Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Práce s nadanými žáky v matematice

Working with gifted pupils in mathematical education

Markéta Pínová

Vedoucí práce: PhDr. Štěpán Ročák

Studijní program: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Studijní obor: 1.STZŠ

2024

Odevzdáním této diplomové práce na téma Práce s nadanými žáky v matematice potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha 14. 4. 2024

PODĚKOVÁNÍ

Na prvním místě chci poděkovat vedoucímu mé práce PhDr. Štěpánu Ročákovi za trpělivé vedení, inspirativní učitelský přístup, odbornou pomoc a doprovázení nejen při psaní této práce, ale i po velkou část mého studia. Mé poděkování patří také paní učitelce, díky které nápad na tuto práci vznikl a která je pro mě v mnoha ohledech velkou inspirací. V neposlední řadě děkuji všem přátelům, a hlavně manželovi za pochopení a laskavou podporu během období psaní této práce.

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zaměřuje na didaktiku matematiky v rámci výuky nadaných žáků. V práci podrobně popisuji průběh individuální výuky matematiky dvou žáků – jednoho mimořádně nadaného a druhého akcelerovaného v oblasti matematiky. Tento proces výuky je zachycen a reflektován prostřednictvím výukových protokolů, přičemž struktura reflexe vychází z vybraných didaktických jevů. Dále se v praktické části věnuji kazuistice obou žáků, která vychází z polostrukturovaného rozhovoru s třídní učitelkou a mého pozorování individuální výuky. Kazuistika, založená na mém pozorování, je pojatá skrze další významné didaktické jevy. V teoretické části se zabývám problematikou nadaných žáků a klíčovými aspekty tohoto tématu, které poskytují kontext odborného poznání. Tato část slouží také jako popis východisek pro tvorbu úloh a pojetí celé výuky. Dále definuji důležité pojmy používané v praktické části. Poslední část práce představuje soubor úloh vhodných pro nadané žáky 2. ročníku ZŠ, který je nabídnut k využití učitelům nadaných žáků.

KLÍČOVÁ SLOVA

nadaný žák, didaktika matematiky, poznávací proces, konstruktivistický přístup k výuce, individualizovaná výuka

ABSTRACT

This thesis focuses on the didactics of mathematics in the context of teaching gifted pupils. In the thesis I describe in detail the course of individual teaching of mathematics of two pupils – one exceptionally gifted and the other accelerated in mathematics. This teaching process is captured and reflected upon through teaching protocols, with the structure of reflection based on selected didactic phenomena. Next, in the practical part, I discuss the case study of the two pupils, based on a semi-structured interview with the class teacher and my observation of individual teaching. The case study, based on my observation, is conceived through other significant didactic phenomena. In the theoretical part, I discuss the issue of gifted pupils and key aspects of this topic that provide a context for professional knowledge. This section also serves as a description of the background for the design of the tasks and the conception of the whole teaching. I also define important terms used in the practical part. The last part of the paper presents a set of tasks suitable for gifted pupils in their second year of primary school, which is offered for use by teachers of gifted pupils.

KEYWORDS

gifted pupil, didactics of mathematics, cognitive process, constructivist approach to teaching, individualized teaching

Obsah

Úvod

Problematika nadaných žáků mě zajímala už od mého nástupu na fakultu. Registrovala jsem společenskou debatu a sama jsem se snažila najít svůj postoj. Vnímala jsem různé pohledy pedagogů, psychologů a sociologů vztahujících se k tématu nejen nadaných a jejich výuky, ale také k tématům inkluzivní výuky a dopadu 8letých gymnázií na žáky a společnost. Obohacující pohled na tuto problematiku přináší Daniel Prokop ve své knize Slepé skvrny. Intenzivní zkušeností pro mě byla asistence na Základní škole náměstí Curieových, která je známá právě svou diferenciací výuky a třídami pro mimořádně nadané žáky pro výuku některých předmětů. Zde jsem se mohla rok a půl setkávat s mimořádně nadanými žáky, více poznávat je a jejich potřeby a přemýšlet o tom, jak tento jiný přístup k jejich vzdělávání ovlivňuje je samotné a jejich spolužáky z běžných tříd. Na fakultě jsem pak dále postupně utvářela svůj postoj díky vedení odborníků v tomto tématu, jako je paní doktorka Tereza Krčmářová, která mi poprvé pomohla uvědomit si, že nadaní žáci opravdu nejsou pouze chytřejší, ale že se od běžných žáků liší v mnoha oblastech a tradiční školní výuka jim může v mnoha ohledech ublížit. Nejen tedy, že mají právo na speciální podporu pedagogů a dalších odborníků, ale tato podpora je pro jejich vývoj zásadní a potřebují ji.

Druhým důležitým tématem provázejícím mou diplomovou práci je didaktika matematiky. Na fakultě jsem se poprvé setkala s konstruktivistickou výukou – konkrétně výukou podle metody Hejného. Toto nové pojetí pro mě bylo šokující a poznala jsem matematiku úplně novým způsobem. Do té doby jsem si myslela, že matematika je pouze o tom naučit se pamětně počítat a zvládnout stejným způsobem různé návody se snahou aplikovat je ve vhodných situacích. Díky vyučujícím na fakultě jsem poznala novou radost z vlastního objevování a vytvořila si pozitivní vztah k tomuto předmětu.

Ve své práci tyto dvě oblasti mého zájmu propojuji. V první části se snažím přiblížit odbornou literaturu vztahující se k tématu nadaných. Velmi stručně popisuji, jak se vyvíjel pohled na nadání a nadané, snažím se přiblížit aktuální otázky spojené s tímto tématem, a poté se zabývám teorií, která popisuje oblasti spojené s výukou nadaných a je východiskem pro druhou část mé práce. Ve druhé části práce se věnuji realizaci individuální práce se dvěma nadanými žáky. Tato část obsahuje 3 protokoly z konkrétních výukových jednotek a kazuistiky obou žáků založené na rozhovoru z jejich třídní učitelkou a mém vlastním zúčastněném pozorování. V této části se snažím popsat vývoj nadaných žáků a proběhlý způsob individuální výuky.

Cíle práce

Mým záměrem je zmapovat způsoby práce s nadanými žáky při individualizovaném vyučování matematiky. A to nejprve nastudováním teoretických poznatků, a poté prací se dvěma nadanými žáky. Ráda bych více pronikla do poznávacího procesu těchto žáků a popsala významné didaktické jevy specifické pro výuku matematiky nadaných žáků. Z těchto východisek jsem formulovala 2 konkrétní cíle:

1. Vytvořit sérii úloh vhodnou pro práci s žáky nadanými v oblasti matematiky a ověřit použitelnost této série v praxi se žáky 2. ročníku.

2. Popsat některé možnosti a způsoby práce s nadanými žáky ve výuce matematiky na základě kazuistiky žáků, pozorování a individuální práce s nimi.

Podle nastudované literatury vytvořím s oporou vedoucího mé práce sérii úloh, kterou čtenáři poskytnu k použití. Tuto sérii otestuji se dvěma žáky v průběhu individuální výuky, na které budu vystupovat převážně v roli asistenta a pozorovatele. Na základě pozorování a rozhovoru s třídní učitelkou zpracuji kazuistiku obou žáků a budu reflektovat proběhlou výuku z hlediska didaktických jevů a specifických momentů, které budou ukazovat na specifičnost výuky nadaných žáků v matematice.

1 Teoretická část

1.1 Nadání

Nadání je koncept, kterému každá kultura rozumí odlišně. Je tedy přirozené, že se ani definice nadání neshodují. Koexistuje několik pojetí tohoto konceptu. Pro učitele prvního stupně je však důležité vědět, jak na nadání hledí vzdělávací systém a jaká doporučení pro výuku nadaných dávají odborníci z pedagogiky a psychologie.

1.1.1 Historický pohled na nadání

Nejprve bylo nadání vnímáno především skrze jasně měřitelnou hodnotu IQ. (Průcha et al., 2015) Renzulli rozšířil toto vnímání nadání jako excelence v jedné nebo více oblastech o další složky. Konkrétně se podle něj nadaný odlišuje průnikem ve třech oblastech. Tou první jsou již zmiňované nadprůměrné schopnosti, druhou je vysoká kreativita a třetí oblastí je velké zaujetí úkolem (Renzulli, 1978). Z Renzulliho modelu vycházel holandský psycholog Mönks. Mönks souhlasí se třemi vnitřními faktory, které Renzulli popsal, ale model rozšířil o faktory vnější. Nadání chápe Mönks jako výsledek kombinace vnitřního a vnějšího působení. Tyto vnější faktory jsou pak rodina dítěte, jeho škola a vrstevnická skupina. Tedy prostředí, kterému je dítě vystaveno v největší intenzitě (Mönks & Ypenburg, 2002).

Důležitým milníkem v poznání nadání byla i Gardnerova teorie mnohočetných inteligencí. Gardner zdůrazňoval, že inteligence se nedá určit pouze změřením IQ. Pojmenoval původně 7 druhů inteligence a později je rozšířil o další 2. Podle něj se nadání může projevovat v každé z těchto inteligencí. Je tedy důležité nezapomínat na identifikaci a rozvíjení nadání v různých oblastech. (Gardner & Votavová, 1999) Gardnerova teorie čelí kritice, ale i tak je velkým přínosem pro vzdělávání a pohled na nadání. (Stehlíková 2018).

1.1.2 Současný pohled na nadání

V České republice MŠMT odlišuje žáka nadaného a žáka mimořádně nadaného. V obou případech se jedná o žáka, který projevuje vysoký, nebo mimořádně vysoký talent v jedné nebo ve více uvedených schopnostech a dovednostech. Nadání se projevuje podle MŠMT v „oblastech rozumových schopností, v pohybových, manuálních, uměleckých nebo sociálních dovednostech.“ (MŠMT, 2021, s.15) Mimořádně nadaný žák se pak odlišuje ještě svou tvořivostí. V této definici je zřetelný vliv Gardnera, Renzulliho i Mönkse. Mluví se v ní o nadání v oblastech, do kterých mohou být snadno zařazeny jednotlivé inteligence podle Gardnera, a zároveň je v této definici zdůrazňována tvořivost, zatímco o IQ se definice vůbec nezmiňuje. Ve vyhlášce je zmíněno i to, že nadání jedince se projevuje za vhodné podpory. Dále budu v této práci používat pouze pojmy nadání a nadaný. Rozlišování mimořádného nadání a nadání by v tomto případě, i kvůli nejasnostem v definicích, nemělo smysl.

Havigerová upozorňuje na vysokou pravděpodobnost, že každý žák má v sobě skryté nadání alespoň v jedné oblasti. Podle ní je tedy potřeba dávat žákům dostatek příležitostí toto nadání projevit a pomoci jim je rozvíjet. (Havigerová, 2011).

Další varování přidává Stehlíková. Zdůrazňuje, že ve většině definicích o nadaných dětech je možné dočíst se o jejich schopnostech, dovednostech, vysokém IQ, ale zapomíná se na jejich odlišný způsob přemýšlení, a především na jejich odlišnou osobnost. (Stehlíková, 2018)

Vytvořené úlohy jsme testovali na dvou žácích. Jeden z nich je diagnostikovaný jako žák s mimořádným nadáním a druhý z nich jako žák s akcelerovaným vývojem v oblasti matematiky. Akcelerace schopností v určité oblasti je například podle Renzulliho modelu jedna ze složek nadání. (Renzulli, 1978). Lze tedy předpokládat, že některé potřeby těchto dvou žáků se budou lišit a některé shodovat. To by se ale dalo říci o dvou žácích s diagnostikou mimořádného nadání. Nám tedy nevadí pracovat s dvojicí žáků z nichž jeden je mimořádně nadaný a jeden s akcelerovaným vývojem matematiky. I když jsou v mnohém odlišní, v matematice si rozumí a jejich potřeby ve výuce tohoto předmětu jsou velmi podobné. Pro zjednodušení budu v práci zmiňovat výuku dvou nadaných žaků.

1.1.3 Identifikace nadaných

Identifikace nadání u dítěte je klíčová pro jeho vhodnou podporu. Ideálem by podle Hříbkové bylo u každého dítěte identifikovat slabé a silné stránky a podle nich uzpůsobit jeho vzdělávání, to je však zatím nedosažitelná představa (Hříbková, 2005).

V České republice může nadání oficiálně diagnostikovat pouze psycholog.

…pouze identifikace sestávající ze standardizovaného testu IQ a zahrnující psychologickou diagnostiku (testy osobnosti, testy kreativity, případně neuropsychologická vyšetření), a to v individuální formě u klinického nebo poradenského psychologa (v pedagogicko-psychologické poradně), stanoví, že se jedná o nadané dítě.“ (Stehlíková, 2018, s. 24)

O vyšetření v pedagogicko-psychologické poradně může požádat pouze zákonný zástupce dítěte. Portešová se zmiňuje o tom, že aby dospělého člověka napadlo, že projevy dítěte mohou být způsobené nadáním, musí toto dítě znát, být s ním v dlouhodobém kontaktu a mít dostatek příležitostí k jeho pozorování. K tomu mají příležitost rodiče dítěte a také jeho třídní učitel. Nejlépe se pak nadání dítěte podle Portešové projevuje, když dítě pracuje na úkolu, který je pro něj dostatečnou výzvou a baví ho. (Portešová, Nováková, 2023)

I přes důležitost identifikace nadání se ukazuje, že školy v České republice mají v této oblasti značné nedostatky. Ze šetření České školní inspekce k tématu Podpora a vzdělávání nadaných a mimořádně nadaných žáků vyšlo najevo, že na základních školách je identifikovaných nadaných žáků méně, než kolik by se jich mělo podle teorie vyskytovat. (ČŠI, 2022) To tedy znamená, že školám se nedaří identifikovat velkou část nadaných žáků. Česká školní inspekce jako hlavní příčiny tohoto problému označuje absenci používání objektivních nástrojů používaných k identifikaci nadání, nedostatek systematičnosti v celé oblasti vzdělávání nadaných a nedostatečné propojení se školskými poradenskými zařízeními. Ty jsou podle České školní inspekce přetíženy a nezbývá jim dostatek prostoru pro podporu nadaných a mimořádně nadaných žáků. (ČŠI, 2022)

Identifikaci nadání může komplikovat několik faktorů. O jednom z nich píše Havigerová hned v úvodu své knihy Pět pohledů na nadání. Tímto faktorem jsou stereotypní představy pedagogických pracovníků o nadání a o jeho projevech. Havigerová píše o důležitosti objevení těchto představ (jedinec ani nemusí vědět, že takové představy má), jejich pojmenování a hlavně srovnání s informacemi, které jsou v dané době dostupné. Tento proces pak popisuje jako první krok úspěšného vzdělávání nadaných. Havigerová dále popisuje, jak se v projevech může lišit bystrý a nadaný žák, přičemž podle ní odpovídají stereotypním představám o nadání spíše projevy žáků bystrých. (Havigerová, 2011) Stereotypy spojované s nadáním a nadanými dětmi popisuje i Stehlíková. Také ona vidí, že tyto představy jsou překážkou v identifikaci a vzdělávání nadaných žáků. (Stehlíková 2018) Je tedy podstatné v této oblasti se vzdělávat a své představy porovnávat s vědeckým poznáním.

Dalším faktorem komplikujícím objevení nadání u dětí je jeho možné neprojevení. Havigerová zmiňuje, že nadání může být latentní. „Nadání jsou vrozené předpoklady, které se mohou a nemusí projevit (je latentní). Cílem je, aby se projevilo a z latentního se stalo manifestované." (Havigerová, 2011, s. 18) To, zda se nadání projeví nebo ne, je podle výše zmiňovaných autorů závislé ve velké míře na správných podmínkách a prostředí, ve kterém se dítě nachází. (Mönks & Ypenburg, 2002, MŠMT 2021, Stehlíková 2018)

Kapitolu o identifikaci nadaných zmiňuji, protože z odborné literatury, kterou jsem výše předložila, vyplývá, že učitel hraje zásadní roli v tomto procesu. Šetření české školní inspekce ale ukázalo, že školám se identifikovat nadané žáky nedaří. A pokud se toto nezmění, v Česku budou nadaní žáci bez podpory, kterou potřebují a na kterou mají právo. Jedním z cílů mé práce je poskytnou materiál, který učitelé budou moci využívat při výuce nadaných ve své třídě. Bez jejich identifikace to ale není možné.

1.1.4 Charakteristika nadaného žáka

Pro identifikaci nadání je důležité znát nejčastější vlastnosti nadaných žáků a projevy těchto vlastností v různých podmínkách. Seznamů charakteristických vlastností nadaných jedinců existuje mnoho. Většina si je velmi podobná. Zde uvádím seznam zpracovaný podle Machů, která ho vytvořila na základě názorů dalších autorů. Machů zdůrazňuje že tyto vlastnosti jsou jen orientační. Tedy jejich výskyt nezaručuje nadání a ani nadané dítě se nemusí projevovat níže uvedenými vlastnostmi. (Machů, 2010)

Machů uvádí následující charakteristiky, které třídí do tří oblastí; kognitivní charakteristiky, afektivní charakteristiky a psychomotorika.

Kognitivní charakteristiky:

Mezi ně patří: **bohatá slovní zásoba**, **schopnost abstrakce a generalizace**, vysoké **metakognitivní schopnosti**, **kritické myšlení**, **flexibilita a originalita myšlení**, smysl pro **humor**, zájem o **čtení**, dobrá **paměť**, **hluboké znalosti** v oblastech zájmu, **intelektuální zájmy** a koníčky, dobrá schopnost **koncentrace pozornosti** a rozdílné **pracovní tempo**.

Afektivní charakteristiky

Ty se projevují: **denním sněním** – často konstruktivním, velkou **vnitřní motivací** a **touhou po vědění**, vysokou **aktivitou**, **přecitlivělostí a smyslovou vnímavostí**.

Psychomotorika:

Odlišná psychomotorika se může projevovat skrze **problémy** s **jemnou i hrubou motorikou**. (Machů, 2010)

Tento seznam rozšiřuji ještě o vnímaní Stehlíkové, která se jako psycholožka s nadanými žáky setkává a intenzivně s nimi pracuje. Stehlíková poukazuje na to, že odlišnosti nadaných jedinců mohou být okolím často vnímány negativně. Například **velká touha po vědění nebo jejich zájem o čtení** jsou výzvou pro učitele nadaných žáků v prvních třídách. Rodiče někdy své děti odrazují od čtení před nástupem do školy, aby nenarazili na problém. Nedostatečně podnětné prostředí ale vede k nenaplnění základních poznávacích potřeb a má negativní dopady. Zatímco umožnění různorodosti při úctě a respektu vede ke spokojenosti jedinců a lepší společnosti. (Stehlíková, 2018)

Další vlastností charakterizující nadané jedince je podle Stehlíkové **touha po autonomii**. Nadaní jedinci mají potřebu rozhodovat o sobě samých a špatně zvládají manipulaci a nátlak. Pokud se jedná pouze o ně, měli by mít možnost volby. Pokud se jedná o větší skupinu, Stehlíková radí vést s jedinci diskuzi, a rozvíjet tak u nich respekt k druhým. Dále mají **potřebu kontroly,** a proto je může rozhodit situace, u které by to dospělý člověk neočekával. Odlišují se totiž i **divergentním myšlením**, ve kterém je možné se ztratit a rychle se z něj unavit. S tím souvisí právě potřeba kontroly, skrze kterou se snaží stanovit si záchytné body. Nadané děti jsou **intuitivní** a **prozíravé.** Tito žáci neustále přemýšlí a někdy to vede až k úzkostem. Velmi brzy kladou otázky k tématům smrti a přemýšlejí o smyslu své vlastní existence. Nemají však ještě nástroje pro zvládání takto těžkých témat. Je pro ně typický **asynchronní vývoj jednotlivých složek** (kognitivní, afektivní a psychomotorické). Asynchronie je pro nadané komplikací. Může se projevovat různě. Například je komplikované sladit rychlé tempo myšlení a pomalé tempo psaní, nebo naopak pomalé tempo mluvení a rychlé tempo myšlení. U každého dítěte se tato asynchronie projevuje odlišně, ale je potřeba na ní pracovat a mít pro děti pochopení. Pro nadané děti je typická i **emoční dyssynchronie**, která může být vnímána jako nevychovanost či nezralost. Jedná se ale o rozdílné tempo vývoje intelektuálního a emočního. Zde je potřeba učit dítě, jak zvládat své emoce a jak si odpočinout od neustálého proudu myšlenek. Nadaní žáci jsou často **perfekcionisté s nízkým sebevědomím**. Stehlíková tento jev vysvětluje tím, že nadané děti myslí intuitivně a často nedokážou vysvětlit, jak na něco přišly. Mohou potom mít pocit, že objev vlastně nebyl jejich, a proto si nezaslouží uznání. Je tedy třeba podpořit nadané žáky v hledání své hodnoty jinde než ve výkonech, které jim nepřipadají dostatečné. Další výraznou oblastí jsou **paměť a pozornost.** Ty jsou často u nadaných dětí nadprůměrné, ale pokud je nadané dítě vystaveno nedostatku podmětů, jejich pozornost je naopak roztříštěná a dítě se jeví jako nepozorné. (Stehlíková, 2018)

Winnebrener a Brules upozorňují právě na to, že charakteristiky nadaných žáků mohou mít odlišné projevy v závislosti na (ne)dostatečné míře podpory a respektu ke specifickým potřebám. (Winnebrener & Brules, 2012)

Upravená a zjednodušená verze pozitivních projevů a možných problémů podle Winnebrener a Brules:

Pozitivní projevy	**Možné problémy**
Rychle získávají nové poznatky a dobře je udržují.	Jsou netrpěliví vůči ostatním, nemají rádi dril, opakovaní a rutinu.
Jsou zvídaví a mají touhu po pochopení významu.	Neustále kladou otázky a odmítají autoritativní přístup.
Jsou schopni zobecnění, abstrakce a syntézy.	Odmítají dril a staví se proti některým vyučovacím metodám.
Rozpoznávají příčiny a důsledky.	Mají problém akceptovat vše nelogické (např. emoce a tradice)
Je pro ně důležitá pravdivost a spravedlnost.	Mají problémy s praktičností.
Rádi organizují, je pro ně důležitý řád a struktura.	Vymýšlejí složitá pravidla a mohou působit jako příliš dominující a kontrolující.

Mají bohatý slovník a rozsáhlé znalosti v různých oblastech.	Často se ve škole nudí a na ostatní působí jako „všeználci“
Stanovují si vysoké cíle a přemýšlí kriticky.	Mohou být depresivní, perfekcionističtí a kritičtí k ostatním.
Mají skvělé pozorovací schopnosti a jsou otevřeni novým zkušenostem.	Nadměrné zaměření.
Projevují kreativitu, rádi hledají nové metody řešení.	Narušují plány a odmítají to, co už je známé a zavedené.
Jsou schopni intenzivní koncentrace a dlouhodobého zaměření na své zájmy. Jejich chování je cílené a vytrvalé.	Nesnáší přerušování, odmítají plnit všechny své povinnosti a kontakt s lidmi ve chvíli, kdy jsou ponořeni do svých zájmů.
Jsou citliví a empatičtí, touží po přijetí.	Jsou citliví na kritiku a odmítání, mohou se cítit izolovaně a odlišně.
Mají hodně energie, jsou zapálení a prožívají časové úseky intenzivní snahy.	Frustrováni z neaktivity, jejich zájem a zapálení může na ostatní působit rušivě. Jejich potřeba po vysoké stimulaci může působit hyperaktivně.
Jsou nezávislí, preferují samostatnou práci.	Často odmítají rady od rodičů a učitelů, jsou nekonvenční a nekonformní.
Mají různé zájmy a dovednosti, objevují nové oblasti zájmu.	Mohou se jevit jako neorganizovaní a nestálí.
Mají výrazný smysl pro humor.	Mohou být v této oblasti nepochopeni svými spolužáky.

Zjednodušeno a volně přeloženo z (Winnebrener & Brules, 2012)

Ne všechny projevy uvedené v části možné problémy všichni uvidí jako problematické, a ne všechny pozitivní projevy zhodnotí všichni učitelé jako pozitivní. Jedná se pouze o ilustraci různorodosti projevů jedné charakteristiky. Uvádím zde tuto tabulku, protože poukazuje na jednu z možných příčin nedostatečné identifikace nadaných žáků. (MŠMT, 2021) Právě nepochopení příčin těchto projevů může být jednou z překážek k úspěšné identifikaci nadaného dítěte a jeho potřeb. Povědomí o těchto projevech naopak může učitelům pomoci a zároveň je vést k přemýšlení o naplňování potřeb nejen nadaných žáků.

1.1.5 Cíle výuky nadaných žáků

Cíle výchovně-vzdělávacího procesu stanovuje MŠMT. Zde jsou cíle výuky základního vzdělávání stanovené RVP platné pro všechny žáky.

Základní vzdělávání má žákům pomoci **utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání** orientovaného zejména na situace blízké životu a na praktické jednání. V základním vzdělávání se proto usiluje o naplňování těchto cílů:

- **umožnit žákům osvojit si strategie učení a motivovat je pro celoživotní učení;**
- **podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů;**
- **vést žáky k všestranné, účinné a otevřené komunikaci;**
- **rozvíjet u žáků schopnost spolupracovat a respektovat práci a úspěchy vlastní i druhých;**
- **připravovat žáky k tomu, aby se projevovali jako svébytné, svobodné a zodpovědné osobnosti, uplatňovali svá práva a naplňovali své povinnosti;**
- **vytvářet u žáků potřebu projevovat pozitivní city v chování, jednání a v prožívání životních situací; rozvíjet vnímavost a citlivé vztahy k lidem, prostředí i k přírodě;**
- **učit žáky aktivně rozvíjet a chránit fyzické, duševní a sociální zdraví a být za ně odpovědný;**
- **vést žáky k toleranci a ohleduplnosti k jiným lidem, jejich kulturám a duchovním hodnotám, učit je žít společně s ostatními lidmi;**
- **pomáhat žákům poznávat a rozvíjet vlastní schopnosti v souladu s reálnými možnostmi a uplatňovat je spolu s osvojenými vědomostmi a dovednostmi při rozhodování o vlastní životní a profesní orientaci;**
- **pomáhat žákům orientovat se v digitálním prostředí a vést je k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života. (MŠMT, 2021, s. 8-9)**

Výše uvedené cíle se vztahují i k nadaným žáků, ale pro výuku nadaných je přínosné podívat se na to, jak její cíle specifikují odborníci. Yazıcıoğlu a Akdal píšou o třech hlavních cílech výuky nadaných žáků. Těmi jsou rozvíjet dovednost řešit problémy, podporovat kreativitu a vést k samostatnému učení. Dále oba autoři stanovují, že učitelé by měli vystavovat nadané žáky kvalitním výzvám tak, aby tito žáci mohli dosahovat svého plného potenciálu.

(Yazıcıoğlu & Akdal, 2020) Podobné cíle stanovují Renzulli a Reis. Ti kromě podpory kreativity, naplňování plného potenciálu žáků (skrze seberealizaci a skrze podporu rozvoje intelektu) a vedení k samostatnému učení (přípravě na budoucí profesní výzvy a skrze rozvoj samoregulace a metakognice) popisují ještě další důležitý cíl, kterým je rozvoj sociálních dovedností a emoční inteligence nadaných žáků. (Renzulli & Reis, 2016)

Yazıcıoğlu a Akdal zdůrazňují, že k tomu, aby učitelé mohli obohacovat obsah učiva a připravovat kvalitní podněty a procesy učení pro nadané žáky (naplňovat tak stanovené cíle výuky nadaných), je potřeba, aby učitelé dosahovali v této oblasti kvalitního vzdělání, avšak to je v této době nedostatečné. (Yazıcıoğlu & Akdal, 2020) Stejný pohled na nedostatečné vzdělání pedagogů v této oblasti představuje i Tematická zpráva České školní inspekce k tématu podpora vzdělávání nadaných a mimořádně nadaných žáků v základních a středních školách. Tato zpráva poukazuje nejen na fakt, že nynější stav vzdělání pedagogů je nedostatečný, ale i na to, že vzdělávání pedagogů v této oblasti nemá většina škol ani zařazené v plánu vzdělávání pedagogů. (Česká školní inspekce, 2022)

O naplňování potenciálu píše také Stehlíková, ale v trochu jiném světle. Uvádí, že o nadaných jedincích se často hovoří jako o lidech s vysokým potenciálem. Toto označení pak vytváří na nadané nátlak v podobě pocitu, že jejich povinností vůči společnosti je tento potenciál naplnit. Stehlíková sama považuje za důležitý cíl při výchově a vzdělávání nadaných, „aby tito atypičtí lidé dokázali žít v souladu s nastavením svých psychických funkcí a byli pochopeni a respektováni ve své odlišnosti…“. (Stehlíková, 2018 s. 18) Je asi jasné, že učitel sám nemůže takový cíl naplnit, ale bezpochyby může významně přispět k tomu, aby se nadaní žáci cítili respektováni, přijímáni a pochopeni v třídním kolektivu, a může jim pomáhat na cestě poznávat své já.

K tomu, že by ve výchovně vzdělávacím procesu mělo jít ve velké míře o rozvoj osobnosti, se vyjadřují i odborníci pedagogiky. Helus představuje edukaci obratu a osobnostně rozvíjející pojetí výuky, „díky níž se žák učí celou svou osobností, a tímto učením také celou svou osobnost rozvíjí“. (Helus et al., 2012, s.27) Když přihlédneme k charakteristikám nadaných žáků a k obtížím které zažívají (např. nízké sebevědomí a asynchronní vývoj), je jasné, že tito žáci potřebují citlivou podporu v rozvoji interpersonálních a intrapersonálních dovedností.

Cíle vyučovaní matematiky nadaných žáků

Podobně jako Helus uvádí osobnostně rozvíjející pojetí výuky v rámci obecných pedagogických cílů, pojímá cíle vyučování matematiky Hejný na základě jejich vztahu k rozvoji osobnosti žáka.

Z těchto hodnot kvalitního života vychází i naše hierarchie cílů vyučování matematiky. Je dána mírou, kterou jednotlivé cíle přispívají k formování budoucího občana. Občana sebevědomého, odpovědného a společnosti užitečného. Jsou to:

- vztah žáka k matematice a kauzálnímu kritickému myšlení vůbec,
- schopnosti sociální,
- schopnosti kognitivní, meta-kognitivní,
- znalosti. (Hejný, 2019, s. 161)

Jinými slovy Hejný sestavil hierarchii cílů výuky matematiky vzhledem k tomu, jakým způsobem přispívají k cíli rozvíjet osobnost žáka jako osobnost obohacenou o zakotvený systém hodnot prospěšných pro jedince i společnost. (Hejný, 2019) Hejný cíle dále specifikuje následovně:

Vztah žáka k matematice charakterizuje jeho:

- intelektuální sebedůvěra,
- radost z intelektuální práce,
- potřeba řešit, případně i tvořit matematické úlohy,
- potřeba sdílet svoje myšlenky se spolužáky, rodiči atp.

K sociálním schopnostem řadíme především:

- schopnost žáka pracovat v týmu,
- mít dobrou interakci se spolužáky,
- umět pomáhat a přijímat pomoc.

