



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ  
FAKULTA**  
Univerzita Karlova

## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Stanislav Harašta

# **Studium nehomogenní kvantové turbulence v protiproudu He II**

Katedra fyziky nízkých teplot

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Šimon Midlik Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: FP

Praha 2024

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V ..... dne .....

Podpis autora

Název práce: Studium nehomogenní kvantové turbulence v protiproudu He II

Autor: Stanislav Harašta

Katedra: Katedra fyziky nízkých teplot

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Šimon Midlik Ph.D., Katedra fyziky nízkých teplot

Abstrakt: V této práci se zaměřujeme na studium nehomogenní kvantové turbulence vytvořené oscilačním tepelným protiproudem a mechanickými rezonátory pomocí citlivé sondy realizované nanomechanickým rezonátorem. Byla sestavena a charakterizována původní experimentální aparatura sestávající ze stlačitelného vlnovce, tzv. supratekuté díry a supravodivého solenoidu buzeného střídavým proudem. Zjistili jsme, že použitý solenoid a obzvláště supratekutá díra představují podstatné experimentální omezení, zejména s ohledem na dosažitelnou rychlost protiproudu v aparatuře. V této situaci jsme se rozhodli použít daný nanomechanický rezonátor k nehomogenní detekci kvantové turbulence vyvolané podstatně větším oscilátorem – křemennou ladičkou. V práci představujeme úspěšné měření interakce těchto dvou oscilátorů a uvádíme pravděpodobné vysvětlení pozorovaných jevů.

Klíčová slova: supratekuté helium, nehomogenní kvantová turbulence, protiproud

Title: Non-homogeneous quantum turbulence in counterflow of He II

Author: Stanislav Harašta

Department: Department of Low-Temperature Physics

Supervisor: Mgr. Šimon Midlik Ph.D., Department of Low-Temperature Physics

Abstract: In this Thesis we aim to study inhomogeneous quantum turbulence generated by oscillatory counterflow of by mechanical oscillators by a sensitive probe in the form of a nanomechanical device. An original experimental setup utilizing a compressible bellows, a superleak and an ac driven superconducting solenoid is built and characterized. It is found that the utilized coil and the superleak in particular represent severe experimental limitations, which restrict the maximum counterflow velocity attainable in the experiment. In view of this situation, it is sought to use the same nanomechanical resonator to detect inhomogeneous quantum turbulence generated by a significantly larger oscillating body – a quartz tuning fork. We report successful measurements of the interaction of these two oscillators and tentatively explain the observations.

Keywords: superfluid helium, non-homogeneous quantum turbulence, counterflow

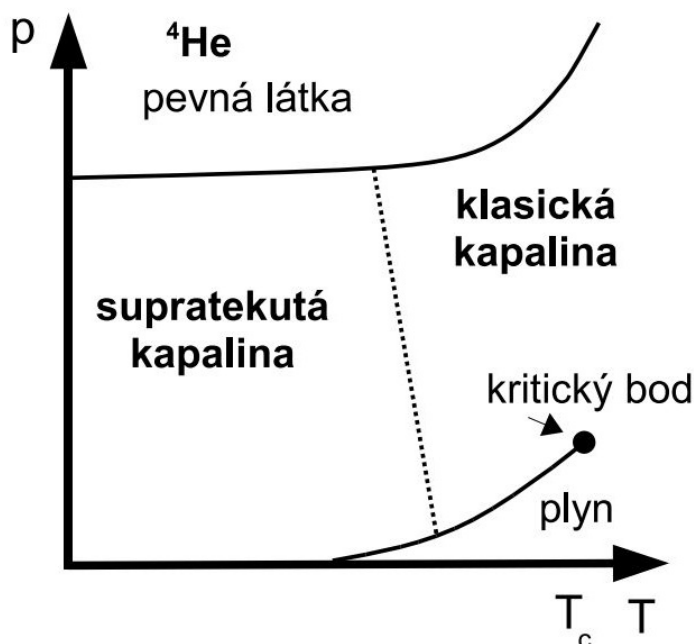
# Obsah

<b>1</b>	<b>Teoretická část</b>	<b>2</b>
1.1	Supratekuté He . . . . .	2
1.2	Dvousložkový model . . . . .	3
1.2.1	Hydrodynamika dvousložkového modelu . . . . .	3
1.3	Kvantový popis . . . . .	4
1.4	Kvantová turbulence . . . . .	5
1.4.1	Kvantované víry . . . . .	5
1.4.2	Vzájemná interakce vírů . . . . .	7
1.4.3	Interakce supratekuté a normální složky He II . . . . .	8
1.5	Protiproud . . . . .	8
1.5.1	Druhý zvuk . . . . .	9
1.6	Detekce kvantové turbulence . . . . .	10
1.6.1	Tlumení druhého zvuku . . . . .	10
1.6.2	Rezonanční charakter mechanických oscilátorů . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Generace kvantové turbulence mechanicky buzeným druhým zvukem</b>	<b>12</b>
2.1	Úvod . . . . .	12
2.2	Experimentální aparatura . . . . .	12
2.2.1	Experimentální kanál . . . . .	13
2.2.2	Detektory . . . . .	13
2.2.3	Cívka a vlnovec . . . . .	15
2.3	Budící obvod . . . . .	17
2.4	Odhady ztrát cívky A . . . . .	19
2.4.1	Joulovo teplo . . . . .	20
2.4.2	Indukce vířivých proudů . . . . .	20
2.5	Výsledky měření s experimentální aparaturou A . . . . .	21
2.5.1	Teplotní závislosti . . . . .	22
2.6	Závěr experimentu . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Využití NEMS k detekci nehomogenní turbulence</b>	<b>25</b>
3.1	Úvod . . . . .	25
3.2	Experimentální aparatura . . . . .	25
3.2.1	Kanál . . . . .	25
3.2.2	Teploměry . . . . .	26
3.2.3	NEMS . . . . .	26
3.2.4	Ladička . . . . .	27
3.3	Výsledky měření . . . . .	29
3.3.1	Závislost rezonátorů na budícím napětí/proudu . . . . .	29
3.3.2	Společné měření drátku a ladičky . . . . .	33
3.4	Závěr experimentu . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Závěr práce</b>	<b>37</b>
	<b>Seznam použité literatury</b>	<b>38</b>

# 1. Teoretická část

## 1.1 Supratekuté He

Helium se v přírodě vyskytuje ve dvou izotopech,  ${}^3\text{He}$  a  ${}^4\text{He}$ . Obě formy se za pokojové teploty svým chováním velmi blíží ideálnímu plynu. Do kapalného skupenství přechází při normálním tlaku až při teplotách 4.215 K ( ${}^4\text{He}$ ) a 3.19 K ( ${}^3\text{He}$ ). V kapalné podobě se  ${}^4\text{He}$  až do teploty 2.17 K chová jako klasická newtonovská kapalina s nenulovou viskozitou. Chování a vlastnosti této kapaliny, označované jako He I, se dají popsat standardními hydrodynamickými rovnicemi odvozenými v rámci mechaniky kontinua, například Navier-Stokesovou rovnicí [Landau a Lifshitz (1987)]. Při teplotě 2.17 K, označované jako lambda bod, projde kapalina supratekutým přechodem. Při přechodu se skokově mění měrná tepelná kapacita helia, jde tedy o fázový přechod druhého druhu. Obor existence této nové kapalné fáze, označované supratekuté helium nebo také He II je zobrazen na obrázku 1.1. Pojmenování He I a He II odkazuje na odlišné chování obou fází, které se jeví jako dvě různé kapaliny. Vlastnosti a chování He II nelze popsat čistě v rámci klasické fyziky a je potřeba využít kvantový popis. Supratekuté helium proto řadíme mezi kvantové kapaliny. V případě mnohem vzácnějšího<sup>1</sup> izotopu  ${}^3\text{He}$  dochází k supratekutému přechodu až při teplotách v řádech milikelvinů. Ve zbytku práce se budeme věnovat výhradně  ${}^4\text{He}$ .



Obrázek 1.1: Fázový diagram  ${}^4\text{He}$ . Přechod do supratekutého stavu je vyznačen přerušovanou čarou

<sup>1</sup>Na Zemi připadá na jeden atom  ${}^3\text{He}$  připadá asi milion atomů  ${}^4\text{He}$

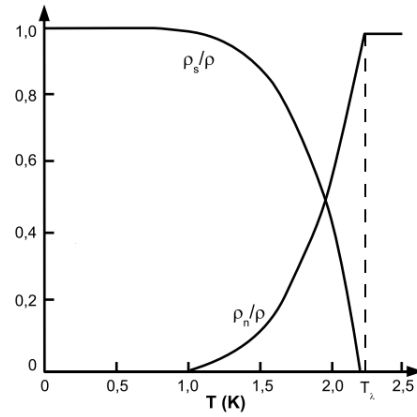
## 1.2 Dvousložkový model

Chování He II lze velmi dobře popsat fenomenologickým modelem, podle kterého se kapalina skládá ze dvou složek, normální a supratekuté, které se liší svými vlastnostmi. Supratekutá složka má nulovou entropii a nedochází v ní proto k dissipaci energie. Důsledkem této skutečnosti je právě její nulová viskozita. Celkovou entropii systému tedy nese normální složka, která si zachovává vlastnosti klasické newtonovské kapaliny. Pro obě složky můžeme definovat samostatnou hustotu, značenou  $\rho_s$  a  $\rho_n$ , přičemž pro celkovou hustotu  $\rho$  platí jednoduchý vztah

$$\rho = \rho_n + \rho_s . \quad (1.1)$$

Zastoupení těchto složek v supratekutém heliu je teplotně závislé. Nad lambda bodem můžeme kapalně hélium, tedy He I, v podstatě ztotožnit s normální složkou.

Při postupném snižování teploty pod lambda bodem se zvyšuje obsah supratekuté složky a v limitě nulové teploty je pak celá kapalina v supratekutém stavu. Obě složky jsou v He II zastoupeny stejným dílem při teplotě přibližně 1.95 K a při teplotách pod 1 K můžeme prakticky obsah normální složky položit roven nule. Konkrétní průběh závislosti  $\rho_n/\rho$ , respektive  $\rho_s/\rho$  je znázorněn na obrázku 1.2. Experimentálně byly hodnoty  $\rho_n/\rho$  pro různé teploty určeny měřením periody kmitu sady torzně kmitajících disků ponořených v kapalném heliu [Andronikashvili (1948a), Andronikashvili (1948b)]. Se změnou teploty byly pozorovány změny v oscilačním chování kyvadla, které odpovídají právě změně hustoty a viskozity části tekutiny účastnící se pohybu spolu s diskem, tedy  $\rho_n/\rho$ .



Obrázek 1.2: Teplotní závislost zastoupení normální a supratekuté složky v He II získaná z Andronikašviliho experimentu

### 1.2.1 Hydrodynamika dvousložkového modelu

Podobně jako hustotu můžeme každé ze složek přiřadit vlastní rychlostní pole značené  $\mathbf{v}_s$  a  $\mathbf{v}_n$ . S pomocí takto zavedených veličin pak v rámci dvousložkového modelu můžeme zformulovat pohybové rovnice pro supratekutou kapalinu [Skrbek, L., a kol. (2011)]. Pro nestlačitelnou kapalinu mají tyto rovnice podobu

$$\rho_n \left( \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) \mathbf{v}_n \right) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla P - \rho_s S \nabla T - \frac{\rho_s \rho_n}{2\rho} \nabla (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 + \mathbf{F}_{ns} + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_n \quad (1.2)$$

$$\rho_s \left( \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \nabla) \mathbf{v}_s \right) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla P + \rho_s S \nabla T + \frac{\rho_s \rho_n}{2\rho} \nabla (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 - \mathbf{F}_{ns} \quad (1.3)$$

Kromě hustot a rychlostí jednotlivých složek obsahuje rovnice také měrnou entropii kapaliny (normální složky)  $S$ , teplotu systému  $T$ , tlak  $P$  a dynamickou

viskozitu tekutiny (normální složky)  $\eta$ . Poslední člen  $\mathbf{F}_{ns}$  je nenulový pouze za přítomnosti kvantovaných vírů. Jde o sílu vzájemného tření supratekuté a normální složky a více se mu budeme věnovat až v dalších kapitolách. Uvažujeme-li proudění bez přítomnosti kvantovaných vírů tzn.  $\mathbf{F}_{ns} = 0$ , které je navíc dostatečně pomalé, aby se neprojevil kvadratické členy  $(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 \approx 0$ , dostaneme z původních pohybových rovnic nové zjednodušené vztahy

$$\rho_n \left( \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \nabla) \mathbf{v}_n \right) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla P - \rho_s S \nabla T + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_n, \quad (1.4)$$

$$\rho_s \left( \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \nabla) \mathbf{v}_s \right) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla P + \rho_s S \nabla T. \quad (1.5)$$

Pokud bychom navíc uvažovali izotermického proudění tzn.  $\nabla T = 0$ , dostáváme dvě již zcela nezávislé rovnice – Navier-Stokesovu rovnici popisující klasickou viskózní kapalinu, tedy normální složku He II a Eulerovu rovnici popisující ideální kapalinu bez viskozity, tedy složku supratekutou.

