

7 Přílohy

7.1 Zadání před-experimentu

Jméno: _____

Třída: _____

- 1) Sestry Eva a Jana mají dohromady 27 roků. Eva je dvakrát starší než Jana. Kolik roků je každé z nich?

(alter-3tř.3-str.60)

2)

$$\text{☺} + \text{☺} + \text{☺} = 27$$

$$\text{★} + \text{☺} + \text{☺} = 36$$

$$\text{★} + \text{☺} + \blacksquare = 40$$

$$\blacksquare = ?$$

3)

$$\boxed{} \xrightarrow{+9} \boxed{} \xrightarrow{+18} \boxed{40}$$

4) Myslím si číslo. Když ho vynásobím dvěma a přičtu 9, vyjde mi 27. Jaké číslo jsem si myslel?

5) Karel si koupil hamburger, tyčinku a nanuk. Tyčinka stála 9 Kč. Kolik korun stál nanuk, když víš, že hamburger stál jako dvě tyčinky a Karel platil 40 Kč za celý nákup?

7.2 Zadání experimentu

Jméno: _____

Datum: _____

Třída: _____

1) Zjisti, které zápisy jsou pravdivé (A) a které nepravdivé (N). Své rozhodnutí zdůvodni.

a) $3 + 5 = 9 - 4$

c) $23 - 17 < 54 - 45$

b) $16 \cdot 3 > 7 + 20$

d) $6 + 56 = 72 - 10$

2) Doplň vhodné číslo tak, aby byl zápis pravdivý.

a) $____ \cdot 3 = 12$

e) $57 : 3 = ___ - 1$

b) $2 \cdot (____ + 7) = 24$

f) $32 = 27 + ___ - 2$

c) $(17 - 7) \cdot 2 = 5 + ____$

g) $____ \cdot 9 = 117$

d) $45 : ___ = 9$

h) $49 = ____ - 16$

3) Písmena v zápisech nahraď čísly, aby byly zápisy pravdivé.

a) $1000 - x = 943$

e) $2 \cdot (x + 7) = 24$

b) $x : 6 = 4$

f) $19 = x : 3$

c) $45 : x = 9$

g) $32 = 27 + x - 2$

d) $x + 90 = 114$

h) $x \cdot 3 = 12$

4) Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

5) Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?

6) Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?

7.3 Vybraná žákovská řešení

Experiment 5 – 23.3.2022 – Jára a Sváťa – 4.A

Řešení Jára

1) Zjisti, které zápisy jsou pravdivé (A) a které nepravdivé (N). Své rozhodnutí zdůvodni.

$$3 + 5 = 9 - 4$$

$8 = 5$
N

$$23 - 17 < 54 - 45$$

$4 < 9$
A

$$\begin{array}{r} 54 \\ -45 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \cdot 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$16 \cdot 3 > 7 + 20$$

$48 > 27$
A

$$6 + 56 = 72 - 10$$

$62 = 62$
A

2) Doplň vhodné číslo tak, aby byl zápis pravdivý.

$4 \cdot 3 = 12$

$57 : 3 = 19$ $7 : 3 = 20 - 1$
 $\begin{array}{r} 27 \\ \cdot 3 \\ \hline 0 \end{array}$

$24 : 2 = 12$
 $2 \cdot (5 + 7) = 24$
 $\begin{array}{r} 12 \\ \cdot 2 \\ \hline 24 \end{array}$

$12 \cdot 9 = 108$
 $\begin{array}{r} 12 \\ \cdot 9 \\ \hline 108 \end{array}$

$32 = 27 + 7 - 2$

$117 : 9 = 13$
 $\begin{array}{r} 117 \\ \cdot 9 \\ \hline 27 \end{array}$

$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + 15$

$13 \cdot 9 = 117$

$45 : 5 = 9$

$49 - 16 = 33$
 $\begin{array}{r} 49 \\ -16 \\ \hline 33 \end{array}$

$49 = 33 + 16$

3) Písmena v zápisech nahraď čísly, aby byly zápisy pravdivé.

a) $1000 - x = 943$
A) $w = 57$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -943 \\ \hline 057 \end{array}$$

e) $2 \cdot (x + 7) = 24$

e) $w = 5$

b) $x : 6 = 4$

B) $x = 28$

f) $19 = x : 3$

f) $w = 57$

c) $45 : x = 9$

C) $x = 5$

g) $32 = 27 + x - 2$

g) $w = 7$

d) $x + 90 = 114$
d) $w = 24$

$$\begin{array}{r} 90 \\ +24 \\ \hline 114 \end{array}$$

h) $x \cdot 3 = 12$

H) $w = 4$

4) Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

$$w = 32 - 27 + 2$$

$$w = 5 + 2$$

$$x = 7$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ -27 \\ \hline 5 \end{array}$$

- 5) Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?

$$x = \boxed{4}$$

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

- 6) Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 7 \\ \hline 17 \end{array} \quad 17 \quad w = 17$$
$$\begin{array}{r} 7 \\ + 17 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$w = \boxed{17}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

Řešení Svát'a

1) Zjisti, které zápisy jsou pravdivé (A) a které nepravdivé (N). Své rozhodnutí zdůvodni.

$$3 + 5 = 9 - 4$$

N

$$23 - 17 < 54 - 45$$

6 A 9

$$16 \cdot 3 > 7 + 20$$

$$48 + 27 =$$

A

$$\begin{array}{r} 16 \\ \cdot 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$6 + 56 = 72 - 10$$

$$6262$$

A

2) Doplň vhodné číslo tak, aby byl zápis pravdivý.

$$\underline{4} \cdot 3 = 12$$

$$57 : 3 = \underline{20} - 1$$

ZK

$$2 \cdot (\underline{5} + 7) = 24$$

$$32 = 27 + \underline{7} - 2$$

$$\begin{array}{r} 117 : 9 = 12 \\ \underline{27} \end{array}$$

$$\underline{18} \cdot 9 = 117$$

$$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + \underline{15}$$

$$45 : \underline{5} = 9$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ -16 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$49 = \underline{33} - 16$$

3) Písmena v zápisech nahraď čísly, aby byly zápisy pravdivé.

a) $1000 - x = 943$

A

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 943 \\ \hline 057 \end{array}$$

e) $2 \cdot (x + 7) = 24$

EJ

57

b) $x : 6 = 4$

$$46 : 4 = 11 \text{ (zby. 2)}$$
$$\begin{array}{r} 06 \\ 2 \end{array}$$

f) $19 = x : 3$

57

c) $45 : x = 9$

$$90 + 24 = 114$$

d) $x + 90 = 114$

g) $32 = 27 + x - 2$

7

h) $x \cdot 3 = 12$

4

4) Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

$$x = 32 - 27 + 2$$

$$x = \frac{-32}{5}$$

$$x = 7$$

- 5) Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?

$$4 \cdot 3 = 12$$

- 6) Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 7 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$X = 24 : 2 = 12$$
$$X = 5 \quad \begin{array}{r} - 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$17^7 X = 24$$

Experiment 10 – 11.5.2022 – Natálka a Dominika – 4.B

Řešení Natálka

1) Zjisti, které zápisy jsou pravdivé (A) a které nepravdivé (N). Své rozhodnutí zdůvodni.

$$3 + 5 = 9 - 4 \quad N$$

$$23 - 17 < 54 - 45 \quad A$$

$$16 \cdot 3 > 7 + 20 \quad A$$

Handwritten note: 10 6

$$6 + 56 = 72 - 10 \quad N$$

2) Doplň vhodné číslo tak, aby byl zápis pravdivý.

