

UNIVERZITA KARLOVA – PEDAGOGICKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY
POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	<i>Blanka Horáčková</i>
Název práce	<i>Analytická reprezentace afinních zobrazení v rovině</i>
Autor posudku	<i>Mgr. Michal Zamboj, Ph.D.</i>

Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)

Autorka v práci zmiňuje dva cíle. V úvodu je cílem sepsání pojmů o analytické geometrii afinních zobrazení. V závěru pak vytvoření studijního materiálu pro studenty učitelství matematiky. Z dalšího textu je pak zřejmé, že by se mělo jednat o text kompatibilní s přístupem v už nevyučovaném předmětu Analytická geometrie II, kde se postupuje od konkrétních zobrazení k jejich zobecněním. Vzhledem k snižování počtu hodin přímé výuky v nové akreditaci by byl takový materiál pro studenty vhodný. Tento cíl se vyhledem k výhradám, které popisují níže, podařilo naplnit jenom částečně.

Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)

Práce obsahuje kromě stručného úvodu a závěru čtyři kapitoly. V první kapitole jsou shrnuty základní pojmy z lineární algebry, které se využívají v dalším textu. Jádro práce tvoří kapitoly o shodnosti, podobnosti a afinitě. V nich se nachází postupně objevování analytických reprezentací pomocí matic a komplexních čísel (až na afinity). Autorka se postupně dostává k různým vlastnostem uvedených zobrazení a souvislostem s jejich analytickými reprezentacemi. Výklad doplňují procvičovací úlohy s řešením. Řazení kapitol i samotného textu se řídí principem objevování od konkrétního k obecnému a odpovídá výuce kurzu Analytická geometrie II. Oceňuji, že tento přístup je pečlivě dodržen. Práce je většího rozsahu a dostatečně pokrývá veškerá stanovená témata.

Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)

Po odborné stránce je předpokládána vstupní znalost lineární algebry. Jde o text určený pro vysokoškolské studenty a odpovídá tomu i matematická náročnost. Z textu je patrný vhlad autorky do tématu i znalost potřebného technického aparátu. Pozitivně hodnotím taky snahy o zdůvodňování většiny popisovaných vlastností. Jako nedostatečná však vnímám některá nekonzistentní zavedení teoretických konceptů, resp. souvislostí.

- Celá práce vychází ze zavedení speciálních geometrických zobrazení, které lze reprezentovat jako lineární zobrazení. Lineární zobrazení je však definováno (str. 12) na vektorových prostorech a geometrická zobrazení jsou v práci zjevně definována v euklidovském prostoru. Definice euklidovského či alespoň afinního prostoru zde však chybí. Na str. 12 je sice uvedena poznámka o souvislosti mezi vektorem a bodem, je však vedena kruhem a nedává celkem smysl. Bod je totiž definován jako vektor a vektor jako orientovaná úsečka, která by měla být definována dvěma body. Právě chybějící definice afinního prostoru určuje vztah mezi bodem a vektorem.
- Str. 10 a dále v celé práci: Autorka popisuje rozdíl mezi shodností jako relací a zobrazením. Zřejmě si však neuvědomuje, že terminologicky se taky rozlišuje mezi shodným zobrazením a zobrazením shodnost (= shodnou transformací). Podobně pro afinity a podobnosti. Např. na str. 82. pak autorka nesprávně uvádí, že u afinního zobrazení se má jednat o vzájemně

jednoznačné zobrazení. Na str. 84 pak srovnává definici afinity s definicí afinního zobrazení od Sekanina a kol. (1988, s. 10). Avšak už neuvádí, že na str. 22 autoři taky rozlišují mezi afinitou a afinním zobrazením.

- Str. 14 a dále v celé práci: Autorka uvádí, že místo pojmu *osová souměrnost* (jak je běžné v literatuře) bude používat pojem *zrcadlení*. Důvodem má být jednodušší používání v činném rodu a to, že to odpovídá anglickému názvosloví. Zde však nastává několik komplikací. Pojem *reflection* vychází z intuitivní představy zrcadlení ve 3-D prostoru. Tato intuice se v rovině vytrácí a není například jasné, proč není zrcadlením středová souměrnost (pojem *reflection* se používá jako *souměrnost podle nadroviny*). Navíc geometrická terminologie v českém jazyku je převzatá zejména z němčiny, kde se používá stejně. Za největší problém v práci však považuji, že konvenci, kterou autorka zavádí, vůbec nedodržuje a použití pojmů *zrcadlení* a *osová souměrnost* v celé práci je zřejmě náhodné. Celkově se v celé práci nachází různé tvary slovesa odzrcadlit čtyřikrát.
- Str. 57–59, část 2.2.5: Z uvedeného postupu není jasné, proč bychom podobně jako posunutou osovou souměrnost nemohli dostat něco jako posunuté otočení.
- Str. 63: Definice stejnolehlosti nedává smysl pro $l < 0$ (v odkazované literatuře je to správně).
- Str. 69: Odvození analytické reprezentace přímé podobnosti pomocí komplexních čísel by si zasloužilo delší komentář (vzhledem k pozdější podkapitole 3.4 o rozkladu podobnosti).
- Str. 72: Podkapitola 3.4 působí nedokončeně.
- Str. 72–73: Uvedený příklad není interpretován správně. Není pravdou, že mezi dvěma shodnými úsečkami existuje právě jedna přímá a jedna nepřímá shodnost.
- Str. 82: Není mi jasné, kde jsme v dané práci zjistili, že matice můžou reprezentovat nelineární zobrazení, jak uvádí autorka.
- Str. 88, odsazený odstavec: Zdůvodnění není provedeno správně.
- Str. 92: Chybí komentář, že vlastní body a směry lze dostat obecně jako vlastní čísla rozšířené matice.