Po zadefinování hustoty toku supratekuté kapaliny jako součet hustot toků jednotlivých složek

$$\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n, \quad (1.6)$$

můžeme pro úplnost zformulovat také rovnici kontinuity pro supratekutou kapalinu, ve tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \mathbf{j} = -\nabla (\rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n). \quad (1.7)$$

### 1.3 Kvantový popis

Ačkoli dvousložkový model dobře souhlasí s výsledky experimentů, stále jde pouze o fenomenologickou formu popisu kvantové kapaliny. Jak bylo již zmíněno, u supratekutého helia (a dalších kvantových kapalin) je potřeba využít formalismu kvantové mechaniky. V kvantově-mechanickém popisu zavedeme pro supratekutou složku makroskopickou vlnovou funkci  $\Psi$  ve tvaru [Skrbek, L., a kol. (2011)]

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) e^{i\phi(\mathbf{r}, t)}, \quad (1.8)$$

ve které člen  $A(\mathbf{r}, t)$  označuje amplitudu a  $\phi(\mathbf{r}, t)$  je makroskopická fáze vlnové funkce. Dále budeme uvažovat přiblížení, ve kterém je vlnová funkce stacionární (nezávislá na čase) a její amplituda je navíc v námi zkoumané části prostoru konstantní<sup>2</sup>, tedy

$$\Psi(\mathbf{r}) = A e^{i\phi(\mathbf{r})}. \quad (1.9)$$

Zkusme nyní pomocí této zavedené makroskopické vlnové funkce vypočítat rychlost supratekuté složky. Na zavedenou vlnovou funkci zapůsobíme operátorem hybnosti

$$\hat{p}\Psi = -i\hbar \nabla \Psi = \hbar(\nabla \phi)\Psi = \mathbf{p}\Psi. \quad (1.10)$$

<sup>2</sup>Existují však situace, kdy je potřeba přiblížení amplitudy nezávislé na poloze (a čase) opustit a je potřeba ji opět brát jako funkci polohy, například u jader kvantovaných vírů.

Porovnáním získané hybnosti  $\hbar\nabla\phi = \mathbf{p}$  a hybnosti heliového atomu o hmotnosti  $m$  v supratekuté složce  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}_s$  dostaneme předpis pro rychlost supratekuté složky  $\mathbf{v}_s$

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m}\nabla\phi. \quad (1.11)$$

Z předpisu pro  $\mathbf{v}_s$  mimo jiné vyplývá, že proudění supratekuté složky je nevířivé, jelikož  $\nabla \times \mathbf{v}_s \propto \nabla \times (\nabla\phi) = 0$  pro libovolnou hodnotu fáze  $\phi$ .

## 1.4 Kvantová turbulence

Jako kvantovou turbulenci označujeme obecně turbulení stav (turbulentní proudění) kvantových kapalin. V případě rozebíraného He II je možné pozorovat jak klasickou turbulenci v normalní složce (popsané například v [Barenghi a kol. (2014), Tsubota a Halperin (2009)]), tak turbulenci v supratekuté složce zprostředkovanou kvantovanými víry, kterým se budeme věnovat v dalších kapitolách. Obě složky ovšem nejsou nezávislé a mohou spolu interagovat. Výsledkem těchto interakcí je složitý turbulení systém.

### 1.4.1 Kvantované víry

Pro popis kvantovaných vírů bude zásadní cirkulace supratekuté složky  $\Gamma$ , kterou definujeme jako křivkový integrál její rychlosti  $\mathbf{v}_s$  přes libovolnou uzavřenou smyčku  $L$ .

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{v}_s \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{\hbar}{m} \oint_L \nabla\phi \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (1.12)$$

Pokud se omezíme na jednoznačně souvislý prostor, bude takto definovaná cirkulace nulová. To lze dokázat například aplikací Stokesovy věty

$$\Gamma \propto \oint_L \nabla\phi \cdot d\boldsymbol{\ell} = \oint_S \nabla \times \nabla\phi \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (1.13)$$

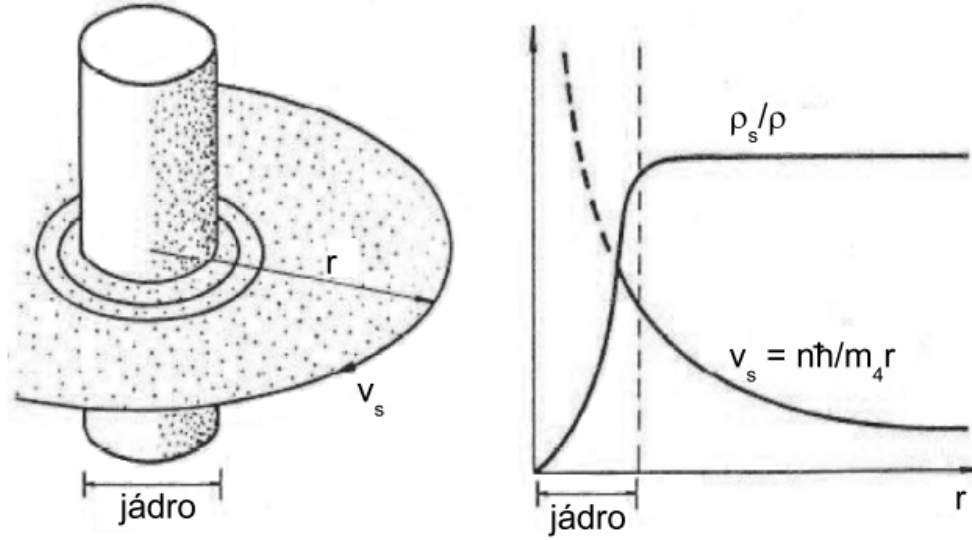
V nejednoznačně souvislé oblasti může cirkulace nabývat také nenulové hodnoty. Jednou z vyžadovaných vlastností vlnové funkce je její spojitost. Z tvaru vlnové funkce supratekuté složky (1.8) je patrné, že vzhledem k periodicitě komplexní exponenciály zůstává podmínka spojitosti splněna při změně fáze o  $2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Vypočítáme-li cirkulaci (1.12) se zmíněnou podmínkou na rozdíl fází počátečního a koncového bodu, dostaneme výslednou hodnotu

$$\Gamma = n \frac{2\pi\hbar}{m} = n\kappa. \quad (1.14)$$

Konstantu  $\kappa$  nazýváme cirkulační kvantum a její číselná hodnota je  $\kappa = 9,997 \times 10^{-8} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ . Kvantování cirkulace bylo prokázáno i experimentálně Vinenem [Vinen (1958), Vinen (1961)], který ve svém experimentu pozoroval vibrující struny v He II. Pokud se na struně zachytil kvantovaný vír, bylo možné změřit změnu rezonančního módu struny, která měla původ v Magnusově síle vyvolané cirkulací supratekuté složky.



Přechod z jednoznačně na nejednoznačně souvislou oblast může být v supratekuté kapalině spontánní a souvisí s nukleací kvantovaných vírů. Ve vzniklých oblastech nespojitosti dochází k potlačení supratekuté složky (amplituda vlnové funkce jde do nuly, jak je naznačeno v pravé části obrázku 1.3). Tyto oblasti označujeme jako jádra kvantovaných vírů. Kolem jádra pak cirkuluje supratekutá složka, jak je znázorněno na obrázku 1.3 vlevo. Rozměr jádra odpovídá koherenční délce. Jde o charakteristickou vzdálenost, na níž může dojít ke změně amplitudy makroskopické vlnové funkce  $\Psi$ . Řádově se tato délka pohybuje okolo jednoho angströmu.



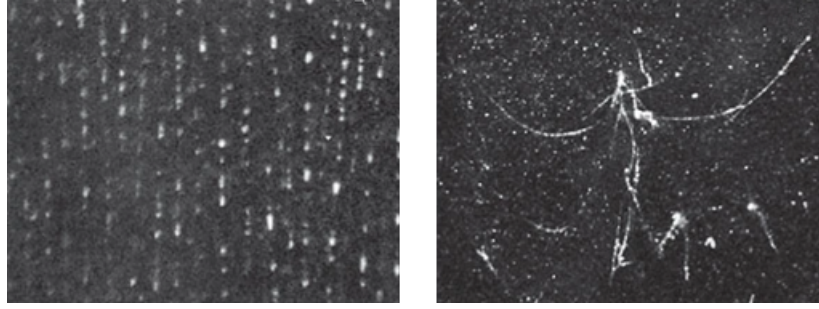
Obrázek 1.3: Struktura kvantovaného víru. Nalevo schématický náčrt jádra víru a cirkulující supratekuté složky, napravo velikosti rychlosti supratekuté složky a amplitudy její vlnové funkce s rostoucí vzdáleností od jádra

Kinetickou energii kvantovaného víru na jednotku délky  $\varepsilon_V$  můžeme spočítat jako energii cirkulující (supratekuté) složky

$$\varepsilon_V = \int_{r_0}^R \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho_s v_s^2 r d\varphi dr = \frac{\rho_s n^2 \kappa^2}{4\pi} \ln \left( \frac{R}{r_0} \right). \quad (1.15)$$

Spodní integrační mez  $r_0$  odpovídá poloměru jádra víru a horní mez  $R$  je charakteristická vzdálenost mezi víry (nebo rozměr nádoby, pokud by se v ní nacházel pouze jeden vír). V průběhu výpočtu jsme za rychlost cirkulující supratekuté složky  $v_s$  dosadili její hodnotu vyjádřenou ze známé hodnoty cirkulace:  $v_s = \Gamma/(2\pi r) = (n\kappa)/(2\pi r)$ . Je vidět, že výsledná energie je závislá na kvadrátu  $n$ . Z energetického hlediska je tedy výhodnější, aby v kapalině vzniklo  $n$  jedenkrát kvantovaných vírů než jeden kvantovaný  $n$ -krát. Z hlediska cirkulace a energie (vztažené na jednotku délky) jsou tak v He II všechny kvantované víry ekvivalentní.

Kvantované víry jsou druhem topologických defektů a jako takové nemohou začínat ani končit ve volném prostoru. Jádra vírů mají tedy podobu vlákna, jehož



Obrázek 1.4: Vizualizace (jader) kvantovaných vírů pomocí vodíkových vloček, které jsou zachycovány rychlostním polem supratekuté složky a vlivem Magnusovy síly vtaženy do jejich jader. Nalevo pravidelně rozložená mřížka vírů vzniklá v rotujícím He napravo kvantované víry rozmístěny nerovnoměrně [Bewley a kol. (2006)]

konce jsou umístěny na stěnách nádoby nebo volném povrchu kapaliny. Alternativně může mít vír podobu uzavřené smyčky. S ohledem na způsob generace kvantové turbulence můžeme pozorovat různé vírové konfigurace. Například v rotující kapalině budou vznikající víry pravidelně rozložené - jádra vírů budou vzájemně rovnoběžná a budou tvořit pravidelnou mřížku. Naopak, pokud bude kvantová turbulence generovaná například ponořeným oscilujícím předmětem, mohou být víry v supratekuté kapalině rozmístěny nepravidelně a namísto mřížky vírů budeme pozorovat jejich klubko. Pro kvantitativní popis kvantované turbulence zavádíme hustotu kvantovaných vírů  $L$  jako celkovou délku vírových vláken na jednotku plochy.

### 1.4.2 Vzájemná interakce vírů

Pokud bychom neuvažovali interakci vírů (nebo přesněji jejich jader) s normální složkou He II, což je možné například v případě velmi nízkých teplot, kdy je obsah normální složky prakticky nulový, stále nemůžeme víry považovat za izolované objekty. Každý vír se totiž nachází v rychlostním poli cirkulující supratekuté složky ostatních vírů. Výsledek vzájemné interakce rychlostních polí dvou vírů závisí na jejich orientaci.

Dochází-li k cirkulaci kolem obou rovnoběžných vírových jader ve stejném směru, pak mluvíme o dvojici vírů s paralelní cirkulací. Takový systém se bude otáčet kolem společného těžiště s úhlovou rychlostí  $\Omega = \kappa/(\pi d^2)$ , kde  $\kappa$  je cirkulační kvantum zdefinované v kapitole 1.4.1 a  $d$  je vzdálenost vírových jader.

Druhý případ, kdy dochází k cirkulacím v opačném směru, nazýváme antiparalelní cirkulace. V tomto případě se bude dvojice vírů pohybovat rovnoměrně přímočaře s rychlostí  $v = \kappa/(2\pi d)$ . Tato situace odpovídá také případu uzavřené vírové smyčky, kde bude mezi protilehlými segmenty docházet ke stejné interakci jako je tomu u dvojice antiparalelních vírů. Vlivem této intrerakce se bude vírový kroužek pohybovat ve směru kolmém na plochu ve které leží jeho jádro [Skrbek, L., a kol. (2011)]. Pokud se přiblíží dva úseky kvantovaných vírů k sobě, může v závislosti na jejich vzájemné orientaci dojít k jejich přepojení. Tímto způsobem vzniká ze zárodečných smyček i kvantová turbulence.

### 1.4.3 Interakce supratekuté a normální složky He II

Pokud se nacházíme v teplotní oblasti, v níž je zastoupení normální složky nezanedbatelné (tedy mezi lambda bodem a 1 K), musíme kromě vzájemné interakce rychlostních polí vírů uvažovat také interakci vírů s normální složkou He II. Normální složka He II se bude na jádrech kvantovaných vírů rozptylovat. Tuto interakci označujeme jako sílu vnitřního tření (anglicky mutual friction) a poprvé jsme se s ní setkali již v rovnicích (1.2). Sílu vnitřního tření vztaženou na jednotku délky  $f = F/l$  můžeme zapsat jako [Skrbek, L., a kol. (2011)]

$$\mathbf{f} = -\gamma_0 \hat{\boldsymbol{\kappa}} \times [\hat{\boldsymbol{\kappa}} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_L)] - \gamma'_0 \hat{\boldsymbol{\kappa}} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_L) . \quad (1.16)$$

Člen  $\hat{\boldsymbol{\kappa}}$  označuje jednotkový vektor mířící ve směru jádra vírů, rychlost  $\mathbf{v}_n$  je stejně jako doposud rychlost normální složky He II a  $\mathbf{v}_L$  označuje rychlost, se kterou se vír pohybuje v rovině kolmé na směr vírového jádra. Druhý člen v rovnici 1.16 (člen s prefaktorem  $\gamma'_0$ ) je bezdisipativní člen, který můžeme v rámci zjednodušení položit roven nule. Kromě právě zmíněné síly bude pro dynamiku kvantovaných vírů hrát podstatnou roli také Magnusova síla

$$\rho_s \kappa \hat{\boldsymbol{\kappa}} \times (\mathbf{v}_L - \mathbf{v}_s) . \quad (1.17)$$

$\mathbf{v}_s$  a  $\rho_s$  stále označují rychlost a hustotu supratekuté složky. Z experimentů s He II v nádobě rotující s úhlovou frekvencí  $\boldsymbol{\Omega}$  bylo možné vyjádřit makroskopický vztah pro hustotu síly vnitřního tření  $F_{ns}$

$$\mathbf{F}_{ns} = B \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \hat{\boldsymbol{\Omega}} \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\bar{\mathbf{v}}_s - \bar{\mathbf{v}}_n)] + B' \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \boldsymbol{\Omega} \times (\bar{\mathbf{v}}_s - \bar{\mathbf{v}}_n) \quad (1.18)$$

Stejně jako v rovnici (1.16) je možné druhý, bezdisipační člen (s koeficientem  $B'$ ) vzhledem k jeho velikosti zpravidla zanedbat. Hodnoty koeficientů  $B$  a  $B'$  byly zjištěny experimentálně. Rychlosti  $\bar{\mathbf{v}}_s$  a  $\bar{\mathbf{v}}_n$  odpovídají středním hodnotám daných rychlostí ve zkoumaném objemu (vztah (1.18) byl určen využitím nelokální metody tlumení druhého zvuku, proto bylo potřeba uchýlit se ke středování).

