit dopad realizovaných intervencí na úspěšnost řešení slovních úloh v celkovém měřítku všech žáků ve třídě. Bylo možné ale vyhodnotit výsledky intervencí u sledovaných řešitelů.

Zvláště v případě intervence *zakreslení řešitelského obrázku* by bylo velmi přínosné zadat žákům více úloh. Důvodem není jen možnost sledování pokroku žáků, ale také nabídnutí dostatečných příležitostí k procvičování grafického znázornění úlohy. Zvláště proto, že na počátku někteří žáci nebyli schopni obrázek vytvořit tak, aby jim efektivně pomáhal při hledání řešení. Z výsledků mého výzkumu vyplynulo, v souladu s poznatky Vondrové (2020), že používání náčrtů nebo schémat má pozitivní efekt na úspěšnost řešení slovních úloh. Důležitým předpokladem však je, aby se ze zakreslování řešitelských obrázků stala běžná praxe. Pokud tomu tak není, grafické znázornění může nadměrně zatěžovat pracovní paměť žáka (viz kap. 1.5.3). Aby obrázek byl pro žáka přínosem v řešení, je nezbytné systematicky trénovat dovednost grafického znázornění na co nejrozmanitějším spektru úloh.

4.1.2 Implementace kontrolní skupiny

Cestou k posouzení vlivu úspěšnosti realizovaných intervencí v celkovém měřítku všech žáků by bylo zavedení kontrolní skupiny. To by umožnilo porovnat efekty zavedených intervencí s výsledky skupiny, na které intervence v řešení úloh nebyly realizovány. Zvláště by mě zajímalo, jak by se lišily úspěšnosti v řešení úloh bez možnosti zakreslení obrázku a bez strukturace zadání slovní úlohy.

4.2 Co si odnáším do mé učitelské praxe

4.2.1 Porozumění textu

Intervence zakreslení řešitelského obrázku byla pro mě, jak jsem předpokládala, skutečně diagnostickým nástrojem pro to, abych rozpoznala, jak žáci rozumí textu, což se výrazněji projevilo zejména u porozumění slova *každý* v zadání slovní úlohy. Zařazení úloh s antisignálem mi poskytlo, na základě toho, jak žáci převyprávěli zadání úloh nebo jak vytvářeli zápis, informaci, jak zadání této úlohy „čtou“, jak mu rozumí/nerozumí.

Během prací na čtvrté intervenci, tvorbě úloh na zadaný matematický model, jsem dospěla ke stejnému závěru jako Vondrová (2022, s. 20), jež své zjištění prezentuje takto: „účinnou aktivitou pomáhající žákům odhalovat v textu matematickou strukturu může být opačný úkol, při němž nemají žáci slovní úlohu řešit, ale vytvářet.“ Z mého pozorování vyplývá, že s rostoucím počtem vytvořených slovních úloh se vyjadřovací schopnosti žáků rychle zlepšovaly, i když kontext slovních úloh nebyl příliš rozmanitý. Žáci kontext obměňovali minimálně, např. volili jiné typy hraček apod. Zaměřovali se spíše na to, aby dodrželi zadaný matematický model a někteří žáci se museli velmi soustředit na to, aby odpověď na jimi položenou otázku byla skutečně výsledkem matematického modelu.

4.2.2 Doporučení pro pedagogy

Na základě zjištění z mého výzkumu doplněného o současné pedagogické zkušenosti, jsem dospěla k názoru, že tradiční učebnice nemusí vždy poskytovat dostatečný základ pro efektivní výuku slovních úloh. Pracovní sešity, které jsou součástí učebnicových sad, představují strukturovaný formát, který žáky podněcuje k doplňování požadovaných informací. Tento přístup může vést k povrchnímu pochopení procesu řešení slovních úloh, kde se celý úkol redukuje na škrtání správného počtu koleček, zapsání příkladu a doplnění finálního výsledku do připravené kolonky pro odpověď. Řešení úlohy potom žák může chápat jen jako volbu matematické operace, zda je potřeba čísla ze zadání sečíst či odečíst, aniž by si vytvořil situační model úlohy.

Ve své pedagogické praxi proto i nadále plánuji výuku slovních úloh doplňovat o úlohy na pracovních listech s důrazem na důležitost vytváření představy o situaci, kterou úloha popisuje. Takto jsou vedeni žáci prvního ročníku, které v tomto školním roce vyučuji. Postup je takový, že žáci nejprve zavřou oči, zatímco jim opakovaně čtu zadání úlohy, následně přistoupí ke grafickému znázornění situace, a teprve v dalším kroku formulují výpočet a odpověď. Tímto způsobem jsou motivováni k aktivnímu naslouchání a vizualizaci, což je může v budoucnu při řešení slovních úloh odradit od volby náhodné operace.