Ke schopnostem kognitivním a meta-kognitivním patří zejména:

- zvídavost
- potřeba porozumět pojmům, vztahům a procesům, nebo je dokonce odhalovat,

- hledání řešitelských strategií,
- experimentování,
- evidence jevů,
- organizace souboru jevu,
- tvorba a prověřování hypotéz,
- zobecňování,
- abstrahování,
- argumentace,
- zvládání, případně i tvorba vhodného jazyka,
- efektivní práce s chybou,
- efektivní využití času. (Hejný, 2019, s. 161–162)

Daný seznam charakterizující jednotlivé cíle můžeme porovnat s charakteristikou nadaných žáků. Odvodit, s jakými oblastmi budou mít s větší pravděpodobností potíže a v jakých budou s větší pravděpodobností excelovat. To nám dále umožní pomoci nadaným žákům rozvíjet jejich silné stránky a kompenzovat ty slabé. V uvedeném seznamu jsou oranžově zvýrazněné ty oblasti, které považuji na základě literatury a charakteristik nadaných žáků v této práci za potenciálně problematické, a modře ty oblasti, ve kterých by nadaní žáci mohli vynikat. Vycházela jsem zejména z charakteristik uvedených Stehlíkovou a Havigerovou. Například Havigerová uvádí, že argumentace pro žáky může být náročná, protože nezvládnou předat to, co vymysleli. Někdy sami nedokáží popsat svůj proces počítání, protože výpočet pro ně byl přirozený, jednoduchý a neví, jak více ho zjednodušit. Druhým důvodem pak může být, že jejich ústa a řeč nestíhají jejich myšlenkový proces. (Havigerová, 2011) Podobnou příčinu může mít problematika evidence jevů. Nadaní žáci často neradi píšou a zaznamenávají své myšlenky a postupy na papír, protože jejich ruka nestíhá jejich myšlenky. (Havigerová, 2011) S nízkým sebevědomím a perfekcionismem, které popisuje Stehlíková, pak souvisí intelektuální sebedůvěra, efektivní práce s chybou a schopnost přijímat pomoct. Stehlíková pak uvádí, že pro dobrý rozvoj spolupráce v týmu je potřeba, aby nadaní žáci alespoň někdy pracovali v homogenních skupinách. (Stehlíková, 2018) Havigerová ještě upozorňuje, že aby nadaní žáci mohli zažívat radost z intelektuální práce a nebyli znuděni a frustrováni, potřebují dostatečné množství zajímavých podnětů. Toho se jim ale často nedostává. (Havigerová, 2011)

1.1.6 Specifika výuky nadaných žáků

Mönks a Ypenburg upozorňují na to, že je ve společnosti obecně přijímaným faktem, že nadaní žáci existují a navštěvují školy. Ale že se stále ve velkém množství škol používá průměr žáků pro stanovování normy. Nadaným žákům se pak nedostává potřebné podpory, což vede nejen k potížím pro učitele, ale především ke škodě na nadaných žácích. Může docházet ke „ztrátě motivace, ke zlenivění a vzdorovitosti, ale i k negativním psychickým následkům." (Mönks & Ypenburg, 2002, s.54) Dále autoři kladou důraz na to, že z těchto důvodů by diferenciace učiva měla být standardním postupem ve všech školách. (Mönks & Ypenburg, 2002)

Podobně pohlíží na výuku nadaných žaků Munro. Diferenciace výuky je podle něj klíčová. Pokud se učitelé drží tradičních metod a nezohledňují nové poznatky od těchto metod upouštějící, způsobuje to problémy. Munro shrnuje, jak by učitelé mohli výuku efektivně pro nadané žáky diferenciovat následovně. Učitelé by měli používat postupy, které nadané žáky vyzývají, podporují a směrují jejich učební činnost. Měli by studenty podporovat v kladení otázek a rozšiřování jejich znalostí. Připomíná, že nadaní žáci mají často obsáhlé znalosti a učitelé je mohou využít. Například tím, že nadaným žákům umožní jejich poznatky vysvětlovat, kategorizovat. Pro žáky je prospěšná manipulace s novými myšlenkami a jejich propojování do souvislostí. Dále by učitelé měli do výuky zapojovat problémy z reálného života, otevřené úlohy a využívat představivosti žáků. (Munro, 2015)

V Česku se školy k diferenciaci staví různě. Šťáva situaci shrnuje tak, že k diferenciaci výukových programů pro nadané žáky dochází modifikací buď obsahu vyučování, procesu, učebního prostředí nebo produktu, většinou jejich různou kombinací. (Škrabánková et al., 2013)

Modifikace vyučovacího obsahu

Modifikace vyučovacího obsahu probíhá formou akcelerace nebo obohacování normální výuky. **Akcelerace** může mít různou podobu, ale jedná se o proces, při kterém žák přeskočí buď celý ročník, začne docházet do vyššího ročníku na určené předměty, nebo dříve odejde na navazující školu. Při **obohacování** dochází k rozšiřování nebo prohlubování výuky. Je ale důležité, aby obohacování probíhalo v souladu se zájmy a potřebami daného žáka. K obohacování jsou vhodné i úlohy, které podněcují vyšší úrovně myšlení žáka. Možností, jak obohacovat výuku pro žáky, je několik. Mezi nejčastější patří volitelné předměty, spolupráce s externími organizacemi a projektová výuka. Nemělo by dojít k tomu, že nadaný žák bude úlohy v rámci této strategie vnímat jako trest. Také by se nemělo jednat o pouhé zvětšování množství stejného úkolu. Nedává smysl, aby žáci opakovali víckrát látku, kterou již ovládají lépe než ostatní. (Mönks & Ypenburg, 2002)

Modifikace procesu

Modifikace procesu je úprava způsobu, kterým jsou žákům předávány nové poznatky. Toho může učitel dosáhnout prostřednictvím změny **tempa** získávání a zkoumání informací, tvorby příležitostí pro **objevování** nových myšlenek a principů a prostřednictvím rozvíjení **vyšších úrovní myšlení** a argumentace žáků.

K tomu konkrétně pomohou metody, při kterých se užívá **samostatná forma práce**, **metody objevující** (při nich je nové učivo předkládáno žákům problémovými úkoly, jejichž vyřešení vede k tvorbě nových poznatků a k zobecnění) a **metody vícepodnětové**. Při vícepodnětových metodách se opakuje pouze minimálně, naopak tyto metody využívají nejednoznačných zadání paradoxů a hádanek.

Modifikace prostředí

U modifikace prostředí se Šťáva zmiňuje pouze o důležitosti nastavení psycho-sociálního klima třídy směrem k žákovi. Tomu by mělo odpovídat i materiální vybavení třídy.

Modifikace produktu

Modifikace produktů zahrnuje produkty veškeré učební činnosti žáků (hmatatelné i nehmatatelné). Důležité je v této oblasti přemýšlet o hodnocení žáků. To má být u nadaných žáků pozitivní, individuální a diskrétní. V této podobě pak žákovi dodává sebevědomí a vede k jeho aktivizaci. Šťáva povzbuzuje k využívání sebehodnocení. (Škrabánková et al., 2013)

S ohledem na nízké sebevědomím nadaných žáků a jejich sklonům k perfekcionismu, jak je popisují například Stehlíková a Machů (Machů, 2010; Stehlíková, 2018), je opravdu důležité zabývat se způsoby hodnocení nadaných žáků, které Šťáva popisuje.

1.1.7 Konkrétní postupy při výuce matematiky vhodné pro nadané žáky

Novotná se zabývala technikami, které v matematice staví na motivaci nadaných žáků jakožto velké vnitřní touze poznávat. (Jedná se o jednu ze základních charakteristik nadání podle Renzulliho definice. (Renzulli, 1978)) Techniky, které Novotná uvádí, by měly touhu poznávat nejen využívat, ale dále ji i podněcovat. Konkrétně Novotná poskytuje následující seznam technik, které jsou vhodné: problémové úlohy a problémové vyučování, projektová výuka, experimenty v matematice, podobnost objektů, jevů a postupů, paradoxy, kouzla a triky, matematické hlavolamy, finanční matematika a didaktické hry. Dále se v publikaci autorky Blažková a Budínová věnují kaskádám úloh. (Škrabánková et al., 2013)

Problémové úlohy a problémové vyučování

Problémovou metodu popisují Maňák se Švecem jako metodu, při které se žáci rozvíjejí pomocí řešení problémů. Tuto metodu prý učitelé zařazují zřídka vzhledem k časové náročnosti její přípravy. (Maňák & Švec) Problémové vyučování se jeví jako velmi vhodné pro nadané žáky s přihlédnutím k cílům výuky nadaných žáků a k jejich charakteristice (uvedeno výše).

Projektová výuka

Při projektové výuce je žák aktivní. Často se projekty propojuje více předmětů. Jak uvádí Munro, nadaní žáci přemýšlejí více v souvislostech a jejich poznatky jsou mezi sebou více propojené (Munro, 2018)

Experimenty v matematice

Novotná specifikuje, že žáci mohou experimentovat s objekty nebo s čísly. Získané hodnoty pak zapisují např. do tabulky, dále vyvozují závěry. (Škrabánková et al., 2013)

Kaskády úloh

Kaskády úloh jsou návodné série úloh. Úlohy jsou uspořádány do tří úrovní, první úroveň obsahuje úlohy zahrnující základní učivo, pro vyřešení úlohy druhé úrovně pomůže žákům aplikace poznatků z úrovně první a tyto úlohy vyžadují náročnější úvahy a postupy. Úlohy třetí úrovně jsou nejsložitější a od žaků často vyžadují zobecnění. Tyto kaskády úlohy jsou vhodným nástrojem diferenciované výuky a u nadaných žáků rozvíjejí tvořivé řešení úloh bez naučených postupů. Blažková a Budínová zmiňují možnost využití také opačného postupu. Žákům je poskytnuta úloha z úrovně třetí, a pokud si s ní neví rady, učitel jim poskytne nápovědu ve formě úlohy z úrovně první a druhé. (Škrabánková et al., 2013)

Některé z výše uvedených technik a metod jsme používali při individuální výuce dvou žáků, které popisuje tato práce. Samotná individuální výuka přiblížená v této práci spadá pod modifikaci vzdělávacího procesu a naplňuje modifikaci vzdělávacího obsahu.

1.2 Vymezení použitých pojmů

V této části práce se věnuji stručnému vymezení pojmů potřebných pro dobrou orientaci čtenáře v praktické části práce.

1.2.1 Teorie generického modelu

Jedná se o teorii popisující poznávací proces. Přičemž platí předpoklad, že porozumění poznávacímu procesu přirozeně vede ke zkvalitnění výuky. Základy Teorie generického modelu (dále TGM) položil Vít Hejný a do její dnešní podoby ji dovedl jeho syn Milan Hejný. Jednou z výchozích myšlenek je pojmenovaný rozdíl mezi pamětním zvládnutím matematické myšlenky a jejím porozumění. V. Hejný popsal, že se matematika ve školách učí mechanicky (bez kvalitního porozumění) a dále stanovil i příčiny mechaničnosti. Tyto myšlenky vedly k etapizaci poznávacího procesu. Model se vyvíjel až do nynější podoby zobrazené v tabulce 1. (Hejný, 2014)

<table>
<tr><td rowspan="2">motivace</td><td>→</td><td>izolované modely</td><td>1 →</td><td>generický model
procesuální → konceptuální</td><td>2 →</td><td>abstraktní poznatek</td></tr>
<tr><td colspan="6">krystalizace</td></tr>
</table>

Tabulka 1 Grafické zobrazení poznávacího procesu (Hejný, 2014, s. 73)

Motivace

Motivace jako první krok poznávacího procesu je autorem vnímána jako vnitřní potřeba poznávat. Dítě je přirozeně motivované objevovat. Školní motivace je podpořena radostí z objevů a pocitu úspěchu a z „rozporu mezi existujícím stavem „nevím“ a intencí „potřebuji znát.“ (Hejný, 2014, s. 43) Hejný zdůrazňuje, že dospělí často mohou dětské motivaci neporozumět a svým jednáním ji potlačovat. Přitom motivace hraje v poznávacím procesu klíčovou roli. Poznávání motivovaného žáka je intenzivnější, komplexnější a hlubší. Učitel by měl pro žáky připravovat podnětné prostředí, které bude žáky podněcovat ve zvídavosti a je k němu v tomto ohledu vstřícné. (Hejný, 2014)

Izolované modely

Izolované modely jsou jednotlivé zkušenosti žáků s konkrétním matematickým pojmem nebo konceptem „izolovaný model je konkrétní případ příští znalosti“ (Hejný, 2014, s. 47). Například pokud dítě pomocí manipulace vyřeší, že jedno jablko a tři jablka jsou dohromady čtyři jablka, jedná se o izolovaný model budoucího poznatku 1 + 3 = 4. V etapě izolovaných modelů nejde jen o sběr konkrétních zkušeností, ale dochází v ní také k pronikání do podstaty problému a vyjasňování terminologie. Etapa izolovaných modelů bude různě dlouhá u různých poznatků a u různých žáků. Každý žák bude potřebovat jiný počet izolovaných modelů předtím, než u něj bude moci dojít k zobecnění a tvorbě generického modelu. (Proces zobecnění je v tabulce znázorněn šipkou s číslem 1 a jedná se o první zdvih.) (Hejný, 2014)

Generický model

„Generický model vzniká procesem zobecnění (generalizací) z komunity izolovaných modelů… Proces je často nesen AHA-efektem, náhlým uzřením společné podstaty série izolovaných modelů.“ (Hejný, 2014, s. 15) Generický model zachycuje získaný poznatek pomocí konkrétních čísel nebo tvarů, ale chápeme je jako čísla a tvary obecné. Generický model sjednocuje skupiny izolovaných modelů a je prototypem všech zaznamenaných i nezaznamenaných izolovaných modelů této skupiny. Vychází z něj další generické modely nebo abstraktní poznatky. Rozlišujeme generický model procesuální a konceptuální. Procesuální generický model můžeme chápat jako návod, jak nějaký proces pokračuje dále, a tento návod nám pomůže dojít k řešení. Konceptuální model nepracuje s procesem, ale jeho obsahem je myšlenkový koncept. (Hejný, 2014)

Abstraktní poznatek a krystalizace

Abstraktní poznatek vznikne druhým zdvihem – abstrakcí z generického modelu. K uchopení obecnosti pomáhá jazyk písmen. Abstraktní znalost je často doprovázena změnou jazyka. Přejít k abstraktním znalostem je pro žáky náročný proces. Jazyk písmen pak nabízí různé výhody. „Krystalizace je proces uhnízdění nového poznatku ve vědomí žáka…“ (Hejný, 2014, s. 73) Tento proces začíná objevením prvního generického modelu, probíhá neustále a tvoří síť mezi jednotlivými poznatky. Úzce souvisí s kladením otázek a odrýváním souvislostí. (Hejný, 2014)

Hejného popis poznávacího procesu pro nás byl jedním ze základních kamenů při přípravě a vedení individuální výuky. Vnímám tento model jako funkční, pravdivý a velmi nápomocný ve snaze doprovázet žáky při konstrukci jejich vlastních poznatků. Při reflexi proběhlých vyučovacích jednotek (viz. protokoly z individuální práce) jsem se zamýšlela nad výukou i z pohledu fáze TGM, věřím, že taková reflexe je pro učitele a následně i pro žáky prospěšná.

1.2.2 Strukturální a sémantické kotvení čísla

Hejný píše o důležitosti žákových představ o čísle. Podle něj je kvalita těchto představ přímo závislá na rozmanitosti modelů čísla, které žák poznal. Tyto modely se dělí na sémantické a strukturální. Sémantické modely jsou spojeny s reálnými životními zkušenostmi, zatímco ve strukturálních modelech vystupuje číslo jako samostatná jednotka.

Didaktická prostředí v Hejného metodě slouží také jako prostředí, ve kterých žáci získávají zkušenosti s čísly v různých rolích. V metodě jsou prostředí jak sémantická (odkazující se na reálnou zkušenost žáků), tak strukturální. Mezi sémantická prostředí patří například prostředí: Autobus, Děda Lesoň, Krokování, Schody a Rodina. Mezi strukturální prostředí patří například prostředí: Algebrogramy, Násobilkové čtverce, Součtové trojúhelníky, Sousedé a Šipkové grafy. Přičemž v sémantických prostředích postupně dochází k desémantizaci, situace životní jsou postupně proměňovány na formalizované, a to jak na úrovni zápisu, tak na úrovni procesu řešení. Tato desémantizace je zrychlením řešitelského postupu a posunem k abstrakci, ale u každého žáka probíhá v individuálním tempu. Je zásadní, aby učitel tento proces neuspěchal, aby každý žák měl prostor, který potřebuje pro ukotvování představ o číslech.

Každé didaktické prostředí nese hluboké matematické myšlenky a dají se v něm tvořit úlohy s nastavitelnou obtížností. Každé má svůj didaktický potenciál, ale i didaktické nástrahy. Ty jsou nejčastěji spojeny s učitelem snažícím se v různé formě urychlit poznávací proces žáků. Pokud však učitel odstoupí od nácvikových metod a bude se držet metod konstruktivistických, tato prostředí a úlohy v nich vytvořené by měly žákům dát dostatek zkušeností s číslem v různých rolích. (Hejný, 2014)

Během individuální výuky jsme narazili na zajímavý rozdíl mezi Jirkou a Ondrou. Zatímco Jirku fascinovala všechna čísla a výpočty ve strukturální rovině, Ondru motivovaly počty spojené s významem i z jiné oblasti, než je matematika.

1.2.3 Bloomova taxonomie vzdělávacích cílů

Taxonomie vzdělávacích cílů hraje důležitou roli při diferenciaci, plánování a kontrole vzdělávacích cílů (Vávra, 2011) Stará stanovisko rozšiřuje. Podle ní je vhodné, aby výuka vedla k naplňování cílů i větší hloubky. Klasifikace cílů kognitivní domény pomůže učitelům uvědomovat si, pokud na některé kategorie zapomínají, a pomoci při dalším plánování výuky. (Stará et al., 2020)

V 50. letech 20. století Benjamin Bloom vytvořil hierarchii kognitivních cílů. Tato taxonomie se stala učiteli často využívanou. „Její smysl spočívá především v tom, že nám rozkrývá strukturu myšlení a směřuje nás k tomu, abychom svou výuku efektivně zaměřovali na všechny úrovně této struktury.“ (Stará et al., 2020, k.7)

Bloom seřadil cíle od těch, které považuje za nejjednodušší, až po ty, které vyžadují nejvíce komplexní myšlenkové procesy.

6. Hodnocení

5. Syntéza

4. Analýza

3. Aplikace

2. Porozumění

1. Zapamatování si

(Stará et al., 2020)

Stará upozorňuje, že není vždy potřeba ve vzdělávacím procesu postupovat od nejnižší úrovně po nejvyšší. V některých oblastech bohatě postačí 1. úroveň. V jiných se naopak může přejít rovnou k úrovni nejvyšší. Jde o kompetentní rozhodnutí učitele. (Stará et al., 2020)

O vysokém nároku na kompetenci učitele píše i Vávra. V Česku jsou školní vzdělávací programy postavené na základě Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. A ten, jak název napovídá, poskytuje rámec. Tento přístup poskytuje učitelům a školám širší pole působnosti při výběru učiva a jeho adaptaci na specifické potřeby žáků. Učitel je zodpovědný za to, co a jakým způsobem bude žákům vyučovat, což zahrnuje obsah, metody a cíle výuky, a to s větší mírou autonomie než dříve. Tím se zvýšily požadavky na kompetence a odpovědnost učitelů. Profesionální pedagogové musí mít porozumění principům tvorby kurikula, schopnost přenášet vzdělávací obsah na žáky a přizpůsobovat ho jejich schopnostem a potřebám. Dále nesou odpovědnost za výsledky vzdělávání svých žáků a mají za úkol pomáhat jim připravit se na budoucí výzvy života. (Vávra, 2011)

Bloomova taxonomie, byla v druhé polovině 90. let 20. století revidována. Kromě kognitivních procesů přibyla dimenze znalostní. Ta rozlišuje, jestli se jedná o znalost faktů, konceptů, znalost procesů, nebo metakognitivní znalost. Na revizi pracovali Anderson a Krathwohl (Stará et al., 2020)

Především nerevidovaná Bloomova taxonomie čelí kritice za určitou plochost, nezapojení afektivních a psychomotorických cílů a za příliš silný vliv behaviorálního pojetí učení. Na některé z těchto problémů je odpovědí právě revidovaná verze. (Stará et al., 2020)

I když Bloomova taxonomie není dokonalá, může sloužit učitelům jako velmi dobrý nástroj při plánovaní výuky. Právě tak jsem ji využila při plánování obsahu vzdělávání individuální výuky. Vycházela jsem z kognitivních procesů revidované Bloomovy taxonomie. U jednotlivých očekávaných výstupů z RVP ZV jsem hledala, jakým způsobem bychom je mohli posunout do více komplexní úrovně přemýšlení.

1.2.4 Teorie geometrického myšlení a porozumění podle van Hiele

Ve svém článku „The van Hiele Model of Geometric Thinking“ se Vojkůvková věnuje popsání této teorie, kterou sestrojili manželé Pierre van Hiele a Dina van Hiele-Geldo. Celá následující kapitola mé práce čerpá právě z popisu Vojkůvkové. V této teorii van Hiele popisují úrovně geometrického myšlení a porozumění u žáků. Navrhují pět úrovní: vizualizace, analýza, abstrakce, dedukce a exaktnost. Tyto úrovně představují postup porozumění žáků od základního vizuálního vnímání až po pokročilejší deduktivní uvažování. Teorie zdůrazňuje význam jazyka a symbolů specifických pro každou úroveň. Rozdílná slovní zásoba na každé úrovni odráží rostoucí složitost a hloubku porozumění. Úrovně jsou popsány následovně:

Úroveň 0 – Vizualizace

- Žáci v této úrovni poznávají geometrické útvary na základě jejich vzhledu. Vnímají útvary celistvě, bez identifikace jejich vlastností. Pokud se tvar nepodobá svému prototypu (např. moc úzký trojúhelník), mohou jeho klasifikaci nepřijmout. Geometrické útvary vnímají skrze jejich podobnost s předměty z reálného světa.

Úroveň 1- Analýza

- V této úrovni žáci začínají vnímat geometrické útvary jako nositele svých vlastností. Každou vlastnost chápou izolovaně. Vlastnosti jsou pro žáky v tuto chvíli už důležitější než vzhled a přijmou i špatně nakreslený útvar. Žáci nevidí potřebu hledat důkazy.

Úroveň 2 – Abstrakce

- V této úrovni žáci vnímají vztahy mezi jednotlivými vlastnostmi útvarů. Dokážou tyto naučené vlastnosti deduktivně spojovat. Jsou schopni formulovat smysluplné definice a uvést jednoduché argumenty, kterými podpoří své úvahy.

Úroveň 3 – Dedukce

- V této úrovni studenti dokážou určit, které vlastnosti jsou implikovány jinými. Studenti se učí na základě deduktivního uvažování podávat geometrické důkazy.

Úroveň 4 – Exaktnost (v originále Rigor)

- V této úrovni studenti rozumí tomu, jakým způsobem se tvoří matematické systémy. Chápou euklidovskou i neeuklidovskou geometrii. Popíšou vliv přidání nebo odebrání axiomu na daný geometrický systém.

Teorie dále odvozuje a popisuje důsledky na poznávací proces vycházející z náležitostí jednotlivých úrovní. Úrovně modelu geometrického myšlení mají pevně stanovenou posloupnost a žák jimi musí postupovat v určitém pořadí. Každá úroveň má své vlastní jazykové symboly a síť vztahů a to, co je považováno za správné na jedné úrovni, nemusí být správné na jiné úrovni. Jednotlivci na různých úrovních si navíc nemohou navzájem rozumět.

Podle van Heliových lze pokrok v geometrii urychlit výukou a není tolik závislý na věku nebo vyspělosti. Popsali ideální postup výuky geometrie, který má žákům pomoci v přechodu od jedné úrovně do úrovně další. Rozčlenili ho do 5 následujících fází: informace nebo dotazování, řízená orientace, vysvětlení, svobodná orientace a integrace. Posloupnost těchto fází je ale pouze přibližná ne vždy striktní.

a. Informace nebo dotazování

Žáci se seznámí s materiálem a začnou objevovat jeho strukturu.

b. Řízená orientace

Žáci řeší úkoly, které jim pomáhají objevovat implicitní vztahy. V této fázi probíhá diskuze o vztazích týkajících se daného materiálu.

c. Vysvětlení

Žáci formulují své objevy a dojde k zavedení nové terminologie. V této fázi učitel začne dbát na dodržování odborného a správného jazyka. Žáci se tedy učí terminologii až po zkušenostech s daným pojmem.

d. Svobodná orientace

Žáci propojují jednotlivé vlastnosti objektů a objevují nové souvislosti. Plní složitější úkoly, které jim umožňují osvojit si síť vztahů materiálu.

e. Integrace

Studenti shrnují, co se naučili. Učitel poskytuje přehled naučeného. V této fázi by se nemělo objevit neprobírané učivo. (Vojkůvková, 2012)

Vojkůvková poukazuje na to, že výzkumy potvrzují, že tato teorie zlepšuje geometrické porozumění u žáků. V Česku se však tato teorie nezapracovala do matematického vzdělávání. V tradičních přístupech prý dojde často pouze k fázi integrace a učitelé používají jazyk a argumentaci z vyšší úrovně, než na které se nachází žáci. Žáci tedy nemají dostatečnou zkušenost s materiálem a argumentaci učitelů nerozumí. Vojkůvková navrhuje přizpůsobení matematického vzdělávání teorii podle van Hiele. (Vojkůvková) Stejně jako u Teorie generického modelu, která popisuje poznávací proces, věřím, že teorie podle van Hiele může být učitelům nápomocná jak při reflexi a plánování hodin, tak i v porozumění žákům a jejich poznání a přemýšlení.

2 Praktická část

2.1 Úvod do způsobu práce

Výuka popisovaná v rámci této práce se odehrávala na pražské škole, a to od října do června školního roku 2022/2023. Na výuce se podíleli dva žáci 2. ročníku, jeden vyučující tamní školy a já. S vedením hodin jsme se střídali, ale převážně tato role spočívala na vyučujícím, který na škole působil v daném školním roce jako třídní učitel na prvním stupni. Já jsem výuku pozorovala, tvořila záznamy, doprovázela žáky při rozdělení činností, tvořila úlohy nebo jsem hodinu vedla. Výuka probíhala dvakrát týdně v rozsahu jedné vyučovací hodiny. Oba žáci odcházeli z jedné vyučovací hodiny matematiky a z jedné vyučovací hodiny češtiny týdně.

Tento způsob individuální práce s žáky byl umožněn díky zprávě z pedagogicko-psychologické poradny. Ondrovi byl přidělen nárok na individuální práci. Po návrhu paní třídní učitelky bylo s poradnou dohodnuto, že pro Ondru i pro Jirku bude prospěšné, když na tyto hodiny bude s Ondrou docházet i Jirka.

Cíle individuální výuky

Cílem těchto setkání bylo formou individuální práce naplňovat doporučení stanovená pedagogicko-psychologickou poradnou, tedy primárně prohlubovat a rozšiřovat učivo probírané v hodinách matematiky. Snažili jsme se v hodinách pracovat podle doporučených metod, využívat kreativní, problémové a gradované úlohy, propojovat znalosti z více oborů, respektovat individuální tempo a přístup k řešení úloh. Dále jsme se soustředili na rozvoj komunikace obou žáků a rozvoj kompetencí stanovených v Rámcovém vzdělávacím programu. Konkrétně jsme pracovali na těchto kompetencích: kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální a kompetence pracovní

Výběr témat

Učivo jednotlivých vyučovacích hodin jsme určovali dvěma způsoby. Jednou možností bylo rozšiřování a prohlubování témat, která žáci otevřeli v hodině. Pokud třídní učitelka viděla potenciál v tom, kam by v tomto tématu mohli Jirka a Ondra dojít, předala nám materiály a informace z hodiny, na jejichž základě jsme mohli naši práci s žáky postavit. Druhý způsob výběru témat byl během prvních setkání spíše nesystematický. Sami jsme hledali, jaký způsobem a na čem budeme s žáky pracovat. Z tohoto hledání vznikla práce s elektronickou stavebnicí Boffin. Dále jsme vytvořili prostředí 3D tiskárny tematicky založené na 3D tisku, o kterém byla kapitola v jedné z Ondrových encyklopedií, a matematicky založené na pohybu ve čtvercové síti a šipkovém zápisu. Nakonec jsme našli oporu v Rámcovém vzdělávacím programu. Po konzultaci jsme se dohodli, že úlohy budeme tvořit podle jednotlivých očekávaných výstupů z RVP z oblasti Matematika a její aplikace. Úlohy jsme tedy tvořili tak, abychom ověřili, jestli oba žáci naplňují očekávané výstupy stanovené pro 1.období, a zároveň jsme tyto výstupy rozšířili nebo prohloubili. Všechna témata a úlohy jsou k dispozici v přílohách.

Zásady práce stanovené pedagogicko-psychologickou poradnou

Podle poradny a následně vypracovaného Individuálního vzdělávacího plánu patří mezi vhodná podpůrná opatření pro Ondru obohacování učiva, poskytování dostatečného množství nových podnětů, možnost pracovat individuálním tempem, poskytování příležitostí k rozvoji komunikace a respektování jeho individuálního přístupu k činnostem.

Individuální vzdělávací plán dále doporučuje metody vhodné pro práci s Ondrou během výuky. Učitel má zadávat specifické úlohy, kreativní úlohy, gradované úlohy a úlohy k jejichž úspěšnému vyřešení je potřeba propojovat znalosti z více oborů. Individuální vzdělávací plán stanovuje další doporučení pro naplnění Ondrových potřeb a rozvoj jeho schopností a dovedností. Učitel má Ondru zapojovat do soutěží a olympiád, nemá po něm vyžadovat opakování učiva se třídou, místo toho má Ondra pracovat individuálně na jiných úkolech. Má mu být umožněno prezentovat před třídou projekty, na kterých pracuje doma.

Učitel nemá zapomínat Ondru vyvolávat, i když ví, že zná správnou odpověď. Má mu být umožněno pracovat s externími zdroji (encyklopedie, internet.)

2.2 Protokoly z individuální výuky

2.2.1 Úvod do protokolů

Pro ilustraci způsobu vedení individuální výuky jsem ze tří výukových jednotek sepsala protokoly. Každý protokol zaznamenává hodinu připravenou k jednomu ze tří okruhů určených v Rámcovém vzdělávacím plánu. První protokol popisuje hodinu sestavenou na základě výstupů z okruhu Číslo a početní operace, druhý protokol popisuje hodinu vytvořenou pro okruh Geometrie v rovině a v prostoru a třetí protokol popisuje průběh výukové jednotky zaměřené na okruh Závislosti, vztahy a práce s daty. Každý protokol obsahuje tři následující části:

a. Očekávaný průběh
b. Průběh
c. Reflexe

V reflexi jsem se zaměřila na následující jevy:

a. Motivace
b. Práce s chybou
c. Míra spolupráce vs. míra soutěživosti
d. Použitá strategie
e. Úroveň TGM/ Úrovně myšlení a fáze výuky podle Van Hiele

2.2.2 Protokol 1

Datum výukové jednotky: 17. 4. 2023

Délka výukové jednotky: 45 minut

Téma: Velká čísla v kontextu reálného světa, rozloha světadílů

Cíle: Žáci čtou, zapisují a porovnávají přirozená čísla do 1 000 000 000 a provádí s nimi operace sčítání a odčítání.

Výukovou jednotku jsme sestavili na základě cíle M-3-1-02.

M-3-1-02 čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti

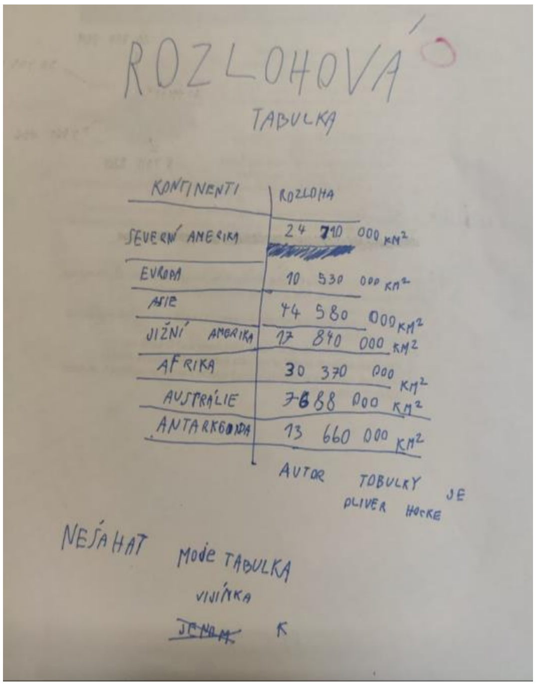
Na setkání byli přítomni Jirka, Ondra, vyučující 1 a vyučující 2 (já).

Očekávaný průběh výukové jednotky

U1: Najdi co největší číslo, které má význam v našem světě.

Na předešlém setkání žáci dostali za úkol najít v reálném světě s pomocí internetu, rodičů nebo knih co největší číslo, které má nějaký skutečný význam. Tímto způsobem budeme s žáky dále prohlubovat a rozšiřovat jejich představy o velkých číslech v reálném světě. Zároveň nás tím sami žáci nasměrují do témat, která je více zajímají a mají o nich aspoň malou představu. Dále zjistíme, jak velká čísla už žáci umí pojmenovat a přečíst.

U2: Popiš, co je v tabulce zaneseno. Jak jí rozumíš? Jak se ti v ní hledají informace? Který světadíl má podle tabulky největší rozlohu?