Po zavedení vztahu pro sílu vnitřního tření, která vychází z kvantového charakteru supratekutého helia, můžeme k problematice dynamiky vírů přistupovat bez větších problémů metodami klasické fyziky.

## 1.5 Protiproud

Díky existenci dvou rychlostních polí, normálního a supratekutého, která mohou ale nemusí být na sobě závislá, mohou v He II existovat toky, které by v klasické kapalině nebylo možné realizovat. Jedním z nich je právě protiproud (anglicky counterflow), při kterém tečou supratekutá a normální složka proti sobě. Rychlost protiproudu definujeme jako rozdíl velikosti rychlostí obou složek

$$v_{ns} = |\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n| . \quad (1.19)$$

Protiproud můžeme v supratekutém heliu vytvářet buďto tepelně nebo mechanicky. K tepelnému generování protiproudu využíváme ohřívač. V pohybových

rovnících (1.4) vystupují členy úměrné gradientu teploty a to s opačnými znaménkem. V nehomogenním teplotním poli (v okolí ohřívače) se proto bude supratekutá složka pohybovat směrem ke zdroji tepla, naopak normální složka se bude pohybovat směrem od ohřívače. Rychlost tepelně buzeného druhého zvuku lze určit jako [Skrbek, L., a kol. (2011)]

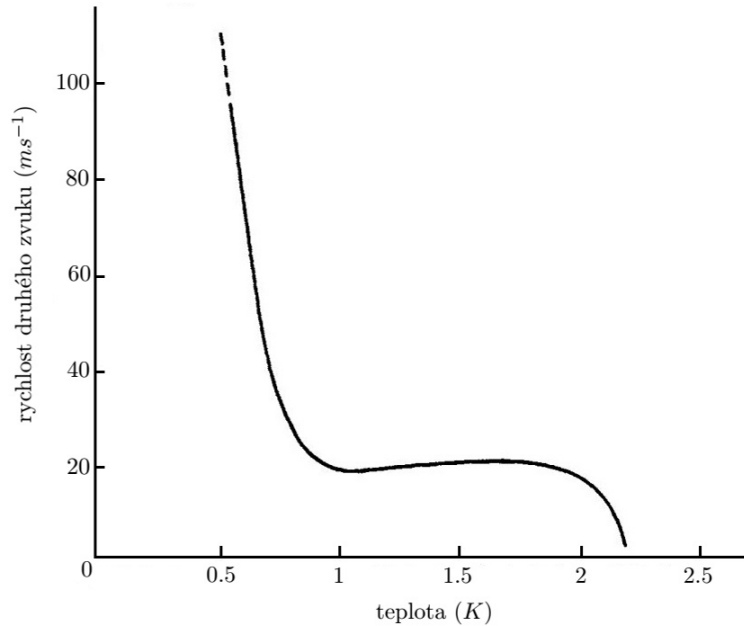
$$v_{ns} = \frac{\dot{Q}}{\rho_s AST}, \quad (1.20)$$

kde  $\dot{Q}$  je příkon odporového ohřívače,  $A$  je plocha průřezu kanálu, kterým kapalina proudí,  $T$  teplota kapaliny a  $S$  měrná entropie.

Při mechanickém buzení je potřeba nezávisle rozpohybovat jednotlivé složky. Toho se dosahuje pomocí tzv. superleaku (česky supratekuté díry), který je tvořen porézním prostředím s tak malými kanálky, že jimi je schopna protéct pouze kapalina bez viskozity, tedy supratekutá složka. Pohybem superleaku ve stojící kapalině nebo naopak vyvoláním proudění He II skrze statický superleak, rozseparujeme rychlostí pole normální a supratekuté složky. U mechanického buzení zpravidla superleak osciluje kolem své rovnovážné polohy a rychlost generovaného protiproudu tak nemá konstatní směr ale osciluje se stejnou frekvencí jako superleak. Takovému typu pohybu říkáme oscilační protiproud a jde o jeden ze specifických vlnových módů supratekuté kapaliny nazývaný druhý zvuk. Oscilační protiproud lze tedy generovat mechanicky [Kotsubo a Swift (1989), Kotsubo a Swift (1990)] i tepelně dvojíci střídavě se zapínajících a vypínajících ohřívačů [Midlik a kol. (2021)].

### 1.5.1 Druhý zvuk

Kromě stejnosměrných toků může v supratekuté kapalině docházet také k šíření vln, které podobně jako protiproud nejsou dosažitelné v klasických tekutinách. Tyto vlny se označují jako zvuky. Pod názvem první zvuk máme na mysli oscilaci celkové hustoty supratekuté kapaliny  $\rho = \rho_s + \rho_n$ , která se ničím neliší od klasických zvukových vln šířících se v látkovém prostředí. Pro naši práci bude důležitější druhý zvuk. Jako druhý zvuk označujeme oscilaci normální a supratekuté složky v protifázi, jde tedy o oscilační protiproud popsáný v předešlé kapitole. Při takovémto proudění neosciluje celková hustota  $\rho$  ale podíl zastoupení jednotlivých složek  $\rho_s/\rho_n$ . Jelikož má supratekutá složka nulovou entropii, je celková entropie nesena spolu s normální složkou a druhý zvuk můžeme považovat za vlny entropie. Podíl hustot obou složek nám navíc určuje teplotu kapaliny (viz obrázek 1.2, vlny druhého zvuku jsou tedy také vlny teploty, které můžeme v praxi detekovat například polovodičovým teploměrem. Rychlost vln druhého zvuku je závislá na teplotě, přičemž samotná závislost není čistě monotónní, jako je tomu například u rychlosti prvního zvuku. Graficky je vynesena na obrázku 1.5 [Donnelly a Barenghi (1998)].



Obrázek 1.5: Graf závislosti rychlosti druhého zvuku na teplotě

## 1.6 Detekce kvantové turbulence

Kromě teoretických výpočtů a simulací je pochopitelně důležitou součástí studia kvantové turbulence (kvantovaných vírů) její experimentální detekce. V této práci si představíme dvě metody, které jsou následně použity i v praktické části – využití tlumení druhého zvuku a využití mechanických rezonátorů.

### 1.6.1 Tlumení druhého zvuku

Metoda detekce kvantovaných vírů využívající druhý zvuk je založena na jeho interakci s jádry kvantovaných vírů. K tomuto účelu se nejčastěji využívají tzv. čidla (detektory) druhého zvuku. Jde o párová zařízení identické konstrukce, z nichž jedno mechanicky generuje vlny druhého zvuku a druhé tyto vlny detekuje. Pokud se mezi čidly nachází kvantované víry, dojde k rozptylu normální složky druhého zvuku na jejich jádrech. Vlna je tak utlumena (nese menší energii), což pozorujeme jako pokles amplitudy signálu druhého z čidel. Z poklesu amplitudy rezonančního píku pak můžeme přibližně určit množství (hustotu) kvantovaných vírů v oblasti mezi detektory jako [Varga a kol. (2019)]

$$L \approx \frac{6\pi\Delta f}{B\kappa} \left( \frac{A_0}{A} - 1 \right), \quad (1.21)$$

kde  $A_0$  a  $A$  označují amplitudy signálu na detekčním čidlu bez přítomnosti kvantovaných vírů a s nimi a  $\Delta f$  označuje pološířku netlumeného píku, a  $B$  je stejný koeficient vnitřního tření jako ve vztahu (1.18). Tato metoda je v praxi poměrně osvědčená, její nevýhodou je ale fakt, že narozdíl od využití rezonančních charakteristik mikrorezonátorů popsanych dále jde o metodu nelokální. Přesnost metody také snižuje fakt, že dle pozorování se druhý zvuk nerozptyluje na jádrech orientovaných ve směru šíření.

## 1.6.2 Rezonanční charakter mechanických oscilátorů

Dalším používaným způsobem detekce kvantové turbulence, je využití mechanických oscilátorů. V této práci se budeme konkrétně zabývat dvěma typy rezonátorů - křemennými ladičkami a nanodrátka. V obou případech budeme sledovat změny rezonančních parametrů oscilátoru, který se nachází v turbulentním proudění. V případě kmitání oscilátoru v kapalině bez vírů bude odezva rezonátoru na frekvenci popsána Lorentzovou rezonanční křivkou. Jakmile bude v oblasti rezonátoru narůstat množství kvantovaných vírů, začne narůstat také odporová síla. Na rezonanční křivce se tento přechod projeví snížením amplitudy křivky a jejím rozšířením. Konkrétní změny rezonančních parametrů a jejich závislost na množství kvantovaných vírů v nejbližším okolí rezonátorů závisí na jejich konkrétním typu. Konkrétní odezvy drátků a ladiček na kvantovanou turbulenci jsou blíže popsány například v [Blaauwgeers a kol. (2007), Blažková a kol. (2009), Schmoranzler a kol. (2016), Schmoranzler a kol. (2019), Midlik a kol. (2023)]. Z technického hlediska se jimi budeme více zabývat v experimentální části.

# 2. Generace kvantové turbulence mechanicky buzeným druhým zvukem

## 2.1 Úvod

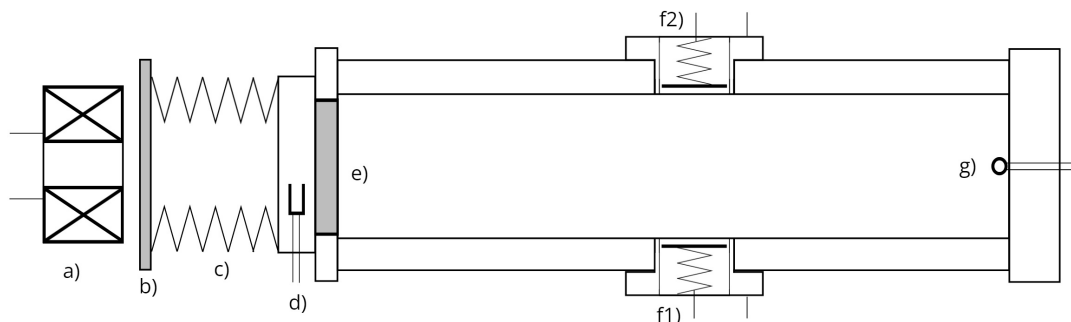
Cílem prvního experimentu prezentovaného v této práci bylo sestavit aparaturu umožňující budít kvantovou turbulenci pomocí mechanicky buzeného oscilačního protiproudu, tedy mechanicky buzeného vlnění druhého zvuku, a následně tuto nehomogenní turbulenci detekovat. Generování druhého zvuku na menších škálách (rychlostních a prostorových) lze docílit například využitím čidel druhého zvuku, které byly zmíněny již v teoretické části. Vyvolání oscilačního protiproudu o rychlosti dostatečné pro generaci kvantové turbulence (tedy rychlost větší než kritická) se ovšem ukazuje jako problém náročnější. Při tepelném buzení se kromě generace oscilačního proudění nevyhne také nechtěné generaci stejnosměrného proudění, které může zkreslovat měření. Mechanicky buzený protiproud proto nabízí oproti buzení ohříváčem lépe definovaný systém, potřebný pro zkoumání jevů, jako například sledování rozpadu kvantovaných vírů, tedy disipace energie turbulentního systému, která je silně závislá na charakteru počátečního stabilního stavu.

## 2.2 Experimentální aparatura

Pro účely experimentu byla sestavena aparatura, jejíž schéma je zobrazeno na obrázku 2.1. Druhý zvuk sloužící k buzení kvantované turbulence osciluje podél delší osy kanálu. V dalším textu jej budeme označovat jako podélný druhý zvuk. V experimentu je generován oscilujícím tokem supratekuté kapaliny skrze superleak. Pohyb kapaliny je vyvolán kmitavým pohybem stlačitelného vlnovce, který je rozkmitán střídavým magnetickým polem. K vytváření magnetického pole byl navržen a vyroben elektromagnet (cívka) umístěn v těsné blízkosti vlnovce. Konkrétní vzdálenost konce vlnovce a cívky byla mezi různými sadami měření upravována tak, abychom dosáhli co nejlepších výsledků, konkrétní hodnoty se pohybovaly v řádech desetin až jednotek milimetrů. Vlny podélného druhého zvuku je možné detekovat polovodičovým teploměrem umístěným na opačném konci kanálu (viz obrázek 2.1). Pro potřeby detekce turbulence generované podélným druhým zvukem byla v polovině kanálu umístěna čidla druhého zvuku. Jimi vytvářené vlny druhého zvuku označujeme dále v textu jako příčné.

Po prvních několika sadách měření byla experimentální aparatura pozměněna, abychom dosáhli co nejoptimálnějších výsledků. Byla vyrobena nová cívka generující magnetické pole a nový kanál. Spolu se změnou kanálu bylo potřeba připravit nové detektory druhého zvuku a vyměnit teploměr na konci kanálu. Změny jsou podrobněji diskutovány dále v textu v podkapitolách věnovaných jednotlivým komponentám. Princip experimentu vzůstává i po změnách stejný.

Abychom se vyhnuli případnému zaměňování jednotlivých verzí aparatur, bu-



Obrázek 2.1: Schéma experimentálního uspořádání: a) elektromagnet, b) niobová destička, c) stlačitelný vlnovec, d) ladička, e) superleak, f) čidla druhého zvuku, g) polovodičový teploměr

deme celou původní experimentální aparaturu a její specifické části, které se později vyměňovali, označovat písmenem A, novější typ pak písmenem B.