5 Závěr

Záměrem mé práce bylo během výzkumu zmapovat obtíže žáků při řešení slovních úloh včetně možných příčin a v dalším kroku navrhnout a zrealizovat intervence, které by pomohly zmírnit či překonat u žáků zjištěné obtíže.

V teoretické části jsem vymezila pojem slovní úlohy, popsala fáze řešení slovní úlohy a typy povrchových řešitelských strategií. Tyto strategie zahrnují přístupy, při kterých žák neřeší úlohu s plným porozuměním, ale spoléhá se na její povrchové aspekty, jako jsou např. signální slova naznačující konkrétní matematickou operaci.

Realizovaný výzkum byl rozdělen do dvou částí. V první fázi výzkumu jsem vybrala dva typy slovních úloh s nízkou celkovou úspěšností řešení u všech žáků ve třídě. Jednou z vybraných úloh byla zřetězená úloha s aditivním operátorem porovnání (úloha OPAd), druhou pak úloha se dvěma multiplikativními na sobě nezávislými operacemi, přičemž všechna čísla v zadání byla v roli stavu a v zadání bylo obsaženo slovo *každý* (úloha STMu). U dvoukrokové úlohy typu OPAd se ukázalo, že polovina žáků nebyla schopna pokračovat v řešení druhé části úlohy. Tento problém vyplynul z faktu, že zadání úlohy obsahovalo

pouze jeden operátor, proto žáci provedli jen jeden výpočet. V případě úlohy STMu žáci pracovali jen s částí zadání, nerozuměli výrazu *každý*.
V první fázi výzkumu jsem na základě pozorování žákovských řešení a polostrukturovaných rozhovorů vybrala tři žáky s charakteristickými okruhy obtíží: 1. nižší úroveň čtenářských dovedností, pomalé čtení, pomalé tempo práce, precizní forma na úkor obsahu, 2. nižší úroveň čtenářských dovedností, obtíže s orientací v textu u vícekrokových úloh, 3. rychlý nepozorný řešitel s povrchním čtením.

Ve druhé fázi výzkumu jsem navrhla uvedeným zástupcům žáků na míru čtyři intervence – 1. zakreslení řešitelského obrázku, 2. strukturace zadání slovní úlohy, 3. zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem, 4. tvorba vlastní slovní úlohy na matematický model. Během druhé fáze výzkumu jsem všem žákům ve třídě zadávala v různých variantách vybrané typy slovních úloh s cílem realizovat a následně vyhodnocovat navržené intervence.

Výzkumná část přinesla zjištění, že *zakreslení řešitelského obrázku* žákům napomáhá pracovat s textem úlohy. Žáci se při jeho tvorbě musí k textu vracet, čímž se prohlubuje schopnost porozumět textu a úspěšně vyřešit slovní úlohu. Jedná se však o dovednost, kterou je potřeba budovat, aby žáci dokázali zakreslit obrázek, který by jim byl nápomocen v řešení, tj. úlohu zjednodušil. Velká část žáků zpočátku neuměla řešitelský obrázek zakreslit. I na malém počtu úloh realizovaných s touto intervencí se mi potvrdila skutečnost, že řešitelský obrázek může být pro učitele diagnostickým nástrojem toho, jak dalece žák porozuměl zadání slovní úlohy.

Intervence *strukturace zadání slovní úlohy* představovala u žáka, který měl potíže identifikovat vztahy mezi objekty u vícekrokových úloh, stoprocentní úspěšnost. Žák, který bez intervence nebyl zpočátku schopen bez dopomoci pokračovat v dalších částech úlohy, byl ve všech úlohách s touto intervencí úspěšný, neboť strukturovaný pracovní list jej naváděl k dalším výpočtům a pomáhal mu postupně si vytvářet vhled do situace. Tato intervence měla pozitivní vliv i na žáka typu rychlého nepozorného řešitele, neboť strukturace zadání vedoucí k postupným krokům v řešení vnesla do jeho práce systematičnost a snížila tak pravděpodobnost výskytu chyby.

U tohoto žáka se naopak nesetkala s úspěchem intervence, která na něj byla zaměřena – *zařazení úloh s antisignálem a úloh s nadbytečným číselným údajem*. U první úlohy druhého typu přehlédl stejně jako u úlohy s antisignálem záludnost v podobě nadbytečného číselného údaje a zahrnul jej do výpočtu.

Ukázalo se, že intervence *tvorba vlastní slovní úlohy na daný matematický model* je cenná nejen v tom, že pomáhá žákům pochopit matematickou strukturu úlohy, ale je cenná i tím, že žáky nutí udělat zpětnou kontrolu, zda výsledek matematického modelu je skutečně odpovědí na otázku, kterou žák v zadání úlohy zformuloval.

