POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Banachovy limity
Autor: Jáchym Mierva

Shrnutí obsahu práce

Autor práce v úvodních dvou kapitolách definuje pojem Banachovy limity a odvozuje některé základní poznatky o těchto limitách. V následujících dvou kapitolách pak ukazuje, jak lze Banachovy limity aplikovat na dokázání některých netriviálních vět. Jmenovitě, ve třetí kapitole dokazuje existenci Lebesqueovy míry na R a ve čtvrté kapitole Josefsonovu-Nissenzweigovu větu, což je obtížná věta z Funkcionální analýzy.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Dle mého názoru by na Bc. práci stačily první dvě kapitoly, pokud by se doplnily o pár dalších poznámek. Čtvrtá kapitola svou obtížností přesahuje běžnou Bc. práci.

Vlastní příspěvek. Autor pěkně sepsal některé základní poznatky o Banachových limitách a velkou část důkazu Josefsonovy-Nissenzweigovy věty.

Matematická úroveň. Nebylo vůbec snadné nalézt alespoň nějakou chybu či překlep. Ke konci čtvrté kapitoly jsou některé kroky důkazů vysvětleny méně, než by bylo u Bc. práce vhodné.

Práce se zdroji. Práce se zdroji je dobrá.

Formální úprava. Formální úprava je dobrá.

Připomínky a otázky:

1. Celá třetí kapitola o existenci Lebesqueovy míry je sice sepsána korektně, ale je zcela zbytečná. K důkazu se používá věta o reprezentaci nezáporných lineárních funkcionálů na prostoru spojitých funkcí na kompaktu, což je velmi silný nástroj. Při použití trochu jiné verze tohoto nástroje lze dokázat existenci Lebesqueovy míry na **R** na pár řádků. Celá třetí kapitola je tedy pouze boj s tím, že si autor vzal špatnou verzi tohoto silného nástroje.
2. V Definici 2.4. je definován systém operátorů **Γ**. Později je ukázáno, že všechny operátory v tomto systému jsou invariantní vůči nějaké Banachově limitě. Existuje nějaký invariantní operátor, který není v systému **Γ**?
3. Dá se nějak snadno popsat množina operátorů invariantních vůči všem Banachovým limitám?
4. Je Césarův operátor invariantní vůči všem Banachovým limitám?
5. Jak je to s permutacemi?

Drobné chyby a překlepy:

1. 13^9: Za rovnítkem by mělo být mínus.
2. 18^2: Spíše než spojitost je využita omezenost dané míry.
3. 19_4: Na konci rovnice by mělo být A místo C.
4. 21^4: Na začátku rovnice by měla být absolutní hodnota a ne norma.
5. 24^9: δ_1 není zkonstruováno a posloupnost {δ_k} není nerostoucí, ale neklesající (viz 24^12).
6. 24^11: V definici δ_k je použito y^*_n, což je ale název posloupnosti, kterou konstruujeme.
7. 25^1: Místo 2i-1 respektive 2i by mělo být 2i+1 respektive 2i+2.
8. 25^13: Místo w_n^k(x_k) by mělo být |w_n^k(x_k)|.

Pasáže, které by bylo vhodné podrobněji zdůvodnit:

1. 7_9: Nerovnost by bylo dobré zdůvodnit.
2. 13^4: Nevyužíváme pouze nerovnosti (2.1), ale i nerovnost popsanou o kousek dále.
3. 16_21: Bylo by dobré přesněji definovat pojem neceločíselná část reálného čísla. Zvláště pro záporná čísla to není zcela zřejmé.
4. 18_13: Ačkoli je to triviální, tak by bylo vhodné zmínit i to, že zobrazení ***v*** je nezáporné a prázdné množině přiřazuje nulu.
5. 18_1: Bylo by dobré zmínit, proč jsou splněny předpoklady Fubiniovy věty.
6. 21^5: Linearitu zobrazení x^* by bylo vhodné okomentovat.
7. 23_1: Zdůvodnit, proč je supremum konečné.
8. 24^5: Podrobněji vysvětlit nerovnost.
9. 24^16: K existenci vlastní limity potřebujeme též omezenost posloupnosti δ_k.
10. 25: V posledním odstavci se používají posloupnosti {i_j}, které jsou ale závislé rovněž na k, případně l a k a obecně nejsou shodné s posloupností {i_j} konstruovanou výše, což může být matoucí.
11. 26^4: Zdůvodnit spojitost H.
12. 26^8: Zdůvodnit „BÚNO".
13. 26^10: Zdůvodnit, proč nám stačí neostrá nerovnost z Lemmatu 3.23, když v Lemmatu 3.24 potřebujeme ostrou.

Závěr

Práci považuji za pěknou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Jméno oponenta: Václav Vlasák, podpis:
Pracoviště: Katedra matematické analýzy
Datum: 4.6.2024