$$\underline{4} \cdot 3 = 12$$

$$57 : 3 = \underline{19} - 1$$

Handwritten note: 30 27

$$2 \cdot \left(\frac{\underline{12}5}{12} + 7 \right) = 24$$

$$32 = 27 + \underline{7} - 2$$

$$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + \underline{15}$$

Handwritten note: 10 20 20

$$\underline{13} \cdot 9 = 117$$

Handwritten note: 117 : a = 13

$\begin{array}{r} 117 \\ 27 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \cdot 9 \\ \hline 117 \end{array}$
--	--

$$45 : \underline{5} = 9$$

$$49 = \underline{65} - 16$$

$\begin{array}{r} 49 \\ 16 \\ \hline 65 \end{array}$
--

3) Písmena v zápisech nahraď čísly, aby byly zápisy pravdivé

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 943 \\ \hline 1057 \end{array}$$

a) $1000 - x = 943$

$$x = 1000 - 943$$

$$x = 1057$$

$$x = 57$$

$$\begin{array}{r} 943 \\ 57 \\ \hline 943 \overline{) 1000} \\ \underline{67} \\ 1070 \end{array}$$

e) $2 \cdot (x + 7) = 24$

$$x = 12 - 7$$

$$x = 5$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \cdot 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

b) $x : 6 = 4$

$$x = 6 \cdot 4 = 24$$

$$x = 24$$

f) $19 = x : 3$

$$x = 19 \cdot 3$$

$$x = 57$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \cdot 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

c) $45 : x = 9$

$$x = 45 : 9$$

$$x = 5$$

g) $32 = 27 + x - 2$

$$x = 32 - 27 + 2$$

$$x = 7$$

d) $x + 90 = 114$

$$x = 114 - 90$$

$$x = 24$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ - 90 \\ \hline 24 \end{array}$$

h) $x \cdot 3 = 12$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

4) Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

$$7 - 2 = 5$$

~~$$7 - 2$$~~

$$7 - 2 + 27 = 7$$

- 5) Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?

$$12 : 3 = 4$$

- 6) Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?

~~$$24 : 7 = 3 \text{ (3 kuličky)}$$~~

$$24 : 2 = 12$$

$$5 + 7 = 12$$

Řešení Dominika

1) Zjistí, které zápisy jsou pravdivé (A) a které nepravdivé (N). Své rozhodnutí zdůvodní.

$$3 + 5 = 9 - 4 \quad N$$

$$23 - 17 < 54 - 45 \quad A$$

$$16 \cdot 3 > 7 + 20 \quad A$$

$$6 + 56 = 72 - 10 \quad A$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 106 \\ 30 \end{array}$$

2) Doplň vhodné číslo tak, aby byl zápis pravdivý.

$$\underline{4} \cdot 3 = 12 \quad 12 : 3 = 4$$

$$57 : 3 = \underline{19} - 1$$

$$2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 12}{5} + 7 \right) = 24$$

$$32 = 27 + \frac{5}{7} - 2$$

$$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + \underline{15}$$

$10 \cdot 2 = 20$
 $20 - 15 = 5$

$$\underline{13} \cdot 9 = 117$$

$$117 : 9 = 13$$

$$\begin{array}{r} 106 \\ 27 \\ 49 + 16 = 65 \\ 026 \\ \hline 117 \\ 0 \end{array}$$

$$45 : \underline{5} = 9$$

$$49 = \underline{65} - 16$$

$$\leftarrow 9 \cdot 5 = 45$$

3) Písmena v zápisích nahraď čísly, aby byly zápisy pravdivé

$$1000 - 943 =$$

a) $1000 - x = 943$

$$x = 1000 - 943 = 57$$
$$x = 57$$

~~1000~~ ~~1000~~
~~943~~ - ~~943~~
~~1057~~ ~~0057~~

b) $x : 6 = 4$

$$x \cdot 6 = 24$$
$$x = 24$$

c) $45 : x = 9$

$$x = 45 : 9 = 5$$
$$x = 5$$

d) $x + 90 = 114$

$$x = 114 - 90 = 24$$
$$x = 24$$
$$zk = 24 + 90 = 114$$

4) Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

$$\overset{5}{7} - 2 + 27 = 32$$

Myslím číslo 7

e) $2 \cdot (x + 7) = 24$

$$x + 7 = 12$$
$$x = 12 - 7 = 5$$
$$x = 5$$

f) $19 = x : 3$

$$x = 19 \cdot 3 = 57$$
$$x = 57$$

$$3 \cdot 19 = 57$$
$$\begin{array}{r} 19 \\ \cdot 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

g) $32 = 27 + x - 2$

$$x = 32 - 27 + 2 = 7$$
$$x = 7$$

$$12 : 3 = 4$$

h) $x \cdot 3 = 12$

$$x = 4$$

7.4 Vybrané přepisy rozhovorů

Experiment 5 – 23.3.2022 – Jára a Sváťa – 4.A

Experiment	5	Podoba	Písemné zadání ve dvojici
Třída	4.A	Čas vyřešení	42:18
Žáci	Jára a Sváťa	Záznam	Písemné řešení + Videozáznam

Přepis průběhu experimentu	Komentář a pozorované jevy
<p>U: Můžete si pomáhat, povídat si, zajímá mě všechno, co vás napadne.</p> <p>S: Takže si můžeme pomáhat?</p> <p>U: Přesně tak.</p> <p>J: Chápeš to?</p> <p>S: Hmm..Tak zjistí, které zápisy jsou pravdivé a které nepravdivé.</p> <p>U: Co to asi znamená teda?</p> <p>J: Máme rozhodnout, jestli todlencto, jestli tenhleten příklad je pravdivej v matematice, nebo ne.</p> <p>S: Kam to můžeme dát jako?</p> <p>U: To písmenko?</p> <p>S: No...</p> <p>U: Kam chceš.</p> <p>J: Já bych si to chtěl udělat trošku, aby mi to bylo jako jednodušší...</p> <p>U: Klidně, udělej si to jednodušší, máš tam spoustu místa.</p>	
<p>cv. 1/a:</p> $3 + 5 = 9 - 4$	

<p>U: Hmm, ty ses do toho vrhnul Járo</p> <p>J: Mě tohle baví.</p> <p>U: A v čem je teda ta pravdivost, nebo nepravdivost?</p> <p>J: Tady třeba je to nepravdivé, protože 8 není stejné, jako 5, protože je to větší, takže z toho důvodu je ten příklad špatně.</p> <p>U: No výborně Járo!</p> <p>J: to druhé je pravdivé</p> <p>U: Sváto, ty už děláš to druhé cvičení?</p> <p>S: Já to dělám tak nějak na přeskáčku.</p> <p>U: jenom, že tam už nemusíš psát to Ano, nebo Ne, tam už zase doplňuješ něco trošku jiného.</p> <p>S: Ahá</p>	<p>Jára prokázal hned u prvních úloh, že chápe rovnítko jako vztah rovnosti mezi oběma stranami zápisu. Svůj postup byl i schopný popsat a obhájit.</p> <p>Jev: <i>Žák vnímá rovnítko jako vyjádření vztahu rovnosti už od prvních úloh.</i></p>
<p>cv. 1/c:</p> <p>23 – 17 > 54 - 45</p>	
<p>U: Tak Sváto, koukáš na to nedůvěřivě, na ten příklad, co tě na něm zaujalo? Zdá se ti na něm něco zvláštní?</p> <p>S: Já to nechápu.</p> <p>U: A co myslíš, že nechápeš?</p> <p>S: Tohle... Járo, můžeš mi poradit?</p> <p>J: No, jasně, nejdřív bych si vypočítal obojí dvojí, pak bych si pod to napsal výsledky a pak na základě toho bych zjistil, jestli je to pravdivé, nebo nepravdivé. Což si myslím, že zrovna... já bych si to rád přepočítal...</p> <p>S: šest... a Devět</p>	<p>Sváta se s řešením úloh trápí. Je vidět, že úroveň úloh je na něho poměrně vysoká. Nebojí se ale zeptat a spolužák Jára mu princip úlohy krásně vysvětluje. Pochopení úlohy pak Sváto dovede k jejímu výsledku.</p> <p>Jev: <i>Diskuse vede k lepšímu pochopení úlohy.</i></p>

J: A je to správně, takhle
S: Takže 54 – 45 je 9
J: Hm a takhle je to A pravdivé
U: Výborně!

cv. 1/b:

$$16 \cdot 3 > 7 + 20$$

U: Sváto, klidně si to můžeš napsat stranou, ten výpočet, to vůbec nevadí, naopak.
J: Další příklad vypočítán
S: Takže 16 . 3 je 48...
U: Co ti to říká, že to je 48...
S: Eeee...
J: Můžu už dělat druhý cvičení?
U: Můžeš, klidně...a kdyby ses potřeboval na cokoli zeptat, tak se zeptej.
J: jo
U: Hele a Sváto, je mezi těmi čísly napsané plus? Co je to za znaménko?
S: Že je to 48, když si to vypočítám, větší jak 27...
U: A je to pravda, nebo ne?
S: Jo...
U: No super, tak tam napiš A a je to hotovo.