## 2.2.1 Experimentální kanál

Kanál, ve kterém byl buzen druhý zvuk, byl na konci uzavřený. Vznikalo v něm tedy stojaté vlnění. Vlnová délka stojatého vlnění  $\lambda$  závisí na délce kanálu  $L$  jednoduchým vztahem  $\lambda = (2L)/n$ , kde  $n$  označuje počet půlvln stojatého vlnění, jak je naznačeno na obrázku 2.3.

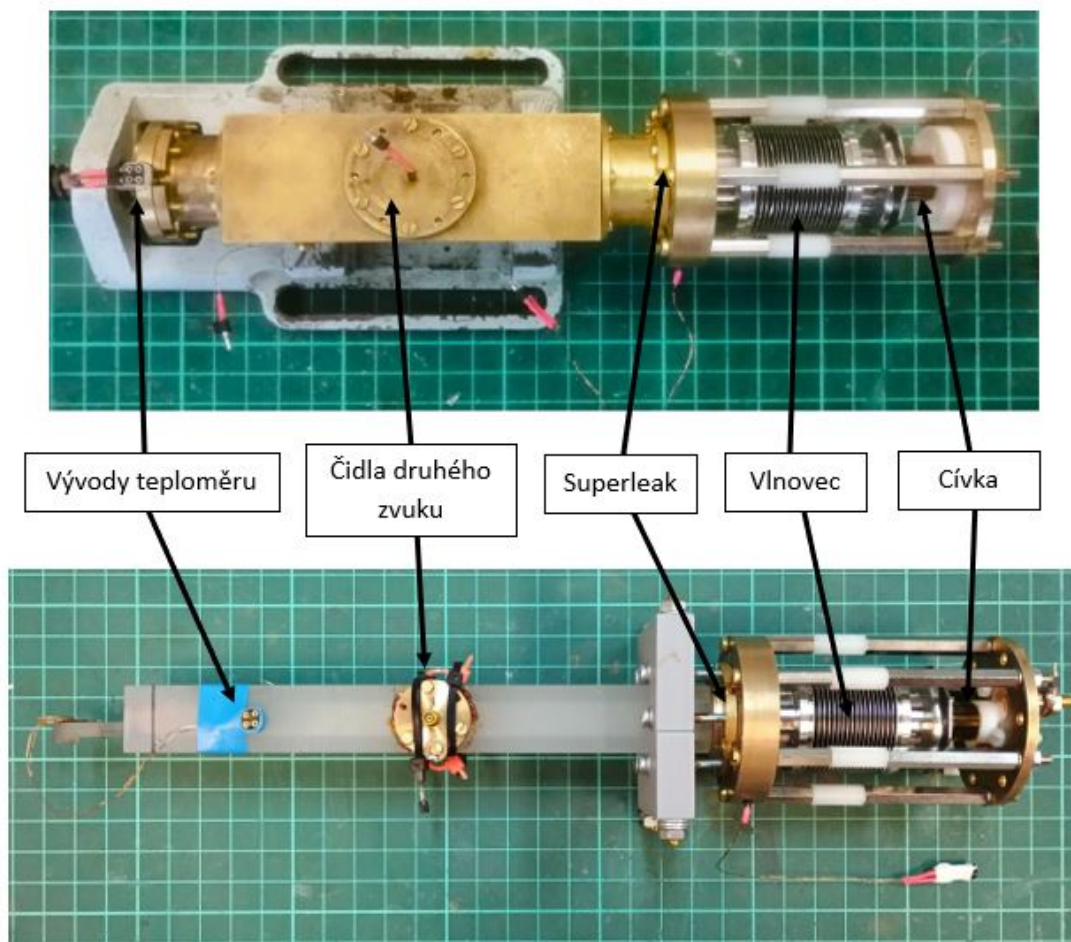
Pro první sadu měření byl použit již existující mosazný kanál délky 11.5 cm o průřezu 10 mm × 10 mm. Pro druhou sadu měření byl odlit nový kanál z epoxidového lepidla Stycast 1266. Hlavní důvod výroby nového kanálu byla snaha o zvýšení faktoru kvality rezonance druhého zvuku. Zvýšení faktoru kvality použitím plastového kanálu s vyšším tepelným odporem stěn bylo potvrzeno z předšlých experimentů ve výzkumné skupině. Nový kanál měl délku 16.4 cm a průřez stejný jako kanál mosazný.

## 2.2.2 Detektory

### Teploměry

Pro detekci podélného druhého zvuku v kanále byl použit teploměr od firmy Microsensor tvořený tenkou vrstvou Ge na GaAs substrátu. Před začátkem měření byl teploměr kalibrován. Kromě tohoto polovodičového teploměru bylo v heliové lázni umístěn další Ge-GaAs teploměr a jeden platinový teploměr Pt100 pro kontrolu teploty lázně a kontrolu teploty při chlazení. Další dva RuO<sub>2</sub> teploměry byly později přidány pro kontrolu přehřívání spoje mezi výstupy cívky a vysokoteplotních supravodičů, o kterých bude zmínka v části věnované cívce.





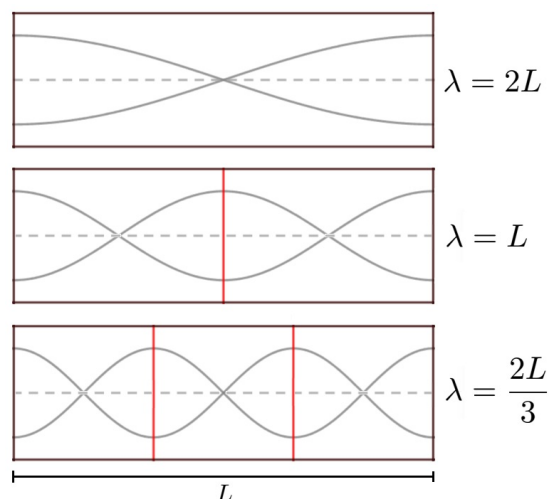
Obrázek 2.2: Foto experimentálního kanálu s vlnovcem a cívkou. Nahoře stará verze experimentu (verze A) s mosazným kanálem a cívkou z NbTi drátu s měděnou maticí, dole novější verze (verze B) s kanálem ze Stycastu a cívkou z čistého NbTi drátu,

### Čidla druhého zvuku

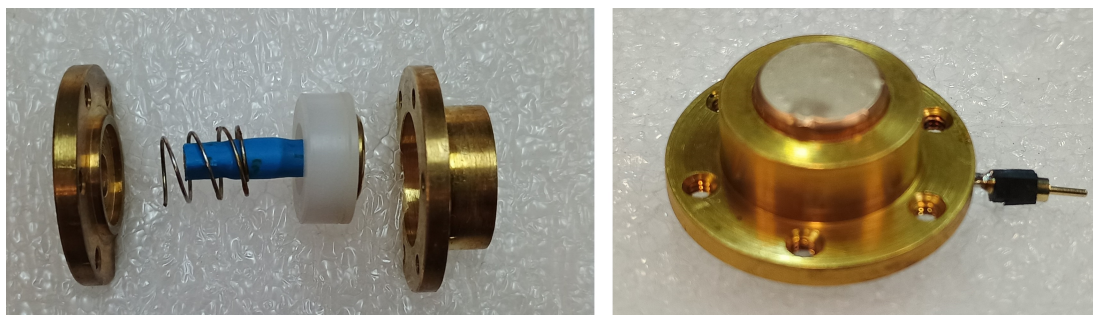
Detekci kvantované turbulence zajišťoval jeden pár čidel druhého zvuku umístěných v polovině délky kanálu. Při výměně kanálu byl potřeba vyměnit i celý pár čidel druhého zvuku, z důvodu kompatibility. Pro potřeby experimentu byly tedy vyrobeny celkem čtyři čidla. První pár (pár A) využitý v mosazném kanálu měl kapacitu 40 pF a 50 pF, druhý pár (pár B) využitý v Stycast kanálu měl kapacitu 108 pF a 112 pF. Jeden z dvojice čidel B je ukázán na obrázku 2.4

### Ladička

Mezi vlnovcem a superleakem byla umístěna křemenná ladička určená ke kontrole čerpání plynu přes superleak při přípravě experimentu před chlazením. Tímto způsobem došlo ke kontrole, že pohyb vlnovce ani kvalita superleaku nebudou ovlivněny zmrznutými zvyšky vzduchu. Změna tlaku uvnitř vlnovce byla určena na základě poklesu rezonanční šířky měřené kolem frekvence 32 kHz.



Obrázek 2.3: Schéma stojatého vlnění s kmitnami na krajích kanálu pro  $n$  (počet půlvln) = 1,2,3. Kmitny mimo stěny jsou vyznačeny červenou čarou

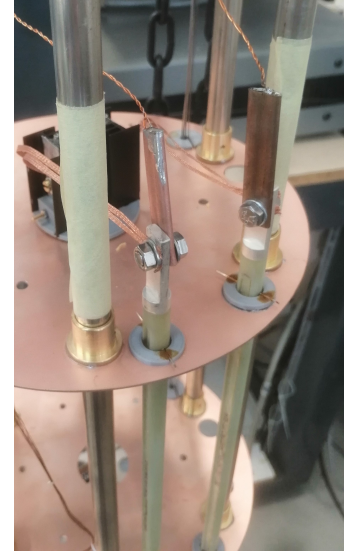


Obrázek 2.4: Jedno čidlo druhého zvuku použité ve experimentu verze B

### 2.2.3 Cívka a vlnovec

Cívka společně s vlnovcem sloužili ke generaci podélného druhého zvuku v kanálu. Cívky jsme v experimentech použili dvě. Pro starší verzi experimentu (verze A) šlo o cívku z NbTi drátu tvořeného 54 filamety uloženými v Cu matrici s lakovanou izolací o celkovém průměru 0.14 mm. Cívka A byla tvořena celkem 1250 závitů, rozdělených do 18 vrstev vzájemně oddělených kaptonovou páskou. Celková délka vinutí cívky A byla přibližně 39 m. Kvůli podezření na příliš velké energetické ztráty způsobené vznikem vířivých proudů na měděné matrici vodiče (diskutované dále v textu) byla pro experimentální aparaturu B navinuta nová cívka z 0.052 mm tlustého (0.04 mm bez izolace) NbTi drátu. Cívka B se skládala z 16 vrstev o celkovém počtu 3150 závitů. Jednotlivé vrstvy byly opět odděleny kaptonovou páskou. Délka navinutého vodiče byla asi 80 m. Tělo obou cívek bylo válcovitého tvaru, 1 cm dlouhé, s průměrem podstavy 0.8 cm. Do válcovitého těla cívky byla ve verzi A i B vyvrtána dutina umožňující co nejefektivnější chlazení okolním He II.

Uvnitř kryostatu jsou přívody cívky tvořeny nejprve měděným drátem a pak vysokoteplotním supravodivým kuprátem (dále referován jako HTC SC). V případě cívky A byly její přívody vlisovány a zapájeny mezi dva měděné bloky, které byly následně připevněny k platformě HTC SC přes šroub (viz obrázek 2.5). Stejným způsobem je realizován kontakt měděných přívodních drátů a HTC SC v horní části kryostatu. Vůči kanálu je cívka uchycena v pevné poloze pomocí kovových a plastových distančních sloupků (spacerů). Vzdálenost cívky a Nb desky vlnovce byla mezi jednotlivými měřeními laděna využitím kovových podložek.



Obrázek 2.5: Spojení supravodivých kuprátů a přívodních twistovaných měděných drátů nainstalovaných v horní části kryostatu

Stlačitelný vlnovec využitý v experimentu byl vyroben z nerezové oceli typu 304 a byl schopen dosahovat délky od 36,5 do 56,5 mm (bez namáhání 46,5 mm). Jeho vnitřní průměr byl 16 mm a za pokojové teploty měl tuhost 16 N/mm. Směrem ke kanálu byl uzavřen superleakem vyrobeným ze sinterovaného stříbrného prášku, který byl stlačen tak, že jeho výsledná hustota činí asi polovinu hustoty pevného stříbra. Z opačné strany, tj. blíže k cívce, byl uzavřen niobovou destičkou o tloušťce 1 mm a průměru cca 32 mm. Spoje vlnovce s adaptérem superleaku i s Nb deskou byly lepené pomocí dvousložkového epoxidu Stycast 2850FT. Spoj mosazného adaptéru se superleakem byl opatřen indiovým těsněním.

