

RNDr. Daniel Campbell PhD.
Dept. of Mathematical analysis, Charles
University
Sokolovská 49/83 Praha
186 75 , Czechia
✉ campbell@karlin.mff.cuni.cz

Odborný posudek:

6. června 2024

Ball-Evansův aproximační problém v jedné dimenzi

Práce kolegy Petra se zabývá takzvaným Ball-Evansovým aproximačním problémem, konkrétně otázkou, zda pro daný sobolevský homeomorfismus f existují difeomorfismy, které jsou libovolně blízko f v sobolevské normě. Tato otázka je velmi zajímavá ale i velice náročná a ve většině případů zůstává stále otevřená. Předložená práce tuto otázku řeší v případech kde aproximujeme f v $W^{k,p}(a, b)$, $k \in \mathbb{N}$, $p \in [1, \infty)$ a kde aproximujeme f v $W^{1,p}(a, b)$ i f^{-1} v $W^{1,q}(c, d)$ zároveň pro $p, q \in [1, \infty)$.

Ačkoli je otázka řádově jednodušší v jedné dimenzi než ve vyšších dimenzích, patří rozhodně k náročnějším, které by se dali zadat jako bakalářská práce. Přesto, kolega Petr dokázal překonat uskalí jako aproximace derivací vyšších řádů a aproximaci funkce i inverze zároveň, výsledky, pro něž nemáme obdobu ve vyšších dimenzích.

Během práce se autor seznámil se složitými pojmy jako sobolevské funkce a konvoluční zhlazení. V prvních kapitolech uvádí uhledný a dobře čitelný přehled výsledků z literatury. Vlastní práce autora přichází především v třetí a čtvrté kapitole. Dle mého názoru ukazuje způsob jeho řešení tvořivý a řešitelský talent autora jako matematik. Nejen je zodpovězená náročná otázka, je přitom úroveň psaní je velmi vysoká a výsledek je dílo, které se dá dobře sledovat a v níž se vyskytuje velice málo chyb.

V důkazu Věty 3.2 při výběru integrovatelných majorant zvolí autor funkci Kf resp $K'f$. S těmito volby jsou dvě potíže. Zaprvé nejsou nezáporné, za druhé nejsou integrovatelné. Prosil bych autor, aby komentoval, jak by mohl upravit tuto volbu.

V důkazu Věty 3.3 zmiňuje funkci $y \rightarrow f(x - y)$ přitom má na mysli funkci $y \rightarrow f^{(i)}(x - y)$.

Tvrdím, aby platilo Lemma 3.7, že by jeho znění mělo znít, že f je rostoucí na (a, b) a neklesající na $(a - \frac{1}{m}, b, b + \frac{1}{m})$, což neplyne ze znění autora. Autor aplikuje lemma v takových případech a tato chyba nemá vliv na platnost ostatních výsledků. Chtěl bych kolegovi pochválit důkazu zmíněného lematu.

Během důkazu Věty 3.14 upravuje autor funkci f tak, aby vznikl funkce f_ε . Ovšem má f_ε jiné okrajové hodnoty než má původní f . Navrhuji, aby autor komentoval, jak by mohl proces upravit, aby získal aproximující polsounost, která má stejné hraniční hodnoty jako původní homeomorfismus.

Poněkud malichernost mých výtek slouží opět jako pochvla celkové kvality práce.

Silně doporučuji práci přijmout a hodnotit známkou 1, totiž výborně.

Zpracoval

RNDr. Daniel Campbell PhD.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'D. Campbell', with a small dot at the end.