Svátu uklidňuje možnost zápisu výpočtu. Druhou úlohu Sváta řeší trochu zmateným zápisem, mezi výsledky pravé a levé strany píše znaménko +, místo znaménka >, které je v zadání úlohy. Po upozornění ale nepřesnost odhaluje. V Járově řešení můžeme zase vidět numerické chyby. Princip úloh je mu ale jasný.

Jev: Chyby z nepozornosti.

cv. 2/e:

$$57 : 3 = \underline{\quad} - 1$$

<p>J: Sváťa? Tenhle ten příklad trochu nechápu.</p> <p>S: No?</p> <p>J: $57 : 3 = \underline{\quad} - 1 \dots$</p> <p>S: Přesně s takovým příkladem mi pomáhal Štěpán...</p> <p>J: Jak to vypočítat?</p> <p>U: Co je tam nezvyklé?</p> <p>J: Mě mate ta mínus jednička...</p> <p>U: Jo? A co by se ti líbilo, kdyby tam bylo, místo té mínus jedničky?</p> <p>J: Že by tam neměla být, protože já teď nevím, jestli do toho výsledku mám jednu přidat, aby se to pak jako rovnalo, nebo jestli je to jako normální příklad, kterej...jako je to had.</p> <p>U: A jestli je to had, nebo normální příklad...a dá se to nějak vyzkoušet?</p> <p>J: Myslím, že jo...když si to vypočítáme.</p> <p>S: Jo, podle mě to budeme muset odečíst! Hele, když vypočítáme to děleno, tak z toho výsledku odečteme tu jednu...</p> <p>J: Jo, tak to je dobrý.</p> <p>U: Určitě to vyzkoušejte, jestli to bude fungovat.</p> <p>S: Tak to tady napíšeme...udělej si jako zkoušku, než to napíšeme. Pomůžeš mi s těma většíma číslama?</p> <p>J: Hmm...</p> <p>S: Tak trojka do pětky se vejde...jednou...a zbytek jsou dva, tady napíšeme dva a</p>	<p>Zápis páté úlohy Járu i Sváťu zmátl. Sice pro ně byla obtížná i velká čísla, ale hlavní zmatení přinesl zápis -1 na pravé straně úlohy.</p> <p>Jára říká, že by tam -1 neměla být. Pak říká, že neví, zda má do výsledku (neznámé), jedničku přidat, nebo je úloha jako had, kde operace dále pokračují. Jára tedy navrhuje funkční postup tím, že tvrdí, že přičte jedničku k hledané neznámé.</p> <p>Do jeho uvažování se ale vmísí Sváťa, který říká, že od neznámé jedničku odečtou. Jára se nechá strhnout a Sváťovu teorii chce vyzkoušet. Během výpočtu se ukazuje nejistota kluků při písemném dělení. Nakonec ale opět svou chybu odhalují a napravují. Vychází jim číslo 19. Oba se zaradují a na vynechaný řádek zapisují číslo 18.</p> <p>Já jim výsledný zápis úlohy opakuji, abych zjistil, jestli zaregistrují chybu.</p> <p>Jára mě prosí, abych komentář zopakoval a pak správně vysvětluje, proč v úloze má být na vynechaném řádku číslo 20.</p> <p>Jev: <i>Záporné znaménko ve spojení s neznámou je na řešení obtížné.</i></p> <p>Jev: <i>Společné odhalení principu úlohy je pro oba žáky motivující a obohacující.</i></p>
--	--

přičtíme sedm...a trojka do dvaceti
sedmi se vejde...

J: To nevychází, nebo...počkat, tohle jsme
se neučili... $27 : 3$ je...

S: Osmkrát...a to je 24...a do 27 je to 3...

U: A může ti zbýt tři, když děláš třemi?

J: Nemůže se ti to stát!

U: Tak si to vynásob, zkus si to, normálně
 $3 \cdot 8$

J: Je to tak, vyšlo to takhle...

U: Taky to vyšlo 18 Járo?

J: Ne, to mi vyšlo, jako 19, ale mínus
jedna je 18

U: takže co tam doplnit na to chybějící
místo?

J + S: Osmnáct, dobrá spolupráce.

U: 57 děleno třemi je to samé, jako
devatenáct, mínus jedna..

J: Ahááá! Mohl byste to ještě jednou
zopakovat?

U: 57 děleno třemi je to samé, jako
devatenáct mínus jedna.

J: Není to tak! Já vím!

S: Dopln vhodné číslo tak, aby byl zápis
pravdivý...

J: Já už vím, to bude 20

U: Jak si na to přišel?

J: Protože -1 je 19, která se rovná $57 : 3$, to
je taky 19.

U: Jasně.

Jev: Pochopení vztahu mezi pravou a
levou stranou rovnice je jednodušší
v úlohách kde se objevují i znaménka $<, >$.

$$32 = 27 + \underline{\quad} - 2$$

S: Jasně, aby 27 aby výsledek bylo 32
U: A to je taky nějaký zvláštní příklad?
S: Plus šest...počkat, to není možný... A 6 tady je 27 + 6...
J: Počkej, kde si?
S: Tady, do 32...ale počkej, sedm! Tam bude sedm.
J: Počkej...nojo! Sedm my tady potřebujeme! Ano, je to tak.

Společné úsilí, které kluci vynaložili při řešení úlohy výše se úročí v následující úloze. Začínají hledat taková čísla, která splňují podmínky zadání úlohy – jak říká Jára „my to tam potřebujeme“.

Jev: *Důkaz o učení a aplikace nové znalosti.*

cv.2/b:

$$2 \cdot (\underline{\quad} + 7) = 24$$

J: dvanáct! Dvakrát dva jsou 4...
J: Jo! Je to pět!
S: Kde?
J: Tady
S: Aha, tak jo, to tě poslechnu...

Jára v této úloze postupuje tak, že dělí pravou stranu úlohy dvěma. Pak chápe, že zbytek levé strany se musí rovnat 12. Proto přichází na číslo 5, které dopisuje na řádek.

Sváťa využívá možnosti spolupracovat a výsledek opisuje.

Jev: *Intuitivní použití základních pravidel pro úpravu rovnic.*

cv.2/c:

$$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + \underline{\quad}$$

J: Deset krát dva je dvacet, plus pět...
S: Jak si na to přišel?
J: Tak to je špatně...pět plus patnáct!