Obrázek 1 Ondrova tabulka rozloh světadílů

Použijeme tabulku s rozlohou světadílů, kterou na minulé hodině Ondra vytvořil. Na jejím základě budou oba žáci řešit úlohy z učebnice pro 5. ročník. Nejdříve necháme Jirku zorientovat se v tabulce pomocí jednoduchých otázek, protože na minulé hodině chyběl a ještě tabulku neviděl. Následně budou žáci v tabulce hledat konkrétní data, která budou potřebovat při řešení úloh z učebnice.

U3: Úlohy z učebnice pro 5. ročník.

2 Zjisti rozlohu světadílů Evropa, Afrika, Asie, Severní Amerika, Jižní Amerika, Austrálie, Antarktida. Přečti a zapiš všechny zjištěné údaje.
Odpověz na otázky:

a) Který ze světadílů má největší rozlohu? O kolik km² je větší než druhý největší světadíl?
b) Má větší rozlohu Severní, nebo Jižní Amerika? O kolik km²?
c) Přibližně kolikrát menší je rozloha Evropy než rozloha Afriky?
d) Dokážeš najít dva světadíly, jejichž součet rozloh je nejblíže k rozloze Asie? O kolik km²?

Obrázek 2 Matematika pro 5.ročník, Učebnice, 2022, H-mat (Hejný et al., 2022)

Předpokládáme, že Ondra bude do tématu motivovaný. Porovnávání velikostí světadílů by pro něj mohlo být zajímavé. Usuzujeme tak z toho, že má na svůj věk nadprůměrný všeobecný rozhled. Jirku fascinují velká čísla, a proto by mohla být hodina lákavá i pro něj. Úlohy 2a – 2c by žáci mohli vyřešit bez problémů. V úloze 2d žáci k úspěšnému vyřešení potřebují použít více operací (nejspíš sčítání, porovnávání, odčítání a podle zvolené strategie provést vše znovu s jinými světadíly pro kontrolu správné odpovědi), proto je pravděpodobné, že úloha 2d zabere žákům nejvíce času. Samotné operace sčítání, porovnávání, odčítání a dopočítávání nejsou pro žáky náročné, ale bude nutné, aby se soustředili vzhledem k velikosti čísel.

Průběh výukové jednotky

Na začátku hodiny žáci představili čísla, která do hodiny přinesli. Jednalo se o počty obyvatel amerických měst a počet druhů mikrobů na planetě Zemi. S těmito čísly žáci dále pracovali. Zapisovali je, všímali si počtů nul v jednotlivých řádech, zaokrouhlovali je, četli a porovnávali je s jinými velkými čísly.

Dále jsme se přesunuli k orientaci v tabulce udávající rozlohy světadílů, které žáci potřebovali k vyřešení úloh z učebnice. Tabulku vytvořil Ondra na předchozí hodině. Po seznámení se s tabulkou Jirka ohodnotil tabulku vytvořenou Ondrou jako přehlednou.

Tabulku žáci používali při řešení úloh. Oba žáci řešili úlohy samostatně. Ondra vše zaokrouhloval a díky tomu byl dříve hotový. Jirka při počítání úlohy 2b udělal numerickou chybu. Vyučující se snažil žáky přivést na způsob kontroly Jirkova odčítání pomocí nové úlohy:

<u>U3.a: Představte si, že vám někdo bude tvrdit, že 8-5=2. Jak ho navedete, aby se sám opravil?</u>

Ondra navrhnul použít operaci opačnou, tedy sčítání. Jirku napadlo použití číselné osy, tuto strategii používají žáci ve třídě. Vyučující nechal Jirku porovnat efektivitu obou strategií pro naši původní úlohu s velkými čísly a Jirka i Ondra se shodli, že Ondrova strategie je pro naše účely vhodnější. Při následné aplikaci strategie oba žáci ztratili motivaci počítat. Vyučující nabídl žákům možnost využít kalkulačku. Žáci kalkulačku využít chtěli, ale ztratili se v tom, jaká čísla mají do kalkulačky zadat. Nakonec se žákům podařilo své výsledky pomocí kalkulačky zkontrolovat. Proběhl rozhovor o chybách a jejich možných příčinách a přešli jsme k úloze 2c.

Při řešení úlohy 2c žáci chvíli diskutovali o svých představách spojených s velikostí kontinentů. Ondra při tomto rozhovoru znovu prokázal na svůj věk nadprůměrný rozhled. Úlohu žáci vyřešili hned po přečtení zadání. Ondra vyřešil úlohu chybně, ale sám se opravil.

Úlohu 2d vyučující chtěli přesunout do další hodiny, žáci si ale vybrali vše dokončit i přes začátek přestávky. Úlohu žáci vyřešili společně, a tím jsme ukončili setkání.

Reflexe výukové jednotky

Motivace

Jirka na úkol z předchozí hodiny zapomněl. Naopak Ondra přinesl do hodiny hned několik čísel z oblasti geografie (počet obyvatel amerických měst) a jedno číslo z oblasti biologie (počet druhů mikrobů na planetě Zemi). Tento rozdíl ve splnění úkolu oběma žáky považuji za projev rozdílného zájmu o čísla nesoucí sémantický význam, a tedy i za projev rozdílné motivace. Když Ondra mluvil o číslech, která přinesl, Jirka neprojevoval zájem, v jednu chvíli aktivně vyjádřil nezájem a chtěl se posunout v hodině k počítání, což naopak dokládá jeho zájem o čísla na strukturální úrovni. Ondra prokázal svůj zájem o téma i svou orientovaností. Byl schopen počty obyvatel měst, které si zjistil, porovnávat s počty obyvatel českých měst, na které jsme se ho zeptali. Tím Ondra projevil, že se o toto téma zajímá i mimo naši výuku a jeho motivace v hodině byla tedy na vyšší úrovni. Jako další projev Ondrova zájmu hodnotím i to, že Ondra nepřinesl svá čísla zapsaná na papíře, ale vše si pamatoval. Jirka v průběhu hodiny zmínil, že největší číslo, které zná, je googolplex. Čímž se nám opět potvrdila domněnka o tom, že Jirku zajímají primárně čísla na abstraktní úrovni, zatímco Ondru baví matematika s čísly, která jsou sémanticky ukotvená. Vyučovací jednotka byla pro oba žáky poměrně náročná. Jirka, který narozdíl od Ondry nepoužíval zaokrouhlování, se unavil při provádění početních operací s přesnými čísly, a tím jeho motivace řešit úlohy postupně klesala. Oba žáky zpočátku motivovala informace, že řeší úlohy z učebnice pro 5. ročník. Překvapivě pro nás byla pro žáky motivací i potřeba úlohy dokončit, a to navzdory únavě a začátku přestávky.

Práce s chybou

Práce s chybou je téma, na které v našich hodinách narážíme poměrně často. I v této výukové jednotce se projevilo, že Jirka se s vlastními chybami špatně smiřuje a dělá mu problém je zpracovat. Nejvíce byl problém vidět chyby při řešení úlohy 2b, ale strach z chyby se u Jirky projevil v hodině již dříve. V následujících dvou případech se podle mě jednalo o strach z neznalosti. Když Jirka dostal za úkol zorientovat se v tabulce zaznamenávající rozlohy světadílů, byla na něm vidět nejistota a ostražitost. Sám nechtěl přiznat, že neví, co to je rozloha. Raději tabulku a úkol lehce zesměšňoval. Tím se podle mě snažil svou nejistotu zamaskovat. Poté, co si význam pojmu ujasnil, už Jirka pracoval na úlohách bez zesměšňování. Dalším podobným momentem byl způsob, jakým Jirka četl km2 ("km dva"). Poté, co ho Ondra upozornil na správné přečtení tohoto označení, chtěl Jirka zamaskovat svou chybu tvrzením, že to ví, ale chce označení číst svým způsobem. Tento způsob čtení Jirka opustil ke konci hodiny a přešel na klasické čtení jednotky. Nejvýraznějším momentem pro práci s chybou byla kontrola Jirkova výpočtu v úloze 2b. Jirka počítal dost náročnou úlohu, zvolil zajímavý postup, ale udělal numerickou chybu. Snažili jsme se upozornit Jirku, že oceňujeme jeho postup a že chyba asi nebude zásadní, protože se jeho výsledek od toho správného lišil pouze v jedné cifře. On se ale uzavřel a rozčílil, chtěl téma hned uzavřít s tím, že udělal chybu, a rychle se posunout dál. Vyučující chtěl téma chyby a Jirkových pocitů otevřít, snažil se mu představit přínos chyby v jeho učícím se procesu. Jirka se ale rozčílil ještě víc. Svou frustraci projevoval naštvaným tónem, křikem a přečmáráním svých výpočtů. Přikládám část rozhovoru Jirky a vyučujícího pro ilustraci emoční náročnosti zvládání vlastní chyby pro Jirku:

J: "Já tu chybu nechci hledat."

V: "Jak se teďkon cítíš, když jsi udělal chybu? "

J: "Špatně."

V: "Špatně? A proč? "

J: ”Prostě se mi to nelíbí.”

V: ”Dělat chyby?”

J: ”Hm.”

V: “A proč se ti to nelíbí dělat chyby?”

J: “Prostě to vadí každému dělat chyby!” naštvaně

V: “Myslíš, že je někdo, kdo nedělá chyby?”

J: “Ježiši! To si nemyslim!” *křičí*

V: “No, já jsem taky udělal spoustu chyb při počítání.”

J: “Já si o tom nechci povídat.”

V: “Dobře, nechceš o tom mluvit.”

O: “Já jsem taky udělal hodně chyb.”

J: Jirka přes Ondru frustrovaně vydává nesrozumitelné zvuky. Končí povzdechem.

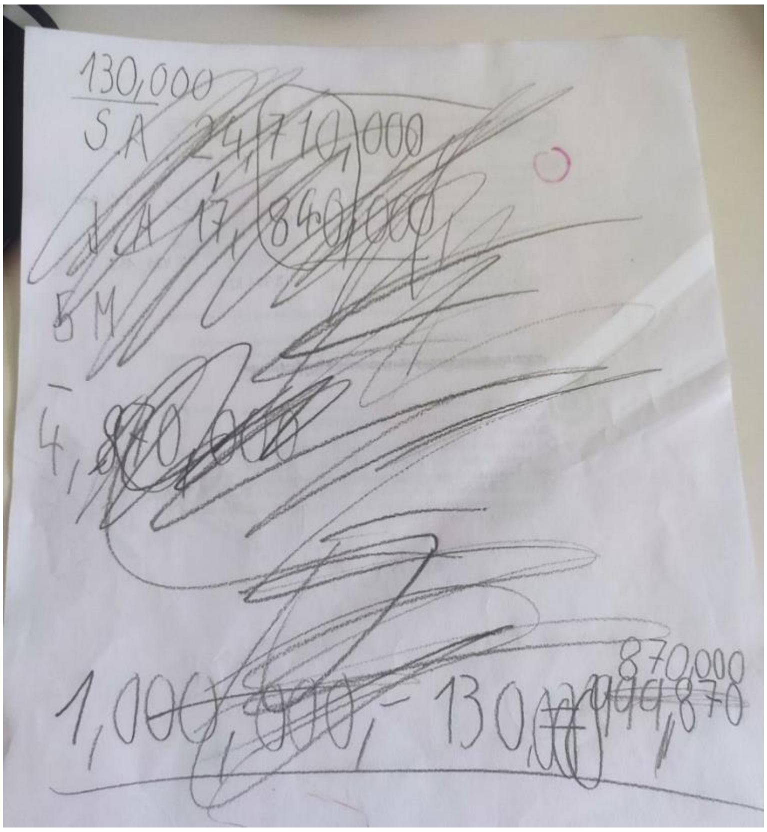
V: “Chceš pokračovat dál, jo?”

J: “Jo!” frustrovaně pokračuje ve čmárání přes svůj výpočet.

O: “Já jsem taky udělal chyby, třeba když jsem si spletl Hydrogenuhličitan s Kyselinou sírovou.

J: “Buď zticha.”

Dále přikládám Jirkovi přeškrtané výpočty:



Obrázek 3 Jirkovi přeškrtané výpočty

Zajímavým detailem pro mě bylo vidět, jak se Ondra snažil Jirku povzbudit příběhem o své vlastní chybě, překvapivě zvolil téma z chemie. Ondra pokračoval tím, že jeho vlastní výsledky také nejsou přesné kvůli zaokrouhlování. Myslím si, že Jirka v této hodině svou chybu nesl tak těžce, protože byl unavený z počítání s velkými čísly. Samotný výpočet byl pro něj náročný a představa, že někde udělal chybu a bude se muset vracet ve výpočtu zpět, ho naštvala. Dalším faktorem mohlo být téma, které ho nezajímalo. Zároveň byl asi ve stresu, protože věděl, že Ondra má své výpočty hotové o dost rychleji a oba žáci mají někdy tendence se porovnávat. Na druhou stranu vidím potenciál v Ondrově empatii. Velký vliv na Ondrovo pochopení pro Jirku může mít fakt, že chyba je pro Ondru také náročná, jen se s ní už možná naučil pracovat o něco lépe než Jirka. Vzájemná pomoc, pochopení a inspirace by mohla Jirkovi pomoci v procesu zvládání vlastní chyby.

V hodině jsme se s chybou setkali i u řešení úlohy 2c. Tentokrát se jednalo o chybu Ondry způsobenou tím, že odpovídal na jinou otázku, než která byla v zadaní. Ondra svou chybu zvládl bez frustrace, za chybu se nestyděl a sám měl potřebu ji vysvětlit, pojmenovat a opravit se. Myslím, že Ondrovo zvládnutí chyby souviselo s tím, že nebyl tolik unaven počítáním, jednalo se o téma, které ho zajímalo, a navíc svou chybu hned viděl a nebylo pro něj náročné na ní přijít. Vyučující využil příležitosti a s Ondrou naznačil přínos chyby. Přikládám rozhovor vyučujícího s Ondrou.

O: “Pane učiteli, pane učiteli.”

V: “No?”

O: “Já chci vám něco říct!

V: “Ano, povídej.”

O: “Že já, že já jsem tam napsal 20 000 000, protože jsem odpovídal na: O kolik?”

V: “Ano, výborně. (směrem k J): Protože Ondra odpověděl na jinou otázku, že jo.”

O: “No.”

V: “Kdybych se ptal o kolik, o kolik km2 je Afrika větší, tak je to zhruba o 20 000 000 km2.”

O: “Jo.”

V: “A můžeš si z té chyby Ondro něco vzít? Nějaké poučení?”

O: “Ano, příště už ji neudělám.”

V: “Jak to myslíš?”

O: “Příště si dám pozor, abych věděl, na co se mě ptaj.”

Tímto způsobem dostal i Jirka příležitost o chybě přemýšlet v kontextu, který pro něj nebyl emočně náročný. Svou další chybu Jirka už zvládl v klidu. Při řešení úlohy 2c chvíli nesouhlasil s tím, že je rozloha Evropy přibližně 3* menší než rozloha Afriky. Nesouhlasil s tímto řešením, protože si myslel, že statisíce se nasčítají a nebude to platit. Pak si ale uvědomil, že počítáme přibližně a tento výsledek je pro nás dostačující. Znovu si myslím, že klidné zvládnutí chyby souviselo s menší náročností úlohy. Jirka ve chvíli, kdy si uvědomil svou chybu, už znal správně řešení. Najít chybu pro něj neznamenalo námahu navíc. Jirku mohlo inspirovat, jak svou chybu zvládl Ondra. Také viděl, že není sám, kdo chybuje.

Míra spolupráce vs. míra soutěživosti

Lehké náznaky soutěživosti provázeli i tuto vyučovací jednotku. Často se oba žáci snažili výsledky vykřiknout a sdělit tak vyučujícím svou odpověď jako první. Zdálo se mi, že na začátku hodiny se Jirka cítil ohrožen Ondrou, protože on úkol nepřinesl a už nechtěl, aby byla další pozornost věnována Ondrovi. Proto se snažil hodinu posunout dál od rozebírání úkolu. To ale mohlo být také způsobeno čistě Jirkovým nezájmem o téma. Původně jsme plánovali, že žáci budou řešit úlohy společně. Žáci ale chtěli hledat odpovědi každý sám, tak jsme jim nabídli možnost samostatné práce, kterou využili. Soutěživost se projevovala i v Jirkově potřebě zamaskovat své chyby a nevědomosti. Nejvíce žáci spolupracovali, když věděli, že už je konec hodiny, a chtěli úlohu dokončit rychle. Náplní poslední úlohy nebylo náročné počítání, na které by každý potřeboval svůj vlastní klid, což zřejmě spolupráci obou žáků umožnilo.

Použitá strategie

Jirka při počítání úloh z učebnice nejdříve zkoušel počítat pamětně. Poté sám okomentoval úlohy jako moc náročné pro počítání zpaměti a rozhodl se výpočty zaznamenávat na papír. Když se vyučující ptal žáků na způsob kontroly pro odčítání, oba žáci přišli s odlišnou strategií. Ondru nasměrovala nápověda od vyučujícího a Jirka použil číselnou osu. Číselnou osu / tabulku jsou žáci zvyklí používat při diskuzích ve třídě, je to tedy strategie, na jejíž použití je Jirka zvyklý. Když vyučující způsob opravy převedl zpět do původní úlohy a zeptal se Jirky na vhodnost jeho strategie v tomto prostředí, byl schopen nezávisle ohodnotit svou strategii jako nefunkční pro naši úlohu kvůli velikosti čísel (desítky milionů).

Úroveň TGM

Ve chvíli, kdy se vyučující ptal na způsob kontroly Jirkova výpočtu v úloze 2b (odčítání), zjišťoval, jestli mají žáci zobecněnou a zvnitřněnou znalost o tom, že sčítání a odčítání jsou vzájemně opačné operace. Žáky nenapadlo, jak výpočet zkontrolovat, a tak jim vyučující nabídl izolovaný model se stejným principem, ale o několik úrovní obtížnosti lehčí díky malým číslům. Vyřešením nové, jednodušší úlohy si žáci uvědomili tento postup, který mohli aplikovat v úloze původní. Tento princip nakonec ale nevyužili, pravděpodobně proto, že byli počítáním s velkými čísly už vyčerpáni.

2.2.3 Protokol 2

Datum výukové jednotky: 5. 6. 2023

Délka výukové jednotky: 45 minut

Téma: Geometrická tělesa

Cíle: Žáci poznávají vlastnosti geometrických těles.

Výukovou jednotku jsme sestavili na základě cíle M-3-3-01.

(M-3-3-01 rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci)

Na setkání byli přítomni Jirka, Ondra a vyučující 2 (já).

Očekávaný průběh výukové jednotky

Žáci budou hrát hru Sova s dřevěnými modely geometrických těles. Konkrétně budeme postupně pracovat s následujícími tělesy: pravidelný tříboký jehlan, pravidelný čtyřboký jehlan, kužel, komolý kužel, pravidelný čtyřboký komolý jehlan, koule, kvádr, krychle, pravidelný šestiboký hranol, tetraedr a nekonvexní jehlan. Při hře Sova si jeden z žáků vybere jeden prvek ze souboru a druhý žák se bude snažit uhodnout vybraný prvek. Hádající žák bude používat otázky zjišťovací. Tedy takové, na které je možné odpovědět pouze ano, nebo ne. Při klasické verzi se hádající žák snaží použít co nejmenší možné množství otázek. My budeme hrát upravenou verzi a žáci nebudou sledovat množství položených otázek. Žáci budou mít při hře zavázané oči a budou hrát s neznámými tělesy, to samo o sobě bude dostatečnou výzvou. Navíc cítíme, že kdyby žáci zaznamenávali počet použitých otázek, vedlo by to k soutěžení mezi nimi.

Žáci budou mít při hře Sova zavázané oči a tělesa budou poznávat pomocí hmatu. Žáci budou při hře Sova popisovat vlastnosti modelů těles. Předpokládám, že dojde k nedorozuměním zapříčiněním nepřesnou komunikací, rozdílnou představou o pojmech a nesjednocením termínů. Umožním oběma žákům dvě kola v roli sovy. Tím žáci dostanou čas a prostor k vylepšování vzájemné komunikace. U žáků bude přirozeně vznikat potřeba pojmenovat modely těles a získat termíny pro pojmenování jejich vlastností. Žáci budou poznávat vlastnosti těles hmatem a následně budou své představy o vzhledu těles porovnávat s reálnými modely. Žáci budou tělesa na základě vlastností třídit.

Po hře Sova se přesuneme k dalším úlohám vedoucím k poznávání vlastností těles. Žákům zadán následující úlohy.

<u>U1: Vyber si těleso, představ si, že postupně namočíš všechny jeho stěny do barvy a obtiskneš je na papír. Jak budou vypadat vzniklé obtisky?</u>

Žáci si vyberou jeden model tělesa a načrtnou všechny jeho stěny. Očekávám, že oba žáci nebudou mít s vyřešením úlohy potíže.

<u>U2: Jak by vypadal střih obleku pro tvé těleso, zkus ho načrtnout.</u>

Myslím si, že po načrtnutí všech stěn jednotlivě a po tvorbě sítí krychle ve třídě, zvládnou žáci síť vybraného tělesa načrtnout.

Průběh výukové jednotky

Žáci hráli Sovu s dřevěnými modely těles. V prvních dvou kolech žáci hráli se souborem 4 modelů těles. V prvním kole se jim nepodařilo dojít ke stejnému tělesu. Každý používal jinak termín "špička". Ondra si pod ním představoval všechny vrcholy tělesa, zatímco Jirka pouze ten vrchol, který neleží v podstavě. Při reflexi prvního kola Jirka shrnul, v čem byl problém. Ve druhém kole se Ondra snažil přesněji popisovat používané termíny. Žáci druhé kolo zvládli úspěšně. Žáci reflektovali, proč bylo druhé kolo úspěšné. Ondra se mě poprvé zeptal na názvy těles. Do dalších kol žáci používali soubor 4 odlišných modelů těles.

Ve 3 kole se žákům nepodařilo dojít ke stejnému tělesu. Žáci 3. kolo reflektovali. Tentokrát nastal problém v rozdílném pochopení slova několikaúhelník. Ve 4. kole žáci došli ke stejnému tělesu a znovu reflektovali svou komunikaci a pokládané otázky.

V úloze 1 si oba žáci vybrali pravidelný šestiboký hranol a načrtli všechny jeho stěny.

V úloze 2 žáci nakreslili síť pravidelného šestibokého hranolu. Nejprve nakreslili síť přibližně. Ondrova síť se lišila od Jirkovy sítě. Diskuzí se žáci nedokázali shodnout na tom, která síť je správně. Ondra se rozhodl síť narýsovat přesně a model tělesa složit, aby si ověřil, jestli je jeho síť správná. Jirka chtěl téma opustit. Začal črtat podstavy ostatních modelů těles. Dále tělesa roztřídil a toto třídění zachoval i při črtání podstav.

Ondra dokončil tvorbu sítě pravidelného šestibokého hranolu a zjistil, že jeho síť byla správně vytvořená. Jirka ani s Ondrovým modelem neuznal, že Ondrova síť se dá použít pro tvorbu modelu. Při reflexi Jirkovy aktivity nám Jirka představil, na základě jakých parametrů tělesa třídil.

Reflexe výukové jednotky:

<u>Motivace</u>

V úvodu hodiny oba žáky motivovala informace, že pomůcky, které dnes budeme používat, používají žáci na druhém stupni. Oba žáci dobře reagují na výzvy a těžké úkoly.

Žáci byli motivovaní způsobem práce s modely těles, protože měli možnost nejdříve poznávat tělesa svými smysly. Při volbě otázek ve hře Sova měli volnost v jejich výběru, což mělo také pozitivní vliv na motivaci. Žáci se přirozeně ptali na názvy těles. Žáci samovolně tělesa porovnávali a pojmenovávali rozdíly mezi nimi.

Ondru dále motivovala pro něj přiměřeně náročná výzva vytvořit síť tělesa, které si sám vybral. Naopak pro Jirku byl úkol moc náročný, což ho od úkolu odradilo natolik, že ho úplně opustil. Zde se projevilo, jak správně zvolená náročnost úkolu ovlivňuje žákovu motivaci. Pro Ondru byla obtížnost úkolu zvolena přiměřeně, a také proto do něj mohl být motivovaný. Pro Jirku byl úkol příliš obtížný, a proto se jím nechtěl zabývat. Při další hodině jsme obtížnost úlohy snížili většími pomůckami a zadáním s přesně určeným postupem. Na této další hodině byl Jirka do úkolu motivován.

Práce s chybou

Při hře Sova a její reflexi zvládli oba žáci pracovat s vlastní chybou velmi dobře. Bez velkých negativní emocí a bez obviňování sebe nebo toho druhého pojmenovávali důvody, proč se jim nepodařilo v daném kole přijít na správné těleso. Poté, co v lichých kolech došlo k chybě v komunikaci, oba žáci při reflexi vysvětlili své pohledy a pojmenovali, v čem byl problém. Žáci se z těchto pojmenovaných chyb poučili a sudá kola už dokončili úspěšně díky poučení se z předchozích chyb. Myslím si, že se na takto dobrém zvládnutí chyby u žáků podílely dva hlavní faktory. Nejprve fakt, že se jednalo o aktivitu, která podporovala spolupráci. Žáci měli společný cíl a každý měl na cestě k tomuto cíli jasně definovanou roli. V aktivitě tedy nebyl prostor pro soutěž a porovnávání se, což žákům pomohlo při práci s vlastní chybou. Druhým faktorem byl již dříve zmiňovaný reálný přínos rozebrání chyb pro úspěšné zvládnutí dalšího kola.

Při práci se sítěmi těles se ukázalo, že úroveň úkolu nebyla pro Jirku v danou chvíli přiměřená, protože ho nezvládl. K úspěšnému vytvoření sítě by potřeboval větší model, jehož strany by mohl bez obtíží oblepit, podobně jako když žáci ve třídě oblepovali krychli. Když jsem na další hodinu žákům přinesla větší modely, zvládli oba úkol bez potíží. Při této hodině s nedostatečnými pomůckami však Jirka síť správně vytvořit nedokázal. Když zjistil, že se jeho síť liší od té Ondrovi, chtěl aktivitu co nejrychleji opustit. Myslím si, že tušil, že jeho síť není správně vytvořená a nechtěl, aby se jeho chyba rozebírala. Pro zjištění toho, která síť je správně, jsem navrhla žákům, aby sítě vystřihli a zkusily z nich sestavit vlastní model. Ondra se do této úlohy pustil radostně, chtěl zjistit, jestli je jeho síť správná. Naopak Jirka úkol opakovaně odmítl. Nakonec jsem se rozhodla nabídnout Jirkovi jiný úkol. Při reflexi této části hodiny Jirka nechtěl uznat, že Ondrova síť je správně, i když z ní šel vytvořit model vybraného tělesa.

Míra spolupráce vs. míra soutěživosti

Jako úvod do práce s dřevěnými modely geometrických těles jsem zvolila upravenou verzi hry Sova z několika důvodů. Jedním z nich byla i snaha mezi žáky podpořit spolupráci. Oba žáci měli společný cíl, tedy to, aby hádající z nich přišel na těleso, které si ten druhý vybral. Myslím si, že tato volba pro podporu spolupráce se ukázala jako vhodná. Po každém kole hry Sova žáci zvládali reflektovat použité otázky a názvy. Povedlo se jim hodnotit jejich srozumitelnost a přesnost bez souzení či porovnávání sebe navzájem.

V jednu chvíli Jirka porovnával svůj a Ondrův výkon. Měl pocit, že chyba je na jeho straně, protože ke stejnému tělesu žáci nedošli vždy, když byl on v roli žáka pokládajícího otázky. Jirka projevoval zklamání z toho, že Ondra Jirkovo vybrané těleso dvakrát odhalil. Jirka tedy i v této aktivitě vnímal soutěžní prvek. Přesto hodnotím snahu o podporu spolupráce v hodině jako úspěšnou, a to díky úrovni společné sebereflexe, které žáci dosahovali v průběhu celé aktivity.

Použitá strategie

Oba žáci si při popisování vlastností geometrických těles pomáhali přirovnáváním těles k objektům z reálného světa (vršek rakety NASA, špička, střecha zámku, logo Kauflandu). Hledání modelů geometrických těles ve světě kolem nás je jedním z cílů této aktivity, protože to pomáhá budovat dobré představy o pojmech. Je přirozené, že žáci používali pro komunikaci nástroje, které jim byly k dispozici.

Po prvním neúspěšném kole použil Jirka v roli sovy více doptávacích otázek, které pomohly v komunikaci vysvětlit nejasnosti. Ondra položením jedné otázky vyloučil 3 předměty ze 4, ale po zkušenosti, kterou měl s předchozími neúspěšnými pokusy, se rozhodl svou domněnku ještě ověřit novou otázkou. Díky Jirkově odpovědi zjistil, že si při původní otázce nerozuměli, a díky ujišťovací otázce se nakonec dobrali stejného tělesa.

Úrovně myšlení a fáze výuky podle Van Hiele

Myslím, že se žáci nacházeli na pomezí úrovní přemýšlení 0 a 1, tedy vizualizace a analýzy. O tom, že se žáci vyskytovali v úrovni nula svědčilo, že přirovnávali tělesa k objektům ze skutečného světa. Dále na základě vzhledu odmítali nekonvexní jehlany přijmout mezi geometrická tělesa. Když o tělesech mluvili, pojmenovávali podobně tělesa, která se jim zdála vizuálně blízká například jehlan a kužel. Objevovaly se ale i ukazatele na to, že žáci se postupně přesouvali do úrovně 1. Žáci se snažili na konci hodiny přijít na to, která tělesa k sobě patří na základě společných vlastností. V jedné z následujících hodin od nás chtěli žáci definovat termín jehlan. Vyučující každému z žáků řekl, která tělesa patří do této skupiny a vyzval je, ať definici zkusí vymyslet sami. Jirka přišel s touto definicí: "Jehlan je trojúhelník, který má hloubku." A Ondra definoval jehlan takto: "Jehlan musí mít jednu špičku, ze které všechno směřuje dolů." Toto druhé vymezení přitom odpovídá běžně užívané definici jehlanu. I když ve svých definicích nepoužili žáci přesnou terminologii, můžeme vidět, že jehlan už nevnímali pouze na základě vzhledu, ale snažili se jej popsat pomocí vlastností.

V hodině jsme se nacházeli v první a druhé fázi výuky tedy ve fázi získávání informací a ve fázi, kdy učitel vede žáky k orientaci pomocí úkolů. Tím, že žáci během první aktivity popisovali poskytnuté modely, jsem získávala informace o žákovských představách. Zároveň se žáci seznámili s materiálem a mohli jej zkoumat. Žáci poznávali tělesa pomocí úkolů, které jim pomáhaly objevovat jejich vlastnosti.

Další momenty vhodné k reflexi: Práce s novými termíny

Oba žáci poznávali vlastnosti těles, aniž by znali termíny používané pro jejich pojmenování. Nejdříve se s tělesy seznámili hmatem, dále se snažili popisovat jejich vlastnosti, a nakonec tělesa viděli. Tento postup v žácích projevil přirozenou zvídavost. Sami se chtěli dozvědět názvy těles. Když jsem jim termíny poskytla, získali název pro tělesa, se kterými už měli zkušenost. Myslím si, že je pro žáky přirozenější nejdříve poznat skutečnost, a pojmenovat ji až zpětně. Tato zkušenost odpovídá teorii od Van Hiele.

2.2.4 Protokol 3

Datum výukové jednotky: 17. 1. 2023

Délka výukové jednotky: 45 minut

Téma: Práce s grafy

Cíle: Žáci vyhledávají data v grafech a s těmito daty dále pracují.

Žáci na základě dat vytvoří graf.

Výukovou jednotku jsme sestavili na základě cílů z RVP M-3-2-02 a M-5-2-01.

(M-3-2-02 popisuje jednoduché závislosti z praktického života a M-5-2-01 vyhledává, sbírá a třídí data)

Na setkání byli přítomni Jirka, Ondra, vyučující 1 a vyučující 2 (já).