Technické a formální komentáře:

- Str. 16, 3. ř.: Tvrzení „... bod se otáčí na stejnou stranu ...“ nedává smysl.
- Str. 23: Je zde dvojí značení pro číslo a .
- Str. 29–30, Příklad 2.5: Zadání by bylo vhodné formulovat pečlivěji. Na str. 30 není jasné, co je a a b .
- Str. 31, dolů: Má být $(r_\alpha \circ r_\beta) \circ r_\gamma$ místo $(r_\alpha \circ r_\beta) \circ r_\beta$.
- Str. 35, poznámka dole: není mi jasné, jak je definován úhel mezi osami (přímkami), zřejmě se myslí mezi poloosami (polopřímkami).
- Str. 36, dole: Mělo by být $\cos(-\varphi)$ místo $\cos -\varphi$ atp.
- Str. 37, Příklad 2.7: Zadání by bylo vhodné přeformulovat. Hledá se matice, a ne „pomocí matice analytická reprezentace“.

- Str. 41, Příklad 2.9, zadání: „Je dána osová souměrnost s osou $o : y = -x$. Najděte komplexní reprezentaci tohoto zobrazení a následně otočte bod $B[1, 4]$ a zjistěte jeho souřadnice.“ Má být zobrazte, resp. dle zmíněné konvence odzrcadlete. Výsledek je navíc chybně.
- Str. 42, matice na druhém řádku: U členu na druhém řádku a ve druhém sloupci chybí znaménko pro součet.
- Str. 50, 4. ř.: Místo $Z[0, -1]$ má být $Z'[0, -1]$.
- Str. 52, nad Obr. 2.33: Nevhodné značení. Jednak je vektor v hranatých závorkách (jinde v okrouhlých). Navíc použití „ \rightarrow “ hned za rovnicí.
- Str. 53, Příklad 2.15: Zadání by bylo vhodné přeformulovat. Spojení komplexně zrcadlete není vhodné.
- Str. 55–56, Příklad 2.16: Má být „Je dána shodnost“ místo „Je dáno geometrické shodné zobrazení“. Řešení by bylo vhodné rozepsat.
- Str. 58: Nesrozumitelné tvrzení: „My si tuto definici upravíme a nahradíme vzdálenost bodu vzdálenosti vektorů.“
- Str. 62: Nesprávná formulace: „Nyní do umocněné rovnice (3.4) dosadíme upravené rovnice (3.2) a (3.3).“
- Str. 66, Tabulka 3.1: Samodružný bod pro matici B není správně.
- Str. 77–80, Příklad 3.4: Výsledek pro přímou podobnost není správně.
- Str. 84, dolů: Nekonzistentní značení. Vektory jsou psány do řádků místo sloupců.
- Str. 91: V řešení má být pro p_2 rovnice $x - y - 1 = 0$. Dále nevhodné značení, např.: $p_1 = x + 2 = 0$.
- Str. 92, Příklad 4.5: 1. sloupec na pravé straně soustavy není správně.

Přínos (originalita, použitelnost apod.)

Práce by měla být přínosná jako doplňkový materiál pro výuku předmětů Lineární algebr a geometrie 1 a 2. K tomu, aby ji šlo vhodně použít, by však musela projít dalšími revizemi.

Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, celková úprava)

V práci se nachází větší množství překlepů, gramatických, stylistických i typografických chyb. Např.: úprava konců řádků a stran, používání autorského singuláru a plurálu, v odkazech na obrázky a příklady je vždy 1. pád (např. v Obrázek XY), skloňování, opakování se, někdy hovorový styl. Členění jednotlivých částí je často nesourodé. Obrázky jsou reprezentativní a dobře zpracované. Citování je na dobré úrovni (kromě str. 14, kde chybí odkaz). Celková úprava by měla být pečlivější.

Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)

Autorka vychází hlavně z českých učebnic analytické geometrie a lineární algebr. Literatura je postačující pro téma práce. Některé výhrady k nekonzistentnímu používání literatury jsou sepsány výše.

Vyjádření ke kontrole v systémech Theses a Turnitin: Celková podobnost u všech nalezených dokumentů byla menší než 1 %. Jedná se o nepodstatné nálezy.

Hodnocení: Práce i přes četné připomínky splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Práci **doporučuji** k obhajobě.

Otázky k obhajobě:

1. V textu vynecháváte reprezentaci nepřímých podobností pomocí komplexních čísel s tím, že je to složité a neefektivní. Jak moc by se lišilo zavedení vzhledem k přímým podobnostem? Šlo by obecně vyjádřit afinitu v analytické reprezentaci pomocí komplexních čísel?
2. Můžete objasnit, co se rozumí pod nelineárním zobrazením na str. 82?

Datum a podpis autora posudku: 16. 05. 2024