Jára diskutuje se Sváťou. Jára vypracoval levou stranu úlohy, která mu ukázala číslo 20. Ví, že pokud má platit rovnost, musí

<p>S: Je třicet pět..</p> <p>J: Pět, plus patnáct je dvacet, která se rovná dvaceti tady na té straně...</p> <p>S: Dobře...</p>	<p>mít i pravá strana stejnou hodnotu. Na volný řádek tedy dopisuje číslo 15. Při vysvětlení postupu Svátovi zdůrazňuje, že se strany úlohy musí rovnat.</p> <p>Jev: Diskuse přirozeně odhaluje základní vztahy mezi levou a pravou stranou rovnice.</p>
<p>cv.2/d:</p> $45 : \underline{\quad} = 9$	
<p>J: A tohle je 5</p> <p>S: Jakto?</p> <p>J: Protože 45 děleno 9 je 5</p> <p>S: Skvělá spolupráce podruhé.</p>	
<p>cv.2/g:</p> $\underline{\quad} . 9 = 117$	
<p>J: Tohle jde vypočítat...117 : 9...</p> <p>S: Zkusíme to vypočítat, jak mě to učil děda, hele, 9 se do 1 nevejde, takže si dáme 11...No a bude to dvanáct</p> <p>J: Takže 1...2...7...3...takže 13</p> <p>S: Tady bude dvanáct, protože hele!</p> <p>J: Já si to sám vyzkouším!</p> <p>S: To mě baví!</p> <p>U: To mám radost.</p> <p>S: 49, aby to bylo mínus 16...</p>	<p>Jára během výpočtu ještě stíhá kontrolovat postup Sváti, který není přesný ve výpočtu písemného dělení.</p> <p>Jev: Odhalení chyby a práce s ní.</p>

J: Počkej...to máš špatně!

S: A co?

J: Tam nemá být 12, tam má být o jedno číslo větší. Protože, když si tady zkusíme tu tvojí 12, tak je to 8 a pak je to tady deset...

S: Hmm, to je pravda...ale hele...

J: Jo, moje je správně, 13 je správně...

S: Třináctka?

J: Ano

S: Dobře.

J: Ono, když k tomuhle tomu tvému výsledku přičteme devítku, tak to budeme mít tohle to....takže to tam hraje roli, takže je to správně...

cv.2/e:

$$49 = \underline{\quad} - 16$$

S: Jo, počkej...49...to musíme udělat nějaké ten...a jak to bude?

J: Já vím, jak to uděláme...

S: My tam musíme mít nějaké to číslo, od kterého odečteme tu šestnáctku a vyjde nám 49...

J: Sakra, to je pravda, to je pravda...

S: takže šestka a do devíti se rovnají...

J: Třicet tři...jdu dále...

Tato úloha kluky zmátla záporným znaménkem. Sváťa sice správně popsal, jaké číslo hledají. Pak ale začali oba kluci svorně odečítat 16 od 49. S výsledkem 33 pak byli oba spokojeni.

Jev: Záporné číslo ve spojené s neznámou je na řešení náročné a matoucí.

<p>S: Počkej... ajo...</p> <p>U: Jste s těmi příklady spokojení?</p> <p>S + J: Jojo, myslíme si, ale nevíme to jako jistě...</p> <p>U: Takže 49 je stejné, jako 33 – 16?</p> <p>J: Jojo</p>	
<p>cv.3/a:</p> <p>1000 – x = 943</p>	
<p>S: Tyhle příklady mi přesně jdou...</p> <p>U: A o co tam jde?</p> <p>S: Takže, počkej...</p> <p>J: Vypočítat x</p> <p>S: No, nejdřív si to musíme přečíst, žejo?</p> <p>J: Takže mínus to číslo, které mi vyjde....</p> <p>S: Ano, ten výsledek, to ti vyjde, tak bude tady to x...</p> <p>J: A jojo</p> <p>S: Jak ti tady vyšlo sedm?</p> <p>J: Tak se podívej schválně...tady máme desítku a 7 + 3 je kolik?</p> <p>S: sedm plus tři je...</p> <p>J: Je těch 10...takže je to 57</p> <p>S: 57?</p> <p>J: Ano, i když to vyzkouším...</p> <p>S: Takže sem napíšeme 57? Napíšeme to nad to x?</p> <p>J: 57 je tady u áčka...bé...</p> <p>S: Jdeme takhle?</p>	<p>Oba žáci se rozhodli řešit tuto úlohu písemným odčítáním. Oba žáci si zjednodušují řešení pomocí verbalizace postupu.</p> <p>Jev: <i>Verbalizace jednodušších úloh pomáhá žákům v řešení.</i></p> <p>Zajímavý je také pohled na zápis řešení této úlohy. Zatímco Jára se snaží využít písmenko x, Sváťa používá zápis nad nebo pod zápis úlohy.</p> <p>Jev: <i>Použití neznámé k zápisu řešení úlohy.</i></p>
<p>cv.3/b:</p>	

$$x : 6 = 4$$

J: Ne...b, c, d...takhle je abeceda... $x : 6 = 4$
jééé, to je ízy...to vím z hlavy... 28

U: Tak 28, nebo 46?

J: Tak počkat, pokud bysme to měli
vydělit...tak dostaneme 6...e...ách jo...

S: 5...děleno pěti...

J: Já si to tu zatím zkouším, to je 5, je to
tak...

U: Takže $28 : 6 = 4$

J: Jo...

U: A proč tam máš ty 46, Sváto?

J: to jako kdybychom to vydělili 4, tak je to
11...

S: Ale když to uděláme pomalu, tak to
děláme ...

J: Ale ty si někde jinde...podívej...my jsme
u béčka...tohle, kdyby si udělal, tak by
tam mělo být 11 zb.2 a mělo by vyjít 6...

S: Mě se těžko přemýšlí...ale tady jsem to
měl správně...

Jára plete písemné dělení. Věřím, že jde o
chybu z nepozornosti. Na Svátovi už je
vidět zřetelná únava. Je pro něho obtížné
se soustředit tak dlouhou dobu.

Jev: *Chyby z nepozornosti.*

cv.3/c:

$$45 : x = 9$$

J: Tady jsi měl pětku správně...

S: Díky

cv.3/d:

$$x + 90 = 114$$

S: Tak teďka jdeme na děčko... $20 + 24$

J: 24

<p>S: Takže jsem to řekl správně poprvé?</p> <p>J: Ano, 24...</p> <p>S: Jsem dobrej!</p>	
<p>cv.3/e:</p> $2 \cdot (x + 7) = 24$	
<p>J: $2 \cdot (x + 7) = 24$...nestrkej do mě prosím... počkat, počkat! Papír, otočíme...tady hledáme dvacet čtyřku...jo, je to tady!</p> <p>S: Nojo!</p> <p>J: Dyť to je úplně stejný tady! Takže $x = 5$...je to úplně stejný příklad.</p> <p>S: Jen je jinak proházenej...</p> <p>J: ne, je to úplně stejná stavba příkladu, jen tady je řádka, kam můžeš napsat to číslo...</p> <p>U: Tak to vám ulehčilo práci...</p> <p>J: Ano, velice...</p>	<p>Jára zbystřil, úloha mu už byla známá a rozhodl se ji vyhledat na předcházejícím listě. Našel ji a o svůj objev se podělil se Svátou. Sváta byl nejdříve trochu nedůvěřivý, ale Jára mu dokázal, že jde o stejné příklady, jen jinak vyjádřenou neznámou. Zároveň tak ukazuje své argumentační schopnosti.</p> <p>Jev: <i>Propojení stejných úloh s různě vyjádřenou neznámou.</i></p>
<p>cv.3/f:</p> $19 = x : 3$	
<p>S: $19 = x : 3$....</p> <p>J: počkej...</p> <p>S: 6...</p> <p>J: Špatně...</p> <p>S: Jakto?</p> <p>J: Protože je to dělení...</p> <p>S: Ahá!</p>	<p>Jára stihl kontrolovat postup Sváti. Ten si spletl dělení s násobením, jedná se o další chybu z nepozornosti.</p> <p>Jára úlohu řeší pomocí reverzní operace, rozkládá si číslo 19 a pak rozklad násobí. Svědčí to o tom, že chápe vztah mezi dělením a násobením a dokáže znalost</p>