Druhá fáze výzkumu představovala dlouhou a intenzivní cestu. Prostřednictvím pozorování, rozhovorů a společných reflexí jsem mohla sledovat, jak žáci úlohy uchopují, jak o nich přemýšlejí, jak interpretují jejich zadání i výsledky. Uvědomila jsem si, jak důležitá je komunikace se žáky, neboť učiteli poskytuje informace o žákově přístupu, o tom, jak žák přemýšlí a co potřebuje, aby se posunul dál na své cestě poznání. A také, že stojí za to, se učivu slovních úloh věnovat, doplňovat výuku vlastními materiály nad rámec pracovních sešitů a klást přitom důraz na pečlivé čtení zadání a vytváření situačního modelu úlohy.

Seznam použitých informačních zdrojů

Altmanová, J., Hausenblas, O., Hesová, A., Košťálová, H., Koubek, P., Palkovská, L., Prchlíková, H., Šafránková, K., Šlapal, M. (2011). *Čtenářská gramotnost ve výuce, metodická příručka.* Národní ústav pro vzdělávání.

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). *The relationships among working memory, math anxiety, and performance*. Journal of Experimental Psychology: General, 130*(2), 224–237.* https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.224

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M., Staudková, H. (2020). *Matematika pro 3. ročník základních škol*. Alter.

Cowan, N. (2005). *Working memory capacity.* New York: Psychology Press. https://doi.org/10.4324/9780203342398

Doležalová, A., Novotný, M., Novák, F. (2023). *Matýskova matematika 6. díl – vyvození násobení a dělení. Učebnice pro 2. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV.* Nová škola.

Divíšek, J. (1989). *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Státní pedagogické nakladatelství.

Hejný, M. (1995). *Zmocňování se slovní úlohy*. Pedagogika XLV.

Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně.* Karolinum.

Kuřina, F. (1989). *Umění vidět v matematice*. Státní pedagogické nakladatelství.

Novotná, J. (2000). *Analýza řešení slovních úloh. Kapitoly z didaktiky matematiky.* Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta.

Novotný, M. & Novák, F. (2023). *Matýskova matematika 7. díl – zdokonalujeme se v počítání do sta. Učebnice pro 3. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Nová škola.

Rendl, M., Vondrová, N., Hříbková, L., Jirotková, D., Kloboučková, J., Kvasz, L., Páchová, A., Pavelková, I., Smetáčková, I., Tauchmanová, E., Žalská, J. (2013). *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů.* Univerzita Karlova v Praze. Pedagogická fakulta.

Richterová, B. Seberová, A., Kubíčková, H., Sekera, O., Cisovská, H., Šimlová, Ž. (2020). *Akční výzkum v teorii a praxi.* Ostravská univerzita. Pedagogická fakulta.

Šmejkalová, M. (2017*). Jazyk matematiky v slovních úlohách jako ve specifickém typu didaktického komunikátu.* Nová čeština doma a ve světě (1).

Vondrová, N., Rendl, M., Havlíčkova, R., Hříbková, L., Páchová, A., Žalská, J. (2015). *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků.* Karolinum.

Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvál, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., Tůmová, V. (2019): *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií.* Karolinum.

Vondrová, N. (2020). *Příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a jak jim předcházet*. Učitel matematiky, 28 (2).

Vondrová, N., Šmejkalová, M., Smetáčková, I. (2022). *Zadání slovních úloh jako podklad pro rozvoj čtení s porozuměním a dovednosti slovní úlohy řešit*. Pedagogika, 72 (1). https://doi.org/10.14712/23362189.2021.1945

Vyšín, J., & Štěpánek, J. (1962). *Metodika řešení matematických úloh*. SPN.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Ukázka slovních úloh (Doležalová et al., 2023, s. 4). 37
Obrázek 2: Ukázka řešení úloh žáka Daniela: úlohy Talíře, Andulky a Tábor. 39
Obrázek 3: Ukázka řešení úloh žáka Marka: úlohy Talíře, Andulky a Tábor. 40
Obrázek 4: Ukázka chybného řešení úlohy Spoření. 41
Obrázek 5: Ukázka řešení žáků – úloha Hračky 48
Obrázek 6: Ukázka chybného řešitelského obrázku a chybného řešení úlohy Košíky. 52
Obrázek 7: Ukázka zdařilého řešitelského obrázku u úlohy Košíky. 52