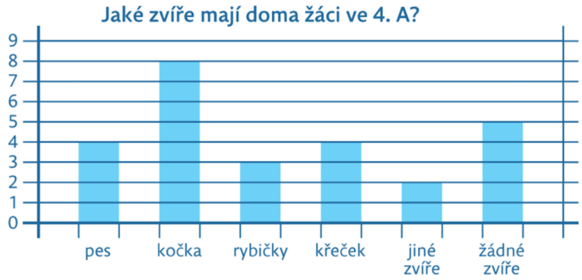
Očekávaný průběh výukové jednotky

Hodina proběhla po prvním kole prezidentských voleb v lednu 2023. Žáci ve třídě s paní učitelkou pracovali s knížkou Volte zvířata. Třída si na základě knihy vymyslela nové kandidáty a vytvořila jejich volební programy. Projekt ukončili volbou nového zvířecího krále džungle. V hodině budeme pracovat s výsledky těchto zvířecích voleb uspořádaných ve třídě. V závěru budou žáci tvořit vlastní grafy zobrazující právě výsledky třídních voleb. K tomu, aby žáci vytvořili vlastní graf, je potřeba, aby se nejprve s několika grafy seznámili. Žáci dostanou tři různé grafy, a poté budou tvořit grafy vlastní.

Hodinu zahájíme rozhovorem o výsledcích prvního kola prezidentských voleb. Použijeme webové stránky zobrazující výsledky pomocí grafů. Budeme používat otázky, které žákům pomohou se na stránkách zorientovat. Uvádím příklady otázek: Kolik hlasů měl Petr Pavel v Praze? Kolik hlasů chybí Petru Pavlovi do 2 000 000 hlasů? Proč jsou tu sloupce a barvy? Poznali bychom, kdo má nejvíc hlasů i bez čísel?

Druhým grafem bude následující graf z učebnice pro 4. ročník. Použijeme některé otázky uvedené ve cvičení.

7 Prohlédni si graf a odpověz na otázky.

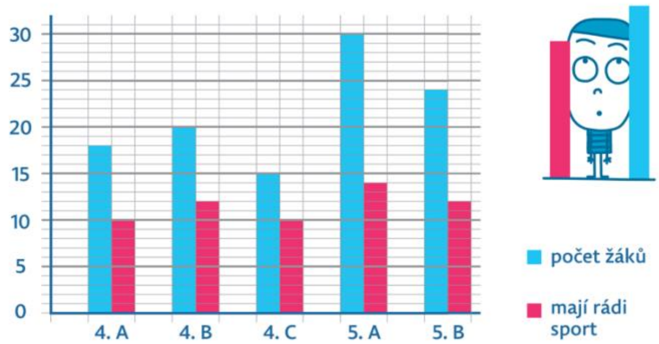


a) Jaké zvíře mají doma nejčastěji žáci 4. A?
b) O kolik více/méně žáků má doma psa než žádné zvíře?
c) Jsou nějaká zvířata, která má doma stejný počet žáků?
d) Kolikrát méně žáků má doma křečka než kočku?
e) Kolikrát více žáků má doma rybičky než jiné uvedené zvíře?
f) Kolik různých druhů zvířat mají žáci doma?

Obrázek 4 Matematika pro 4.ročník, Učebnice, 2021, H-mat (Hejný et al., 2021)

Poslední graf, který použijeme pro orientaci v grafech, bude tento graf také z učebnice pro 4.ročník:

1 Graf na obrázku ukazuje počty žáků čtvrtých a pátých tříd jedné základní školy.



Odpověz na otázky:
a) Je více žáků ve 4., nebo v 5. ročnících? O kolik?
b) Žáků, kteří mají rádi sport, je více ve 4., nebo v 5. ročnících? O kolik?
c) V jaké třídě je nejvíce žáků, kteří rádi sportují?
d) Která ze tříd je nejvíce „sportovní“?
e) Je více sportovní 4., nebo 5. ročník?

Obrázek 5Matematika pro 4.ročník, Učebnice, 2021, H-mat (Hejný et al., 2021)

Po přípravě budou žáci schopni vytvořit vlastní graf znázorňující výsledky voleb v jejich třídě.

Očekáváme, že oba žáci budou do práce motivováni. Uvidí, že použité grafy jsou z učebnice pro vyšší ročník, budeme pracovat s aktuálním tématem a pro zpracování jejich grafů budeme používat data, se kterými mají vlastní zkušenost.

Průběh výukové jednotky

S žáky jsme si povídali o prezidentských volbách. Ukázali jsme jim webové stránky zobrazující výsledky prvního kola pomocí grafů, reálných počtů hlasů a procent. Žáci nám říkali, co o volbách vědí a kladli otázky, na které jsme hledali odpovědi na zmíněných stránkách. Žáci na stránkách hledali odpovědi na naše otázky určené k orientaci v grafech.

Při práci s druhým grafem neměli žáci potíže. Kladením otázek jsme se snažili upozornit je na náležitosti grafů jako je měřítko, název nebo přehlednost.

Při rozboru třetího grafu se v něm oba žáci zorientovali poměrně rychle a Ondra začal odpovědi vyjadřovat pomocí zlomků. Na otázku, kolik žáků ve 4. A má rádo sport, odpověděl $\frac{10}{18}$. Dále jsme se ho ptali na různé otázky zjišťující hloubku jeho porozumění tomuto vyjádření. Způsobem, jakým odpovídal, Ondra ukazoval, že zlomek nepoužil jen formálně. I Jirka ukázal, že Ondrovi rozumí tím, jak na něj reagoval. Dále jsme se ptali žáků na otázky, ve kterých jsme používali zlomky jako $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ a $\frac{2}{3}$. Oba žáci zvládali na otázky odpovídat bez problémů.

Navrhli jsme žákům, zda by chtěli vytvořit vlastní graf, oba žáci návrh přijali. Dohodli jsme se, že vytvoří graf zobrazující výsledky zvířecích voleb u nich ve třídě. Oba žáci se pustili do práce, nechtěli se o ničem radit, ale měli jasnou vizi. Jirka i Ondra vytvořili grafy, které při dalších hodinách odprezentovali ve třídě.

Reflexe výukové jednotky

Motivace

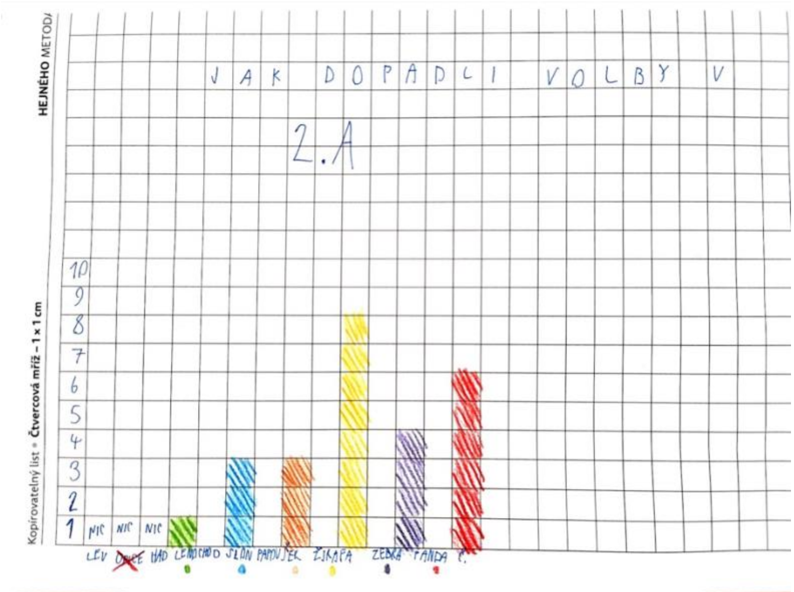
Na začátku hodiny oba žáci projevovali nezájem o téma. Dávali najevo nudu, zívali, Ondra chtěl jít na záchod, což normálně nedělá. Myslím si, že to mohlo souviset se začátkem plaveckých lekcí. Žáci dopoledne strávili na plavání a naše hodina matematiky byla jediná, kterou měli ve škole. Při orientaci v učebnicových grafech žáci ztráceli pozornost a často odbíhali od otázek. Jirka si dělal z grafů trochu legraci a při čtení používal neobvyklé hlasy. Všechny tyto projevy přisuzuji únavě.

Když jsme žákům navrhli vytvořit vlastní graf, oběma žákům se nápad líbil, ale když jsme jim řekli, že graf se bude týkat výsledků voleb jejich třídy, Jirka se lehce zasekl. Byl v něm vidět vnitřní rozpor. Na jednu stranu chtěl původně tvořit svůj graf, na druhou stranu se nechtěl vracet k výsledkům třídních voleb. Původně jsem nechápala proč, ale v průběhu hodiny se ukázalo, že Jirka nebyl spokojený s výsledkem voleb. Zvířecí kandidát jeho skupiny nezískal mnoho hlasů, a proto měl toto téma spojené s negativními emocemi. Předpokládala jsem, že práce s daty, ke kterým mají vztah na základě nedávného prožitku, bude pro žáky motivačním prvkem, ale v tomto případě se stal opak. Nakonec se ale oba žáci ponořili do vlastní práce. Jirka nakonec graf nestihl dokončit v hodině, ale byl do práce natolik motivovaný, že doděláváním grafu strávil polovinu 20minutové přestávky. Na obou žácích byla vidět radost z dokončených grafů. Tvorba vlastních grafů byla pro žáky zřejmě více motivační než čtení dat z grafů, které jsme jim přinesli. Usuzuji tak z toho, že žáci od této činnosti již neodbíhali jako na začátku hodiny a byli do práce plně ponořeni.

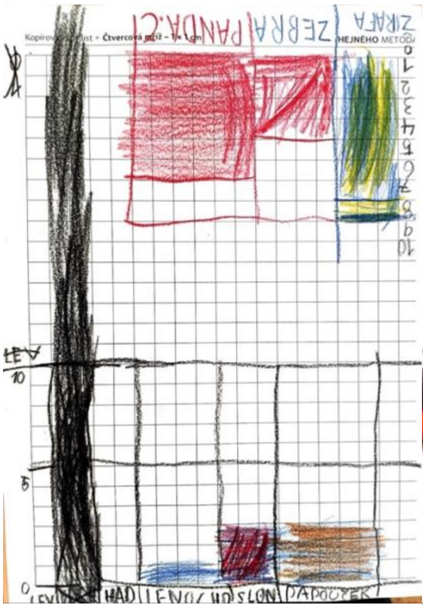
Práce s chybou

Oba žáci se rozhodli v jednu chvíli svůj graf začít dělat znovu, protože v něm něco nedávalo smysl. Ondra toto rozhodnutí učinil na začátku tvorby a nemusel zahodit velké množství své práce. Proto si myslím, že mu nevadilo začít znovu. Jirka byl na chybu v měřítku a další nejasnosti v grafu upozorněn až ve chvíli, kdy měl hotovo. Přesto naší zpětnou vazbu přijal naprosto v klidu a sám viděl, že by svůj graf mohl vylepšit. Očekávala jsem, že se Jirka uzavře a už o svém grafu nebude chtít mluvit, ale on vše ustál a byl motivován graf předělat.

Na nové verzi začal pracovat asi 5 minut před koncem hodiny a dokončil ji přibližně v půlce přestávky. Zpětně si myslím, že Jirkovi nevadilo bavit se o nedokonalostech grafu, protože ho práce sama o sobě natolik bavila a naplňovala, že neměl potřebu se srovnávat s Ondrou, a jeho cílem bylo vytvořit kvalitní graf. Přikládám grafy.



Obrázek 6 Ondrův graf



Obrázek 7 Jirkův graf 1

Obrázek 8 Jirkův graf 2

Míra spolupráce vs. míra soutěživosti

V této hodině spolu žáci nespolupracovali, protože se každý věnoval svému vlastnímu grafu. V hodině se ale neobjevila ani soutěživost. Myslím si, že důvodem bylo ponoření obou žáků do práce, která je bavila a byla tvořivá. Oba měli svou vlastní vizi a neměli tedy potřebu se porovnávat.

Použitá strategie

Jirka se rozhodl, že chce pro tvorbu grafu použít čtverečkovaný papír, a oba žáci pak využívali čtverečky jako jednotku v jejich grafech. Oba žáci začali okamžitě tvořit graf bez sdílení svého plánu s vyučujícím, který chtěl jejich postup slyšet a případně je upozornit na možná riziková místa. Oba žáci pak v jednu chvíli zjistili, že musí graf předělat, protože s ním sami nebyli spokojení. Díky tomu však žáci získali zkušenost sami, a i když tak celý proces zabral více času, myslím si, že to byl čas dobře investovaný. Z vlastního prožitku a zkušenosti si žáci jistě odnesli více než z udělené rady.

Úroveň TGM

Při práci se třetím grafem (počty žáků 4. a 5. ročníku, kteří mají rádi sport) jsme zjistili, že Ondra je v konceptuálním generickém modelu ve fázi pochopení části fungování zlomků. Sám od sebe používal označení pomocí osmnáctin. Žáci jsou zvyklí se ve třídě občas setkávat s polovinami, čtvrtinami a třetinami. Ale používání jakýchkoliv jiných zlomků, se kterými nemají žáci zkušenosti, pro ně může být náročné. Ondra pomocí zlomků označoval určitou část z celku, sčítal kmenové zlomky a převáděl je na jiné zlomky. V hodině to vypadalo, že Jirka rozumí tomu, jak Ondra osmnáctiny používá, ale sám by dané operace provést ještě nedokázal. Proto vyučující při práci s třetím grafem dával žákům otázky za použití Jirkovi více známých zlomků (třetiny, čtvrtiny, poloviny). Výsledky jsme pak srovnávali s osmnáctinami, tím Jirka získal další izolované modely pro práci i s méně obvyklými zlomky.

2.3 Kazuistika

Kazuistiky obou žáků jsem zpracovala na základě pozorování žáků během individuální výuky, běžné výuky ve třídě a na základě polostrukturovaného rozhovoru s třídní učitelkou obou žáků. Kazuistika je členěná právě na vlastní pozorování a část sepsanou na základě rozhovoru. Část zpracovaná na základě polostrukturovaného rozhovoru je rozdělená na část věnující se Ondrovi a na část o Jirkovi. Rozhovor jsme vedli o každém z nich zvlášť. Z mého vlastního pozorování jsem vybrala několik aspektů, nad kterými jsem se zamýšlela a které svým způsobem propojují téma nadaných žáků a didaktiky matematiky. Tyto aspekty popisuji pro oba žáky dohromady. Nejedná se však o žádné poznatky obecně platné pro nadané žáky, spíše o postřehy, které mi přinesla práce se dvěma konkrétními žáky.

Základní informace

Pozorování žáků probíhalo během individuální práce s žáky od začátku října do června školního roku 2022/2023. Oba žáci docházeli v té době do 2. ročníku. Individuální výuka nadále pokračuje, ale já už nejsem její součástí. Dále jsem pak žáky mohla pozorovat během praxí v kmenové třídě Ondry a Jirky. Praxe, na které jsem do této třídy docházela, probíhaly různou formou během školního roku 2022/2023 a během prvního pololetí školního roku 2023/2024. Dostala jsem takto příležitost oba žáky vidět ve dvou odlišných prostředích a vidět, jak odlišně v nich reagují.

2.3.1 Část sepsaná na základě rozhovoru s třídní učitelkou

Ondra

Před identifikací nadaní

Při nástupu do 1. třídy neměla paní učitelka o Ondrovi žádné informace poukazující na jeho nadání. Během výuky se Ondra od svých spolužáků odlišoval ve více oblastech. Ondrova třídní učitelka uvedla, že si poprvé všimla Ondrovi odlišnosti během prvního školního týdne. Spadlo mu něco na zem a jeho to nepřiměřeně rozrušilo. Byl emočně rozladěn a své pocity dal znát i v komunikaci s třídní učitelkou. Třídní učitelka popsala, že Ondrovu reakci přikládala nenaučeným strategiím práce s emocemi a zvládání vlastního chování. Podle jejích slov ji v tu chvíli nenapadlo, že “Ondra ty věci vnímá jinak.”. Na začátku Ondra podle třídní učitelky projevoval často náročné chování. Když se mu něco nelíbilo nebo s něčím nesouhlasil, dával to hlasitě najevo. Měl velké sklony perfekcionismu a bylo pro něj náročné emocionálně zpracovat svou chybu či nedokonalost. Třídní učitelka si vzpomněla na moment v hodině výtvarné výchovy, kdy Ondrovi ukápla na jeho výkres kaňka a on v tu chvíli měl potřebu situaci opustit, proto si zalezl pod lavici a nechtěl vylézt. Tyto negativní projevy a velké emoční výkyvy byly pro třídní učitelku zpočátku převládajícím prvkem. Na počátku školní docházky bylo velké množství času věnováno zavádění pracovního režimu a pravidel, ne tolik samotným předmětům, ve kterých by Ondra mohl své nadání prokazovat. Často se Ondrova frustrace projevovala, když se snažil třídě něco vysvětlit, ale třída mu nerozuměla, to ho rozčílilo a jeho promluva se tak stala ještě více nesrozumitelnou pro ostatní. Ondra se v takových situacích silně rozčílil nebo rozplakal. Třídní učitelka popsala, že v tomto režimu Ondra fungoval velkou část první třídy, přikládá to i tomu, že sama nevěděla, proč Ondra takto reaguje a neuměla s ním pracovat. Věděla, že ve třídě je přibližně dalších 27 dětí a nemůže si dovolit stále “opečovávat Ondru, když ostatní čekají na to, co se bude dělat.”. Když popsané projevy neustávaly promluvila si třídní učitelka s Ondrovými rodiči, kteří jí poskytli informace o Ondrově dětství před nástupem do školy. Tento rozhovor pomohl třídní učitelce více Ondru pochopit a upravit své strategie při práci s ním.

Třídní učitelka dále vzpomíná, že Ondra byl mimořádně bystrý v matematice. Často měl úlohy vyřešené velmi rychle, tak pro něj často připravovala jejich gradaci. Pamatuje si, že Ondra často prokazoval hlubší porozumění podstatě úloh a zobecňoval poznatky. Brzy úlohy řešil ve vyšších číslech a při jejich řešení prokazoval samostatnost.

Před rozhovorem s rodiči třídní učitelka s dětmi Ondrovu odlišnost neotvírala. A při emocionálně náročných situacích se mu chvíli snažila pomoci, chtěla pro něm, aby pracoval jako všichni ostatní, a pak ho nechala být a věnovala se zbytku třídy. Po rozhovoru s rodiči Ondrovu odlišnost před žáky začala pojmenovávat. Vysvětlila žákům, že Ondra má silné stránky, kterými může on pomáhat jim ve třídě například v matematice, ale má i věci, se kterými potřebuje pomoci on a musí ho v nich jako třída respektovat. Často ve třídě využívali nápady, které Ondra vymyslel, nebo objevy, které přinesl. Už v první třídě obohacoval výklad o informace a zajímavosti, které sama třídní učitelka nevěděla, nebo by ji nenapadlo je říct, ale jemu se v tu chvíli spojily. Dokázal rozpoznat, co tematicky patří do výkladu a kdy je na jeho obohacení dobrý prostor. Třídní učitelka vyzdvihovala Ondrův přínos pro třídu, ale zároveň s ním mluvila o jeho chování, ptala se ho, co dělá a proč to dělá. Nakonec se prý vždy podařilo problém vykomunikovat.

Ke konci prvního ročníku si rodiče sami našli společnost, která provedla testování a vyhodnotila, že Ondra je žák s mimořádným nadáním. Informaci přinesli paní učitelce, která je odkázala na Pedagogicko-psychologickou poradnu. Pedagogicko-psychologická poradna provedla na začátku druhého ročníku vyšetření a Ondrovo nadání potvrdila. Dále jej specifikovala jako mimořádné nadání v oblasti matematiky a přírodních věd. Na základě doporučení Pedagogicko-psychologické poradny sestavila třídní učitelka pro Ondru individuální vzdělávací plán.

Přiblížení IVP

Podle poradny a následně vypracovaného Individuálního vzdělávacího plánu patří mezi vhodná podpůrná opatření pro Ondru obohacování učiva, poskytování dostatečného množství nových podnětů, možnost pracovat individuálním tempem, poskytování příležitostí k rozvoji komunikace a respektování jeho individuálního přístupu k činnostem.

Individuální vzdělávací plán dále doporučuje metody vhodné pro práci s Ondrou během výuky. Učitel má zadávat specifické úlohy, kreativní úlohy, gradované úlohy a úlohy k jejichž úspěšnému vyřešení je potřeba propojovat znalosti z více oborů. Individuální vzdělávací plán stanovuje další doporučení pro naplnění Ondrových potřeb a rozvoj jeho schopností a dovedností. Učitel má Ondru zapojovat do soutěží a olympiád, nemá po něm vyžadovat opakování učiva se třídou, místo toho má Ondra pracovat individuálně na jiných úkolech. Má mu být umožněno prezentovat před třídou projekty, na kterých pracuje doma. Učitel nemá zapomínat Ondru vyvolávat, i když ví, že zná správnou odpověď. Má mu být umožněno pracovat s externími zdroji (encyklopedie, internet).

Předměty realizované podle Individuálního vzdělávacího plánu jsou matematika a prvouka. Kromě výše uvedených doporučení stanovuje Individuální vzdělávací plán finanční prostředky určené na nákup encyklopedií v oblasti prvouky a nárok na 2 individuální vyučovací hodiny týdně. Během nich dochází k prohlubování a rozšiřování učiva matematiky.

Zpětné shrnutí změn po prvním roce individuální práce

Jeden z pokroků, který třídní učitelka u Ondry vnímá, je zlepšení v předávání informací třídě. Už v první třídě učivo rozšiřoval a obohacoval v příhodné chvíli, ale často mu dělalo potíže vyjadřovat se srozumitelně pro ostatní žáky ve třídě. Nyní už umí informace a své myšlenky podávat tak, aby byly pochopeny. Nejčerstvějším příkladem pro třídní učitelku bylo, když nedávno probírali ve třídě Staré pověsti české a Ondra měl k tématu hodně načteno. Uváděl informace od paní učitelky do různých souvislostí a přidával k nim další kontext.

Největší změna, kterou třídní učitelka vnímala po zavedení dvou individuálních hodin matematiky, je Ondrova práce během matematiky ve třídě. Naplňuje si svou potřebu intelektuálně poutavé a naplňující matematiky a většího výkonu mimo třídu a ve třídě se uklidnil. Někdy mu stačí pracovat se třídou, spokojí se s gradovanými úlohami nebo se rozhodne, že bude pracovat na něčem samostatně. Dříve byl Ondra frustrován, protože třídní učitelka nemohla vyvolávat pouze jeho. Po tom, co začal docházet na hodiny matematiky a jeho potřeby se naplnily mimo třídu, si prý uvědomil, že ostatní žáci také potřebují prostor na to objevit si poznatky sami. Když se třídní učitelce povede dát mu pro něj vhodnou výzvu, zabere se do počítání, ale je prý schopen vnímat i to, co se děje ve třídě. Jakmile se děje ve třídě něco pro něj zajímavého, zastaví svou samostatnou práci a je schopen přepnout do aktivit ve třídě.

Třídní učitelka s Ondrou často pracuje tak, že se Ondra účastní prvního výkladu látky či úvodu do aktivity, ale do opakování tématu už Ondru nenutí a úlohy mu velmi často zadává rovnou gradované. Třída pracuje podle matematiky Hejného. Když se zabývají úlohou v konkrétním prostředí, třídní učitelka zadává Ondrovi úlohy ve stejném prostředí, ale úkoly jsou na jeho úrovni. Třídní učitelka zmínila, že je důležité, aby pouze negradovala úlohy bez rozmyslu, ale našla v úloze matematické jádro, hodnotu a úlohu gradovala tak, aby měla pro Ondru smysl. Když se jí to podaří, říká, že Ondra ve třídě spolupracuje skvěle. Najít způsob gradace je pro třídní učitelku někdy náročné a někdy jí řešení napadne téměř okamžitě.

Ostatním žákům ve třídě nevadí, že Ondra pracuje na jiných věcech než oni. Společně si pojmenovali, že Ondrovi potřeby jsou jiné.

Paní učitelka vnímala i posun ve zvládání pro Ondru emočně náročných situací. Popsala, že se jí více daří problematické chvíle s Ondrou v klidu vykomunikovat. Často se dokonce stane, že si u Ondry všimne nastávajícího problému už v jeho počátku a dokáže společně s Ondrou předejít jeho eskalaci.

Paní učitelka dále uvedla, že Ondra i Jirka mají sklony k perfekcionismu a je pro ně náročné škrtnout nesprávný výsledek. Mají tendence raději celý postup vygumovat, nebo začít znovu na jiném papíře.

Ve škole, kam Ondra dochází, učitelé neměli zkušenosti s individuální práci s nadanými žáky. Proto, když poradna Ondrovo nadání potvrdila, informovala třídní učitelka Ondrovy rodiče o jejich možnostech. Vysvětlila jim danou situaci a že pokud se Ondra na škole rozhodne zůstat, bude první, s kým se na škole bude takto pracovat. Informovala je o tom, že existují školy, které se na práci s nadanými žáky zaměřují a mají s ní zkušenosti. Třídní učitelka chtěla dát rodičům všechny informace, aby se mohli sami rozhodnout, jak budou dále postupovat. Ondrovi rodiče se rozhodli, že chtějí, aby Ondra zůstal na dané škole. Rozhodli se tak, protože jim přišlo důležité, aby Ondra měl školu ve svém místě bydliště. Chtěli, aby mohl lehce rozvíjet přátelství se svými spolužáky. Vnímali důležitost nejen rozvoje Ondrova nadání, ale i rozvoj jeho osobnosti skrze vztahy.

Jirka

Před identifikací akcelerace

Paní učitelka neměla o Jirkovi žádné informace od rodičů nasvědčující o Jirkově odlišnosti. Brzy si všimla, že některé jeho povahové rysy jsou podobné povahovým rysům Ondry. V rámci učiva se Jirka odlišoval svou fascinací velkými čísly a vysokou úspěšností v řešení matematických úloh. Pokud se Jirka zabral do řešení úlohy, která mu přišla zajímavá velkými čísly nebo systémem řešení, byl schopen ji řešit velmi dlouho a soustředěně. Z pohledu sociálního viděla třídní učitelka v Jirkovi velké emoce, vztek při nezdaru nebo při tom, když se věci neděly podle jeho představ. Paní učitelka s rodiči řešila ještě Jirkovo odmítání činností, které nechtěl dělat. Paní učitelka vzpomínala, že když se Jirka rozhodl, tak určité činnosti vůbec nedělal.

Po identifikaci Ondrova nadání se paní učitelka rozhodla na základě podobností mezi oběma chlapci doporučit vyšetření v pedagogicko-psychologické poradně také Jirkovým rodičům. Pedagogicko-psychologická poradna u Jirky nadání neidentifikovala, ale označila Jirku jako žáka s akcelerací v oblasti matematiky. Žákům s akcelerací poradny žádná podpůrná opatření nepřidělují. Paní učitelka ale diskutovala další průběh individuální výuky naplánované pro Ondru s vyučujícím, který měl tuto výuku na starost, a také se samotnou poradnou. Všechny tři strany se shodly, že pro oba žáky bude prospěšné, když na tuto výuku bude docházet s Ondrou i Jirka. Potenciálních výhod viděli několik: rozvoj komunikace a spolupráce, větší pestrost využitelných metod, přínos diskuze mezi žáky pro posun v objevech a učení.

Zpětné shrnutí změn po prvním roce individuální práce

Paní učitelka popsala, že v hodinách se stále objevují činnosti, kterých se Jirka odmítá účastnit. Také dále pokračuje Jirkovo silné prožívání spojené s neúspěchem. Sama jsem měla několikrát možnost během praxí oba žáky pozorovat ve třídě během běžné výuky. Jirku jsem při těchto projevech lítosti a vzteku také zažila. Jednalo se o momenty, kdy kvůli konci hodiny nemohl dokončit svou práci. Další výrazný moment nastal, když se vedla diskuze s celou třídou, ve které se ukázalo, že většina žáků i učitelů má jiný názor než Jirka. Během individuální výuky jsme s Jirkou několikrát narazili na činnosti, kterými se odmítal zabývat. Zdá se mi, že všechny tyto chvíle mají jeden společný faktor, a to Jirkův strach z chyby, strach z neúspěchu. Při nedokončení práce cítil neúspěch, při diskuzi se musel vyrovnat s myšlenkou, že asi nemá pravdu, a ještě ho při tom všichni viděli. U činností, kterých se odmítal zúčastnit, jsme často zjistili, že jsou pro něj nepřiměřeně náročné nebo že se bojí procesu objevování, při kterém by přirozeně došlo k chybě, nebo že plně nerozumí zadání a nechce přiznat neporozumění některým slovům. Paní učitelka Jirkovo silné prožívání také odůvodnila tím, že zatím je pro něj těžké přijmout a zpracovat fakt, že se v procesu učení chybuje. Při setkání s chybou nebo s potenciální chybou Jirka raději své snahy vzdává nebo projevuje vztek. Někdy se paní učitelce Jirku podaří přemluvit, aby se aktivity přeci jen zúčastnil, ale stojí jí to hodně síly a času. Paní učitelka nastínila, že se zatím Jirka v této problematice moc neposunul a že tyto situace nenastávají jen v jejích hodinách. Během týdne vedení rozhovoru byl Jirka přeřazen do úrovní nižší skupiny plavání. Toto přeřazení odmítl, vylezl z vody a po celou dobu výuky se do bazénu nevrátil. Na hodinách individuální výuky jsme se Jirku snažili k přijetí vlastní chyby v procesu učení vést, ale jedná se o dlouhodobý proces.

Během rozhovoru paní učitelka uvedla, že Jirkova fascinace velkými čísly přetrvává a když se ponoří do procesu objevování, je schopen v něm vydržet velmi dlouho a je motivován samotným poznáním.

Rozdíly ve fungování třídy a obou žáků ve třídě po prvním roce individuální práce

Velký posun vnímala paní učitelka v tom, jakým způsobem dokážou oba žáci ostatním ve třídě předávat své myšlenky a objevy. Dříve se stávalo, že se vyjadřovali pro ostatní nesrozumitelně, ale už se naučili formulovat své nápady tak, aby jim ostatní porozuměli. Zároveň se učí dávat ostatním dobré rady tak, aby i oni mohli na objev přijít sami. Dříve si během skupinových prací oba žáci vyřešili úlohy sami a zbytku skupiny dali výsledky opsat. Teď na ostatní čekají, snaží se proniknout do myšlení ostatních a pomoci jim. Paní učitelka někdy využívá toho, že Jirka s Ondrou na některé hodiny odcházejí a třídě bez nich vysvětlí novou látku. Když třída novou látku opakuje, je to pro ně dva lepší tempo než při běžném zavádění. Na látku si přicházejí implicitně a je to pro ně větší výzva, která je rozvíjí. Tento postup funguje paní učitelce i jako motivace pro zbytek třídy.

Upozornění

Přínosy a změny, které tu popisuji, jsou jen naše domněnky. Pouze pozorujeme a popisujeme změny, které u žáků nastaly. Velký podíl na nich má práce ve třídě, stárnutí obou žáků a práce v rodinách. Jen usuzuji, že na pozitivních změnách má svůj podíl i individuální výuka, ve které jsme se snažili se na popsané jevy zaměřit. Je jasné, že neexistuje způsob, jak porovnat vývoj Ondry a Jirky během 2.třídy bez individuální výuky s jejich vývojem podpořeným individuální výukou.

2.3.2 Část sepsaná na základě vlastního pozorování

Díky tomu, že jsme hodiny individuální práce vedli ve dvou, měla jsem dostatečný prostor k tomu žáky pozorovat. Dále jsem měla příležitost třídu obou žáků navštěvovat během praxí, které probíhaly během školního roku 2022/2023 a prvního pololetí školního roku 2023/2024. V textu budu pro lepší orientaci odlišovat objektivní popis a mou interpretaci – pro tu použiji kurzívu. Není mým záměrem popsat vše, co se v hodinách odehrálo. Vybrala jsem několik zajímavých aspektů práce s těmito žáky.