<p>J: Bude to...57...když si to rozdělíme na čísla, aby se nám to líp počítalo, tak $10 \cdot 3$ je 30 a $9 \cdot 3$ je 27 a to je 57...</p> <p>S: Ajo...</p> <p>S + J: Dobrá spolupráce potřetí.</p>	<p>tohoto vztahu použít ke zlehčení řešení úlohy.</p> <p>Jev: <i>Přemýšlení nad možností řešení úlohy.</i></p>
---	---

cv.3/g:

$$32 = 27 + x - 2$$

<p>J: Já tady zatím budu pokračovat na géčko...</p> <p>S: Já už jdu taky...</p> <p>J: Ehm...otoč papír...tady má být 7, protože mínus dva je 5 a tu my potřebujeme...</p> <p>U: A je to určitě stejný příklad?</p> <p>J: Ano</p> <p>S: Podíváme se ještě pro jistotu...ajo!</p> <p>J: Jen je tady řádka, na kterou to můžete napsat...</p>	<p>Jára úlohu opět propojuje s předchozím cvičením. Dokonce ji komentuje stejnými slovy „tu my potřebujeme“.</p> <p>Jev: <i>Propojení stejných úloh s různě vyjádřenou neznámou.</i></p>
--	---

cv.3/h:

$$x \cdot 3 = 12$$

<p>J: A teď poslední...no! To je zase úplně stejnej příklad, jako tady!</p> <p>U: No vidíte, jak jste si to ukrátili...</p>	<p>Podobnost úloh kluci opět využívají ke zjednodušení práce.</p>
---	---

cv.4 slovní úloha k rovnici $32 = 27 + x - 2$:

Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

<p>J: Tak, myslím si číslo, když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?</p> <p>J: Takže...</p> <p>S: Já to nechápu...</p> <p>J: Takže musíme pozpátku...</p> <p>S: Takže 32 – 2...</p> <p>J: X se rovná 32 – 27 + 2...takže x =</p> <p>S: Jakto?</p> <p>J: Protože to všechno musíš obrátit...takže místo přičítání odečítáš, jdeš jako by pozpátku...takže 32 – 27</p> <p>S: To je 5...</p> <p>J: Ano...takže 5 + 2 je 7</p> <p>S: Ano, je to sedm...</p>	<p>Slovní úloha „Myslím si číslo“ kluky zjevně zaujala. I unavený Sváťa zbystřil.</p> <p>Jára se pustil do řešení a zvolil strategii „pozpátku“, kterou patrně má již zažitou. Svůj postup krásně vysvětluje Svátovi, který má možnost prohlubovat své poznání.</p> <p>Jev: <i>Diskuse vede k lepšímu pochopení.</i></p> <p>Jára navíc formuluje rovnici, která povede k řešení. Krom toho, že si jí je vědom, dokáže ji i zapsat se správně použitým symbolem neznámé.¹</p> <p>Jev: <i>Vytvoření rovnice a správný zápis s využitím neznámé x.</i></p>
<p>cv.5 slovní úloha k rovnici $x \cdot 3 = 12$:</p> <p>Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?</p>	
<p>S: Tři! To jsou tři body!</p> <p>U: Jak to víš?</p> <p>S: Si to můžeme vypočítat...</p> <p>J: Čtyři! 3 . 3 by bylo devět</p> <p>S: Ajo!</p> <p>U: A jak je to tedy možné?</p> <p>S: Protože 3 . 4 je 12</p>	<p>Přes veliké porozumění v předchozí úloze, v této úloze nedošlo k využití neznámé při zápisu řešení. Respektive, Jára zapsal $x = 4$, ale neznámou nepoužil v samotném výpočtu.</p>

¹ Viz. Příloha – řešení Jára

<p>J: Takže za každou disciplínu získal 4 body...</p>	<p>Jev: <i>Použití neznámé ve výpočtu slovní úlohy je náročné.</i></p>
<p>cv.6 slovní úloha k rovnici 2. $(x + 7) = 24$:</p> <p>Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?</p>	
<p>J: A tohle je úplně jednoduchý...stejný počet kuliček...takže by to mělo být 7...jo...sedmnáct...</p> <p>S: 17? Ajo...7 a kolik je do 14...</p> <p>J: 17, dokončeno...</p> <p>U: Takže odpověď by byla...</p> <p>J: Že měl 17 kuliček...</p> <p>U: Takže Pavel měl 17 kuliček, než začal hrát. Pak vyhrál 7 kuliček a po hře měli společně s Jirkou 24 kuliček...</p> <p>J + S: Jo</p> <p>J: Počkej...plus 7 je to ano, 24</p> <p>S: Takže to x bude 7...</p> <p>J: To je úplně špatně!</p> <p>U: Negumuj to, jen to třeba zakroužkuj, ať vím, že to bylo to první...</p> <p>J: Bylo to dohromady! Takže oba dva mají 24 kuliček, když oba ty svoje kuličky sečtou...takže $24 : 2$...to je 12...já to napíšu někam trošku bokem...$12 - 7$...je 5.</p> <p>S: No...</p>	<p>Závěrečná úloha žáky nachytala. Jára se vrhl do výpočtu bez pořádného prozkoumání zadání a okamžitě vykřikl výsledek 17.</p> <p>Když jsem klukům zopakoval, co tedy podle jejich výpočtu zjistili, uvědomili si chybu a začali pracovat na nápravě. Během napravení chyb spolupracovali. Tentokrát se o použití neznámé x ve výpočtu pokusil Sváťa, jeho výpočet ale není zapsaný správně.</p> <p>Jev: <i>Použití neznámé ve výpočtu složitějších úlohy je náročné – využití známějších forem výpočtu.</i></p> <p>Jev: <i>Složitější slovní zadání zvyšuje náročnost úlohy.</i></p> <p>Během řešení slovních úloh kluci neodhalili, že úlohy již řešili v předchozích cvičeních.</p>

<p>J: Takže 5 + 7 je to!</p> <p>U: Takže jak to s ním bylo?</p> <p>J: Na začátku měl...</p> <p>S: 5</p> <p>J: A potom získal 7 a když to s Jirkou spojili dohromady, tak měli 24</p>	<p>Jev: <i>Nedošlo k propojení numerických a slovně zadaných úloh.</i></p>
--	---

Závěrečné hodnocení obtížnosti

<p>U: Dobře a kdybyste chtěli srovnat to cvičení s řádkou a s písmenkem x, která pro vás byla těžší?</p> <p>S: Cvičení 3</p> <p>J: Vlastně je to stejný...</p> <p>S: Většina byla stejná, byl to takovej chyták...a byla tam náповěda...takže bylo důležitý si pamatovat ty příklady...já to zakroužkuji...</p> <p>J: Pak tam byl ještě tenhle...49...pak tam bylo 45...</p> <p>U: Takže jste zjistili, že se tam 4 příklady opakovaly...a co to první cvičení?</p> <p>J: To bylo tak polotěžký...</p> <p>U: A přišlo Vám na těch příkladech něco zajímavého?</p> <p>S: Mě baví se o těch příkladech bavit, je to větší zábava...</p> <p>J: Než normální testy...</p> <p>S: Mě se to moc líbilo...</p> <p>U: A vadilo vám něco při tom počítání?</p>	<p>V závěrečném hodnocení Sváťa označil cvičení 3, jako náročnější, než cvičení 2.</p> <p>Jev: <i>Pro slabší žáky je použití neznámé vyjádřené písmenkem, méně srozumitelné než vyjádřené vynechaným řádkem.</i></p> <p>Kluci také zmínili, že je bavila možnost o příkladech diskutovat. Ocenili by takovou možnost i během hodin matematiky.</p> <p>Jev: <i>Přání řešit podobné příklady v podobné atmosféře i v hodinách matematiky.</i></p> <p>Když jsem položil otázku, zda jim něco na příkladech vadilo, Jára okamžitě zmínil úlohu e ve cvičení 2². Byla to úloha, kde došlo u Járy k prvnímu pochopení principu úloh. Nejvíce matoucí pak pro něho byla právě ta -1.</p>
--	--