V nestacionárním poli cívky bude na niobovou destičku působit ve směru osy cívky (označeno jako osa  $z$ ) magnetická síla:

$$(F_{mag})_z = -V\chi \left( \frac{B_z}{\mu_0} \right) \left( \frac{dB_z}{dz} \right) \approx -S\lambda\chi \left( \frac{B_z}{\mu_0} \right) \left( \frac{B_z}{\lambda} \right), \quad (2.1)$$

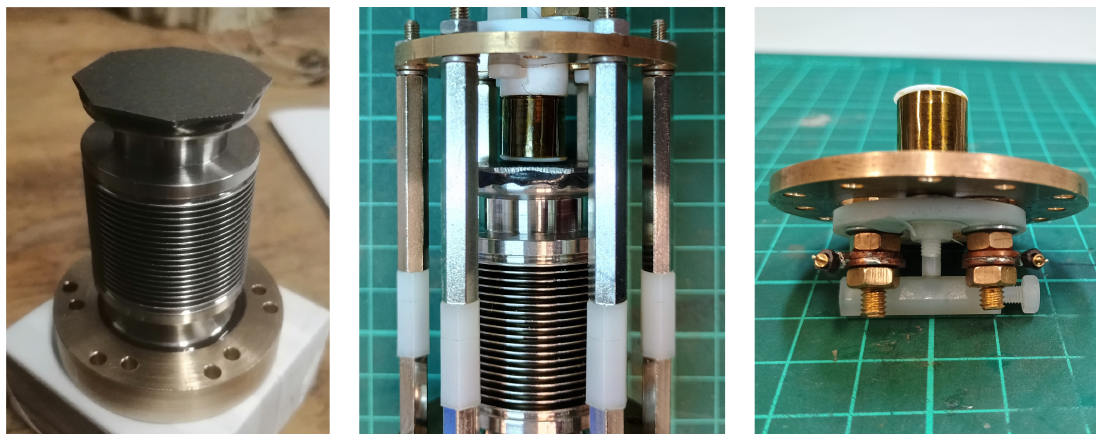
kde  $V$  je objem daný plochou desky  $S$  a Londonovou hloubkou vniku magnetického pole pro niob  $\lambda$ , přičemž  $\chi$  označuje susceptibilitu niobu. Niob prochází při teplotě 9.2 K supravodivým fázovým přechodem, takže Nb destička mezi cívkou a vlnovcem je po celou dobu experimentu v supravodivém stavu (konkrétně jde o supravodič druhého druhu). Supravodiče se chovají jako ideální diamagnetikum, takže platí  $\chi = -1$ . Plochu desky můžeme přibližně odhadnout jako kruh o poloměru 4 mm, tzn.  $S = \pi r^2 \approx 0.5 \text{ cm}^2$ . Za permeabilitu vakua bereme standardní SI hodnotu  $4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ . Deska je chlazená v nulovém poli, proto zanedbáváme zachycené kvantované víry magnetického toku. Magnetické pole cívky (kvůli závislosti na proudu tekoucím cívkou uvádíme podíl  $B/I$ ) jsme dopočítali ze vztahu pro magnetické pole na ose vícevrstvého solenoidu známého z odborné literatury a pro konkrétní parametry cívky A vychází jeho maximální hodnota přibližně  $(B/I)_A = 0.109 \text{ TA}^{-1}$ . Srovnáním této síly se silou tuhosti vlnovce  $F = kx$ , kde

$x$  je prodloužení, respektive zkrácení vlnovce a  $k$  jeho tuhost, můžeme odvodit maximální protažení a tím i rychlost pohybu:

$$v = \omega x = 2\pi f \frac{F}{k} = 2\pi f \frac{SB^2}{\mu_0 k} \quad (2.2)$$

Kde  $f = \omega/(2\pi)$  označuje frekvenci střídavého napětí použitého pro buzení cívky. Dosadíme-li všechny výše zmíněné parametry a frekvenci, na které jsme pozorovali rezonanční pík druhého zvuku, tj. přibližně 70 Hz, dostáváme číselný odhad rychlosti pohybu vlnovce a tedy i supratekuté kapaliny  $v = 13 \text{ mm s}^{-1}$ . Tato hodnota je poměrně malá, každopádně podle dostupných dat z podobných experimentů by měla být dostatečná pro generování kvantové turbulence. Zvýšení rychlosti pohybu vlnovce by bylo nejjednodušší dosáhnout zvýšením magnetického pole cívky. Tento argument podpořil pozdější rozhodnutí vytvořit novou (silnější) cívku B.

Otázkou zůstává, jaký bude vztah frekvence budícího napětí (frekvence magnetického pole) a frekvence oscilačního proudění vyvolaného v kanále pohybem vlnovce. Pokud bude celková magnetizace supravodiče a nerezů zanedbatelná, měla by být frekvence druhého zvuku oproti frekvenci budícího napětí dvojnásobná. Pokud magnetizaci vlnovce zanedbat nepůjde, bude zřejmě existovat komponenta síly, jejíž frekvence je stejná jako frekvence budícího napětí a výsledná amplituda (či rychlost) vlnovce bude dána vztahem obsahující závislost kvadratickou i lineární. Případné nelinearity v buzení může vyvolat i závislost magnetického pole na vzdálenosti od středu cívky.



Obrázek 2.6: Nalevo: vlnovec s nalepenou Nb deskou, uprostřed: vlnovec spolu s cívkou připevněnou pomocí plastových a nerezových spacerů ke kanálu. Vzdálenost cívky a Nb desky v této konfiguraci je necelý milimetr. Napravo: nově navinutá cívka s viditelnými vývody na přívod napětí

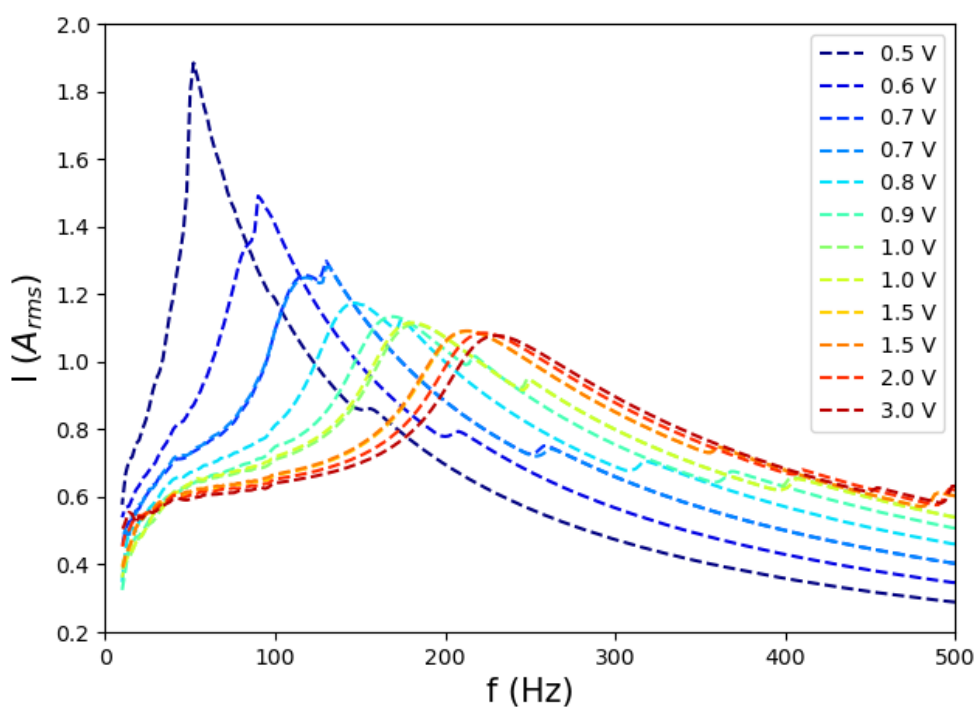
## 2.3 Budící obvod

Buzení cívky v experimentu bylo prováděno ze zdroje napětí s využitím proudového zesilovače buďto přímo nebo pomocí rezonančního obvodu se zapojenou kapacitní dekádou a nastavitelným odporem. Reálný proud tekoucí obvodem byl měřen pomocí napěťového výstupu proudového zesilovače s převodem 200 mV/A.

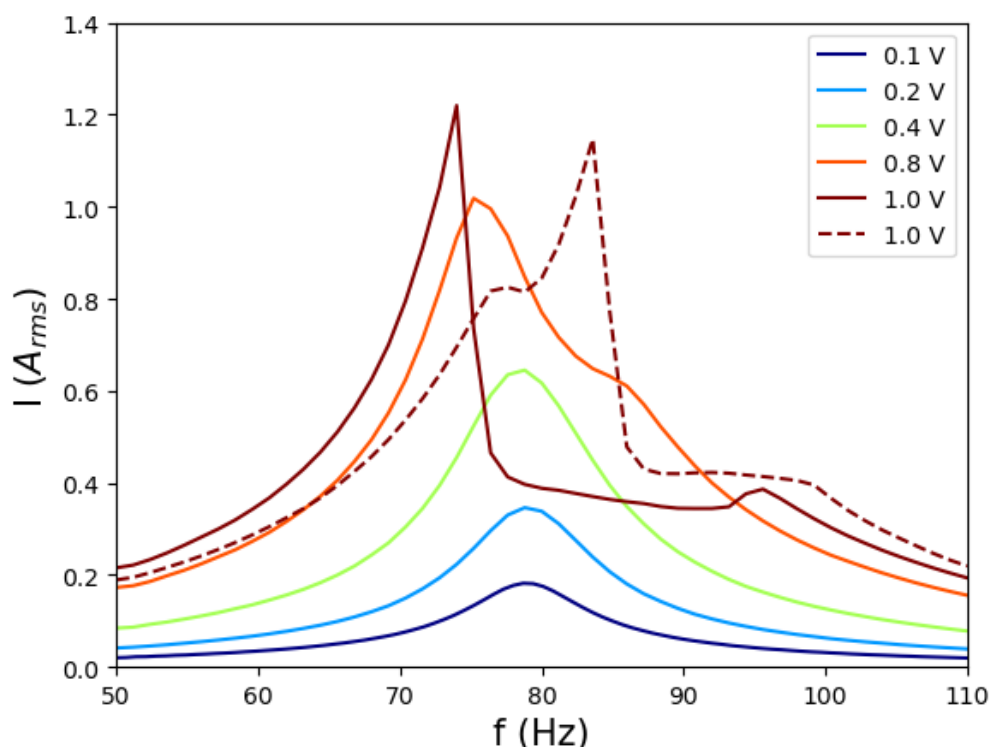
Indukčnost cívky A byla 5.7 mH, u cívky B šlo o 49.5 mH.

V následujícím textu uvádíme výsledky charakterizačních měření budícího obvodu starší cívky A a to pro oba případy zapojení cívky, tj. přes proudový zesilovač napřímo i přes rezonanční RLC obvod. Plnou čarou vykreslené grafy odpovídají sadám měřeným od nejnižší po nejvyšší frekvence, naopak grafy vykresleny přerušovaně odpovídají měření s postupně snižovanými frekvencemi.

V obou případech zapojení je patrná existence kritické hodnoty proudu (proudové amplitudy), při které dochází ke ztrátám v obvodu, které vedou k nestabilitě zdroje. Z dat získaných při měření cívky zapojené přímo ke zdroji je patrné, že kritická hodnota proudu je závislá na frekvenci. Tato závislost poukazuje buďto na ztráty vlivem vířivých proudů nebo na přehřívání části cívky či kontaktů.



Obrázek 2.7: Frekvenční závislost amplitudy proudu pro obvod s cívkou napojenou napřímo k zesilovači pro různá napětí generovaná napěťovým zdrojem.

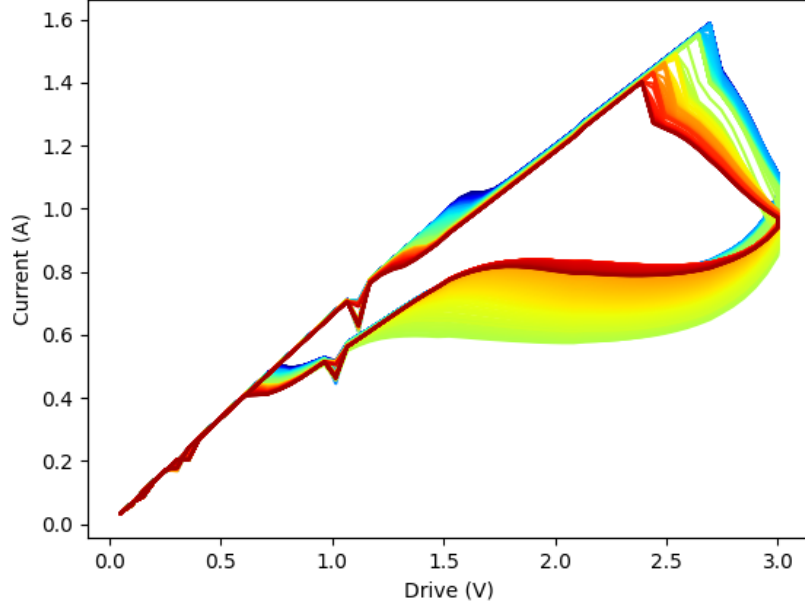


Obrázek 2.8: Frekvenční závislost amplitudy proudu v obvodu pro cívku buzenou použitým RLC obvodu. Kapacitní dekáda byla nastavena na 770 pF. Pro vyšší budící napětí opět dochází ke kolapsu zdroje z důvodu strát v obvodu.

Kromě frekvenčních závislostí jsme proměřili také závislost amplitudy reálné složky proudu na budícím napětí pro sérii teplot. Měřící teploty byly vybrány v intervalu od cca 1.3 K (modré závislosti) až po 4.2 K (závislosti červené). Na grafu 2.9 lze pozorovat, že při narůstajícím napětí zdroje roste také proud cívky, dokud nedosáhneme jeho kritické hodnoty. V tomto bodě, který pozorujeme jako ostrý pík, přejde cívka do rezistivního stavu, což se projeví poklesem proudu (i při následném zvyšování napětí). Rezistivní stav přetrvává i při následném snižování napětí, proto se pohybujeme po spodní části křivky. Kritická hodnota proudu je jasně teplotně závislá. Vidíme, že s klesající hodnotou roste, což odpovídá očekávaným závislostem konvenčních supravodičů a poukazuje na zjevné přehřívání cívky v důsledku strát v obvodu.

## 2.4 Odhady ztrát cívky A

Vzhledem na pozorovanou frekvenčně a teplotně závislou nestabilitu budícího obvodu cívky, jsme se rozhodli napočítat alespoň dva hlavní principy možných energetických ztrát v původní NbTi cívce s měděnou maticí. Jde o joulovo teplo, tedy ohřev vodiče s nenulovým odporem vlivem průchodu proudu, a vznik vířivých (indukovaných) proudů, které vznikají ve vodičích vložených ve vnějším, časově se měnícím magnetickém poli. Oba efekty se týkají právě měděné matrice, což vedlo k pozdějšímu rozhodnutí navinout novou cívku s čistého NbTi drátu.