<u>Užití manipulace</u>

Hned v prvním tematickém celku: (Krychlové stavby, jeřáb a stavby příbuzné) vyučující nabídl žákům možnost využít manipulace. Úkolem obou žáků bylo najít k jedné konkrétní krychlové stavbě všechny její stavby příbuzné. Vyučující nabídl žákům pro splnění úkolu využití pěnové krychle, žáci tuto možnost odmítli. Druhý den vyzval vyučující žáky, aby ověřili, zda ten druhý opravdu našel všechny příbuzné stavby ke stavbě původní. Žáci si tedy vyměnili své záznamy staveb z předešlého dne a začali kontrolovat. Ondra využil pomůcky v podobě pěnových krychlí, ale Jirka ne. Na základě manipulace s krychlemi Ondra upozornil na to, že dvě Jirkovy stavby se shodují, což Jirka odmítal. Došlo k diskuzi mezi oběma žáky. Jednalo se o dvě shodné, na papíře odlišně orientované stavby. Vyučující do diskuze vstoupil a navrhl žákům, aby obě stavby postavili. To udělali, ale přesto se na shodnosti staveb neshodli. Vyučující pak připomněl žákům možnost využití otočného talíře pro ověřování shodnosti krychlových staveb. Konkrétně se jedna stavba přesune na otočnou plochu. S tou se pak pomalu otáčí, aby se zjistilo, jestli se stavba dostane do stejné pozice jako stavba druhá. Jirka uznal, že se jeho dvě stavby dostanou otáčením do stejné pozice, ale rozhodl se stavby nadále považovat za odlišné. Ondra se do tématu zamotal, nedokázal se rozhodnout. Vyučující mu tedy nabídl ještě vystřihnout plány staveb z papíru. Jeden plán potom otáčel nad tím druhým a takto zjistil, jestli jsou shodné. Tato metoda Ondrovi pomohla rozhodnout o shodnosti staveb.

V další fázi hodiny se vyučují snažil v žácích vzbudit snahu najít důkaz, že našli všechny stavby příbuzné. Nechal Ondru ukázat, jak postupoval při ověřování Jirkových staveb. Vyučující se tak snažil žákům ukázat manipulaci s modelem stavby jako přesvědčivý argument k tomu, že nalezli všechna řešení (metoda postupného vyčerpání všech možností). Ondrův způsob práce totiž sám o sobě částečně systematický byl.

I když jsou nadaní žáci schopni řešit složité úlohy, několikrát se nám potvrdilo, že možnost manipulace je pro ně při procesu objevování stejně důležitá jako pro ostatní žáky. Výše jsem uvedla jednu ze situací, ve kterých využití manipulace žákům pomohlo. Zde konkrétně dodala manipulace žákům potřebné argumenty pro diskuzi a pomohla jim zobrazit pozice, které si nedovedli sami představit. V neposlední řadě využil vyučující manipulace pro naznačení možné systematizace práce. Provést metodu vyčerpání všech možností prostřednictvím manipulace s krychlemi je totiž rychlejší a názornější, než kdyby byla realizovaná tím, že všechny stavby zaznamenáváme plánem. Zajímavé bylo i využití dvou různých pomůcek vhodných pro manipulaci (pěnové krychle s otáčecím talířem a vystřižený plán z papíru) a odlišná reakce Ondry na tato dvě zobrazení. Ukázalo se, že je dobré žákům poskytovat nejen různé modely, ale může být prospěšné i v rámci jednoho modelu žákům nabízet více způsobů zobrazení či více možností vymodelování.

Měla jsem z obou žáků pocit, že při prvním úkolu nechtěli použít nabídnutou pomůcku, protože chtěli dokázat, že ji nepotřebují. To mě podnítilo k přemýšlení o tom, jak nejen u nadaných žáků zařídit, aby nevnímali používání pomůcek ve výuce jako známku slabosti nebo své vlastní nedostatečnosti při řešení úlohy. Druhým důvodem, který jsem vnímala, mohl být pocit, že je manipulace zdrží. Je tedy potřeba u žáků budovat přesvědčení, že důležitější je vyřešit úlohu správně než ji mít rychle hotovou. Při náročnějším úkolu, tedy kontrole řešení toho druhého, se Ondra rozhodl pomůcku využít. Myslím, že se tak rozhodl, protože mu v tu danou chvíli přišlo efektivnější ulehčit si práci. Zdálo se mi, že Jirka pomůcku odmítl, protože měl pocit, že nechce k opravě Ondrovi práce využívat něco, co sám Ondra nevyužíval při jejím tvoření. Zároveň pro něj bylo důležité zvládnout úkol samostatně.

Během celého průběhu individuální výuky se párkrát stalo, že žáci nevyřešili zadanou úlohu. Když jsme jim nabídli manipulativa nebo když se je sami rozhodli využít, danou úlohu pak vyřešili. Někdy žáci měli manipulativa k dispozici od začátku, ale rozhodli se je nevyužít. Jindy jsme pro žáky vytvořili úlohu, která pro ně byla v danou chvíli moc náročná. Použitím manipulativ jsme náročnost úlohy pro žáky snížili, což zřejmě potřebovali k jejímu úspěšnému vyřešení.

Z pozorování obou žáků mi vyplývá, že je pro ně důležité, aby používání manipulativ nebylo vnímáno jako něco negativního či ponižujícího. Poskytování manipulativ ve výuce vnímám jako efektivní. Je potřeba nezapomínat na to, že i nadaným žákům může jejich použití výrazným způsobem usnadnit řešení úloh.

Sklony k perfekcionismu

Během dvanáctého tematického celku tvořili žáci Jirka s Ondrou vlastní výrokové úlohy pro zbytek třídy (téma 12, úloha 6). Ondra s Jirkou měli vytvořit věty k zadaným skupinám souborů obrázků. Ve větách měli používat matematické vztahy a zároveň měla každá jejich věta platit minimálně o 2 skupinách. Z vět pak složili popis ke každé skupině. Jirka s Ondrou se v pojetí úkolu výrazně lišili. Jirku motivovala představa, že vytvoří úlohy pro ostatní žáky. Každý soubor popsal více jednoduchými větami. Některé jeho věty se opakovaly. Ne všechny byly úplně srozumitelně formulované. On ale velmi motivovaně tvořil věty další a další. Ondra se také snažil, ale za celou půlhodinu, kterou žáci na úkol měli k dispozici, napsal pouze jednu větu. Ondra neustále psal nové a nové začátky vět, které následně přeformulovával, přepisoval a gumoval. Snažila jsem se mu s formulací pomoci skrze doplňující otázky, Ondra ale o pomoc nestál. Chtěl věty vytvořit sám, ale se skoro žádnou se nespokojil. Nakonec v hodině vypršel čas. Jirka i Ondra své věty dotvářeli a upravovali během následujících setkání.

Myslím si, že se zde u Ondry projevil sklon k perfekcionismu, který je pro nadané žáky často typický. Ondra chtěl vytvořit takovou úlohu pro ostatní žáky, která bude něčím zajímavá. Chtěl, aby každá jeho věta byla pravdivá o více skupinách. Bylo na něm vidět, že si zadanou práci vzal za svou a chtěl na ní být hrdý. Tím, jak vysoké nároky na sebe kladl, pro něj bylo *velmi náročné spokojit se s něčím, co vytvořil. Do rozporu se tedy dostala Ondrova snaha s výsledkem jeho práce. Bohužel si umím představit, že kdyby se jednalo o práci během běžné výuky, a já bych byla v roli učitele, nemusela bych tento rozpor zaregistrovat. Já nebo kterýkoli jiný učitel bychom pak mohli neporozumět důvodu nedokončenosti Ondrovy práce, a na základě tohoto nepochopení mu pak poskytnout nevhodnou zpětnou vazbu a podporu. Kdyby se podobná situace odehrála u žáka, jehož nadání nebylo identifikováno, důsledky by mohly být závažnější. Učitel by pak mohl podobně nesplněnou práci považovat za projevy nedostatečné snahy či nezájmu.*

Tato zkušenost s Ondrou mi pomohla uvědomit si, jakou mírou perfekcionismus může ovlivňovat výsledky žáků. Pro třídní praxi pro mě bude výzvou nedělat na základě výsledků žákovských prací unáhlené závěry. Pracovat se zpětnou vazbu pro žáky, kteří projevili snahu, i když to na výsledcích jejich práce není znát. Zároveň pomáhat žákům se sklonům k perfekcionismu s těmito sklony pracovat tak, aby pro ně nebyly vyčerpávající.

<u>Neochota hrát, pokud není jasné, že vyhraju</u>

Na začátku práce v 9. tématu (Abaku) jsme představili Ondrovi a Jirkovi deskovou verzi hry Abaku. Oba předtím znali pouze cvičení v pracovních sešitech a učebních. Věděli tedy, jak funguje základní princip. Po představení pravidel pro hru se ale oba žáci drželi zpátky. Když jsme se jich zeptali, jestli chtějí hru vyzkoušet, oba nabídku odmítli. Sdělili nám, že by si přáli koukat se, jak hrajeme proti sobě já a druhý vyučující. Během první hry Ondra začal radit druhému vyučujícímu, tím se do hry také zapojil. Jirka hru se zájmem pozoroval. V druhém kole jsme hráli já, druhý vyučující a Ondra, Jirka ještě hrát nechtěl, i když se postupně ke mně přidal. Ve třetím kole se chtěli zapojit oba žáci, ale odmítli hrát proti sobě navzájem. Nakonec jsem se dohodli tak, že jednu hru budu hrát já proti Ondrovi a druhou hru Jirka proti druhému vyučujícímu. Až v pátém kole byli žáci ochotni hrát i proti sobě navzájem.

V této situaci můžeme pozorovat také jeden z rysů typických pro žáky s nadáním, a to neochotu zapojit se do hry, pokud není jasné, že mám šanci vyhrát/ vyhraju. Když jsem podobnou situaci zažila s Ondrou a Jirkou poprvé, dost mě tím překvapili. Během celého průběhu individuální práce jsme několikrát zapojili hry a počáteční reakce žáků byla často opatrná. Předpokládala jsem, že žáci na prvním stupni si rádi hry zahrají. To ale u Ondry *a Jirky spíše neplatilo. Často buď oba, nebo jeden z nich váhali se zapojením se do hry nebo potřebovali hodně času na své tahy. Tahy jim trvaly dlouho, protože promýšleli všechny své možnosti a chtěli zvolit tu nejlepší. Takové situace jsem zažili u většiny her, které jsme jim nabídli například při hře Sova s 2D geometrickými tvary, nebo při hře NIM. Naopak pozitivně na ně působily hry, ve kterých mohli hrát spolu proti samotné hře, nebo proti vyučujícím.*

Při zpětné reflexi celé výuky vidím, že oba žáci měli strach z prohry. Vnímám ho asi podobně jako strach z chyby, ale náročnější na zvládnutí z několika důvodů. Za prvé, když žáci udělají chybu, většinou to nikdo neví. Zatímco když prohrají, všichni ví, že prohráli. A asi přirozeně se pak žáci srovnávají s tím, kdo vyhrál, a pak se cítí špatně. Za druhé chybu mají šanci si sami opravit, ale prohru opravit dost dobře nejde. Ve škole jsou navíc vedeni k tomu, že chyba je příležitost k růstu, pracují s ní. Vnímat prohru jako příležitost k růstu je o dost náročnější, asi i proto, že výhra je něco, co si silně přejí. Dalším důvodem je, že to, jestli prohrají nebo vyhrají, nezávisí jen na nich, nemají to plně pod kontrolou.

Myslím si, že právě z těchto důvodu byli oba žáci tak váhaví, když se jednalo o hry, ve kterých hráli proti sobě. Neúspěch spojený s prohrou zvládali mnohem lépe, když se jednalo o hru kooperativní, ve které byli spolu. V budoucnu tedy budu chtít ve své třídě se žáky s tímto strachem z prohry pracovat, ale převážně budu hry upravovat tak, aby v nich žáci mohli spolupracovat. Spolupráce patří k dovednostem, které chceme u žáků rozvíjet, a využít k tomu právě hry mi přijde jako smysluplné a efektivní propojení.

Schopnost reflektovat

Zde nepopíšu pouze jednu situaci, ale spíše přístup obou žáků k reflexi. Během výuky jsme reflektovali nejvíce během dvou situací. Ta první byla na koncích některých hodin. Při této reflexi jsme se ptali žáků na zhodnocení proběhlé vyučovací jednotky. K reflexi jsme používali různé reflektivní karty. Ondra se často nechtěl nad proběhlou hodinou zamýšlet. Buď řekl, že neví, nebo že něco bylo "dobré", ale už to nechtěl nijak rozvádět. Jirka na druhou stranu velmi často věděl, co se v hodině odehrálo, a byl schopen pojmenovat, co ho v ní zaujalo, co se naučil, co ho překvapilo a podobně.

Druhou častou reflexí bylo pojmenovávání příčin vzniklých chyb. S touto reflexí měl potíže Jirka. Přibližně v polovině případů prožíval silné emoce spojené s chybou. Nechtěl se pak o této chybě bavit. Ondrovi to problém nedělalo. O příčinách svých chyb byl schopen mluvit.

Jirkovo vnímání vlastní chyby jsem popsala v reflexích protokolů. S tím souvisí i to, že většinou nedokázal svou chybu reflektovat. Lépe se mu dařilo, když chybu neudělal sám. Ondra byl při reflexi vlastních chyb úspěšnější. Zdálo se mi, že je více sebevědomý a nevadí mu rozebírat vlastní proces řešení, při kterém chyboval. Vypadalo to, že chyby opravdu chápe jako příležitost ke zlepšení. Vnímám jako důležité, aby se Jirka také naučil své chyby takto vnímat. Jejich reflexe je velmi účinným nástrojem pro proces učení. Proto je třeba pracovat s chybou ve třídě, učit žáky vlastní chyby reflektovat a nevnímat je jako selhání, ale jako příležitost k učení. Tento proces vyžaduje dostatek času. Sami jsme na vnímání chyby s Jirkou také pracovali, ale pozorovali jsme, že změna nastává velmi pomalu a nelineárně.

Nevím, proč se Ondra nechtěl vracet k reflexím celé hodiny. Možná to pro něj byla forma opakování, které nemá rád. Možná za tím byl jiný důvod, který jsem nedovedla odhalit. Jirkovi však reflexe celé hodiny potíže nedělala. Vždy dokázal pojmenovat, co ho zaujalo. Většinou se jednalo o objevy, kterých dosáhli společně s Ondrou nebo které učinil on sám. Každý objev mu přinášel radost, a proto si je vždy na konci hodiny pamatoval. Emoce nám pomáhají zapamatovat si informace. Je tedy dobré s nimi pracovat a využívat je. Právě možnost činit vlastní objevy a prožívat emoce s tímto procesem spojené je jedním z nástrojů, který můžeme využívat pro zefektňování výuky všech žáků.

Závěr

V práci jsem se zabývala problematikou nadaných žáků, a to zejména z pohledu didaktiky matematiky. V teoretické části jsem se stručně věnovala těmto tématům, pro uvedení čtenáře do odborného kontextu. V praktické části jsem se pak zaměřila na popis průběhu individuální výuky prostřednictvím výukových protokolů a kazuistik obou žáků. V úvodu jsem vytyčila 2 cíle:

1. Vytvořit sérii úloh vhodnou pro práci s žáky nadanými v oblasti matematiky a ověřit použitelnost této série v praxi se žáky 2. ročníku.
   Cíl byl naplněn během individuální výuky a její reflexe. Dokladem naplnění tohoto cíle je primárně soubor úloh, který je k nalezení v přílohách. Ověřování použitelnosti vytvořených a sesbíraných úloh je popsáno v kapitole 2.2 (Protokoly z individuální práce).
2. Popsat některé možnosti a způsoby práce s nadanými žáky ve výuce matematiky na základě kazuistiky žáků, pozorování a individuální práce s nimi.
   Tento cíl jsem naplnila primárně v kapitole 2.3. (Kazuistika) a také v kapitole 2.2 (Protokoly z individuální práce).

Práce měla velký přínos pro můj osobní růst v profesi učitele. Díky odborné literatuře i díky zkušenosti s praktickou výukou jsem si zvědomila některé své stereotypní představy o nadaných žácích a dokázala jsem od nich upustit. Nyní k edukaci nadaných budu přistupovat s větší pokorou a otevřeným prostorem pro jedinečnost každého žáka. Cítím se mnohem více připravená na doprovázení nadaných žáků. Nejvíce mě na práci s nadanými překvapilo jejich nízké sebevědomí a tlak, který na sebe oni sami kladli. Nyní více vnímám potřebu témata, která jsem v práci reflektovala pojmenovávat jak se samotnými nadanými žáky, tak s celou třídou. Inspirativní pro mě bylo vidět jakým způsobem třídní učitelka dokáže pracovat s tím, že jí žáci odcházejí z hodin, a jak dokáže jejich nepřítomnost v některých hodinách využít pro motivaci a učení celé třídy i odcházejících žáků. Po zkušenosti s modelem individuální výuky, na kterou žáci odcházejí v rámci některých hodin daného předmětu věřím, že se jedná o velmi funkční cestu. K té je však potřeba spolupráce více učitelů a sehnání finančních prostředků.

Individuální výuku matematiky jsme vedli v duchu konstruktivistického pojetí výuky. Na základě literatury a zkušenosti věřím, že obzvláště pro nadané žáky se jedná o vhodné pojetí výuky. Stejně tak ale věřím, že změna výuky tak, jak je popsaná v odborné literatuře, a tak jak ji stručně shrnuji v teoretické části je přínosná jak pro nadané žáky, tak pro všechny žáky.

Seznam použitých informačních zdrojů

Česká školní inspekce. (2022). Podpora vzdělávání nadaných a mimořádně nadaných žáků v základních a středních školách, Tematická zpráva. https://www.csicr.cz/cz/Dokumenty/Tematicke-zpravy/Tematicka-zprava-—-Podpora-vzdelavani-nadanych-a-m

Gardner, H., & Votavová, E. (1999). Dimenze myšlení. Teorie rozmanitých inteligencí. Portál.

Havigerová, J. M. (2011). Pět pohledů na nadání. GRADA.

Hejný, M. (2019). Cíle vyučování matematice. *Učitel Matematiky*, *27*(3), 160-168. https://ojs.cuni.cz/ucitel/article/view/1301

Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Helus, Z., Braverná, N., & Franclová, M. (2012). *Perspektivy učitelství*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Hříbková, L. (2005). Nadání a nadaní. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Machů, E. (2010). Nadaný žák. Paido.

Maňák, J., & Švec, V. (2003). *Výukové metody*. Paido.

Mönks, F. J., & Ypenburg, I. H. (2002). Naše dítě je velmi nadané (1st ed.). GRADA.

Munro, J. (2015). *Teaching gifted and talented students: a learning approach to differentiation* [University of Melbourne, Faculty of Education]. https://students.education.unimelb.edu.au/selage/pub/readings/giftedlt/CSGE%20%20Teaching%20gifted%20studentsC.pdf

MŠMT (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Citováno 27.března 2024, z https://archiv-nuv.npi.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani.html

MŠMT. (2021) Vyhláška č. 27/2016 Sb., o vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných, ve znění účinném od 1. 1. 2021. https://www.msmt.cz/dokumenty/vyhlasky-ke-skolskemu-zakonu

Portešová, Š., & Nováková, E. (2023). Rozhovor se Šárkou Portešovou o nadání a nadaných dětech, jejich vyhledávání a rozvoji ve školách. *Komenský*, *148*(1). https://www.ped.muni.cz/komensky/rozhovory

Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (2009). Pedagogický slovník (6. ed.). Portál.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2016). *Reflections on Gifted Education Critical Works by Joseph S. Renzulli and Colleagues* (1st ed.). Pruffrock Press. https://www.researchgate.net/publication/40391621

Renzulli, J. S. (1978). What Makes Giftedness: A Reexamination of the Definition. Science and Children, 1978(3), 180-184, 261.

https://www.researchgate.net/publication/234665343_What_Makes_Giftedness_A_Reexamination_of_the_Definition

Stará, J., Zemanová, B., & Horská, P. (2020). *Obecná didaktika I, Plánování výuky*. Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. https://cuni.futurebooks.cz/book/38-obecna-didaktika-i-planovani-vyuky/?/

Stehlíková, M. (2018). Nadané dítě, Jak mu pomoci ke štěstí a úspěchu. Grada. https://www.bookport.cz/kniha/nadane-dite-4290/

Vávra, J. (2011). Proč a k čemu taxonomie vzdělávacích cílů? *Metodický portál*. https://clanky.rvp.cz/clanek/s/Z/11113/PROC-A-K-CEMU-TAXONOMIE-VZDELAVACICH-CILU.html

Vojkůvková, I. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. *MATFYZPRESS*. https://physics.mff.cuni.cz/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf

Winnebrener, S., & Brules, D. (2012). *Teaching Gifted Kids in Today's Classroom*. Free Spirit PUBLISHING.

Yazıcıoğlu, T., & Akdal, D. (2020). The Opinions of the Classroom Teachers about the Enrichment Educational Programs for Gifted Students Who Continue to the Inclusive Classes. *The International Journal of Progressive Education*, *16.*, 202 - 214. https://typeset.io/papers/the-opinions-of-the-classroom-teachers-about-the-enrichment-117mdfa4ml

Učebnice H-mat

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Kuřík Sukniak, A., Strnad, V., & Ročák, Š. (2021). *Matematika pro 4. ročník*. H-mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Kuřík Sukniak, A., Strnad, V., & Ročák, Š. (2022). Matematika pro 5.ročník, H-mat.

Zdroje použité pouze v přílohách

CERMAT. (2022). *Didaktický test, Český jazyk a literatura 5*. https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-cj/2022/C5A_2022_DT.pdf

Seznam Zprávy. (2023). Prezidentské volby 2023. Retrieved April 12, 2024, from https://www.seznamzpravy.cz/p/vysledky-voleb/2023/prezidentske-volby/kolo/2

Žáček, J. (1994). *Ufo, ufo, ufoni*. Autorské stránky, Jiří Žáček. Retrieved April 12, 2024, from https://www.jirizacek.cz/ukazky-tvorba-pro-deti.html

Učebnice H-mat (použité v přílohách)

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., & Strnad, V. (2018). *Matematika pro 1. ročník, Pracovní učebnice - 2.díl*. H - mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., & Strnad, V. (2018). *Matematika pro 1. ročník, Pracovní učebnice - 3.díl*. H - mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., & Strnad, V. (2019). *Matematika 2. ročník, Pracovní učebnice 3.díl.* H-mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., Strnad, V., & Ročák, Š. (2020). *Matematika 3. ročník, pracovní sešit 2.díl*. H-mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., Strnad, V., & Ročák, Š. (2021). *Matematika 4. ročník, pracovní sešit 2.díl.* H-mat.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Sukniak, A. K., Strnad, V., & Ročák, Š. (2022). *Matematika 5. ročník, pracovní sešit 2.díl*. H-mat.

Seznam příloh

Příloha 1 – Soubor úloh

Téma	Očekávaný výstup z RVP
1. Krychlové stavby, jeřáb, stavby příbuzné	**M-3-3-01** Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.
2. Elektronická stavebnice Boffin	**M-5-2-02** Žák čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.
3. Hra NIM	**M-5-4-01** Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.
4. Krychlové stavby – 3D tiskárna – propedeutika karteziánské soustavy souřadnic	**M-3-3-01** Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.
5. Úlohy parkoviště – propedeutika dělení, desetinná čísla	**M-3-2-03** Žák doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.
6. Grafy, volby	**M-3-2-02** Žák popisuje jednoduché závislosti z praktického života. **M-3-2-03** doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel
7. Abaku	**M-3-1-04** Žák provádí zpaměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly.
8. Hod kostkou, pravděpodobnost	**M-3-2-03** Žák doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.
9. Nestandardní výrokové úlohy	**M-3-1-01** Žák používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků.
10. Velká čísla, odhad, faktoriál,	**M-3-1-02** Žák čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti.

exponenciální funkce, mocniny, geografie	
11. Matematická soutěž KLOKAN a logická olympiáda	**M-5-4-01** Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.
12. Práce s příběhem, časová osa	**M-3-1-03** Žák užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose. **M-3-2-01** Žák se orientuje v čase, provádí jednoduché převody jednotek času.
13. Gradace prostředí matematiky Hejného: hadi a součtové trojúhelníky	**M-3-1-05** Žák řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace.
14. Geoboard: trojúhelníky, čtyřúhelníky	**M-3-3-01** Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci. **M-3-3-02** Žák porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky.
15. Tělesa, hra Sova, sítě těles, řezy těles, stíny těles	**M-3-3-01** Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.

Úlohy jsme otestovali se dvěma žáky 2. ročníku. Měli jsme k dispozici čas I prostor vyhrazený pro individuální výuku těchto žáků. V souboru úloh najdete úlohy, které žáci můžou řešit sami, ale k některým potřebují asistenci učitele a někdy také pomůcky. Úlohy jsou někdy postavené na úlohách z učebnic Hejného matematiky, protože oba žáci tyto učebnice používají v hodinách matematiky a my jsme někdy toto učivo rozšiřovali nebo prohlubovali.

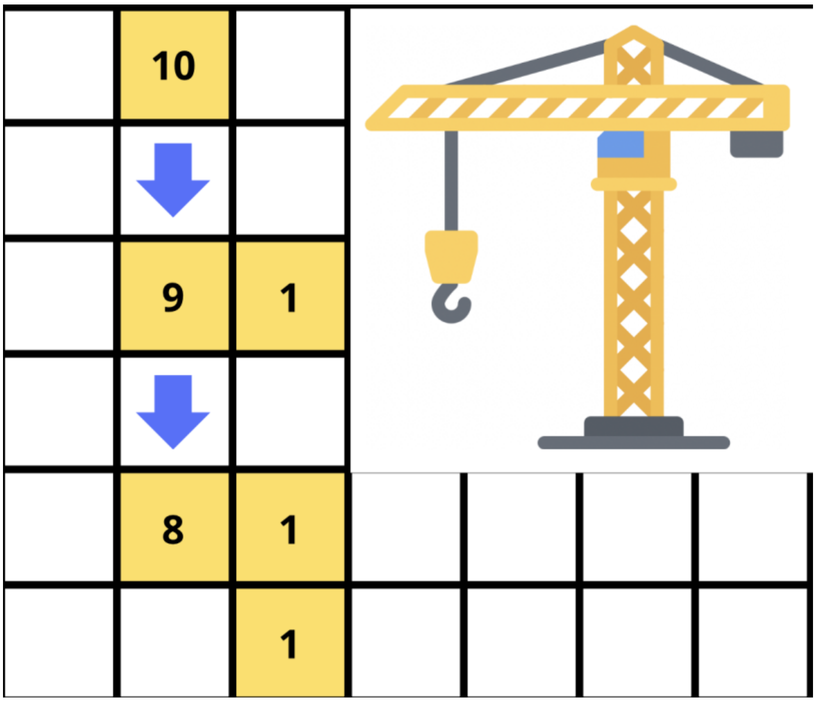
Obecně slouží soubor úloh jako inspirace, každý učitel zná nejlépe své žáky a podmínky všech se liší. Záměrem je tedy, aby si každý učitel upravil úlohy podle potřeb svých a podle potřeb svých žáků.

1. Téma: Krychlové stavby, jeřáb, stavby příbuzné

Úloha 1

Na obrázku pod textem vidíš plány krychlových staveb. Jeřáb tvoří stavby příbuzné tím, že přesune jednu krychli ze stavby původní a přiloží ji ke zbylým krychlím na jakékoliv jiné místo.

Zahraj si na jeřáb. Tvoje ruka je rameno jeřábu. Postupuj podle plánu a původní stavbu přeměň na na stavbu druhou a pak stavbu třetí.

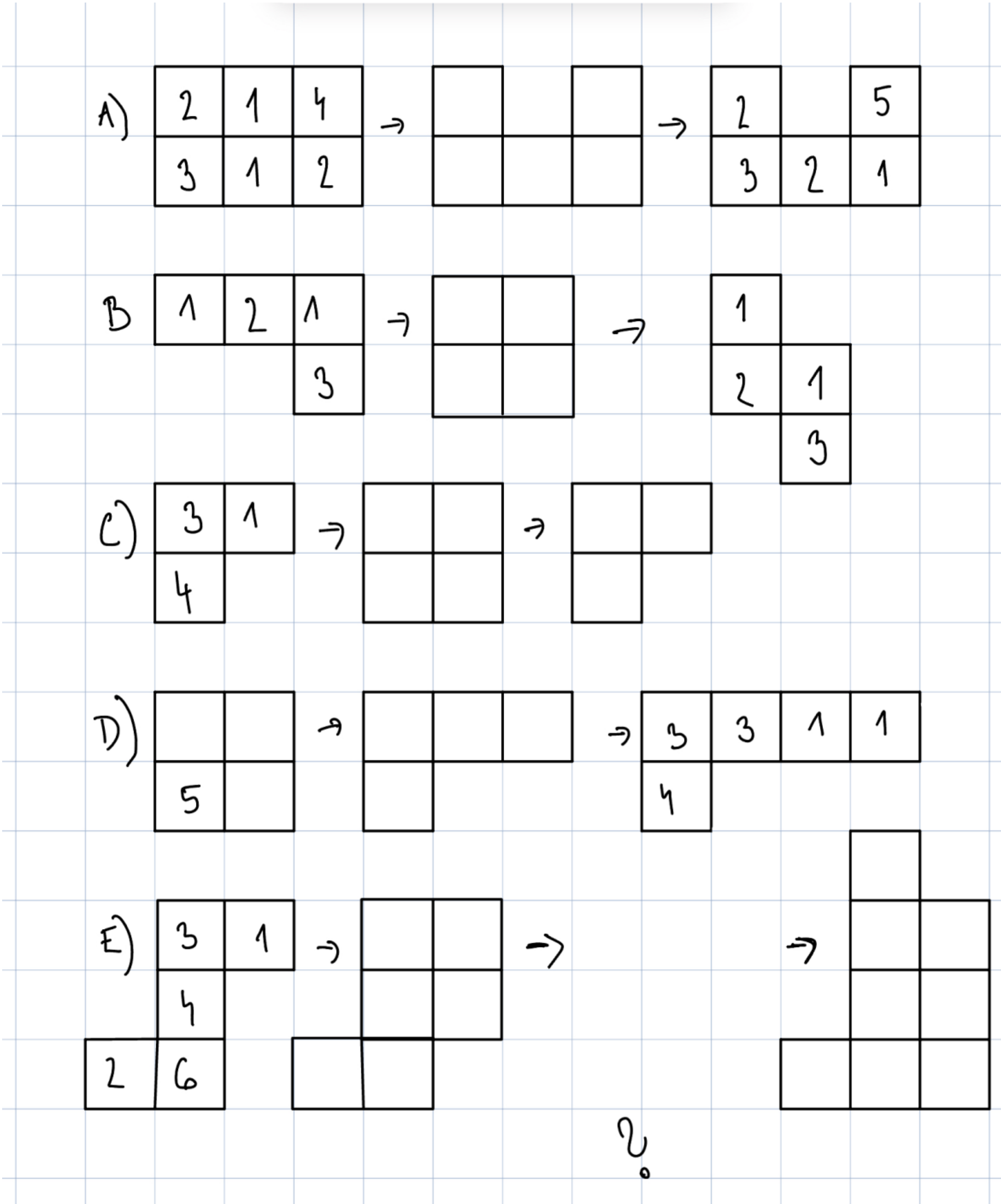


Obrázek 9 Úloha 1, zavádění jeřábu, vytvořeno v Canvě

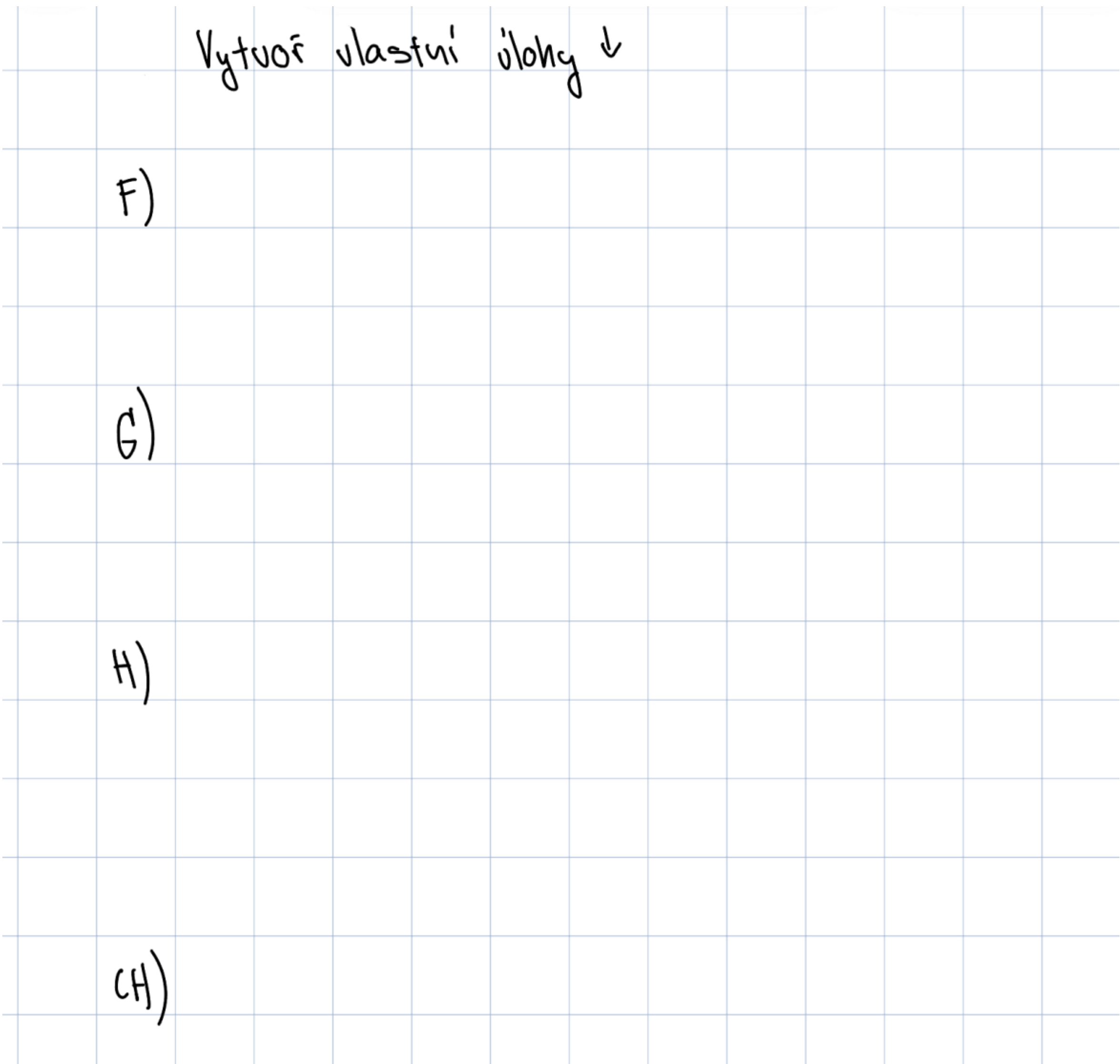
Komentář k úloze 1: Žáci tvoří stavby příbuzné. Je potřeba poskytnout jim krychle.