J: Mě tam zarazil příklad u té dvojky...ta mínus jednička, ale pak jsme na to přišli oba... U: Skvěle, moc vám děkuji za spolupráci.	Jev: <i>Záporná znaménka se ukazují jako obtížnější.</i>
---	---

Experiment 10 – 11.5.2022 –Natálka a Dominika – 4.B

Experiment	10	Podoba	Písemné zadání ve dvojici
Třída	4.B	Čas vyřešení	46:00
Žáci	Natálka a Dominika	Záznam	Písemné řešení + Videozáznam

Přepis průběhu experimentu	Komentář a pozorované jevy
cv. 1/a: $3 + 5 = 9 - 4$	
U: Tak, Natálko, ty si hned napsala, že to není pravda, jak si na to přišla? N: No, $3 + 5$ je 8 a $9 - 4$ je 5, takže to není pravda. U: Paráda.	Natálka hned v úvodu ukazuje, že vztah rovnosti mezi pravou a levou stranou úlohy chápe. Jev: <i>Žák chápe rovnítko jako vyjádření vztahu rovnosti už od prvních úloh.</i>
cv. 1/b: $16 \cdot 3 > 7 + 20$	
U: Vidím, že nad něčím přemýšlíte. Co Vás zbrzdilo u tohohle příkladu? N: $16 \cdot 3$ si to rozložím... U: Dobře, zkus mi říct, co mi ta úloha říká, aniž bys jí počítala. Co po tobě chce? N: No, když vypočítám ty strany, tak mám říct, co je větší a co je menší. U: Aha	Natálka se chvílku pozastavila u druhé úlohy. Zastavila jí vyšší čísla. Vyjádření nerovnosti ale chápala správně. Jev: <i>Obtíže dělají vyšší čísla v zadání úlohy, ne pochopení zadání.</i>

N: A $7 + 20$ má být větší než $16 \cdot 3$
U: Opravdu?
N: Jé, $16 \cdot 3$ je větší, než $7+20$.
U: Výborně.
N: Takže tohle je pravdivé.
U: A Domča nám zatím utíká do druhého cvičení. Domčo, co ty dvě úlohy v prvním cvičení? Víš si s nimi rady?
D: No, ani ne.
U: Tak se klidně porad' s Natálkou.
N: No, tak si to rozlož na desítku a šestku a pak to vypočítej a porovnej.
U: Bylo to to násobení, co tě zastavilo?
D: No, jo.

cv.2/a:

$$\underline{\quad} \cdot 3 = 12$$

U: Co máte dělat ve druhém cvičení?
D: Najít číslo, aby ten zápis byl správně.
U: Výborně.

Se zadáním druhého cvičení děvčata nemají problém. Dominika používá k řešení obráceného zápisu $12 : 3 = \underline{\quad}$.

Jev: Intuitivní použité pravidel na úpravu rovnic.

cv.2/b:

$$2 \cdot (\underline{\quad} + 7) = 24$$

cv.2/c:

$$(17 - 7) \cdot 2 = 5 + \underline{\quad}$$

<p>cv.2/d:</p> $45 : \underline{\quad} = 9$	
<p>cv.2/e:</p> $57 : 3 = \underline{\quad} - 1$	
<p>D: Mně moc nejde tenhle...</p> <p>U: A čím tě trápí?</p> <p>D: Je divnej...</p> <p>U: A v čem?</p> <p>D: To dělní je divný...</p> <p>U: Aha, to si klidně napiš na volné místo a v klidu si to vyděl.</p> <p>D: Aha, tak to je 19</p> <p>U: Aha a co tam dělá ta -1?</p> <p>D: No, dělá z toho 18.</p> <p>U: A je to pravda, že $57 : 3$ je 18?</p> <p>D: Asi jo...</p> <p>U: Opravdu? Tak počkáme, co nám k tomu řekne Natálka, už bude taky u tohohle příkladu.</p> <p>N: No, já jsem nejdřív chtěla dělat tenhle příklad, ale mně to nešlo, tak jsem dělala další...</p> <p>U: Aha, tak na to můžete mrknout spolu a zkusit tomu přijít na kloub.</p>	<p>Dominika se zastavila u této úlohy. Ostatními úlohami prošla bez otázek a zaváhání. Tady ji nejdříve zastavilo vyšší číslo v zadání úlohy. Když jsem jí ale řekl, že si může dělení rozepsat, zvládla najít výsledek dělení.</p> <p>Jev: <i>Obtížnost znamenají vyšší čísla v zadání, ne pochopení úlohy.</i></p> <p>Pak ale přišla otázka na -1 na pravé straně úlohy. Dominika chápe, že kdyby od 19 odečetla 1, tak bude mít na pravé straně číslo 18. Dominika si není jistá, jestli by pak úloha byla správně. Čekáme tedy na radu Natálky. Ovšem ani ta si není jistá. Děvčata se tedy rozhodnou pokračovat k dalším úlohám a tuto úlohu nechají nedořešenou.</p>

<p>D: Mě to vyšlo 19</p> <p>N: Aha, takže to bude 19?</p> <p>U: No, co teď tam ta -1?</p> <p>N: No, jakože, kdybych si dala 19 – 1, tak je to 18, ale já nevím, jakou to má souvislost s tím příkladem...</p> <p>D: No, tam je to rovná se...</p> <p>N: Jo, takhle...</p> <p>D: No, takhle by to bylo 18...</p> <p>N: A kdybych tam dala 18?</p> <p>U: Tak Ti to vyjde 17.</p> <p>N: Já nevím.</p> <p>U: Tak zkusíme nějaký jiný a třeba se vrátíme.</p>	<p>Jev: Přemýšlení nad možnostmi řešení.</p> <p>Jev: Záporná znaménka ve spojení s neznámou jsou pro žáky složitější.</p>
<p>cv.2/f:</p> $32 = 27 + \underline{\quad} - 2$	
<p>U: A hele, zase tu máme nějakou nesrovnalost. Natálka tam má sedmičku a Domča tam má pětku, tak jak to teda je?</p> <p>D: Tak, 27 + 5 je...těch 32 mínus...aha no...tak tam bude ta 7.</p> <p>N: Když tam odebereme -2, tak tam musí být sedmička.</p> <p>U: Skvělé.</p>	<p>Hned u další úlohy se dívky setkávají s obdobnou výzvou, každé z děvčat zapsalo jako hledanou hodnotu jiné číslo. Když si úlohu společně znovu prošli, Dominika odhalila chybu.</p> <p>Jev: Diskuse vede k lepšímu pochopení.</p>
<p>cv.2/g:</p> $\underline{\quad} . 9 = 117$	
<p>U: Klidně si ten další příklad vyděl v řádku, ať to nemusíš počítat z hlavy.</p> <p>N: Takže tady bude 13?</p>	

<p>U: Co myslíš?</p> <p>N: Jo</p> <p>U: Správně. A teď ten zbytek.</p>	
<p style="text-align: center;">cv.2/h:</p> <p style="text-align: center;">$49 = \underline{\quad} - 16$</p>	
<p>U: Tak, Natálko, jdeš na to, že si řekneš $49 + 16$, jak tě to napadlo?</p> <p>N: No, protože tady jiný čísla nemám, tak nemám, co jinýho udělat...můžu, ale mě to takhle přišlo lepší...a že si to sečtu a když mi vyjde výsledek, tak když od toho odečtu 16, tak by mi to mělo vyjít.</p> <p>U: Dobře, super.</p>	<p>Natálka u této úlohy ukazuje, jak pěkně chápe vztahy mezi jednotlivými částmi úlohy.</p> <p>Jev: <i>Intuitivní použití základních pravidel pro úpravu rovnic.</i></p>
<p style="text-align: center;">cv.2/b:</p> <p style="text-align: center;">$2 \cdot (\underline{\quad} + 7) = 24$</p>	
<p>U: Tak, teď než půjdeme na další stránku, tak doladíme to druhé cvičení, ať se do toho můžete pustit obě. Klidně si navzájem pomozte.</p> <p>N: Domčo, chceš pomoci?</p> <p>D: Asi jo...</p> <p>N: Takže, $(2 \cdot (\underline{\quad} + 7) = 24)$ když si, jakože...já jsem to nějak ani nepočítala, mě to došlo, že si dáš</p>	<p>Natálka se nabízí, že Dominice pomůže. Dominika evidentně vysvětlení od Natálky chápe a je ráda, že s ní může spolupracovat.</p> <p>Jev: <i>Společné odhalení řešení je pro oba motivující a obohacující.</i></p>