Obrázek 2.9: Závislost proudu tekoucího v obvodu cívky na budícím napětí pro měřené spektrum teplot od 1.3 K po 4.2 K

### 2.4.1 Joulovo teplo

Celý experimentální kanál i cívka byly během experimentu ponořeny v lázni kapalného helia, tzn. pod teplotou 4 K. Na této teplotě můžeme odpor běžných vodičů odhadnout pomocí tzv. RRR (residual resistivity ratio = poměr zbytkového odporu), který je definovaný jako  $RRR = \rho(300\text{ K})/\rho(4\text{ K})$ . Při teplotě 4 K je veškerý zbytkový odpor vodičů tvořen teplotně nezávislými poruchami a nečistotami materiálu. Pro měděnou matici tuto hodnotu odhadujeme jako  $RRR \approx 100$ . Měrný odpor Cu při pokojové teplotě je  $\rho(T_{pokoj}) = 16.78 \cdot 10^{-9}\ \Omega m$ , na heliových teplotách je tedy  $\rho(T \leq 4K) = \rho(T_{pokoj})/RRR$ . Odporem způsobené ztráty jsou pak:

$$P_{Joule} = I^2 R = I^2 \frac{\rho(T_{pokoj}) \cdot l}{RRR \cdot S}, \quad (2.3)$$

kde  $l$  a  $S$  jsou délka a průřez drátu a  $I$  je pracovní proud. Po dosazení maximálně používaných konkrétních hodnot dostáváme horní odhad možných ohmických ztrát  $P_{Joule} = 0.4\text{ W}$ . Tato hodnota se pochopitelně týká pouze vodiče v rezistivním stavu. Pod kritickou teplotou a za průchodu proudu menšího než je kritický bude proud cívkou téct přes supravodivé NbTi filameny a ohmický ohřev proto nemusíme uvažovat.

### 2.4.2 Indukce vířivých proudů

Narozdíl od výše zmíněných ztrát, bude ke ztrátám vlivem generace vířivých proudů (anglicky eddy current) docházet bez ohledu na to, zda proud teče NbTi vláknem nebo Cu maticí. Vířivé víry vznikají v důsledku proměnlivosti magnetického pole v okolí vodiče a energii s nimi spojenou můžeme zjednodušeně (pro

případ tenkého drátu) odhadnout vztahem<sup>1</sup>:

$$P_{eddy} = \frac{\pi^2}{12} (B_{max} d f)^2 V_d \frac{RRR}{\rho}. \quad (2.4)$$

$B_{max}$  je maximální hodnota magnetického pole v oblasti cívky, jehož hodnota je přibližně  $B_{max} = 0.11$  T pro proud 1 A.  $V_d$  je zde objem drátu,  $\rho$  je opět měrný elektrický odpor,  $d$  průměr drátu a  $f$  je frekvence budícího napětí (proudu). Pokud za frekvenci použijeme hodnoty, ve kterých se objevuje nestabilita zdroje (např. 80 Hz), dostáváme výkon kolem 5 mW, což je akceptovatelná hodnota pro kryogenní experiment v supratekutém heliu, nicméně by tento výkon mohl vést k přehřívání částí cívky ve slabém tepelném kontaktu s lázní hélia. Ztráty v rezistivním stavu (po překročení kritického proudu - tzv. quench cívky) jsou poté řádově vyšší.

Silná frekvenční závislost nestability spolu s výše uvedenými odhady poukazuje na původ měřených energetických ztrát v obvodu právě ve vzniku vířivých proudů a následného přehřívání. Pro odstranění těchto potíží jsme dále navrhli, navinuli a otestovali cívku B, s využitím čistého NbTi drátu bez měděné matrice. Po prvotním měření s cívkou B se domníváme, že došlo k problému s přehříváním jejich kontaktů a naše výsledky nejsou dostatečně průkazné. Další práce na aparatuře bude předmětem pozdějšího skoumání.

## 2.5 Výsledky měření s experimentální aparaturou A

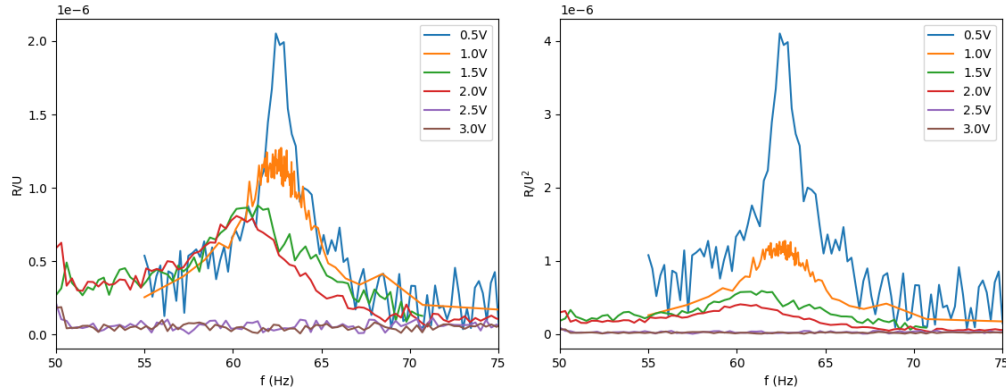
V této části se budeme věnovat datům nasbíraným při měřeních, která probíhala na experimentální aparatuře A, tedy s mosazným kanálem a cívkou z NbTi drátu obsahující měděnou matici. Zcela první měření posloužilo převážně k optimalizaci přístrojové techniky a identifikaci rezonančního spektra podélného druhého zvuku. Při tomto měření se sice podařilo proměřit i rezonanční píky druhého zvuku, měly však výrazně menší amplitudu než bylo očekáváno a to i při maximálním proudu procházejícím cívkou. Tento problém jsme připisovali designu držáku cívky, kvůli kterému byla mezera mezi cívkou a koncem vlnovce příliš velká a magnetické pole sloužící k rozhýbání vlnovce (klesající s rostoucí vzdáleností od cívky) tudíž příliš malé.

Po opětovném ohřátí jsme upravili vzájemnou polohu cívky a zbytku aparatury. V dalších měřeních byla již amplituda druhého zvuku měřena řádově vyšší, což podvrhlo předešlá pozeření týkající se nedostatečného buzení vlivem špatně zvolené geometrie experimentu. Cívka se v novém uspořádání nacházela asi milimetr od niobové destičky. Kromě úpravy geometrie byly také přidány teploměry pro kontrolu případného přehřívání spojů mezi HTC CS a přívody cívky. Konkrétně byl tento efekt pozorován u teploty 2.05 K a vyšší. Amplituda měřeného píku by v

<sup>1</sup>tento vztah platí pouze pokud magnetické pole zcela prostupuje materiálem - tj. hloubka vniku  $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$  ( $\sigma$  je elektrická vodivost a  $\mu$  permeabilita materiálu) je větší než rozměr drátů. Po číselném dosazení máme pro maximální frekvenci  $f_{max} = 200$  Hz hloubku vniku  $\delta = 0.4$  mm. Podmínka je tedy splněna v celém rozsahu frekvencí.



ideálním případě měla růst s druhou mocninou budícího napětí, v neideálním případě, kdy dochází k magnetizaci vlnovce je očekávaná závislost mezi první a druhou mocninou (jak bylo rozebráno již v sekci 2.2.3). Obě možnosti škálování byly zahrnuty v následujícím grafu. Ani v jednom z grafů nedochází pro malá napětí (kde neočekáváme ohřev) k normalizaci amplitudy na 1, jelikož měřený signál nezávisí čistě na  $B$  (respektive  $B^2$ ). Lze však pozorovat, že pro budící napětí nad 2 V už nejsou pozorovatelné píky, tedy na to, aby se generoval druhý zvuk jsou v obvodu příliš velké ztráty.



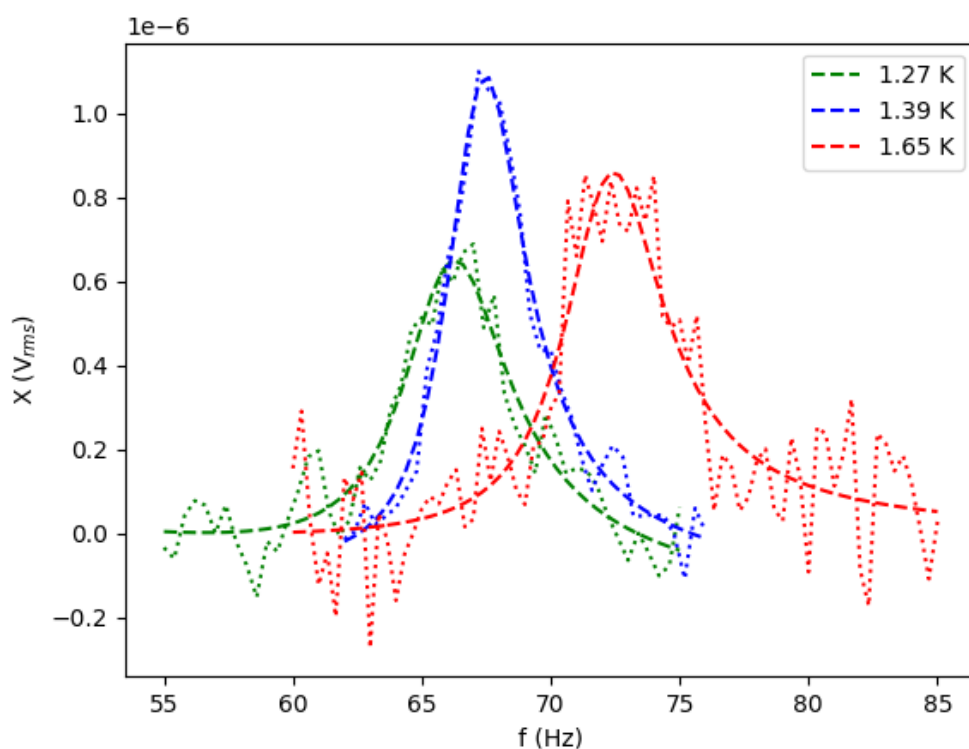
Obrázek 2.10: Sada měření o různých budících napětích  $U$  na teplotě 2.05 K pro pozorování ztráty energie vlivem ohřevu části aparatury. Na svislé ose je vynášena amplituda detekovaného signálu  $R$  podělena budícím napětím (vlevo) a kvadrátem budícího napětí (vpravo)

## 2.5.1 Teplotní závislosti

Zbylá měření s experimentální aparaturou A byla prováděna na nižších teplotách, kde nebyl pozorován žádný výraznější projev přehřívání. Dále v textu uvádíme data naměřená pro teploty  $T_1 = 1.65 K$ ,  $T_2 = 1.39 K$  a  $T_3 = 1.27 K$ . Na každé teplotě jsme provedli sadu měření pro různá budící napětí. Na grafu 2.11 jsou srovnány rezonanční píky pro stejné budící napětí 2 V. Pro zbylá měření uvádíme pouze parametry proměřených píků (amplitudu  $A$ , pološířku  $f_{\text{whm}}$  a rezonanční frekvenci  $f_0$ ), které jsme získali fitem naměřených dat rezonanční lorentzovou křivkou. Data jsou uvedena v tabulkách nadepsaných hodnotou budícího napětí. První harmonickou (tzn. základní) frekvenci druhého zvuku můžeme určit jako

$$f(T) = \frac{2L}{v_{ss}(T)}, \quad (2.5)$$

kde  $v_{ss}(T)$  je rychlost druhého zvuku, jejíž teplotní závislost byla diskutována již v kapitole 1.5.1 v teoretické části a  $2L$  odpovídá vlnové délce stojatého vlnění druhého zvuku v kanálu. Posun naměřené rezonanční frekvence s teplotou souhlasí s teplotním posunem rychlosti druhého zvuku, jak je ukázáno v následujících grafech a tabulkách. Tento souhlas potvrzuje, že naměřená rezonance opravdu je rezonancí druhého zvuku. Tímto měřením jsme tedy potvrdili schopnost budít a detegovat podélný mód druhého zvuku pomocí stlačitelného vlnovce. Bližší charakter prvního rezonančního píku o frekvenci cca. 70 Hz je popsán dále v



Obrázek 2.11: Srovnání rezonančních křivek druhého zvuku naměřených na aparatuře A pro napětí 2 V na teplotách  $T_1 = 1.65 K$ ,  $T_2 = 1.39 K$  a  $T_3 = 1.27 K$ .

této kapitole. Bohužel nebylo možné jednoznačně naměřit vyšší rezonanční módy druhého zvuku.

Pro několik budících napětí byl proměřen rezonanční pík druhého zvuku na různých teplotách. Naměřené píky byly nafitovány lorentziánem, viz obrázky. Naměřené fitovací parametry jsou uvedeny v příslušných tabulkách.