Úloha 2

Vyřeš úlohy (Doplň plány stavby)



Obrázek 10 Úloha 2, doplnění plánu stavby

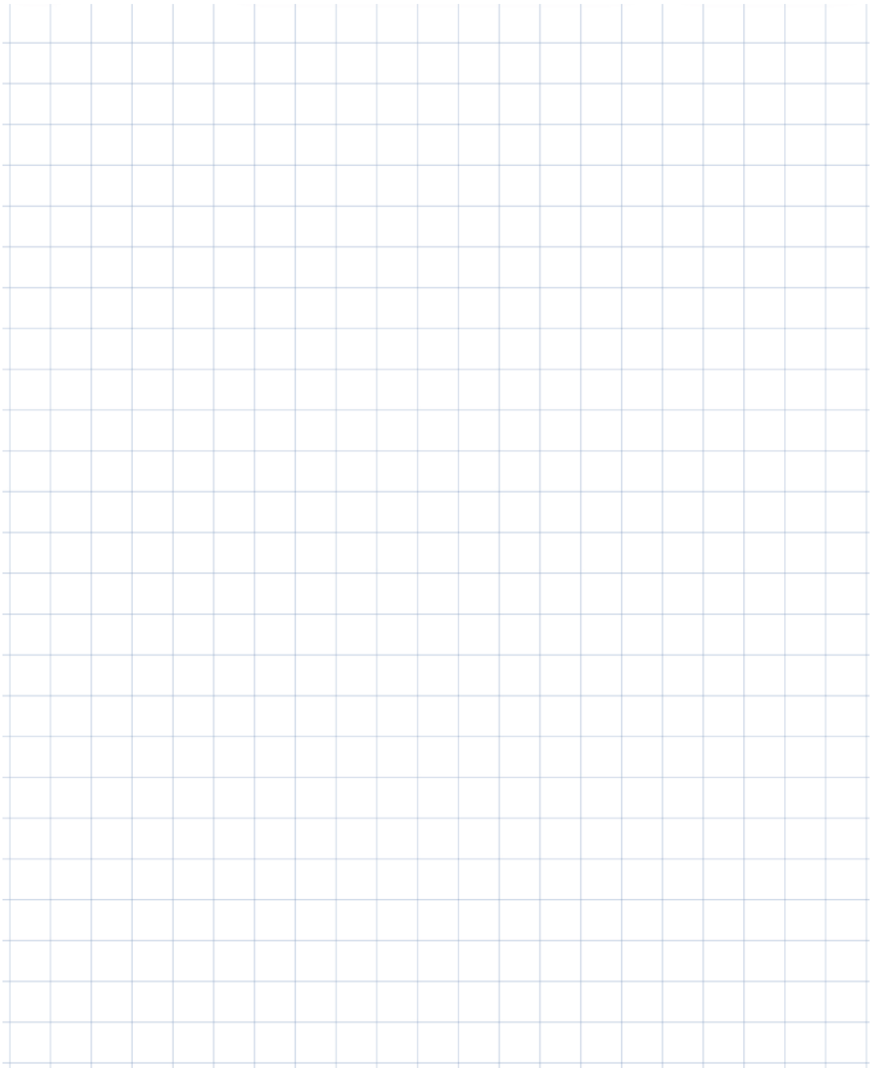


Obrázek 11 Úloha 2, 2. část, tvorba vlastních úloh

Komentář k úloze 2: Žáci doplňují plán stavby a dotvářejí stavby příbuzné. Poté tvoří podobné vlastní úlohy.

Úloha 3

1. Postav jakoukoli stavbu z 5 krychlí a zakresli její plán.
2. Najdi všechny její příbuzné stavby a také je zakresli
3. Zkontroluj příbuzné stavby spolužáka, našel opravdu všechny? Nechybí mu tam některá?
4. Dokaž, že jsi našel všechny příbuzné stavby.



Obrázek 12 Úloha 3, čtvercová síť

Komentář k úloze 3: Žáci hledají příbuzné stavby. Pokud jsou úlohy řešili žáci dva, můžou si navzájem řešení zkontrolovat. Může dojít k diskuzi o shodnosti staveb. Důkazem pro nalezení všech staveb může být systematické vyčerpání všech možností.

2. Téma: Elektronická stavebnice Boffin

Na škole jsme měli elektronickou stavebnici Boffin. Přiblížím, jak jsme s ní pracovali, ale drželi jsme se instrukcí přiložených v samotné stavebnici, jejichž následování doporučuji.

1. Nejprve jsme zjistili žákovské prekoncepty o fungování elektřiny. Vedli jsme s nimi rozhovor a přirovnávali elektrický proud k tomu vodnímu.
2. Představení stavebnice, pravidel používání a bezpečnosti.
3. Společná tvorba jednoduchého obvodu.
4. Samostatná práce žáků podle jednoduchých a pak složitějších návodů.

Doporučujeme sestavení obvodu, který ověřuje vodivost předmětů. Použili jsme předměty jako příbory, skleničku, pero, gumu, sponku atd… a testovali jejich vodivost. Před samotným testem žáci odhadovali a odůvodňovali, které předměty vodivé budou, a které ne.

3. Téma: Hra NIM

Žáci můžou hrát hru NIM například se sirkami, nebo s dřívky. K tomu, aby mohli lépe objevovat "kouzlo této hry" pomůže, pokud mezi nimi bude jeden žák/ učitel, který bude znát výherní strategii. Pokud mezi nimi bude jeden učitel nebo žák, který zná výherní strategii. Jako motivační prvek pak může působit výzva: poraz mistra.

Pro žáky nám přišla přiměřená verze, kde hrají dva hráči proti sobě a střídají se v odebírání sirek Vyhrává ten, kdo jako poslední může brát sirky ze stolu. Žáci se můžou vybrat, jestli chtějí začínat, nebo ne.

My jsme postupovali podle tabulky:

Kolo	Celkový počet sirek	Počet sirek, který žák může v jednom kole odebrat
1.	5	1 až 2
2.	7	1 až 2
3.	9	1 až 2
4.	7	1 až 3
5.	8	1 až 3
6.	11	1 až 3
7.	21	1 až 3

Vždy když žáci věděli, jak vyhrát kolo daného řádku, postoupili do dalšího kola. Postupně formulovali hypotézy. Žákovské hypotézy učitel může nabourávat svou výhrou. Výherní strategie žáků postupně krystalizují a podle jejich úrovně může učitel dále kola stěžovat a stěžovat, dokud žáci nedojdou k určité míře zobecnění.

4. Téma: Krychlové stavby – 3D tiskárna – propedeutika karteziánské soustavy souřadnic

Úloha 1

Podívej se na video. Co je na něm za přístroj? Jak tenhle přístroj funguje?

Komentář k úloze 1: Učitel pustí video zobrazující 3D tiskárnu.

Úloha 2

Teď jsi 3D tiskárna ty! Připrav si krychle jedné barvy a stav podle pokynů:

1. Polož krychli.
2. Posuň se o jedno pole doprava.
3. Polož krychli.
4. Posuň se o jedno pole dopředu.
5. Polož krychli.
6. Posuň se nahoru o jedno patro.
7. Polož krychli.
8. Posuň se nahoru o jedno patro.
9. Polož krychli.
10. Stavba je hotová.

Komentář k úloze 2: Žáci staví krychlovou stavbu podle návodu. Učitel může použít návod v psané formě, nebo ho žákům nadiktovat.

Úloha 3

Hra na 3D tiskárnu/ Telefon – Se spolužákem si zahrajte Telefon. Jeden z vás je 3D tiskárna a druhý bude programátor, který zadává příkaz do 3D tiskárny. Buďte k sobě otočení zády. Programátor zadává 3D tiskárně postupně hlasový příkaz a 3D tiskárna tiskne (postupně staví). Programátor také průběžně postupně staví, aby na konci mohla proběhnout kontrola správnosti a také aby se sám v příkazech neztratil. Na konci zkontrolujte, jestli se 3D tiskárně podařilo postavit stejnou stavbu a jestli byl tedy hlasový příkaz dostatečně přesný.

Komentář k úloze 3: Žáci hrají hru Telefon v upravené verzi – prostředí 3D tiskárny. Je zde důležitá reflexe a spolupráce mezi žáky. 3D tiskárna byla pro žáky dobrým motivačním prvkem.

<u>Úloha 4</u>

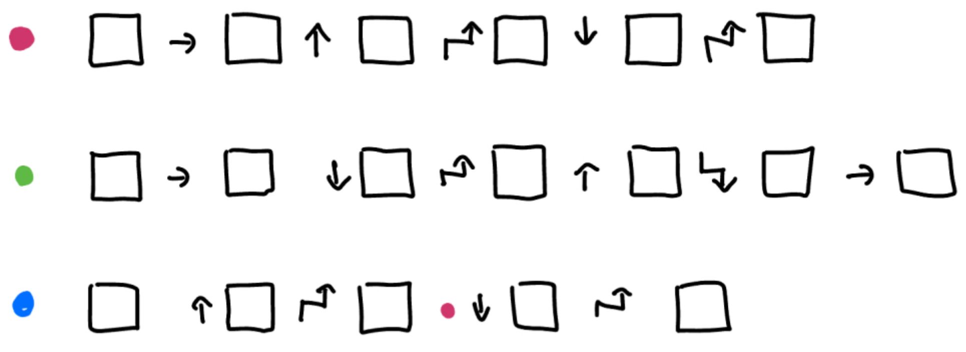
3D tiskárnám ale chceme povely zadávat i písemně, abychom nemuseli čekat, a být u celého procesu. Zkuste vymyslet, jak by se daly předešlé příkazy zapsat na papír. Postavte stavbu, napište příkaz pro její stavbu a dejte ho k vyzkoušení jiné 3D tiskárně (učiteli nebo spolužákovi.) Zkontrolujte původní a postavenou stavbu. Z reflektujte návod. 3D tiskárny neumí přijmout plán stavby, potřebují příkazy krok po kroku (nekreslete plán stavby)

Komentář k úloze 4:

Žáci vymýšlejí, jak předchozí příkazy zapsat na papír. Následně postupují podle příkazů spolužáků. Pokud příkazy testuje učitel může záměrně zneužít nejasností. Z naší zkušenosti je pro žáky úkol náročný a je důležité ohlídat, aby si nejasnosti nevyčítali. Zásadní je reflexe a úprava způsobu tvorby nových příkazů. Je možné omezit počet použitých krychlí.

<u>Úloha 5</u>

Postav stavby podle následujících příkazů. Porovnej postavené stavby s postavenými stavbami spolužáka.



Obrázek 13 Úloha 5, návod pro 3D tiskárnu

Komentář k úloze 5: Žáci postaví podle návodů nové stavby a získají zkušenost s funkčním návodem.

<u>Úloha 6</u>

Zkus teď znovu vytvořit svůj příkaz pro 3D tiskárnu. Sám stavbu také postav a poté ji porovnej s postavenou stavbou od 3D tiskárny.

Komentář k úloze 6: Žáci tvoří nové návody po získaných zkušenostech. Učitel může otevřít s žáky porovnání jejich původních a nových návodů.

5. Téma: Úlohy parkoviště – propedeutika dělení, desetinná čísla

Úloha 1

Doplň následující tabulky, které zaznamenávají vozidla na parkovištích

1. Parkoviště u divadla	
Počet aut	4
Počet kol aut	
Počet motorek	
Počet kol motorek	4
Počet vozidel	
Počet kol všech vozidel	

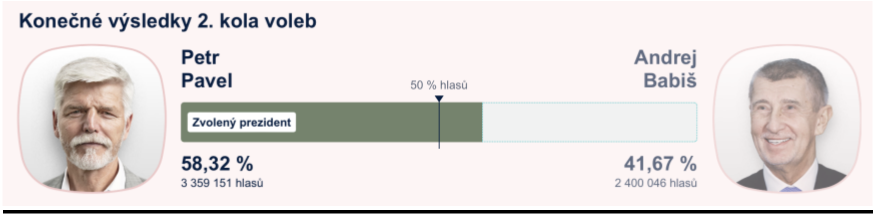
2. Parkoviště u nemocnice	
Počet aut	
Počet kol aut	20
Počet motorek	
Počet kol motorek	
Počet vozidel	5
Počet kol všech vozidel	

3. Parkoviště u hřiště	
Počet aut	
Počet kol aut	
Počet motorek	
Počet kol motorek	6
Počet vozidel	
Počet kol všech vozidel	22

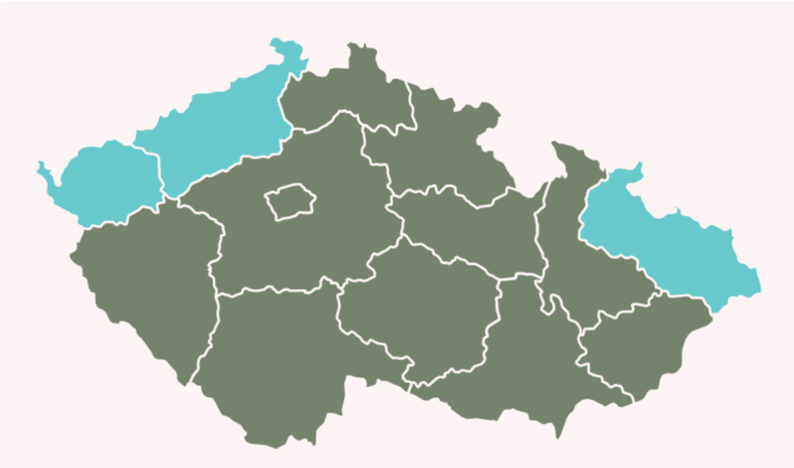
Komentář k úloze 1: Žáci dopočítávají počty vozidel a kol. Ve třetí tabulce dojdou k tomu, že úloha nemá řešení. (Pokud se budeme držet sémantiky opravdu tomu tak je). Někteří žáci můžou přijít s řešením, že na parkovišti je 4,5 auta. Úloha může vést k zajímavé diskuzi.

6. Téma: Grafy, volby

Úloha 1



Obrázek 14 Výsledky 2. kola prezidentských voleb (Seznam zprávy, 2023)



Obrázek 15 Výsledky 2. kola prezidentských voleb (Seznam zprávy, 2023)

Otázky:

1. Kdo vyhrál prezidentské volby v tomto roce? Poznali bychom to i bez čísel?
2. Kolik obdržel hlasů Petr? Kolik hlasů obdržel Andrej Babiš?
3. Co znamenají barvy na mapě a v grafu?
4. Kolik hlasů chybí Petru Pavlovi do 4 milionů hlasů?

Komentář k úloze 1: V období, kdy jsme měli pro žáky naplánovanou práci s grafy zrovna proběhly volby prezidenta. Této příležitosti jsme využili s žáky jsme se orientovali na různé grafy na stránkách uvádějících výsledky voleb. Pokud zrovna proběhnou nějaké volby, můžete použít ty aktuální. Tato úloha slouží také jako přípravná pro to, aby žáci mohli tvořit vlastní grafy.

Úloha 2

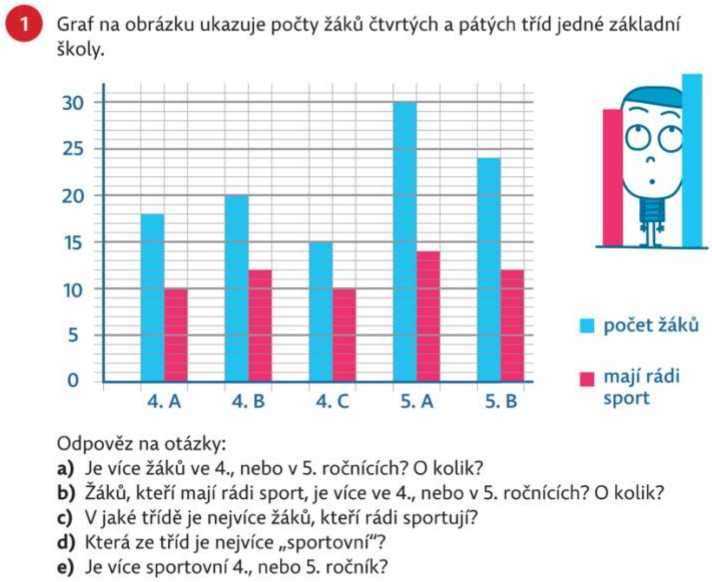
7 Prohlédni si graf a odpověz na otázky.

a) Jaké zvíře mají doma nejčastěji žáci 4. A?
b) O kolik více/méně žáků má doma psa než žádné zvíře?
c) Jsou nějaká zvířata, která má doma stejný počet žáků?
d) Kolikrát méně žáků má doma křečka než kočku?
e) Kolikrát více žáků má doma rybičky než jiné uvedené zvíře?
f) Kolik různých druhů zvířat mají žáci doma?

Obrázek 16 Úloha 2, Matematika pro 4.ročník, Učebnice, 2021, H-mat (Hejný et al., 2021)

Komentář k úloze 2: Také se jedná o přípravnou úlohu. Žáci se zde orientují v grafu, čtou z něj informace a s informacemi dále nakládají pro vyřešení otázek. Jedná se o úlohu převzatou z učebnice pro 4. ročník.

Úloha 3



1 Graf na obrázku ukazuje počty žáků čtvrtých a pátých tříd jedné základní školy.

Odpověz na otázky:

a) Je více žáků ve 4., nebo v 5. ročnících? O kolik?
b) Žáků, kteří mají rádi sport, je více ve 4., nebo v 5. ročnících? O kolik?
c) V jaké třídě je nejvíce žáků, kteří rádi sportují?
d) Která ze tříd je nejvíce „sportovní“?
e) Je více sportovní 4., nebo 5. ročník?

Obrázek 17 Úloha 3 Matematika pro 4.ročník, Učebnice, 2021, H-mat (Hejný et al., 2021)

Komentář k úloze 3: Poslední přípravná úloha. Také převzatá z učebnice matematiky pro 4. ročník. Žáci získávají informace z dalšího typu grafu.

Úloha 4

Vytvoř na čtvercovém papíru vlastní graf *na téma.

***Komentář k úloze 4:** Žáci můžou tvořit graf na jakékoli téma, které si sami vyberou, nebo které jim pomůže vybrat učitel. (Například můžou žáci sami udělat ve třídě průzkum na to, jaké sporty mají jejich spolužáci rádi, nebo na vlastnictví domácích mazlíčků, počty fix na tabuli v různých třídách…) My jsme pracovali s knihou Volte zvířata! Ve třídě si žáci ve skupinách vytvořili vlastní kandidáty a poté uspořádaly vlastní volby. Pro práci s nadanými žáky jsme použili data z těchto třídních voleb. V kapitole 2. 2. 4. (Protokol 3) je k nahlédnutí výsledný graf.

7. Téma: Abaku

<u>Úloha 1</u>

Hra Abaku na dřevěné desce

Komentář k úloze 1: Žáci ve dvou až čtyřech hrají hru abaku na dřevěné desce s herními kameny. Při hře přemýšlejí, jak různé číslovky poskládat v příklady.

<u>Úloha 2</u>

Hra abaku na počítači nebo tabletu na stránkách: https://abakuplay.com/sign-in

Komentář k úloze 2: Žáci můžou hry různé obtížnosti proti bodům nabídnutým hrou.

8. Téma: Hod kostkou, pravděpodobnost

Úloha 1

Představ si, že 100krát hodíš kostkou, které číslo na kostce bude padat nejčastěji?

Komentář k úloze 1: Žáci na základě subjektivní zkušenosti z deskových her můžou mít představu, že 6 a 1 padají nejméně často, zatímco 3 badá nejčastěji. Tato a následující úloha žákovskou představu napadají.

Úloha 2

Svou představu ověř. 100krát hoď kostkou a zaznamenej počet výsledek každého hodu do tabulky. Modře zakroužkuj číslo, které padlo nejčastěji, zeleně to, které padlo nejméně častokrát. Porovnej se spolužákem a se svým odhadem. Je rozdíl v počtu jednotlivých čísel velký, nebo malý?

Číslo	Počet
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Komentář k úloze 2: Žáci mohou po první stovce hodů přidat další a další, záleží na jejich trpělivosti a motivaci. Žáci postupně hází kostkou a zaznamenávají výsledky. Čím větší bude počet hodů, tím nepatrnější bude rozdíl.

Úloha 3

Představ si, že hodíš dvěma kostkami a sečteš výsledky obou hodů, jaká všechna čísla můžeš získat? Napiš je.

Představ si, že 100krát hodíš dvěma kostkami a výsledky sečteš, jaké číslo získáš nejčastěji? Napiš ho.

Komentář k úloze 3: Žáci po zkušenosti s minulou úlohou budou odhadovat nejčastější součet. Někteří už s konkrétním argumentem jiní na základě pocitu.

Úloha 4

Připrav si podobnou tabulku, jakou si dostal v úloze 2. a proveď stejný experiment, tentokrát se dvěma kostkami a jejich součtem. Zakroužkuj modře číslo, které vyšlo nejčastěji a zeleně to, které vyšlo nejméně často. Výsledky porovnej se svým odhadem a s výsledky spolužáků. Z tabulky vytvoř graf.

Komentář k úloze 4: Úloha může být pojatá jako sázka (žáci si mohou vsadit na svého favorita). Do pokusu se může zapojit celá třída, nebo i více tříd. Každý žák ve třídě může mít například 6 hodů a jejich výsledky pak zaznamená do celotřídnídního grafu. Nadaní žáci se pak můžou zabývat rozebíráním příčin a porovnáváním grafů. Takto jsme postupovali i my na základě pokusu celé třídy.

Úloha 5

Dokážeš odůvodnit výsledky experimentu? Jaký je za nimy důvod?

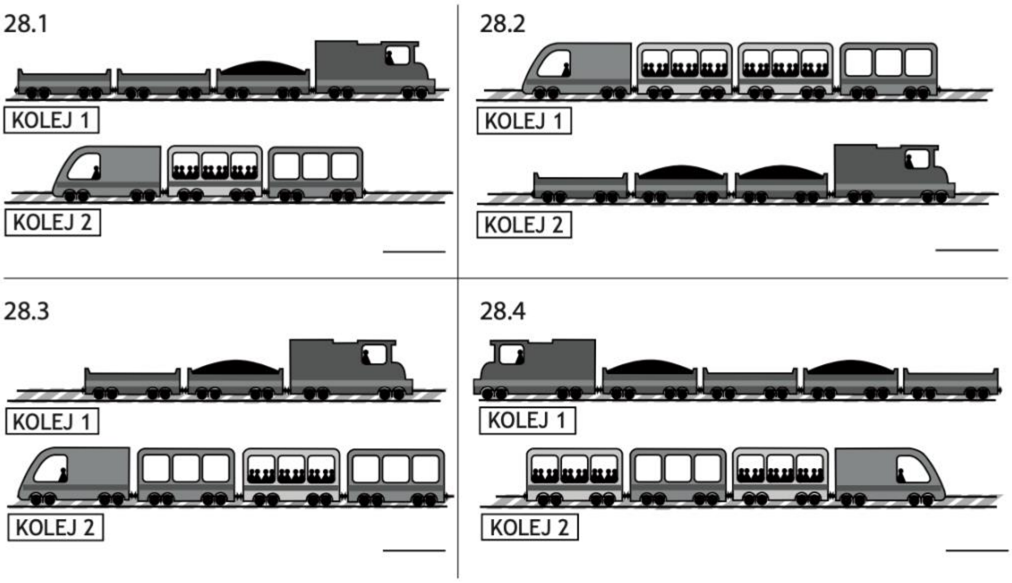
Komentář k úloze 5: Žáci můžou odůvodnit výsledky na základě počty různých kombinací, kterými lze získat daná čísla

9. Téma: Nestandardní výrokové úlohy

<u>**Zdrojová úloha**</u>:

28 Přiřaďte k jednotlivým obrázkům (28.1–28.4) odpovídající popis (A–F).

(Žádnou možnost z nabídky A–F nelze přiřadit víckrát než jednou. Dvě možnosti zbudou a nebudou použity.)



A) Osobní vlak má lichý počet vagónů. Nákladní vlak nemá více vagónů než vlak osobní. Vlak na 2. koleji má sudý počet plných vagónů.

B) Jeden z vlaků má sudý počet prázdných vagónů. Osobní vlak má lichý počet plných vagónů. Vlak na 1. koleji má více vagónů než vlak na 2. koleji.

C) Celkový počet vagónů na obrázku je lichý. Vlak na 2. koleji má méně vagónů než vlak na 1. koleji. Nákladní vlak má lichý počet prázdných vagónů.

D) Osobní vlak nemá prázdných vagónů stejně jako těch plných. Nákladní vlak má sudý počet vagónů. Vlak na 1. koleji má lichý počet plných vagónů.

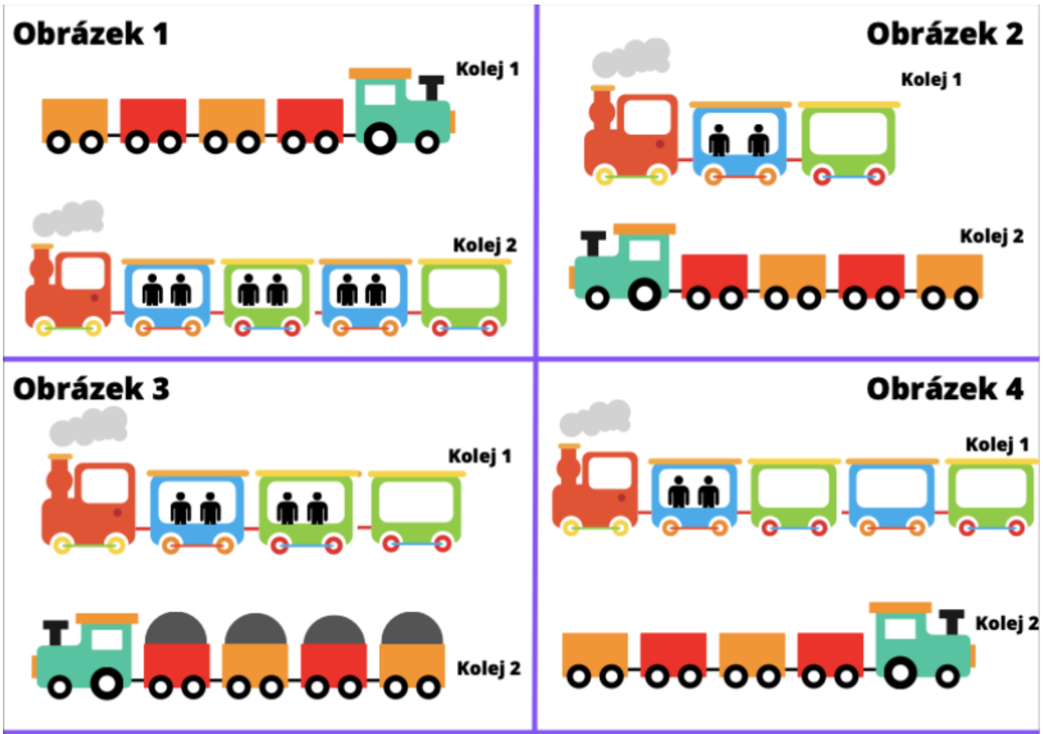
E) Vlak na 2. koleji má lichý počet prázdných vagónů. Nákladní vlak má jiný počet vagónů než vlak osobní. Osobní vlak má sudý počet plných vagónů.

F) Vlak na 1. koleji nemá méně prázdných vagónů než vlak na 2. koleji. Osobní vlak má více než jeden plný vagón. Nákladní vlak má lichý počet plných vagónů.

Obrázek 18, úloha z přijímacích zkoušek společnosti CERMAT (CERMAT, 2022, ú. 28)

Komentář ke zdrojové úloze: Na základě této úlohy jsem vytvořila vlastní úlohy na podobném principu.

Úloha 1



Přiřaď věty k jednotlivým obrázkům.

2 věty nepotřebuješ.

A. Celkový počet vagónů na obrázků je sudé číslo. Na první koleji je osobní vlak. Vlaky mají stejný počet vagónů.

B. Osobní vlak má dvakrát méně vagónů, než ten nákladní. Celkový počet vagónů je 8.

B. Méně než polovina vagónů v nákladním vlaku je plná. Celkový počet vagónů je číslo, které můžeme získat postupným přičítáním čísla 3.

C. Oba vlaky směřují stejným směrem. Na obrázku je celkem 5 vagónů prázdných. Alespoň jeden nákladní vagón je plný.

D. Víc jak polovina vagónů v osobním vlaku je plná. Celkový počet kol je číslo, keré můžeme získat postupným přičítáním 5.

B. Méně než polovina vagónů v nákladním vlaku je plná. Celkový počet vagónů je číslo, které můžeme získat postupným přičítáním čísla 3.

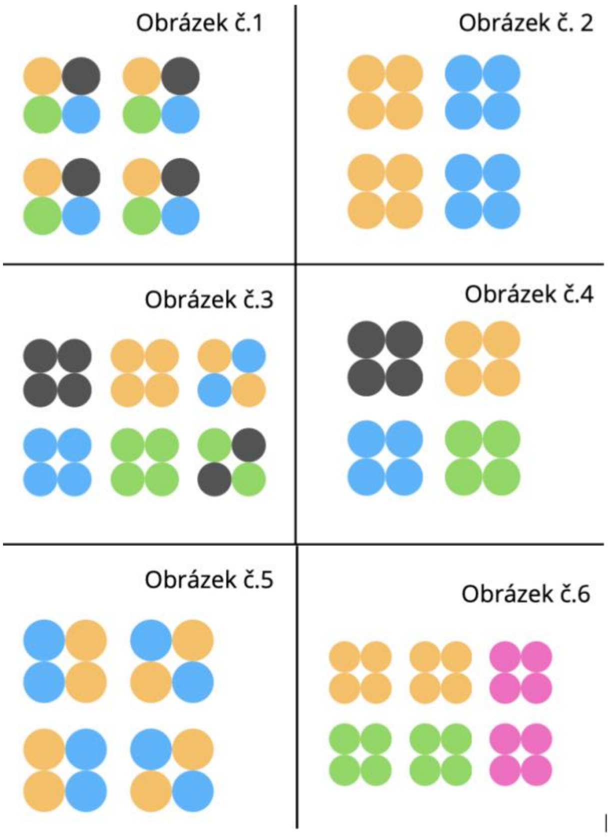
F. Na první koleji stojí osobní vlak. Osobní vlak není delší než ten nákladní. V osobním vlaku je plná více než polovina vagónů.

Obrázek 19 Úloha 1

Obrázek 20 Vysvětlivky k úloze 1

Komentář k úloze 1: Žáci přiřazují výroky k obrázkům z nabídky. Počítají prvky a orientují se v textu obsahujícím matematické relace.