<p>24 : 2 je 12, takže ty si tady dáš 12, abys měla jakože 2 . 12 je 24...ne, tady v té závorce ti musí vyjít dvanáct.</p> <p>D: Takže to bude 5.</p> <p>U: Tak.</p>	
<p><i>Návrat ke cv.2/e:</i></p> <p>57 : 3 = ___ - 1</p>	
<p>N: A já jdu přemýšlet nad tímhle. (57 : 3 = ___ -1)</p> <p>U: Určitě to zkus, třeba na to teď přijdeš.</p> <p>N: Já si nejsem jistá, ale mně tak přijde, že když se ten příklad rovná 19, tak tady se odečítá, takže to není stejný...</p> <p>U: Jasně...a co s tím?</p> <p>N: No, já bych tam zkusila dát 20...ale nevím.</p> <p>U: Tak jí tam zkus dát a uvidíš, jestli to bude fungovat. Tak, teď máš 20 – 1, to je kolik?</p> <p>N: 19</p> <p>U: A 57 : 3 je kolik?</p> <p>N: 19 ? Takže to nejde...</p> <p>U: Proč ne? Tady je devatenáct a tady je taky devatenáct?</p>	<p>Natálka se na konce vrátila k řešení úlohy e, kterou děvčata vynechala, protože si nebyla jistá, jak pracovat s -1 na pravé straně.</p> <p>Natálka si je vědomá toho, že pokud by na pravou stranu dopsala 19, nebude mezi oběma stranami platit rovnost. Navrhuje zkusit číslo 20, pak by pravá strana byla 19. Je k řešení trochu nedůvěřivá, ale když jí to shrnu, tak má radost, že se jí úloha podařila vyřešit.</p> <p>Jev: <i>Diskuse vede k lepšímu pochopení úlohy.</i></p> <p>Jev: <i>Setkávání s podobným typem úloh dělá jejich řešení snadnějším.</i></p> <p>Jev: <i>Snaha najít řešení i přes neúspěch.</i></p>

<p>N: Tak to jde! Aha, já myslela totiž, že tady je ten výsledek, a tak mě to zmátlo...že se to musí ještě odčítat.</p> <p>U: Bezva, tak to máme první stranu hotovou.</p>	
<p>cv.3/a:</p> <p>1000 – x = 943</p>	
<p>N: Počkat, to nedává smysl, to jsem špatně spočítala...</p> <p>U: Domčo, je to možný?</p> <p>D: Jé, není...</p> <p>N: To bude 67?</p> <p>U: Zkus to...</p> <p>N: Hm, tak ne...to musíme zmenšit...</p> <p>D: Padesát?</p> <p>U: Kolik?</p> <p>D: Padesát...sedm?</p> <p>U: Zkuste to...</p> <p>D + N: Jo, to je 57.</p>	<p>Velice zajímavé u třetího cvičení je fakt, že obě děvčata se rozhodla zkusit využívat neznámé x i v zápisu výpočtu. Nespokojily se pouze u zápisu hodnoty neznámé nad její symbol, ale skutečně se snaží o zápis výpočtu. Ne vždy se to daří, ale i takový pokus je překvapivý³.</p> <p>Jev: Použití neznámé v zápisu řešení úlohy.</p> <p>Jev: Písmena v zadání nečiní žákyním obtíž.</p>
<p>cv.3/b:</p> <p>x : 6 = 4</p>	
<p>cv.3/c:</p> <p>45 : x = 9</p>	
<p>cv.3/d:</p>	

³ Viz. příloha – řešení Natálka, řešení Dominika

$$x + 90 = 114$$

cv.3/e:

$$2 \cdot (x + 7) = 24$$

U: Tak, pojdte na druhý sloupeček...

N: To už tady bylo!

U: Jo?

N: Bylo...

U: A kde?

N: V tom příkladu 2...

U: Tak se koukněte, jestli to tam opravdu je...

N: Je to tam...

U: A je to stejný?

N: Je to stejný, jen místo toho čísla, té pětky je tam to x-ko..takže bych to nemusela počítat, i když to teď vím, ale já to udělám, protože si to aspoň zkontroluju...Já nevím, jak to vypočítat teďka...

U: A nechceš se kouknout na nápovědu na ten předchozí příklad?

N: No, tam jsem si udělala $2 \cdot 12$, protože to bylo 24...takže...bych tam mohla dát tu 5 a bylo by to hotový, ale kdybych ten příklad, co tam byl minule, neměla, tak bych to musela udělat...takže já...

U: Chceš si to zkusit.

N: Jo...a ...12, ale x-ko není 12...ach jo...

U: Tak co je 12?

Natálka tuto úlohu prokoukla, objevila, že úloha už byla v předchozím cvičení, jen neznámá byla vyjádřená jinou formou. Odmítla ale využít nápovědu a rozhodla se o příkladu znovu přemýšlet, aby ho správně odhalila. V řešení rozepisuje výpočet do několika kroků. Neznámá x ji ale nejde vyjádřit správně. Celkový zápis je stále příliš složitý.

Jev: *Propojení dvou stejných úloh s různým vyjádřením neznámé.*

Jev: *Použité neznámé x ve výpočtu složitější úlohy je stále obtížné.*

<p>N: Dvanáct je vlastně ten výsledek...</p> <p>U: Kterej?</p> <p>N: Vlastně těch 5 + 7...jenže, není to přímo to x-ko...protože potom bych měla 12 + 7...možná ještě mínus těch sedm?</p> <p>U: Zkus to...</p> <p>N: To se rovná 5...takže x se rovná 5.</p> <p>U: Takže je to stejný, jako ten předchozí příklad?</p> <p>N: Jo.</p> <p>U: Super.</p>	
<p>cv.3/f:</p> <p>19 = x : 3</p>	
<p>N: Tady zase musím vypočítat 19, aby to bylo stejně, protože...nevím...</p> <p>U: Takže něco, děleno 3 je devatenáct...a hele, Domča něco objevila určitě. Domčo, co si objevila?</p> <p>D: Že ten příklad je na druhý straně...</p> <p>U: Tohle F?</p> <p>D: Je to trošku jinak napsáno...</p> <p>U: A mohlo by nám to pomoci?</p> <p>D: Vlastně, tohle si myslím, že je ten výsledek tady...57 : 3 je tady 19</p> <p>U: Tak to by mohlo pomoci, možná...takže Domča si myslí, že to x by mohlo být 57...</p> <p>N: Tak já zkusím 3 . 19...si to rozložím...ne já nevím... Tak to je 57, ale proč mi to tady vycházelo 33?</p>	<p>U této úlohy Dominika upozornila na podobnost úlohy s úlohou e z předchozího cvičení. Ví ale, že úlohy nejsou úplně totožné, chce ale využít část úlohy na ulehčení řešení úlohy stávající.</p> <p>Jev: <i>Schopnost využít část jiné úlohy, která se hodí k ulehčení úlohy aktuálně řešené.</i></p> <p>Během zkoumání řešení Natálka odhalila svou chybu v násobení, kterou pak opravila.</p> <p>Jev: <i>Odhalení chyby a práce s ní.</i></p>

