

Posudek vedoucího na bakalářskou práci
Ball-Evansův aproximační problém v jedné dimenzi

Autor práce: Jakub Petr

Vedoucí práce: Stanislav Hencl

Ball-Evansův aproximační problém je jedním z nejdůležitějších otevřených problémů v modelech Nelineární Elasticity: Necht $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ je otevřená a $f \in W^{1,p}(\Omega, \mathbb{R}^n)$ je homeomorfismus. Existují difeomorfismy f_k (nebo alespoň po částech lineární homeomorfismy), které aproximují f v normě Sobolevova prostoru?

Tento problém byl v roce 2010 vyřešen v dimenzi $n = 2$ v práci Iwaniec, Kovalev a Omminen, ale vyšší dimenze je to stále otevřený problém. I v dimenzi dva se ale neumí aproximovat p, q -bi-Sobolevovský homeomorfismus ($f \in W^{1,p}$ a $f^{-1} \in W^{1,q}$) tak, aby naše difeomorfismy f_k approximovali f ve $W^{1,p}$ a f_k^{-1} approximovali f^{-1} ve $W^{1,q}$.

Cílem této práce je studium Ball-Evansova problému v dimenzi 1 (kde homeomorfismus je rostoucí nebo klesající funkce) a to jak aproximace Sobolevovského tak i bi-Sobolevovského homeomorfismu. Standardně víme, že Sobolevovské funkce a zobrazení umíme aproximovat hladkými funkcemi, ale běžné postupy jako je například konvoluční zhlazení nezachovávají prostotu v dimenzi $n \geq 2$.

V práci jsou nejprve shrnuty standardní vlastnosti konvoluční aproximace a poté je ukázáno, že dává požadovanou aproximaci homeomorfismu dokonce ve $W^{k,p}$ pro libovolné k . Tato část je zajímavá a pro studenta Bc netriviální, ale pro experta v oboru asi ne zcela překvapivá.

Z matematického hlediska je mnohem zajímavější další část, kde je ukázána aproximace p, q -bi-Sobolevovského homeomorfismu opět v dimenzi 1 a to i pro $p = 1$ a $q = 1$. Tato část má charakter samostatné výzkumné práce a student v ní ukázal svoji schopnost sám dokázat netriviální tvrzení za pomoci hlubší teorie. Tyto výsledky jsou zcela nové a bezesporu zajímavé i pro experty v oboru, neboť přinášejí nový vhled do aproximace p, q -bi-Sobolevovského homeomorfismu, který je zcela otevřený už v dimenzi $n = 2$.

Práce je psána přehledně, srozumitelně a k ilustraci slouží mnoho obrázků. Text svým obsahem a rozsahem překračuje podmínky kladené na bakalářskou práci. Obzvláště oceňuji samostatnou práci studenta na tomto tématu.

Doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze dne 7.5.2024

Stanislav Hencl