Úloha 2



Obrázek 21 Úloha 2–1.část

PŘIŘAĎ VĚTY K O BRÁZKŮM

Jedna věta může být pravdivá pro více obrázků.

A. Polovina ze všech koleček na obrázku je oranžová.

B. Alespoň 4 kolečka na obrázku jsou modrá.

C. Čtvrtina všech koleček na obrázku je zelená.

D. Na obrázku je aspoň 8 koleček oranžových koleček a ty tvoří polovinu všech koleček na obrázku.

E. Třetina koleček ze všech koleček na obrázku je zelená.

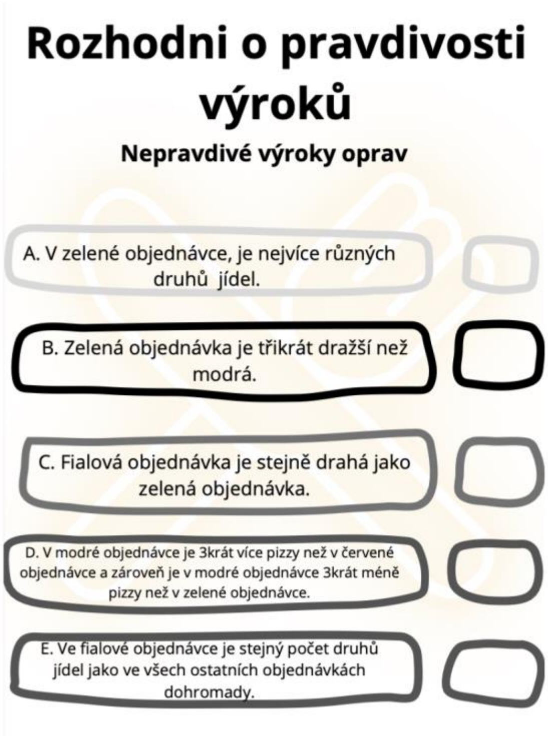
Obrázek 22 Úloha 2–2.část

Komentář k úloze 2: Žáci přiřazují výroky k obrázkům z nabídky. Počítají prvky, orientují se v textu a ve vyjádřeních popisujících matematické relace. Rozumí vyjádřením polovina a třetina.

Úloha 3

Obrázek 23 Úloha 3–1.část, objednávky

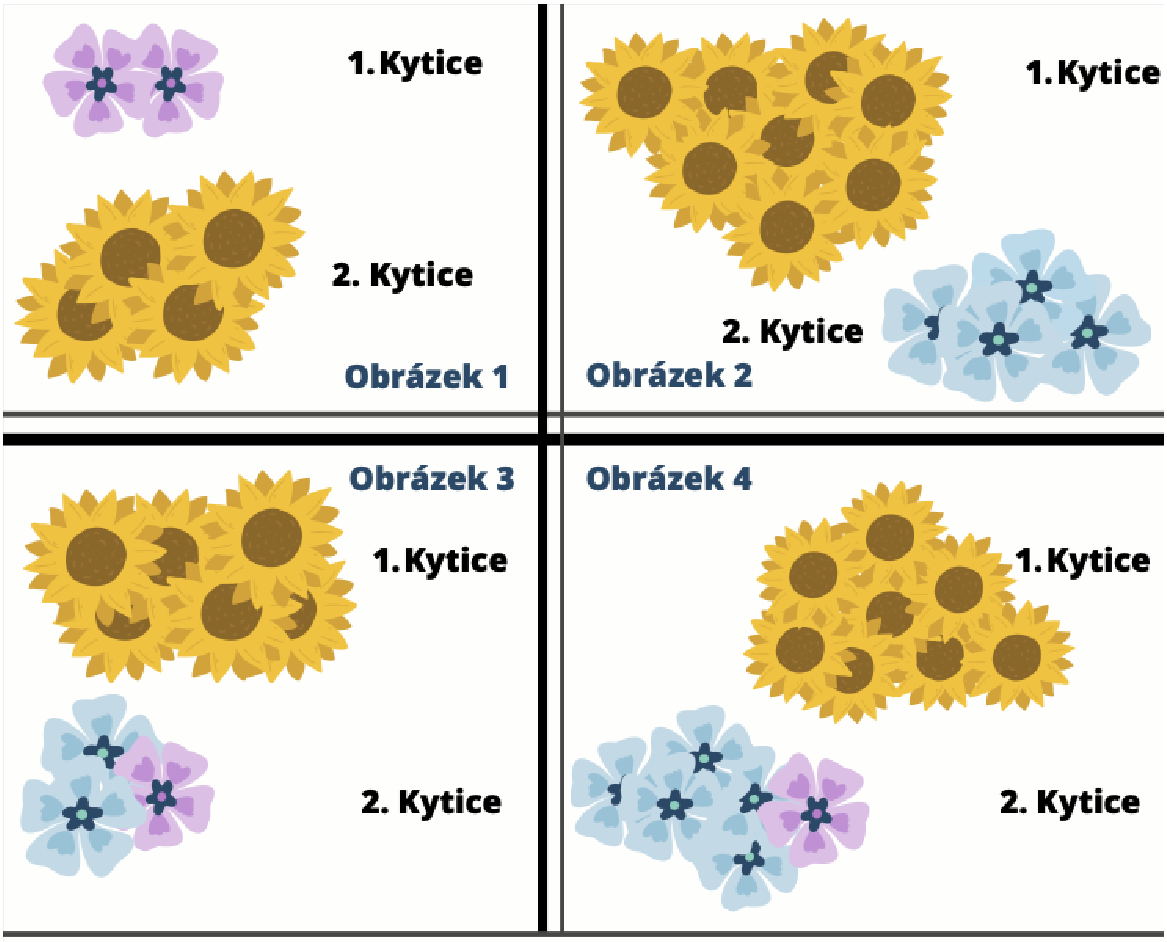
Obrázek 24 Úloha 3–2. část, ceník



Obrázek 25 Úloha 3–3. část

Komentář k úloze 3: Žáci rozhodují o pravdivosti výroků popisujících stavy objednávek, konkrétně druhy zboží a jeho ceny. Používají aditivní a multiplikativní operace. Žáci opravují nepravdivé výroky.

Úloha 4:



Přiřaď věty k obrázkům

A. Na Obrázku je dvakrát více slunečnic než pomněnek. Všechny květy na obrázků můžeme rozdělit na dvě hromádky se stejným počtem květů (nezáleží na druhu květů v hromádkách). 1. Kytice je tvořena ze slunečnic.

B. Na obrázku je dvakrát méně pomněnek než slunečnic. Alespoň jedna pomněnka je fialová. Na obrázku je přesně o 2 slunečnice víc než pomněnek.

C. Na obrázku je více než 10 okvětních lístků pomněnek. Nejméně jedna pomněnka je fialová. Celkový počet květů můžeme získat postupným přičítáním 3.

D. Na obrázku je alespoň 60 okvětních lístků slunečnic, minimálně 15 modrých okvětních lístků a alespoň 5 fialových okvětních lístků.

E. Není pravda, že slunečnic na obrázku je aspoň o 3 více než pomněnek. 1. kytice je vytvořená ze slunečnic.

Obrázek 26 Úloha 4

Obrázek 27 Vysvětlivky k úloze 4

Komentář k úloze 4: Komentář k úloze 4: Žáci přiřazují výroky k obrázkům z nabídky. Počítají prvky, orientují se v textu a ve vyjádřeních popisujících matematické relace.

Úloha 5:

Nakresli 4 různé skupiny útvarů podle následujících instrukcí:

1. Ve třetí skupině je přesně jeden obdélník.
2. Ve čtvrté skupině je obdélníků 4krát více než ve třetí skupině.
3. V první skupině je 2krát méně obdélníků než ve čtvrté skupině.
4. Ve druhé skupině 5krát více obdélníků než v první skupině.
5. V první skupině je o 3 kruhy méně než v druhé skupině.
6. Ve třetí skupině je o 4 kruhy více než v druhé skupině.
7. Ve třetí skupině je 8 kruhů.
8. Ve čtvrté skupině je o jeden kruh méně, než ve skupině první.
9. Počet trojúhelníku ve čtvrté skupině zjistíš, když k dvojce přičteš ještě jednu dvojku.
10. Ve třetí skupině o jeden trojúhelník méně než ve skupině čtvrté.
11. Počet trojúhelníků v první skupině zjistíš, když vynásobíš trojúhelníky v třetí skupině s trojúhelníky ve čtvrté skupině.
12. Ve druhé skupině je stejný počet trojúhelníků jako počet kruhů ve čtvrté skupině.

Obrázek 28 Úloha 5

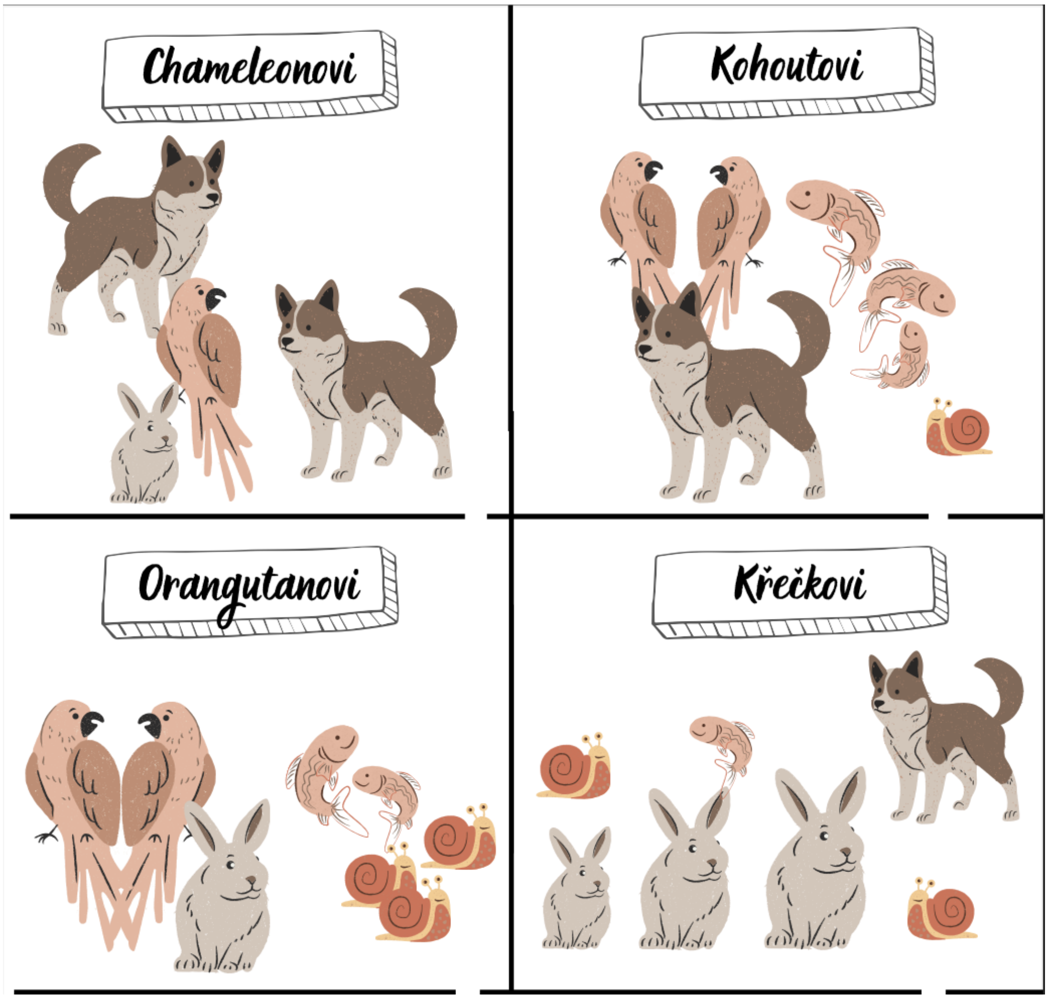
Komentář k úloze 5: Žáci tvoří skupiny útvarů podle instrukcí. Žáci rozumí matematickým relacím použitým v instrukcích. Orientace v instrukcích pro žáky může být složitá, protože pro úspěšné vyřešení, musí některé věty přeskočit pro nedostatek informací a vrátit se k nim později.

<u>Úloha 6:</u>

Napiš texty popisující počty domácích mazlíčků v jednotlivých rodinách. Každý text dohromady popisuje mazlíčky v jedné rodině.

Požadavky:

- Žádná věta sama o sobě nemůže prozradit, o kterou rodinu se jedná.
- Použij číselná vyjádření.



Komentář k úloze 6: Žáci tvoří výroky popisující poskytnuté soubory. Žáci používají ve výrocích matematické relace. Žáci naplní zadané požadavky. Žáci tvoří úlohy pro spolužáky. Osvědčilo se, vytvořené výroky poskytnout jako úlohy nové pro spolužáky.

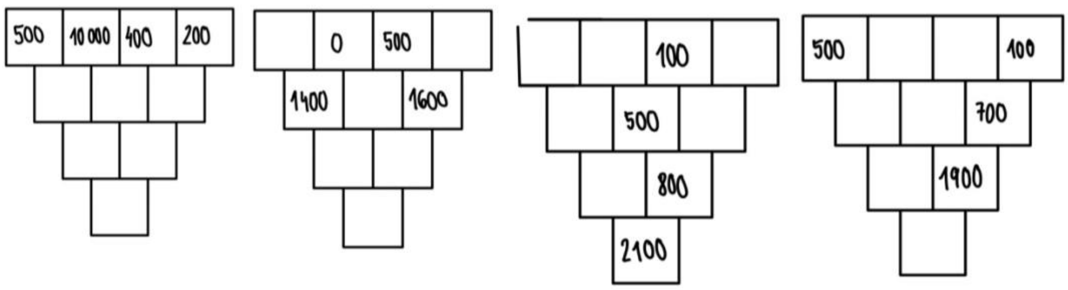
Úloha 7:

Připomeň si předšlých 6 úloh (vláčky, barevná kolečka, bistro, květiny, skupiny útvarů a tvorba vlastních výroků) a tyto úlohy seřaď od nejjednodušší po nejobtížnější. Vysvětli své řazení úloh.

Komentář k úloze 7: Žáci při řešení této úlohy třídí předešlé úlohy podle obtížnosti. Žáci následně pojmenovávají čím je pro ně jaká úloha náročná (gradační parametry). Je vhodné, aby měli žáci předešlé úlohy před sebou a mohli je řadit fyzicky a připomenout si, co pro ně bylo obtížné.

10. Téma: Velká čísla, odhad, faktoriál, exponenciální funkce, mocniny, geografie

Úlohy 1

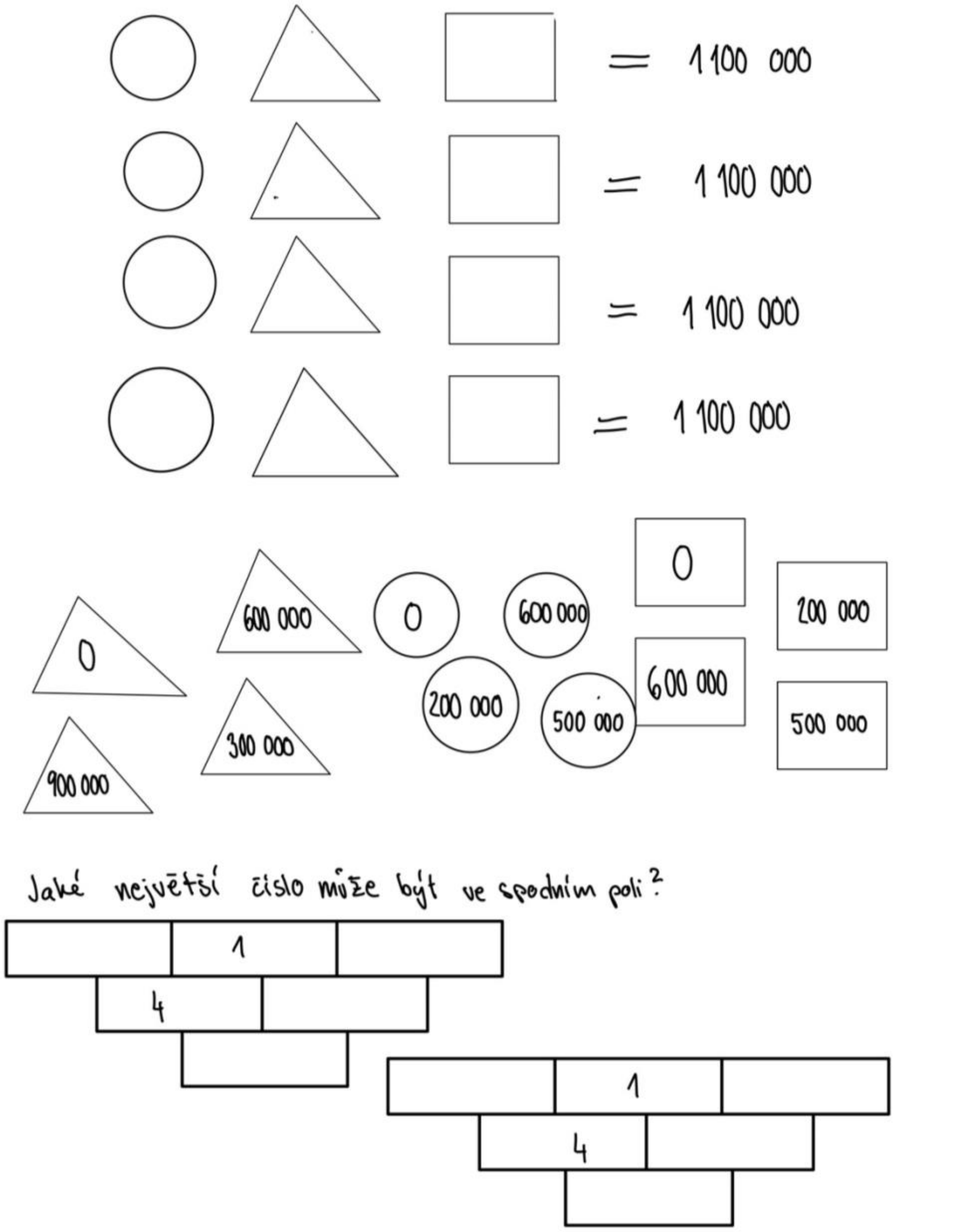


+	248	463	621	778
394				
		1028		
			1361	

+	3248	5463	2 621	8778
6394				
		7028		
			4 361	

1) 900 000 + 1 000 000 + 1 100 000 ☐ 1 500 000 + 1 600 000
2) 1 400 000 + 1 500 000 + 1 600 000 ☐ 5 000 000 − 600 000
3) 19 000 000 + 20 000 000 + 21 000 000 ☐ 30 000 000 + 30 000 000
4) 150 000 000 + 150 000 000 + 150 000 000 ☐ 250 000 000 + 250 000 000
5) 2 500 000 000 + 2 500 000 000 + 2 500 000 000 ☐ 3 500 000 000 + 3 500 000 000
6) 300 221 + 300 482 + 300 266 + 300 927 ☐ 450 772 + 450226

Obrázek 29 Úlohy 1–1. část



Obrázek 30 Úlohy 1–2.část

Komentář k úlohám 1: Tyto úlohy jsem zařadila, pro zjištění s jak velkými čísli žáci umí operovat a jestli jim to činí obtíže. 2. Důvodem bylo Jirkovo nadšení z velkých čísel. Při řešení těchto úloh žáci provádějí operace sčítání a odčítání s velkými čísli a také je porovnávají.

Úloha 2:

1. Přečti si básničku od Jiřího Žáčka
2. Odhadni, kolik je v ní slov. (Nepočítej)
3. Ověř svůj odhad výpočtem. Jaký je rozdíl mezi tvým odhadem a skutečným počtem slov? Jakou jsi použil strategii? Byla funkční?

Ufo, ufo, ufoni

Ufo, ufo, ufoni
přiletěli k Mimoni,
snesli se k nám na zahradu
pod velikou jabloní.

Je to vážně k nevíře –
vyskákali z talíře
a hned se mě vyptávali,
co jsem vlastně za zvíře.

Já jsem člověk, živý tvor,
přednáším jak profesor,
nejmoudřejší ze všech tvorů,
vládce země, vod i hor…

Řehtali se velice:
Jste jen pyšné opice!
Máme pro vás připravenou
rezervaci v Africe!

Světovláda člověčí
zeměkouli nesvědčí,
experiment Člověk končí,
ohrožoval bezpečí!

A mě hrůzou polil pot,
vždyť jsem člověk a ne skot…
A v tom začal zvonit budík,
což mi prvně přišlo vhod.

Jdu se projít k potoku,
pes mi běží po boku…
Přestaň strašit lidi ve snu,
zatracený Hitchcocku!

Obrázek 31 Úloha 2, (Žáček, 1994)

Komentář k úloze 2: Žáci odhadují počet slov v básni a poté hodnotí efektivnost použité strategie. Je dobré, když žáci mohou své strategie a odhady s někým porovnat, nebo aspoň někomu sdělit svou strategii a její hodnocení. Úloha může pokračovat stejným úkolem na delším textu, ideálně v cizím jazyce, na kterém by žáci vyzkoušeli svou (možná upravenou) strategii na větším množství slov. Kontrolu by pak neprováděli žáci, ale učitel by slova spočítal předem pomocí textového editoru.

Úloha 3

Seřaď čísla z nabídky a vytvoř z nich číslo nové tak, aby vzniklo

a. Nejmenší možné číslo
b. Největší možné číslo

1. **Nabídka: 7, 8, 5, 4**

2. **Nabídka: 22, 95, 34, 71**

3. **Nabídka: 369, 258, 147**

Komentář k úloze 3: Pokud by pro žáky byla úloha náročná je možné čísla jim dát na kartičkách.

Úloha 4

Početní pohádka

Vezmi si velký papír – ideálně A2 nebo aspoň A3 a vyřeš úlohu pomocí kreslení.

Celý tvůj papír je jedno velké království. V království jsou 2 kopce a na každém kopci stojí 3 hrady. Každý hrad má 4 věže a v každé věži se skrývá 5 pater. Na každém patře najdete 6 pokojů. A protože král chystá velikou hostinu je v každém pokoji připraveno 7 stolů a na každém stole leží 8 talířů. Na každém talíři najdete 9 jahod a každá jahoda má na sobě 10 zrníček.

Kolik si namaloval zrníček?

Komentář k úloze 4: Aby početní pohádka mohla mít pro žáky chtěný zážitek je potřeba aby ji učitel žákům četl postupně. Žáci budou postupně kreslit (připravte je, na to, že nemají kreslit do detailu, ale že jde o to zjisti počet, také na to, že by měli kopce a hrady kreslit dostatečně velké, aby mohli jít do větších detailů). Žáci zpočátku příběh opravdu kreslí a v jednu chvíli zjistí, že už kreslit dál nemůžou. Zjistí, že počty rostou moc rychle a na papír se nevejdou. Jde o celkem silný matematický zážitek. Situace může být velmi humornou V tu chvíli se učitel ptá, jestli bychom mohli tedy místo kreslení nějak chytře počítat. Používá navádějící otázky: kolik je království, kolik je kopců, kolik je celkem hradů? Kolik je věží? Jak si to spočítal? Kolik je na obrázku pater? Jak si to spočítal? Žáci budou tvořit hypotézy o tom, jak efektivně počítat dál. Ty pak můžou ověřovat na dalších krocích v příběhu a na počtech, které ještě zvládli namalovat. Naši žáci pak byli velmi motivováni a chtěli počítat další početní pohádky a ověřovat své způsoby počítání. Také je samozřejmě možné v pohádce zastavit dřív než na čísle 10. (Početní pohádka je sémantickým vyjádřením výrazu 10! (1x 2x 3x 4x 5x 6x 7x 8x 9x 10)

Úloha 4.1

V jednom parku tekly dvě řeky, do každé řeky přitékaly 3 potůčky. V každém potůčku byly 4 ostrůvky. Na každém ostrůvku rostlo 5 jabloní a každá jabloň na sobě měla 6 jablek. Jablka ale byla stará a zkažená, v každém lezlo 7 červů! Každý červ měl 8 článků a na každém článku mu rostlo 9 chlupů! Spočítej Kolik červích chlupů bylo v celém parku?

Komentář k úloze 4.1: Žáci mohou vyzkoušet to, co objevily v první početní pohádce. Lze vymyslet i jiné kontexty, zde uvádím ještě jeden. Můžete nabídnout žákům kalkulačku pro ověření výpočtu nebo pro samotné počítání. Žáci dále mohou podobnou pohádku vytvořit sami.

Úloha 5

Přehýbání papíru

Postupně přehýbej papír na půl. Počítej kolik vrstev papíru získáš při různém počtu ohybů.

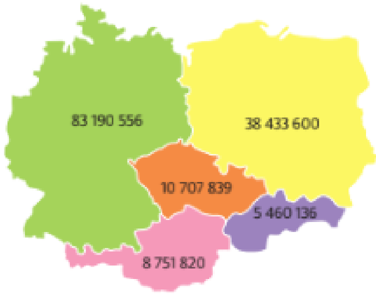
Počet přehybů	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vrstvy papíru	2								

Komentář k úloze 5: Žáci postupně přehýbají papír a počítají vrstvy papíru. (počet vrstev se dá spočítat také po rozložení spočítáním počtu obdélníků). V určitou chvíli už ale dál ohýbat papír nepůjde a na odpověď budou muset přijít výpočtem. Úloha vyjadřuje exponenciální funkci ($f(x)=2^x$)

Úloha 6

15. VELKÁ ČÍSLA

1 Na obrázku je mapa České republiky a jejích sousedů. Ukazuje počty obyvatel jednotlivých států (srpen 2021). Počty obyvatel jednotlivých zemí přečti. Odpověz na otázky, které se všechny týkají počtu obyvatel.



a) Na kolikátém místě z pěti uvedených států je Česká republika?
b) O kolik obyvatel více či méně má Česká republika než Slovenská republika?
c) Jeden stát má přibližně dvakrát méně obyvatel než jiný stát. O které státy se jedná?
d) Přibližně kolikrát více obyvatel má Polsko než Slovenská republika?
e) O kolik obyvatel má více Německo než všechny ostatní státy dohromady?
f) Počty obyvatel jednotlivých států zaokrouhli na miliony.

2 Zjisti rozlohu světadílů Evropa, Afrika, Asie, Severní Amerika, Jižní Amerika, Austrálie, Antarktida. Přečti a zapiš všechny zjištěné údaje.
Odpověz na otázky:
a) Který ze světadílů má největší rozlohu? O kolik km^2 je větší než druhý největší světadíl?
b) Má větší rozlohu Severní, nebo Jižní Amerika? O kolik km^2?
c) Přibližně kolikrát menší je rozloha Evropy než rozloha Afriky?
d) Dokážeš najít dva světadíly, jejichž součet rozloh je nejblíže k rozloze Asie? O kolik km^2?

Obrázek 32 Úloha 6 (Hejný et al., 2022, s. 62)

Komentář k úloze 6: Úloha je převzaná z učebnice pro 5. Ročník. V kapitole Velká čísla je možné využít i další úlohy z různých prostředí. Pro žáky fungovalo převzetí úloh z 5. ročníku jako motivační faktor. Ve druhé části dohledávali žáci rozlohu kontinentů a zjištěné hodnoty zapsali do vlastní tabulky. Vzhledem k tomu, že nadaní žáci mají často více oblastí zájmů jsou velká čísla ideální pro propojení těchto oblastí s matematikou (zde např. geografie, ale může se jednat o historii, finanční gramotnost, vesmír, atd…) Zde je také v pořádku používat kalkulačku, podle záměru učitele a žáků.

Úloha 7

Jaké najdeš největší číslo s významem v reálném světě? (Například vzdálenost Slunce od Neptunu?) Můžeš použít encyklopedie nebo internet. Přemýšlej, v jakých oblastech hledat.

Komentář k úloze 7: Žáci budou přemýšlet o různých kontextech ve kterých se vyskytují velká čísla a budou tím propojovat školní matematiku s matematikou reálného světa. Úloha může být zadána jako domácí úkol.

11. Téma: Matematická soutěž KLOKAN a logická olympiáda

Úlohy

Úlohy z matematické soutěže KLOKAN, dostupné na stránkách této soutěže: www.matematickyklokan.net

Úlohy logické olympiády dostupné ze stránek logické olympiády: https://www.logickaolympiada.cz/ukazky/

Komentář k úlohám ze soutěže KLOKAN: S úlohami se dá pracovat různě. Nám se osvědčilo nechat žáky úlohy vypracovat samostatně a poté si je společně projít. Nechat žáky okomentovat svůj způsob řešení a věnovat se úlohám, ve kterých žáci použili zajímavé strategie, nebo ty, ve kterých chybovali. My jsme konkrétně pracovali s úlohami z roku 2023, kategorie cvrček. Nosné bylo také hodnocení náročnosti jednotlivých úloh.

Komentář k úlohám z logické olympiády: Tyto úlohy jsme řešili společně s žáky. Některé úlohy (především ty založené na různých tvarech a pravidelnosti) inspirovaly žáky k tvorbě vlastních podobných úloh.

12. Téma: Práce s příběhem, časová osa

<u>Úloha 1</u>:

1. Otázky před čtením: Víš, kdo to byl Albert Einstein? Slyšel jsi o něm někdy něco? Myslíš, že byl ve škole úspěšný?
2. Četba: Přečti si příběh.
   a. (Otázky při čtení)
      2. strana: Kdy běžně začínají děti mluvit? Začal brzy, nebo pozdě?
      4. strana: Víš, jak funguje kompas? Proč ukazuje ručička na sever?
      5. strana: Co to znamená, že pro něj byla škola noční můra? Proč to tak asi bylo?
      10. strana: Slyšel jsi někdy o téhle rovnici?
      13. strana: Co je to Nobelova cena? Za co se dá dostat?
      15. strana: Jak se asi cítil, když ho všude vítali, ale ve své zemi by byl v obrovském nebezpečí?
      23. strana: Víš co je to rasismus? Proč myslíš, že Albert Einstein byl na toto téma tak citlivý a veřejně proti rasismu vystupoval?

3. Otázky po čtení: Souhlasíš s tím, že zvídavost a představivost jsou důležitější než znalosti, nebo to tak úplně není? Co tě překvapilo na příběhu Alberta Einsteina?

Komentář k úloze 1: My jsme v hodině pracovali s knihou Albert Einstein ze série: Malí lidé, Velké sny. Knihu jsme četli společně a otázky jsem kladla já. Pro tuto práci by bylo přínosné s žákem pracovat a knihu s ním číst. Otevírá spoustu důležitých témat. Pokud nemáte možnost pracovat s žákem, můžete mu položit otázky pouze před čtením a po čtení a některé z otázek při čtení použít po čtení. Dá se také použít jiná kniha z této série.

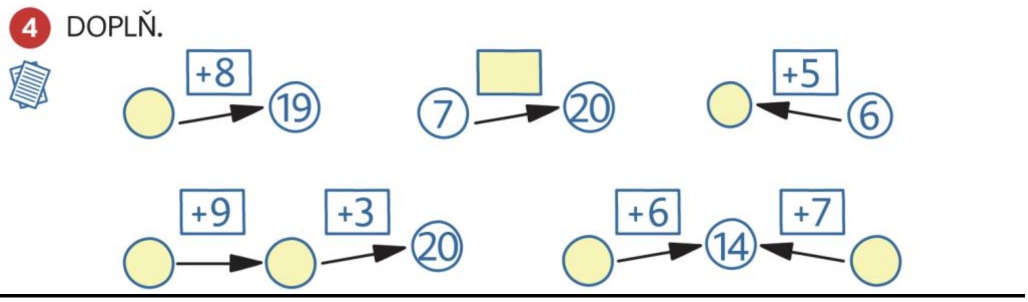
Úloha 2: Na konci knihy je časová osa života Alberta Einsteina Společně s učitelem/ asistentem si ji přečti a prohlédni. Tvým úkolem je vytvořit časovou osu tvého života.