<p>U: Tak to nevím...nemůže to být proto, že si jedno číslo násobila a druhé dělila? (19. 3)</p> <p>N: Jo, asi.</p>	
<p>cv.3/g:</p> $32 = 27 + x - 2$	
<p>U: Naty, jak Ti vyšlo to G? Máš tam napsáno, že $x = 7$, jak si na to přišla?</p> <p>N: No, já jsem napsala, že $32 - 27 = 5$ a ještě k tomu si musím dát to 2, aby nám ten výsledek vyšel stejně, i když to ubereme...může být v tom zápisu tady ty tři čísla?</p> <p>U: Klidně. Tak, Naty ti může pomoci s tím G, kdybys chtěla, Domčo.</p> <p>N: Chceš s tím pomoci?</p> <p>D: Ne, v pohodě, já na to asi přijdu. Pět mínus dva je tři...no tak ale! To sem už taky někde viděla...Takže tam bude $7 - 2$, to je 5 a $5 + 27$ je 32. Takže x je 5...ne! Nene! 7.</p> <p>U: Tak jdeme na slovní úlohy!</p>	<p>U této úlohy se Natálka opět rozhodla zkusit zapsat výpočet pomocí neznámé x. Nesprávně ale v zápisu změnila znaménko u čísla 2, její řešení tedy vypadalo takhle: $x = 32 - 27 - 2$. Když jsem se Dominiky ale doptával na její řešení, odpověděla, že tam musí 2 přidat. Šlo tedy o chybu v zápisu řešení⁴.</p> <p>Jev: Použité neznámé x ve výpočtu složitější úlohy je stále obtížné.</p> <p>Natálka zatím odhalila, že úlohu již počítala.</p> <p>Jev: Propojení dvou stejných úloh s různým vyjádřením neznámé.</p>
<p>cv.4 slovní úloha k rovnici $32 = 27 + x - 2$:</p>	

⁴ Viz. příloha – řešení Dominika

Myslím si číslo. Když od něho odečtu 2 a přičtu 27, vyjde mi 32. Jaké číslo si myslím?

N: To už tady taky někde bylo! Tady!

U: Jo? Tak to zkuste, jestli to není ta odpověď?

N: Takže $7 - 2 + 27$ je 32. Takže se to rovná 32, takže tím číslem je 7.

U: Jo? Funguje to podle zadání?

N: Jo!

U: A tys na to přišla podle toho, že?

N: Podle toho příkladu, že už tam byl a kdybych ten příklad tady neměla, tak bych to spočítala, že bych si vzala...já nevím, jak bych to vypočítala bez něj...

D: Já tomu vůbec nerozumím...

N: Koukej, na té minulé stránce byl tenhle příklad...a když vypočteš tyhle příklady, tak ti vyjde 5 a když přičteš 27, tak máš 32 a tady ti vyjde ten příklad, že ho odečteš a pak přičteš.

D: Aha...

V úloze „myslím si číslo“ Natálce v řešení pomohla znalost úlohy z předchozích cvičení. Dominika byla k řešení nedůvěřivá, protože Natálka úlohu vyřešila opravdu rychle.

Jev: *Propojení numerických úloh se slovním zadáním.*

cv.5 slovní úloha k rovnici $x \cdot 3 = 12$:

Na školní olympiádě jsem získal ve třech disciplínách stejný počet bodů. Dohromady jsem za tři disciplíny obdržel 12 bodů. Kolik bodů jsem získal za každou disciplínu?

N: Tak za mě je to čtyřka.

<p>U: Domčo, souhlasíš? D: Jo.</p>	
<p>cv.6 slovní úloha k rovnici 2 . $(x + 7) = 24$:</p> <p>Díky výhře 7 kuliček měl Pavel po hře stejně kuliček jako Jirka. Kolik kuliček měl Pavel před hrou, když víš, že na konci měli Pavel a Jirka dohromady 24 kuliček?</p>	
<p>U: Tak, teď to poslední... N: Takže... U: Tak, obě jste začaly dělit 24 sedmi, proč? D: No, mě to přišlo, jako jediná možnost... U: A proč je to jediná možnost? N: Kdybych si dala 7 . 24, tak mi to vyjde úplně nějaký...číslo, který nemůže... U: A musím použít jen tu 7 a 24? N: No, já nevím, kde bych jiný číslo vzala... D: No, tady je, že ten Pavel a Jirka, že jsou dva...takže bych mohla ještě 24 . 2...totiž 24 : 2 U: A k čemu by mi to bylo? N: Vlastně...3 . 7 je 21, ne 24 D: No, právě...tady mi vyjdou 3 zbytky (24:7) U: A myslíte, že to může vyjít se zbytkem? D: To nedává smysl... U: Tak co s tím? N: Hm...dohromady 24, to znamená, že měli oba dva 24 dohromady...takže to</p>	<p>Poslední úloha odhalila, že děvčata šla důsledně pouze po číslech uvedených v zadání a nesnažila se zadání nejdříve pochopit. Je možné, že je odradila délka slovního zadání.</p> <p>Jev: Složitější slovní zadání zvyšuje náročnost úlohy.</p> <p>Pokoušel jsem se je tedy pomocí dotazování dostat k pochopení toho, co vlastně počítají. Dominika pak navrhl, že by bylo možné dělit 24 : 2. Tuto myšlenku přijaly, protože předchozí cesta vedla k výsledku se zbytkem. A to obě věděly, že není možné.</p> <p>Jev: Diskuse vede k lepšímu pochopení úlohy.</p> <p>Děvčata začala řešení probírat, a nakonec došly k výsledku. Bylo vidět, že z úspěchu mají velkou radost.</p>

<p>nemůžeš dělit, protože...no, nevím, prostě to nejde...a...</p> <p>D: $24 : 2$ to je taky jedna z těch možností...</p> <p>U: Tak to zkuste...</p> <p>N: Kde bych ale tu dvojku vzala...</p> <p>D: No, protože jsou dva, ten Pavel a Jirka...</p> <p>N: Takže 12 měl každej jeden a ten Pavel vyhrál sedm...a $12 - 7$... takže měl 5 kuliček..vlastně, $5 + 7$ je 12 a s tím Jirkou je to 24.</p> <p>U: Tak kolik měl teda na začátku?</p> <p>N: 5</p> <p>U: Super!</p>	<p>Jev: Společné odhalení řešení je pro obě žáčky motivující a obohacující.</p>
--	--

Závěrečné hodnocení obtížnosti

<p>U: Ještě se Vás rychle zeptám, které cvičení se vám zdálo nejtěžší?</p> <p>N: Já nevím, ony byly všechny stejné...museli jsme přemýšlet...asi ta dvojka. Anebo ty rovnice.</p> <p>D: Já bych dala dvojku a trojku...</p> <p>U: Dobře a kdybyste si měly vybrat mezi druhým a třetím cvičením, co bylo náročnější?</p> <p>N: Ty rovnice...třeba ten první příklad tady jsem musela hodně počítat...</p> <p>D: Pro mě dvojka...</p> <p>N: Ale bavilo mě to...</p> <p>D: Jo.</p> <p>U: Tak skvěle, děkuju vám.</p>	<p>Během závěrečného hodnocení Natálka nejprve za nejtěžší cvičení označí dvojku, pak „rovnice“. Opět tedy použije slovo rovnice pro označení úloh s neznámou x.</p> <p>Jev: Termín „rovnice“ je pro žáka spojen s neznámou x, ne se vztahem rovnosti.</p> <p>Na obtížnosti druhého a třetího cvičení se děvčata neshodla. Natálka označila za náročnější cvičení 3, Dominika cvičení 2.</p> <p>Jev: Obtížnější jsou úlohy z prvních cvičení.</p>
--	---