Drive 1 V

	$f_0 (Hz)$	fwhm (Hz)	$A (\cdot 10^{-6} V_{rms})$
1.39 K	70.82	3.24	8.61
1.65 K	74.92	3.17	2.94

Drive 2 V

	$f_0 (Hz)$	fwhm (Hz)	$A (\cdot 10^{-6} V_{rms})$
1.27 K	66.03	4.88	3.59
1.39 K	67.26	3.51	3.65
1.65 K	72.1	5.4	5.27

Drive 2.5 V

	$f_0 (Hz)$	fwhm (Hz)	$A (\cdot 10^{-6} V_{rms})$
1.39 K	68.97	1.65	4.82
1.65 K	71.93	3.45	5.31

### Drive 2.5 V

	$f_0$ (Hz)	fwhm (Hz)	$A(\cdot 10^{-6}V_{rms})$
1.39 K	68.46	1.46	2.8
1.65 K	71.99	3.19	2.57

V následující tabulce uvádíme rychlosti druhého zvuku pro příslušné měřené teploty/tlaky nasycených par:

T (K)	T (K)	$v_{ss}$ ( $ms^{-1}$ )
1.65	1.65	20.37
1.39	1.39	19.50
1.27	1.27	18.86

Z naměřené teplotní závislosti rezonanční frekvence můžeme potvrdit, že opravdu budíme pík druhého zvuku, viz. porovnání relativní změny frekvence s relativní změnou rychlosti druhého zvuku:

$T_1 : T_2$	$c(T_1) / c(T_2)$	1.0 V	2.0 v	2.5 v	3.0 v
1.65 K : 1.39 K	1.05	1.05	1.07	1.04	1.05
1.65 K : 1.27 K	1.08	-	1.09	-	-

## 2.6 Závěr experimentu

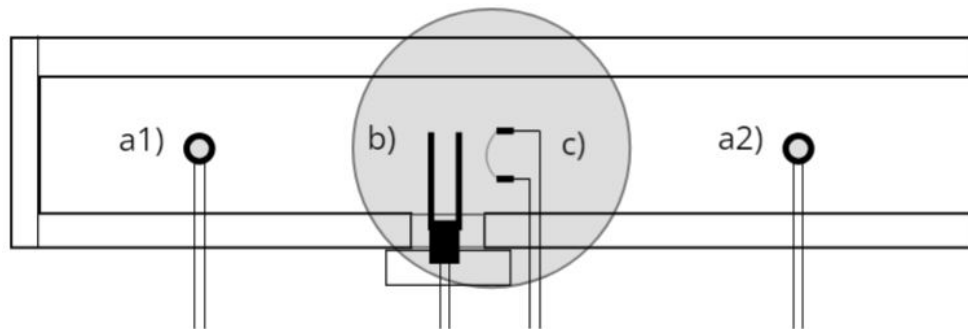
V sestavené experimentální aparatuře jsme byli schopni naměřit rezonanci podélného druhého zvuku. Podle teoretických výpočtů by současná konfigurace experimentu měla být postačující pro generaci kvantované turbulence. Ta ovšem v experimentu pozorována nebyla. Hodnoty rezonančních frekvencí naměřených píků druhého zvuku s aparaturou B neodpovídají očekávané hodnotě, určené z délky kanálu a rychlosti druhého zvuku o dané frekvenci. Vše nasvědčuje tomu, že problém zřejmě spočívá v propustnosti superleaku. Použitý superleak propouští příliš velké množství normální složky, takže stojaté vlnění nevzniká pouze v kanále, ale zasahuje až po niobovou desku na konci vlnovce. To má za následek vznik turbulence už v oblasti vlnovce, případně uvnitř superleaku. Pro zdárný průběh experimentu by bylo potřeba vytvořit superleak nový. Výroba nového superleaku ovšem vzhledem k časové náročnosti nebyla proveditelná a případné opakování experimentu bude zvaženo, pokud se nový superleak podaří opatřit.

# 3. Využití NEMS k detekci nehomogenní turbulence

## 3.1 Úvod

Druhý prezentovaný experiment se zaměřuje na detekci kvantované turbulence využitím NEMS. Nano elektromechanické systémy (nano electro mechanical system), zkráceně NEMS, je třída systémů řádově nanometrových rozměrů, které pro zkoumání vlastností určitého jevu či systému využívá kombinaci svých mechanických a elektrických vlastností. V našem případě jde o tenký drátek, který jsme schopni pomocí elektrického napětí rozkmitat a následně ze změn oscilačních parametrů určit množství kvantovaných vírů v jeho nejbližším okolí. Narozdíl od často využívaných ladiček lze detektory v podobě vodivého vlákna (drátku) připravit v podstatně menších rozměrech a jde tak o potenciálně citlivější zařízení. Přesné vlastnosti a chování drátků v turbulentním proudění jsou v současné době stále ještě v procesu zkoumání, hlavním výsledkem tohoto experimentu by tak mělo být zjištění, nakolik je tento typ detektoru vhodný pro budoucí aplikace v experimentálním studiu kvantovaných vírů a kvantové turbulence obecně. V našem experimentu půjde konkrétně o detekci nehomogenní turbulence jejímž zdrojem je piezoelektrická ladička buzená dostatečně silným střídavým napětím.

## 3.2 Experimentální aparatura

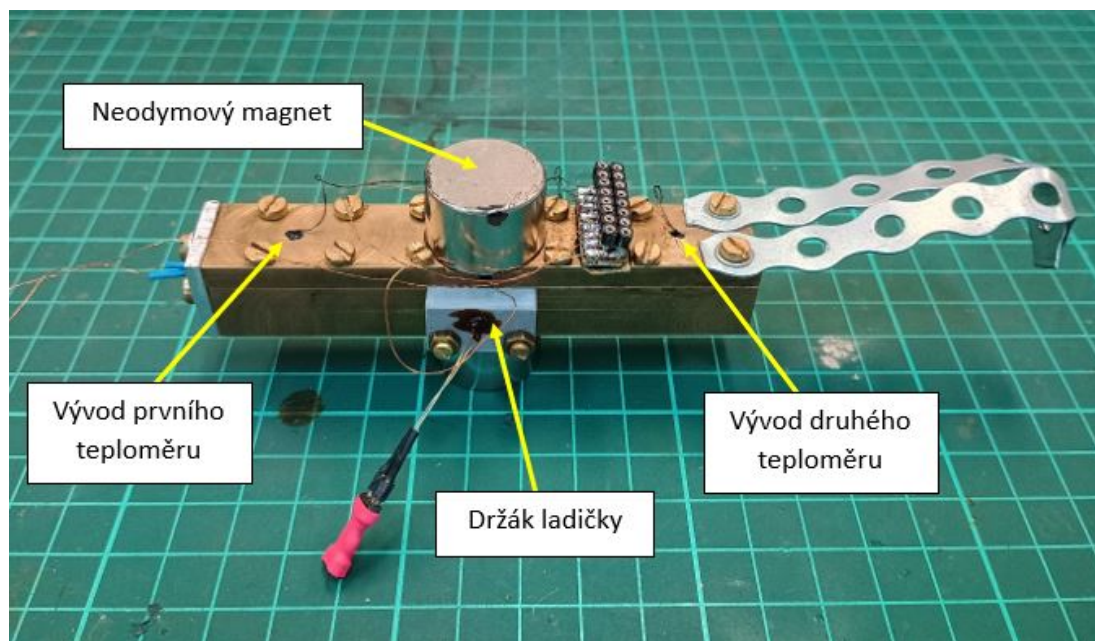


Obrázek 3.1: Schéma experimentální aparatury: a) Ge teploměry b) ladička, c) NEMS. Šedě vyznačený kruh znázorňuje neodymový magnet připevněný z vnější strany polouzavřeného kanálu.

### 3.2.1 Kanál

Kanál obsahující NEMS i ladičku využívanou k buzení turbulence byl vyroben z mosazi. Jeho délka byla 10 cm a průřez  $4 \times 4$  mm. Drátek vyžívaný v experimentu byl umístěn uprostřed kanálu, tedy 5 cm od jeho konce. Ladička je usazena asi 1 mm od něj. Na dvou protilehlých stránkách kanálu je umístěna dvojice permanentních NdFeB magnetů. Podobně jako drátek se nacházely v polovině délky

kanálu a v experimentu zajišťovali konstatní homogenní pole potřebné pro pohyb drátku.



Obrázek 3.2: Foto experimentální sestavené aparatury. Drátek je umístěn v kanálu pod magnetem

### 3.2.2 Teploměry

V samotném experimentálním kanále byly zabudované dva germániové teploměry (stejný typ jaký byl použit v prvním představeném experimentu, tedy vrstvička Ge na GaAs substrátu). Teploměry pro tento experiment nebyly klíčové, šlo spíše o kontrolní prvky. Experimentální kanál je ale uzpůsoben i pro generaci tepelně buzeného protiproudu, kde by teploměry hrály větší roli.

### 3.2.3 NEMS

Jako detektor turbulence byl v našem experimentu použit tenký NbTi drátek vyrobený na Lancaster University. Při výrobě byl původní NbTi drát v měděné matici protažen diamantovými čelistmi pro zmenšení průměru. Dalšími kroky přípravy bylo chemické odstranění izolace krátkého úseku původního drátu, odleptání mědi a následně precizní odřezávání jednotlivých filamentů původního NbTi drátu, dokud nezůstal jediný. Neupravené části drátu jsou výrazně odolnější než ošetřená část a po ohnutí do pravého úhlu tvoří dva sloupky (nohy drátku) mezi kterými je detekční vlákno napnuté. Tyto vývody byly nalepeny na milimetrový papír (stále viditelný na fotografii 3.3) aby byl vytvořen prvotní stabilní držák drátku. Milimetrový papír byl pomocí epoxidového lepidla Stycast 2850FT nalepen do připravené drážky v experimentálním kanále.

Výrobce uaděný průměr drátku je 560 nm. Zde se ovšem jedná o odhad provedený podle původních rozměrů drátu na základě poměru zmenšení při protažení čelistmi. Podle dodatečného pozorování pod optickým mikroskopem v naší laboratoři ale odhadujeme jeho skutečnou tloušťku okolo 2 mikronů. Pečlivější měření

elektronovým mikroskopem dosud nebylo z časových důvodů provedeno. Délka drátku je 1.5 mm.

Drátek je po celou dobu experimentu umístěn v homogenním magnetickém poli o velikosti 140 mT tvořeném párem permanentních neodýmových magnetů. Na drátek přivádíme skrze definovaný odpor  $R$  střídavé napětí  $U_{gen}$  z generátoru. Prochází jím tedy střídavý proud  $I = U_{gen}/R$ , který má stejnou frekvenci jako napětí zdroje. Na každý vodič v magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , kterým protéká proud o hustotě  $\mathbf{j}$ , působí magnetická síla (magnetická složka Lorentzovy síly) o prostorové hustotě:

$$\mathbf{f}_{mag} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (3.1)$$

Směr této síly je kolmý na procházející proud  $\mathbf{j}$  i směr magnetického pole  $\mathbf{B}$  a způsobí proto vychýlení drátku ve směru delší osy kanálu. Směr síly a tedy směr pohybu drátku se bude měnit opět s frekvencí přiváděného napětí. Na takto kmitajícím drátku se bude v souladu s Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce indukovat napětí  $U$ . Velikost indukovaného napětí je přímo úměrná rychlosti pohybu drátku  $v$ . Konkrétní závislost je dána vztahem

$$U = 0.523Bdv \quad (3.2)$$

kde  $d$  je vzdálenost nožiček (kusů neupravených drátů, mezi kterými je kmitající vlákno napnuto). Síla působící na drátek bude naopak úměrná proudu  $I$  procházejícím drátkem podle vztahu

$$F = 0.523BdI. \quad (3.3)$$

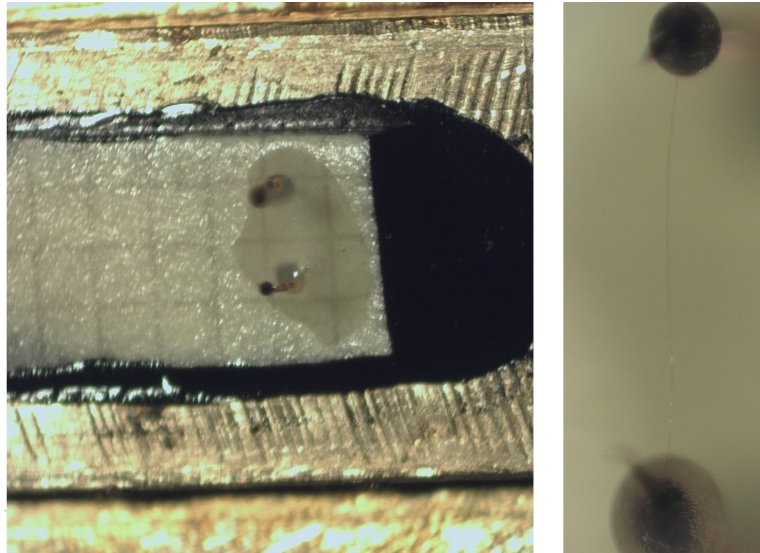
Prefaktor 0.523 byl vypočítaný dle geometrie základního rezonančního módu drátku kmitajícího v magnetickém poli a odpovídá projekci působící síly právě na tento mód.

### 3.2.4 Ladička

Zdrojem turbulence v tomto experimentu byla ladička z piezoelektrického křemene. Pohyb nohou ladičky byl buzený přiváděným střídavým napětím tak jak bylo popsáno v předchozích částech práce. Před měřením byla proměřena serie ladiček, ze kterých byla následně vybrána ladička <sup>1</sup>, jejíž rozměry ( $W$ ,  $D$ ,  $T$  a  $L$  v souladu s označením na obrázku 3.4) a naměřené rezonanční charakteristiky při kontrolním měření za pokojové teploty ve vzduchu (amplituda  $A$ , rezonanční frekvence  $f_0$ , šířka rezonančního píku  $\Delta f$  a faktor kvality  $Q$ , definovaný jako podíl  $f_0/\Delta f$ ) jsou níže.

---

<sup>1</sup>gme.cz, kód: 131-210



Obrázek 3.3: NEMS drátek využitý v experimentu focený pod mikroskopem. Na-  
levo drátek včetně držáku tvořeného milimetrovým papírem, který je pomocí  
epoxidového lepidla připevněn na mosazný kanál. Napravo přiblížený pohled na  
samotný drátek. Samotná viditelnost drátku pod optickým mikroskopem v bílém  
světle naznačuje velikost přesahující 1 mikron. Měřením rozměrů obrazu drátku  
v grafickém softwaru dostaneme minimální hodnotu 2 mikrony, která však může  
být zkreslená kvůli ohybovým jevům.

Rozměry ladičky GME-131-210  
využité v experimentu:

$$W = 0.335 \text{ mm}$$

$$D = 0.30 \text{ mm}$$

$$T = 0.59 \text{ mm}$$

$$L = 3.7 \text{ mm}$$

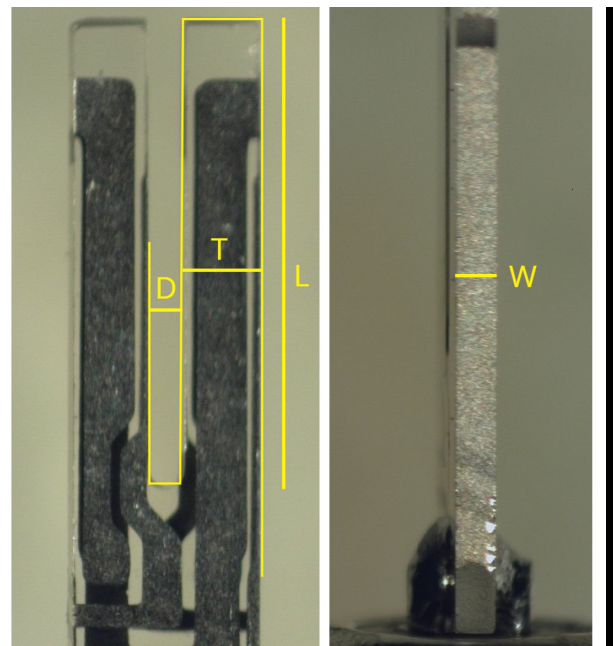
Rezonanční parametry ladičky  
při kontrolním měření za poko-  
jové teploty ve vzduchu:

$$f_0 = 32757.27 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = 2.43305 \text{ Hz}$$

$$A = 1.00488 \text{ mV}_{rms}$$

$$Q = 13463.5$$



Obrázek 3.4: Foto ladičky použité v experi-  
mentu

## 3.3 Výsledky měření

V průběhu experimentu byly prováděny tři typy systematických měření - měření pouze NEMS drátku, měření samotné ladičky a naposledy měření, při kterém byla ladička i drátek buzeny současně. Jednotlivá měření a jejich výsledky postupně rozebereme v následujících podkapitolách. Všechna měření byla prováděna v teplotním rozsahu od 1.29 K po 2.17 K.

