

Posudek vedoucího diplomové práce

Název: Bayesian inference for anisotropic cluster point processes

Autor: Bc. Diana Pavlovičová

Při analýze bodových vzorků je z pragmatických důvodů často předpokládána izotropie, tedy invariance rozdělení vzhledem k rotacím, přestože v mnoha případech nemusí být splněna. Metody inference pro anizotropní bodové procesy zatím nejsou příliš rozvinuty.

V předložené práci autorka zkoumá možnost využití bayesovské analýzy pro anizotropní shlukové bodové procesy, konkrétně typu Poisson-Neyman-Scott s anizotropní hustotou k řídící polohu dcerinných bodů kolem (nepozorovaných) rodičovských bodů. Vzorky z aposteriorního rozdělení jsou získávány pomocí Markov Chain Monte Carlo metod, kde markovský řetězec je generován pomocí Metropolis-within-Gibbs algoritmu. Na základě takto získaných vzorků jsou pak odhadovány charakteristiky aposteriorních rozdělení parametrů modelu (aposteriorní mediány, kredibilní intervaly).

Autorka se ve své implementaci zaměřila na jednoduchý anizotropní model, kde směrodatná odchylka dvourozměrné hustoty k ve směru osy x závisí log-lineárně na pozorované kovariátě (náhodném poli). Funkčnost softwarové implementace autorka důkladně ověřila řadou experimentů, z nichž pouze ty nejzajímavější jsou reportovány v diplomové práci. Na všech těchto experimentech však autorka získala řadu důležitých zkušeností s laděním používaných řetězců, diagnostikou jejich konvergence a způsobem analýzy získaných výstupů. Tyto zkušenosti pak využila zejména v kapitole 5, kde ukazuje, že použitím bayesovských metod lze správně odhalit závislost modelu na kovariátách, resp. správně posoudit významnost odhadnutých regresních parametrů popisujících vliv kovariát v modelu.

V šesté kapitole pak autorka zkoumá některé vlastnosti uvažovaných řetězců – reverzibilitu, aperiodicitu, ireducibilitu. Původní ambice vedoucího byla vzít z literatury výsledky pro stacionární izotropní model a upravit je pro anizotropní model. Ukázalo se však, že ani výsledky pro jednoduchý stacionární izotropní model nejsou dostupné, a z tohoto cíle bylo nutné ustoupit a zaměřit se na co nejjednodušší situaci, která půjde prozkoumat. I ve zjednodušené situaci, kdy skalární parametry považujeme za známé a zkoumáme pouze aposteriorní rozdělení procesu rodičovských bodů, autorka narazila na zajímavé překážky dané tím, že z pohledu aposteriorního rozdělení má prázdná konfigurace nulovou hustotu a není tedy dosažitelným stavem. Své výsledky autorka podrobně popisuje v sekci 6.2. K jejich získání musela nastudovat řadu materiálů o vlastnostech MCMC řetězců a porozumět vybraným důkazům, což považuji za velmi užitečné.

Autorka pracovala pečlivě a samostatně, s velkou mírou nadšení pro dané téma. Prokázala schopnost formulovat rigorózní matematický text. Použité zdroje jsou řádně citovány, jazyková i formální úroveň práce je velmi dobrá. Práci doporučuji přijmout jako diplomovou práci k obhajobě.

V Praze dne 4. 5. 2024

RNDr. Jiří Dvořák, Ph.D.