

Ball-Evansův aproximační problém je vysoce studovaný v oblasti geometrické teorie funkcí. Možnost aproximace homeomorfismů pomocí difeomorfismů by měla mnohé důsledky např. v teorii regularity minimizérů či v metodě konečných prvků. Nedávno byl tento problém vyřešen ve dvou dimenzích, ale ve fyzikálně nejzajímavějších třech dimenzích zůstává stále otevřený.

V této práci studujeme následující dva problémy. Zaprvé, je-li daný homeomorfismus $f \in W^{k,p}((a,b))$ pro $1 \leq p < \infty$, lze jej aproximovat v $\|\cdot\|_{W^{k,p}((a,b))}$ s libovolně malou chybou pomocí difeomorfismů? Zadruhé, máme-li $1 \leq p, q < \infty$ a homeomorfismus $f \in W^{1,p}((a,b))$ takový, že rovněž $f^{-1} \in W^{1,q}((c,d))$, lze najít posloupnost difeomorfismů $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$, pro kterou platí

$$\|f_n - f\|_{W^{1,p}((a,b))} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad \text{a} \quad \|f_n^{-1} - f^{-1}\|_{W^{1,q}((c,d))} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0?$$

Na obě otázky uvádíme kladnou odpověď, přičemž na druhou není známa odpověď už ve dvou dimenzích.