1. Napiš si důležité události ve tvém životě (aspoň 4 např.- kdy ses narodil, možná kdy si začal chodit do školy, kdy se ti narodil pes, kdy jsi začal chodit na nějaký kroužek, pořídili jste si mazlíčka atd…)
2. Namaluj/narýsuj tvojí časovou osu. Můžeš použít čtverečkovaný papír. Dodržuj měřítko (Všechny roky by měly být stejně dlouhé)

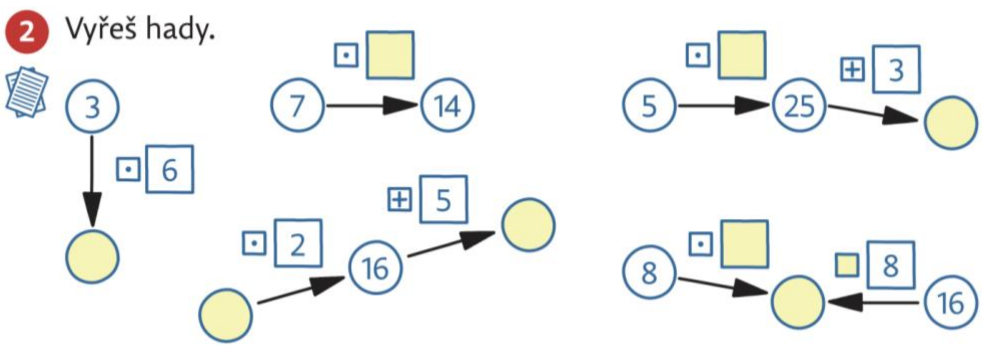
Komentář k úloze 2: Žáci vytvoří vlastní časovou osu. Možná budou potřebovat inspiraci. Můžete jim ukázat na internetu příklady různých časových os. Také si možná nebudou pamatovat kdy se přesně narodili, nebo v jakém roce nastoupili do školy. Můžete je navést a pomoct jim.

13. Téma: Gradace prostředí matematiky Hejného: hadi, součtové trojúhelníky

Úlohy 1-5

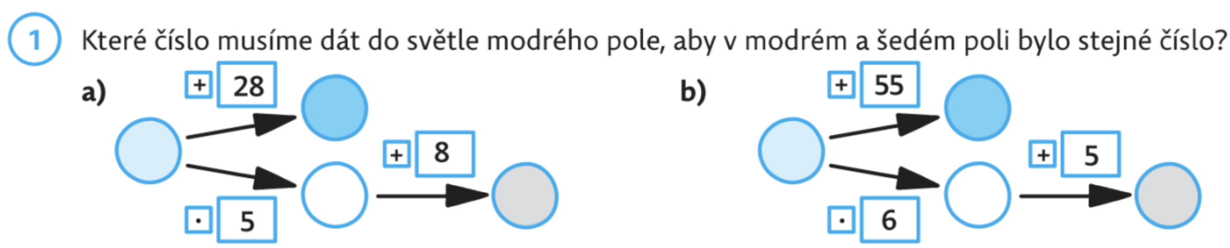


Obrázek 33 Úloha 1, Pracovní učebnice, 3.díl (Hejný et al., 2018, s. 92)

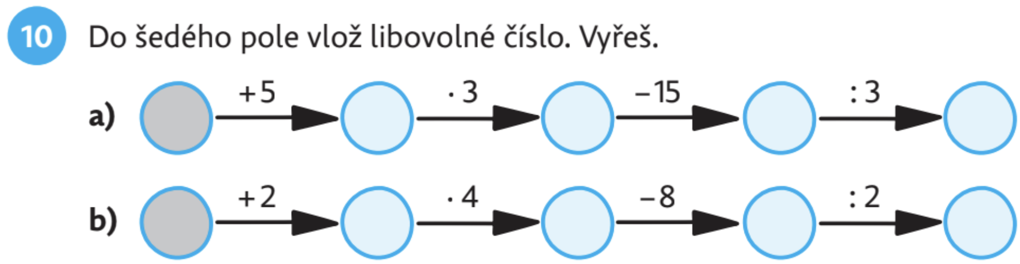


Obrázek 34 Úloha 2 Matematika 2. ročník, Pracovní učebnice 3.díl (Hejný et al., 2019 s. 107)

Obrázek 35 Úloha 3 Matematika 3. ročník, pracovní sešit 2.díl (Hejný et al., 2020 s. 80)



Obrázek 36 Úloha 4 Matematika 4. ročník, pracovní sešit 2.díl (Hejný et al., 2021, s. 63)



Obrázek 37 Úloha 5 Matematika 5. ročník, pracovní sešit 2.díl (Hejný et al., 2022)

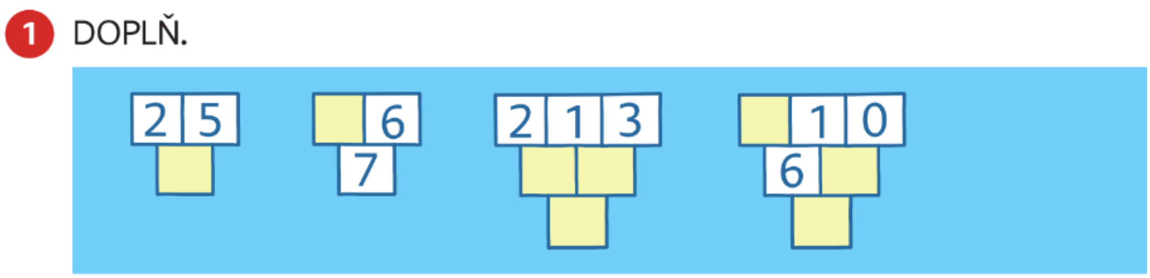
Komentář k úlohám 1–5: Žáci postupně řeší úlohy z prostředí hadů od 1. Do 5. ročníku Motivuje je posouvat se skrze úlohy z učebnic a pracovních sešitů z vyších a vyších ročníků. Úlohy budou žáci potřebovat i pro vyřešení další úlohy.

Úloha 6

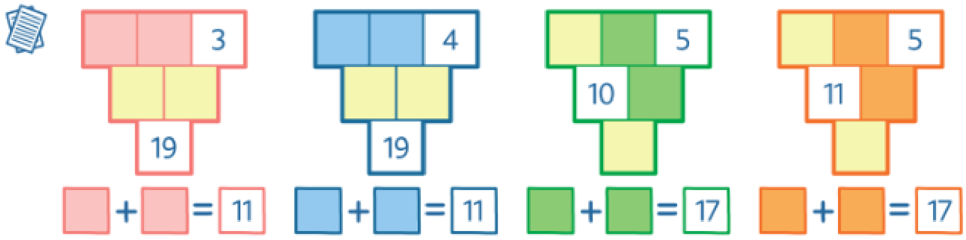
Představ si, že si autor učebnic matematiky. Podívej se na předešlých 5 úloh a vytvoř ke každé z nich vlastní úlohu podobné náročnosti. Může ti pomoct pojmenovat si v čem byla úloha náročná/lehká. Co byl ten trik, který si potřeboval pro její vyřešení.

Komentář k úloze 6: Žáci tvoří vlastní úlohy podobné úlohám vzorovým. Vytvořit úlohy podobné úlohám pro 4. A 5. ročník je už celkem náročný úkol žáci s ním pravděpodobně budou potřebovat pomoc.

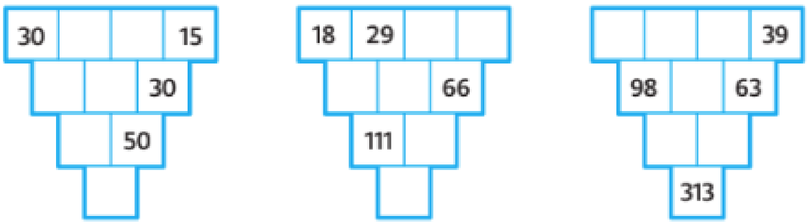
Úlohy 7–11



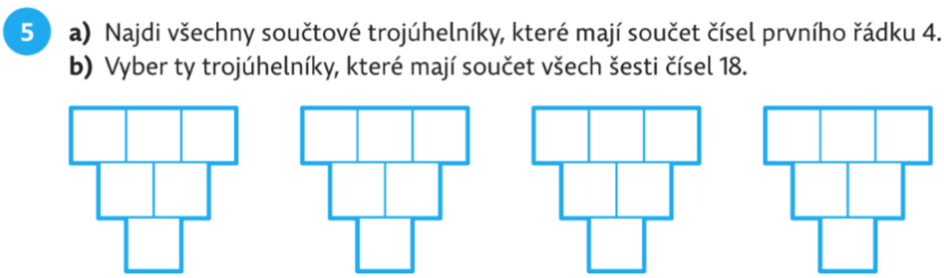
Obrázek 38 Úloha 7 Matematika pro 1. ročník, Pracovní učebnice - 2.díl, (Hejný et al., 2018, s. 55)



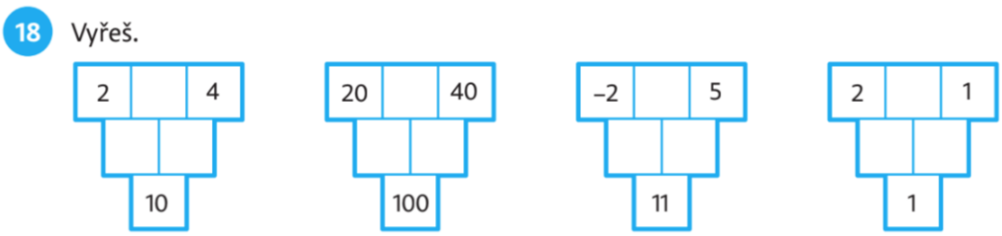
Obrázek 39 Úloha 8 Matematika 2. ročník, Pracovní učebnice 3.díl (Hejný et al., 2019, s. 93)



Obrázek 40 Úloha 9 Matematika 3. ročník, pracovní sešit 2.díl (Hejný et al., 2020, s.63)



Obrázek 41 Úloha 10 Matematika 4. ročník, pracovní sešit 2.díl (Hejný et al., 2021, s. 90)



Obrázek 42 Úloha 11, Matematika 5. ročník, pracovní sešit 1.díl (Hejný et. al, 2022, s. 6)

Komentář k úlohám 7–11: Žáci znovu vyřeší úlohy od v prostředí součtových trojúhelníku z pracovních učebnic a pracovních sešitů od 1. do 5. ročníku.

Úloha 12

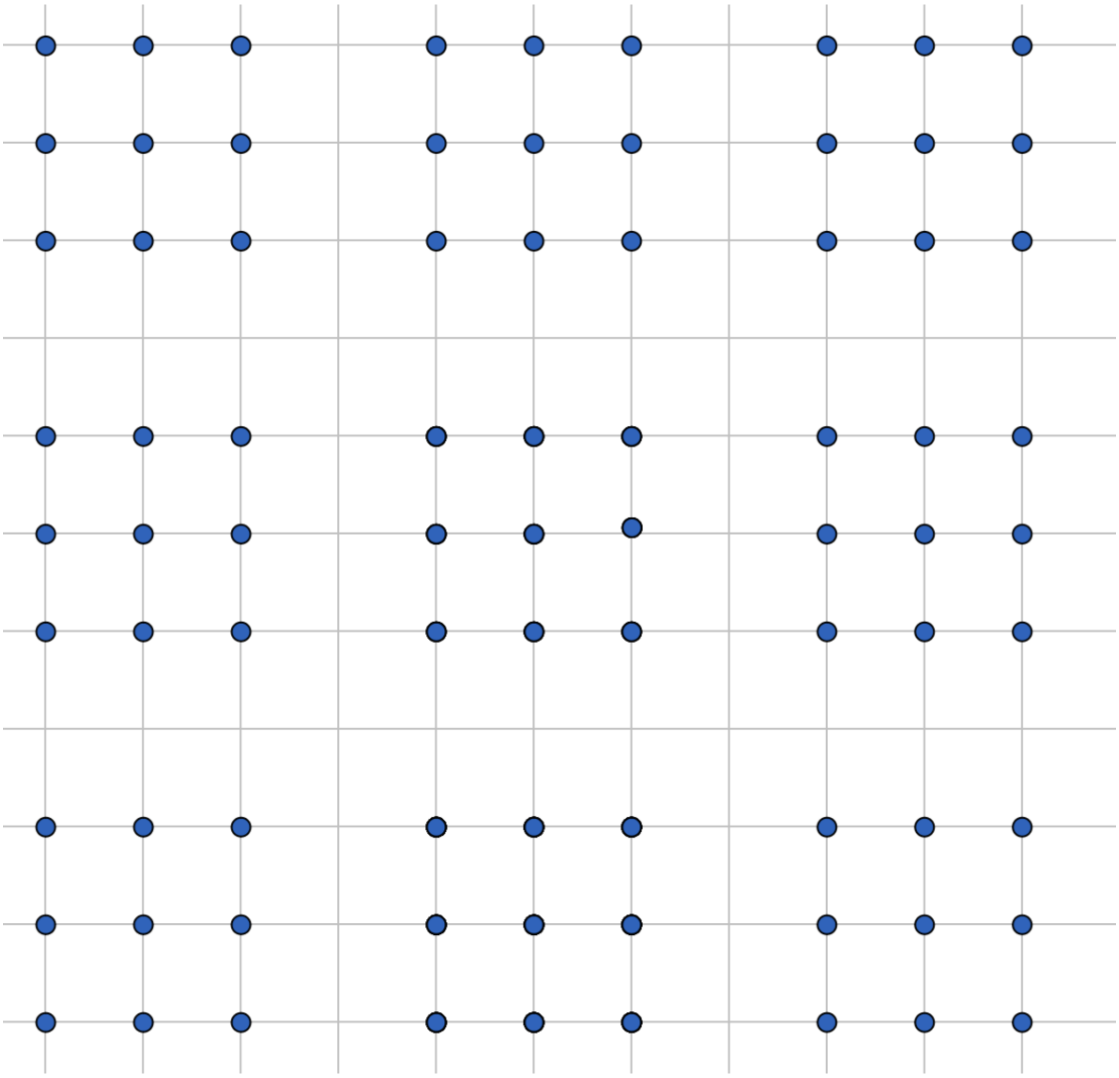
Představ si, že jsi autorem učebnic z matematiky. Vytvoř úlohy podobné náročnosti k úlohám 7-11. Může ti pomoct pojmenovat v čem byla úloha náročná nebo jednoduchá.

Komentář k úloze 12: Žáci hodnotí náročnost jednotlivých úloh a tvoří k nim úlohy na podobné úrovni. Je možné, že budou potřebovat pomoct s tvorbou úloh pro vyšší ročníky.

14. Téma: Geoboard: trojúhelníky, čtyřúhelníky

Úloha 1

Na geoboardu najdi všechny různé trojúhelníky a zakresli je. Dokaž, že jsi našel opravdu všechny trojúhelníky.

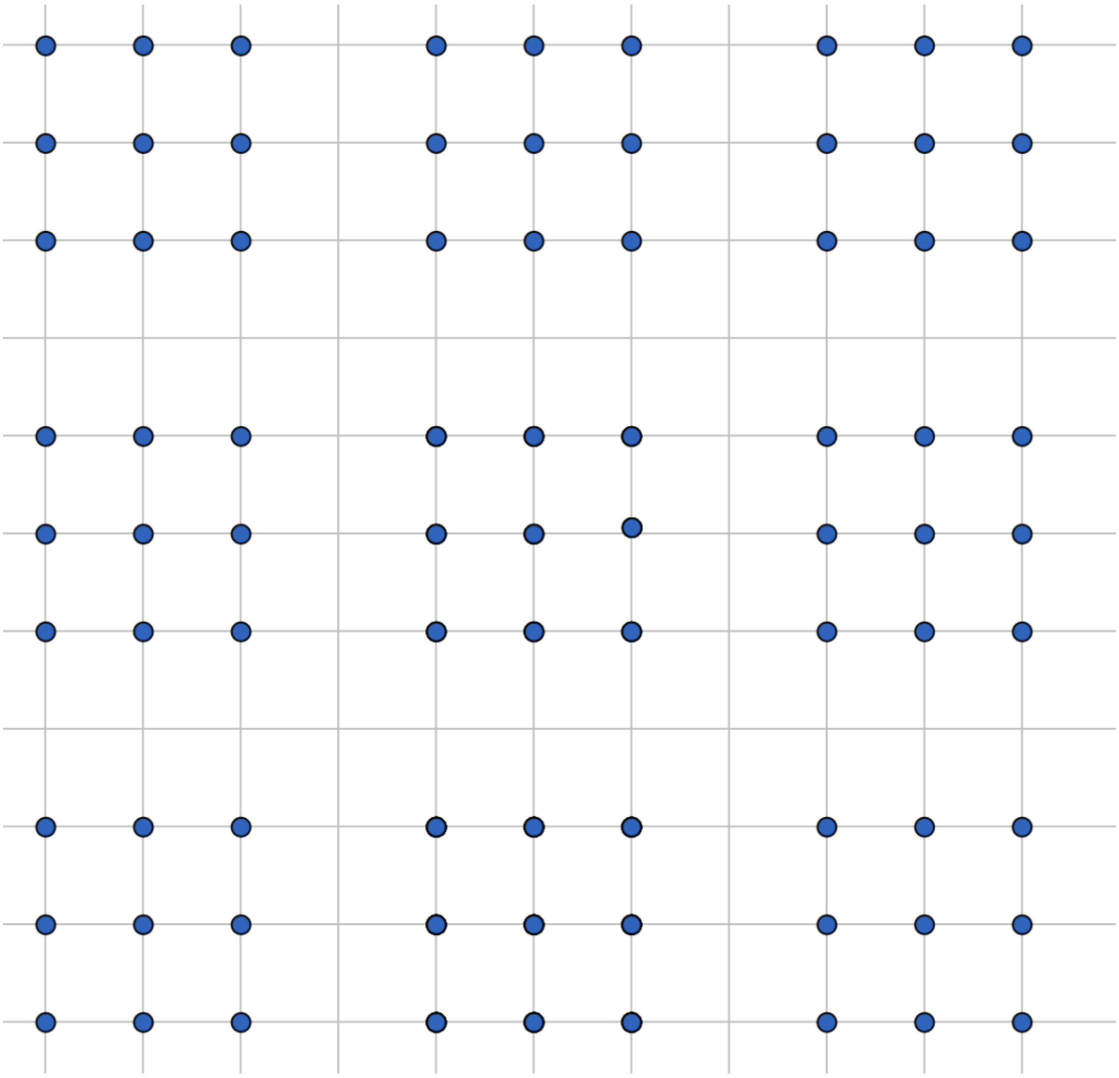


Obrázek 43, Úloha 1 Geoboardy, vytvořeno s programem Geogebra

Komentář k úloze 1: Žáci hledají všechny trojúhelníky a poté dokazují, že našli všechny. Je vhodné žákům poskytnout dřevěné geoboardy s gumičkami.

Úloha 1

Na geoboardu najdi všechny různé čtyřúhelníky a zakresli je. Dokaž, že jsi našel opravdu všechny čtyřúhelníky.



Obrázek 44 Úloha 2 Geoboardy, vytvořeno s programem Geogebra

Komentář k úloze 2: Žáci hledají všechny čtyřúhelníky a poté důkaz o tom, že nalezli všechny. Je vhodné žákům poskytnout dřevěné geoboardy s gumičkami.

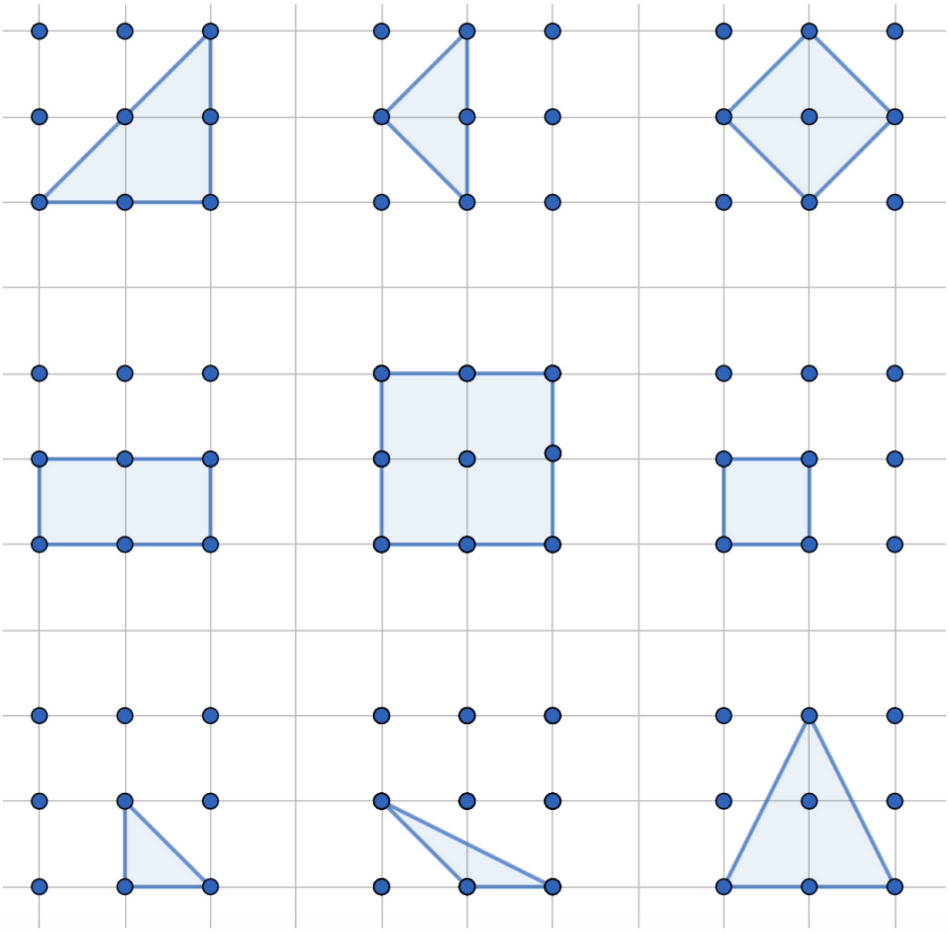
Úloha 3

1. Zahraj si hru Telefon na geoboardu. (Vytvoř na geoboardu trojúhelník nebo čtyřúhelník, tak aby tvůj spolužák neviděl tvůj geoboard. Poté se ani ty nedívej na spolužáka a naveď ho tak, aby vytvořil stejný útvar. Ten, kdo staví podle instrukcí se nemůže doptávat.)
2. Srovnejte vaše útvary, jsou stejné? Reflektujte, jakým instrukce byly srozumitelné a a jaké ne. potom se vystřídejte. Můžete opakovat. Klidně víckrát

Komentář k úloze 3: Žáci tvoří na geoboardu a popisují postup tvorby svým spolužákům. Žáci můžou hrát buď ve dvojicích nebo s učitelem. Důležitým prvkem hry je reflexe. Pokud žáci hru neznají, učitel by jim měl ukázat, jak funguje a pomoct jim s reflexí.

Úloha 4

Hra Sova: Vyber si jeden útvar, tvůj spolužák se snaží přijít na to, který sis vybral. Bude se tě ptát na otázky, tak aby si na ně odpovídal pouze ano, nebo ne. Každý dvakrát vybírejte útvar a dvakrát útvar hádejte. Na kolik nejméně otázek se vám povedlo odhalit útvar? Kolik vám stačí otázek, abyste vždy našli myšlený útvar z tohoto souboru? Jaké otázky jsou efektivní? Které se ti povedly?



Obrázek 45 Úloha 4, vytvořeno v aplikaci Geogebra

Komentář k úloze 4: Žáci se ptají na vlastnosti útvarů. Útvary třídí do skupin podle vlastností tak, aby mohli klást efektivní otázky. Znovu je zde velmi důležitá reflexe hry a případná úprava strategie. V reflexi žáci hodnotí svou strategii a použité otázky. S reflexí může pomoci učitel.

15. Téma: Tělesa, hra Sova, sítě těles, řezy těles, stíny těles

Úloha 1

Hra Sova

Zahraj si hru Sova s modely geometrických těles.

Komentář k úloze 1: Zde je potřeba příprava od učitele. Žáci budou hrát hru se zavázanýma očima. Osvědčil se nám moment překvapení. Žáci do poslední chvíle nevěděli, co se budě dít. Sednou si zády k sobě. Oba budou mít šátek na očích. Učitel položí před oba žáky stejné modely těles (např. dřevěné). Jeden žák si vybere jedno těleso a druhý bude klást otázky, tak aby přišel na to, jaké těleso si vybral první žák. Žáci tělesa poznávají hmatem. Když si hádající žák myslí, že našel to správné těleso, žáci si sundají šátky a proběhne reflexe daného kola. Při reflexi žáci zhodnotí, jestli uspěli nebo ne, a hlavně které věty byly srozumitelné a které nejednoznačné. Poté si vymění role. Učitel může měnit soubor těles a také jeho velikost. My jsme začínali se 4 tělesy a postupně jsme přidávaly. Je důležité udržet bezpečné klima a ujasnit žákům, že se nejedná o žádnou soutěž, ale o spolupráci mezi nimi.

Úloha 2

1. Vyber si model tělesa a načrtni jeho síť (odhad)
2. Vytvoř pro ten samý model tělesa oblek.
3. Z obleku vytvoř střih (síť tělesa).
4. Porovnej tvou první síť s tou vytvořenou z obleku. Trefil ses?
5. Zakresli získanou síť. Můžeš oblek rozložit ještě jiným způsobem a vytvořit tak jinou síť? Zakresli všechny sítě, které objevíš.

Komentář k úloze 2: Žáci tvoří síť tělesa dle vlastního výběru. Je důležité poskytnout jim dostatečně velké modely těles, aby mohli pomocí papíru a lepenky vytvořit oblek a z něj následně síť. Je možné vynechat 1. Úkol. Pro některé žáky by mohl být zbytečně náročný.

Úloha 3

Z modelovací hmoty vytvoř 3 modely stejného tělesa. Každý model rozřízni mazacím nožem v jiném místě než zbylé dva modely. (Udělej 3 různé řezy) Z každého řezu si vyber jednu část původního modelu. Novou stranu (tu která vznikla řezem) namoč do barvy a obtiskni jí na papír. (Vzniknou tři obtisky). Na jiný papíru nakresli těleso, kterým si vedl řez a naznač, kde si vedl řezy. Ostatní budou hádat k jakému tělesu řezy patří a kde si je vedl.

Komentář k úloze 3: Zde je znovu potřebná příprava učitele a jeho čas. Žáci vymodelují těleso a vedou jím tři řezy, které tisknou na papír. Poté hádají těleso na základě řezů jiných žáků. Přesné organizační pojetí je závislé na časových a prostorových možnostech.

Příloha 2 – Polostrukturovaný rozhovor

Otázky pro paní učitelku:

1. Měla jsi o žákovi nějaké informace poukazující na jeho možné před nástupem do 1třídy?
2. Vybavuješ si, kdy tě napadlo, že má žák odlišné potřeby nebo projevy než většina žáků?
3. Vzpomínáš si, kdy tě žák zaskočil něčím nadprůměrným? V čem vynikal?
4. Jak bys shrnula vývoj žáka v 1. a pak ve 2. třídě?
5. Jak je daří žákovi ve škole nyní?
6. Jak tě napadlo doporučit rodičům žáka návštěvu pedagogicko-psychologické poradny?
7. Pomohla ti doporučení stanovená pedagogicko-psychologickou poradnou?
8. Jak ostatním žákům zprostředkováváš žákovu odlišnost a sní spojená opatření?
9. Co je v práci s žákem pro tebe náročné?
10. Co ti při práci s žákem dobře funguje?
11. Co přináší třídě a také tobě žákova přítomnost?

Příloha 3 – Informované souhlasy

Informovaný souhlas

Informace o účastníkovi

Jméno a příjmení. [redacted]

Informace o výzkumu:

Cílem diplomové práce je zmapovat způsoby práce s nadanými žáky v matematice při individualizovaném vyučování, a to jak z teoretické stránky, tak prací s žáky. Autorka bude asistovat ve výuce dvou nadaných žáků ve 2. ročníku 1. stupně ZŠ. Nejprve na základě pozorování žáků při práci zpracuje kazuistiku. Následně vytvoří sadu úloh, které experimentálně ověří ve výuce s těmito žáky. Přitom bude mapovat poznávací proces žáků a významné didaktické jevy.

Prohlášení:

Já níže podepsaný/podepsaná tímto uděluji za aktéra souhlas [redacted] *(doplňte Vaše jméno, datum narození, adresu trvalého bydliště) t.č.* studentce Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Univerzitě Karlově, Pedagogické fakultě Markétě Pínové, narozené 18.9.1998, bytem Raisova 410/10, Praha 6

se zpracováním osobních údajů v rozsahu jméno, příjmení, titul/y, e-mail, za účelem evidence udělených souhlasů se shromažďováním a uchováváním osobních údajů, a rovněž souhlas

s účastí dítěte jménem Jindřich Höfer, jehož jsem zákonný zástupce ve výše uvedeném výzkumu. Byl/a jsem seznámen/a s cíli a průběhem výzkumu. Jsem si vědom/a, že kdykoliv v průběhu výzkumu mohu svou účast přerušit, či ukončit. To mohu učinit zasláním e-mailu na adresu pinovamarket@gmail.com. Účast ve výzkumu je dobrovolná.

Byl/a jsem srozuměn/a s tím, že veškerá mnou poskytnutá data poskytuji nenárokově, není-li uvedeno jinak.

Souhlasím se zveřejněním anonymních dat a s jejich dalším využitím pro publikační účely. Všechna data včetně dat v souhlasu budou ve zveřejněné práci anonymizovaná. Jsem seznámen/a se svými právy, týkajícími se přístupu k informacím o diplomové práci a o ochraně osobních údajů. Dále jsem seznámen/a, že se mé jméno/jméno mého dítěte nebude nikdy vyskytovat v referátech o této výzkumné studii.

Výše uvedená svolení a souhlasy poskytuji dobrovolně na dobu neurčitou až do odvolání a zavazuji se je neodvolat bez závažného důvodu.

Souhlas uděluji na dobu 10 let s vědomím, že údaje z tištěných publikací není možné zpětně odstranit.

V Praze dne 5.9.2022

Podpis účastníka [redacted]

Podpis autora výzkumu
Pinová

Obrázek 46 Informovaný souhlas Jirka

Informovaný souhlas

Informace o účastníkovi

Jméno a příjmení: [redacted]

Informace o výzkumu:

Cílem diplomové práce je zmapovat způsoby práce s nadanými žáky v matematice při individualizovaném vyučování, a to jak z teoretické stránky, tak prací s žáky. Autorka bude asistovat ve výuce dvou nadaných žáků ve 2. ročníku 1. stupně ZŠ. Nejprve na základě pozorování žáků při práci zpracuje kazuistiku. Následně vytvoří sadu úloh, které experimentálně ověří ve výuce s těmito žáky. Přitom bude mapovat poznávací proces žáků a významné didaktické jevy.

Prohlášení:

Já níže podepsaný/podepsaná tímto uděluji za aktéra souhlas [redacted] *doplňte Vaše jméno, datum narození, adresu trvalého bydliště) t.č.* studentce Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Univerzitě Karlově, Pedagogické fakultě Markétě Pínové, narozené 18.9.1998, bytem Raisova 410/10, Praha 6

se zpracováním osobních údajů v rozsahu jméno, příjmení, titul/y, e-mail, za účelem evidence udělených souhlasů se shromažďováním a uchováváním osobních údajů, a rovněž souhlas

s účastí dítěte jménem Oliver Hocke, jehož jsem zákonný zástupce ve výše uvedeném výzkumu. Byl/a jsem seznámen/a s cíli a průběhem výzkumu. Jsem si vědom/a, že kdykoliv v průběhu výzkumu mohu svou účast přerušit, či ukončit. To mohu učinit zasláním e-mailu na adresu pinovamarket@gmail.com. Účast ve výzkumu je dobrovolná.

Byl/a jsem srozuměn/a s tím, že veškerá mnou poskytnutá data poskytuji nenárokově, není-li uvedeno jinak.

Souhlasím se zveřejněním anonymních dat a s jejich dalším využitím pro publikační účely. Všechna data včetně dat v souhlasu budou ve zveřejněné práci anonymizovaná. Jsem seznámen/a se svými právy, týkajícími se přístupu k informacím o diplomové práci a o ochraně osobních údajů. Dále jsem seznámen/a, že se mé jméno/jméno mého dítěte nebude nikdy vyskytovat v referátech o této výzkumné studii.

Výše uvedená svolení a souhlasy poskytuji dobrovolně na dobu neurčitou až do odvolání a zavazuji se je neodvolat bez závažného důvodu.

Souhlas uděluji na dobu 10 let s vědomím, že údaje z tištěných publikací není možné zpětně odstranit.

V Praze dne 5.9.2022

Podpis účastníka

[redacted]

Podpis autora výzkumu

Obrázek 47 Informovaný souhlas, Ondra

Seznam obrázků