Obrázek 8: Ukázka řešení žákyně Adélky – úloha Drak. 54
Obrázek 9: Ukázka chybného řešení žákyně Terezky – úloha Drak. 55
Obrázek 10: Ukázka chybného řešení žáka Richarda – úloha Věnce. 57
Obrázek 11: Ukázka chybného řešení úlohy Věnce s chybným řešitelským obrázkem. 58
Obrázek 12: Ukázka řešení úlohy Věnce. 58
Obrázek 13: Ukázka slovní úlohy (Novotný a Novák, 2023, s. 17). 59
Obrázek 14: Ukázka úloh (Blažková et al., 2020, s. 100). 60
Obrázek 15: Ukázka žákova řešení úlohy Růže. 63
Obrázek 16: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Růže. 63
Obrázek 17: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Vajíčka. 65
Obrázek 18: Ukázka řešení žákyně Adélky: úloha Vajíčka. 66
Obrázek 19: Ukázka skupinové práce – řešení úlohy Dárky. 68
Obrázek 20: Ukázka chybného řešení úlohy Dárky. 69
Obrázek 21: Ukázka řešení žákyně Adélky – úloha Chodba. 71
Obrázek 22: Ukázka řešení Adélky – úloha Stavebnice. 75
Obrázek 23: Ukázka řešitelského obrázku úlohy Ema a Veronika. 76
Obrázek 24: Ukázka chybného řešení úlohy Výlet. 78
Obrázek 25: Ukázka řešení Adélky – úloha Vlasy a úloha Výlet. 79
Obrázek 26: Ukázka řešení úlohy Bonbóny. 81
Obrázek 27: Ukázka řešení žáka Milana: úloha Paprika. 84
Obrázek 28: Ukázka chybného řešení úlohy Hrášky. 86
Obrázek 29: Ukázka slovní úlohy s operátory více, méně. 89
Obrázek 30: Ukázka slovní úlohy s operátorem *dal*. 90
Obrázek 31: Ukázka slovní úlohy žákyně Adélky. 90
Obrázek 32: Ukázka chybně vytvořené slovní úlohy žáka Milana. 91
Obrázek 33: Ukázka chybně vytvořené slovní úlohy. 91
Obrázek 34: Ukázka neúplné slovní úlohy. 92
Obrázek 35: Ukázka slovní úlohy. 93
Obrázek 36: Ukázka zřetězené slovní úlohy. 94
Obrázek 37: Ukázka úlohy žákyně Adélky s výrazem *každý*. 95
Obrázek 38: Ukázka grafického znázornění úlohy Vajíčka pomocí množin. 100

Obrázek 39: Ukázka žáka Richarda – úloha Chodba. 104

Seznam tabulek

Tabulka 1: Pretest, posttest 32
Tabulka 2: Seznam slovních úloh druhé fáze výzkumu. 34
Tabulka 3: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh – třetí blok 1. fáze výzkumu. 43
Tabulka 4: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Sladkosti, čtvrtý blok 1. fáze výzkumu. 45
Tabulka 5: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Hračky, čtvrtý blok 1. fáze výzkumu. 47
Tabulka 6: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úlohy Hrníčky, Košíčky. 53
Tabulka 7: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Drak. 54
Tabulka 8: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Věnce. 56
Tabulka 9: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence zakreslení řešitelského obrázku. 59
Tabulka 10: Vyhodnocení úspěšnosti – úloha Růže. 62
Tabulka 11: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Vajíčka. 64
Tabulka 12: Vyhodnocení úspěšnosti řešení – úloha Chodba. 70
Tabulka 13: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence strukturace zadání slovní úlohy. 72
Tabulka 14: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Stavebnice. 74
Tabulka 15: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Auta. 74
Tabulka 16: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Vlasy. 78
Tabulka 17: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Výlet. 78
Tabulka 18: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Bonbóny. 80
Tabulka 19: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úlohy Knihy. 80
Tabulka 20: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Kuličky a Narozeniny. 82
Tabulka 21: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Papriky. 83
Tabulka 22: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Cyklisté. 85
Tabulka 23: Vyhodnocení úspěšnosti řešení úloh Hrášky. 85

Tabulka 24: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence zařazení úloh s antisignálem a nadbytečným číselným údajem. 87
Tabulka 25: Vyhodnocení úspěšnosti – matematický model číslo 1. 88
Tabulka 26: Vyhodnocení úspěšnosti – matematický model číslo 2. 93
Tabulka 27: Vyhodnocení úspěšnosti sledovaných řešitelů – intervence tvorba vlastní slovní úlohy na zadaný matematický model. 95
Tabulka 28: Vyhodnocení úspěšnosti – PRETEST – úloha Hračky. 97
Tabulka 29: Vyhodnocení úspěšnosti – POSTTEST– úloha Parkoviště. 97
Tabulka 30: Výsledky žákyně Adélky v intervenční fázi výzkumu. 98
Tabulka 31: Výsledky žáka Milana v intervenční fázi výzkumu. 101
Tabulka 32: Výsledky žáka Richarda v intervenční fázi výzkumu. 103