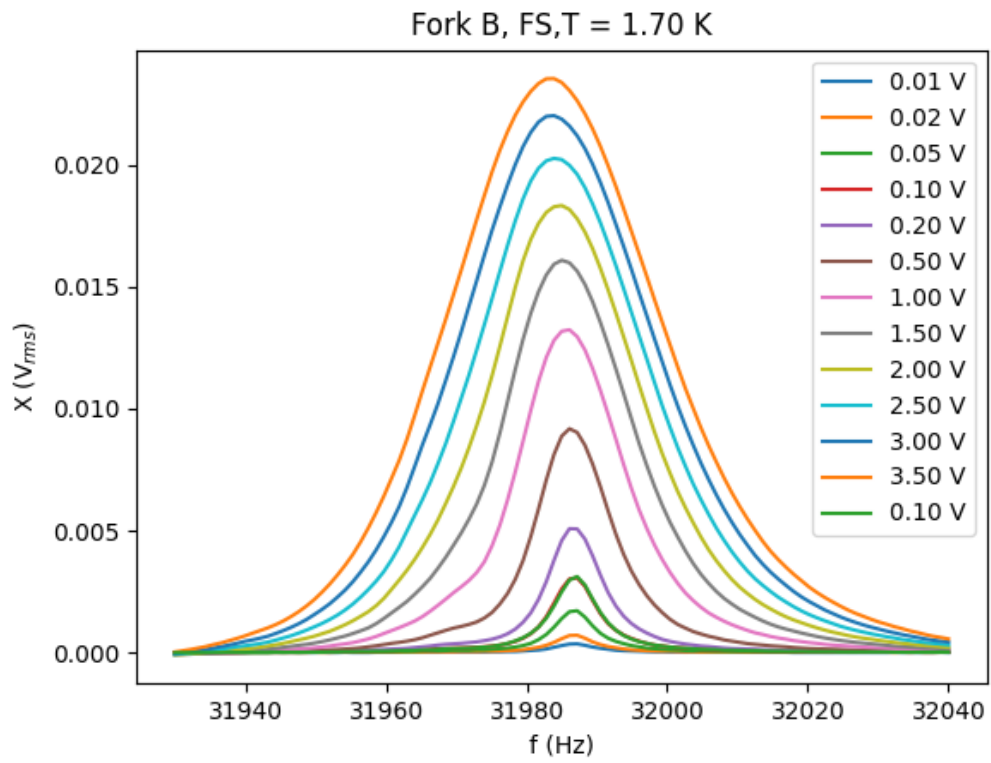
Pro lépe měřitelný signál byl NEMS drátek měřen se zapojeným zesilovačem, nastaveným na 100-násobné zesílení, s low-pass filtrem nastaveným na 30 kHz. V budící větvi obvodu byl zapojen také rezistor s hodnotou 100 k $\Omega$ . Při měření ladičky byl také využit zesilovač, který zvětšoval budící napětí z generátoru 10krát. Rezistor zapojený v detekční větvi obvodu s ladičkou měl hodnotu 987  $\Omega$ .

### 3.3.1 Závislost rezonátorů na budícím napětí/proudu

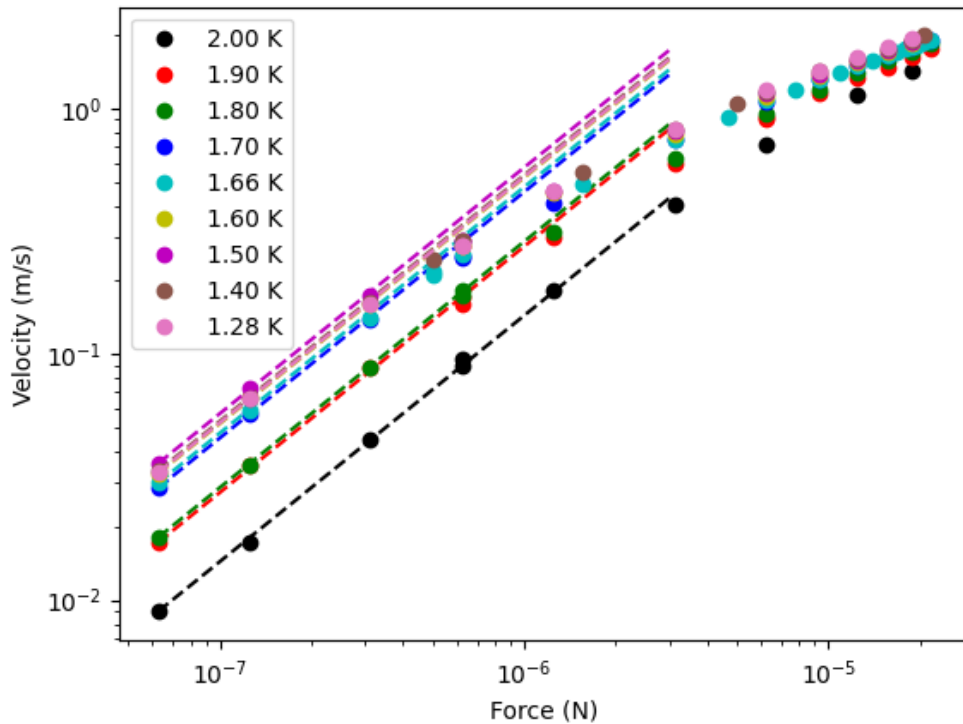
Na každé teplotě jsme pro NEMS i ladičku nejprve našli polohu jejich rezonančního píku (jejich rezonanční frekvenci). Poté jsme zvláště pro oba rezonátory provedli sadu měření, při kterých se při konstatním budícím napětí/proudu měřila amplitudová odezva rezonátoru v závislosti na frekvenci (dále f-sweep). Pro drátek byla provedena i měření při konstatní frekvenci (téměř přesně na rezonanci) a proměnné amplitudě buzení (dále amp-sweep).

Při měření s ladičkou jsme postupně zvyšovali napětí u f-sweepů od 0.01 V až po napětí, u kterého jsme začali pozorovat kavitaci (tato data již byla vyřazena). Naměřené závislosti pro teplotu 1.70 K jsou vyneseny v grafu 3.7. Z grafu je patrné, že od určité úrovně buzení dochází k deformaci a rozšíření lorentzovského píku svědčící o přechodu do turbulence. Výsledná závislost amplitudy píků na budícím napětí pro všechny měřené teploty jsou dále v grafu 3.6. Kritická rychlost přechodu do turbulence je zde viditelná jako odklon od ideální lineární závislosti.



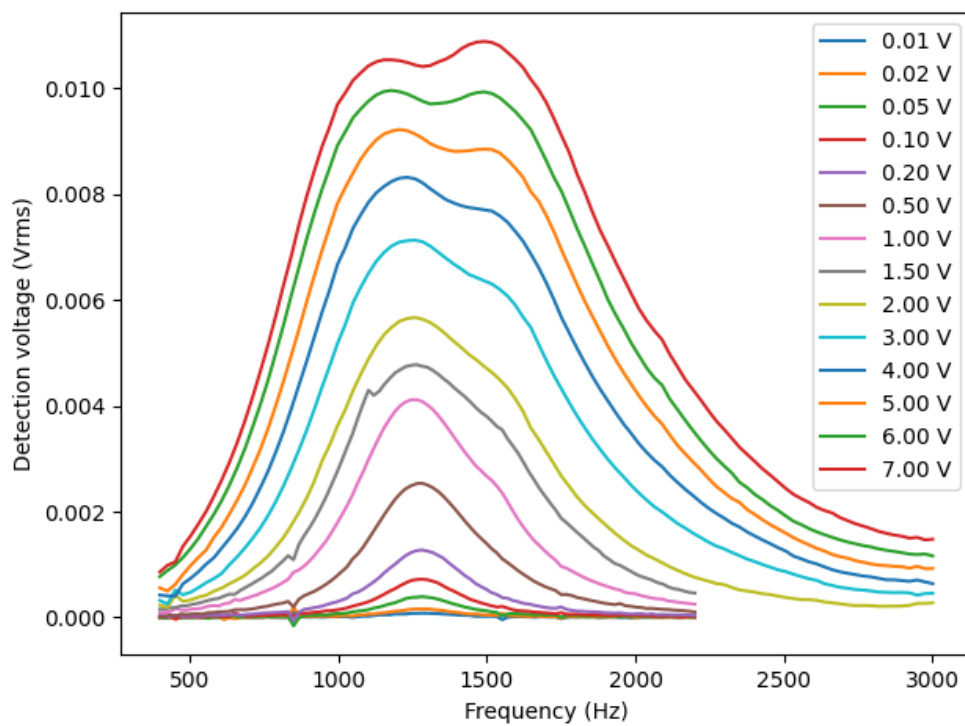


Obrázek 3.5: Spektrum f-sweep měřených na křemenné ladičce provedených na teplotě 1.7 K. S rostoucím napětím vidíme očekávaný nárůst amplitudy a rozšíření pološířky rezonančních píků.

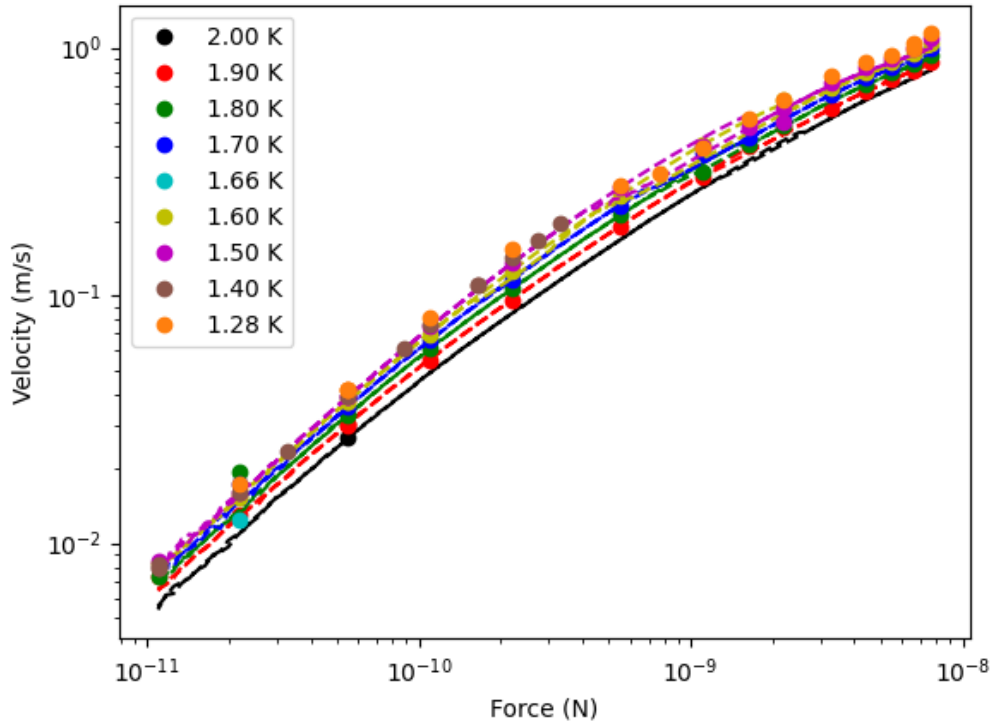


Obrázek 3.6: Vynesená závislost rychlosti pohybu nohou ladičky na budící síle. Rychlost byla vypočítána z amplitudy napětového signálu měřeného, budící síla je dopočítána z budícího napětí. V grafu je jasně patrný odklon měřené série od přerušovaně naznačené lineární závislosti, spojený s přechodem do turbulentního režimu.

Obdobná měření byla provedena i s drátkem, výsledky jsou uvedeny v grafech 3.5 a 3.8. V prvním z nich je patrné, že s narůstajícím budícím proudem se objevuje druhý rezonanční pík na vyšší frekvenci, posunutý o cca 300 Hz. Tento pík souvisí s módem vibrací drátku ve směru přiloženého magnetického pole. Za normálních okolností by tento mód nebyl buzen, ale při záchytu kvanta cirkulace na samotný drátek dochází k dodatečné interakci cirkulace s prouděním supratekuté složky a vzniká Magnusova síla působící právě ve směru kolmo na pohyb drátku. Její vliv způsobí jednak buzení vibračního módu ve směru magnetického pole, ale také přímo posun rezonanční frekvence, jako tomu bylo již v experimentech W.F. Vinena [Vinen (1958)]. Tento frekvenční posun by v našem případě odpovídal cca 100 Hz (dle vzorce v citovaném článku), je tedy zřejmé, že vlastní rezonanční frekvence tohoto módu je již odštěpena sama o sobě. To bude pravděpodobně způsobeno geometrií drátku v místě, kde se ohybem odpojuje ze silnějšího svazku.



Obrázek 3.7: Spektrum f-sweep měření na NbTi nanodrátku ladičce provedených na teplotě 1.7 K. při budícím proudu odpovídajícím napětí 1 V na generátoru (a vyšší) můžeme pozorovat vznikající sekundární pík popisovaný a vysvětlovaný v textu.



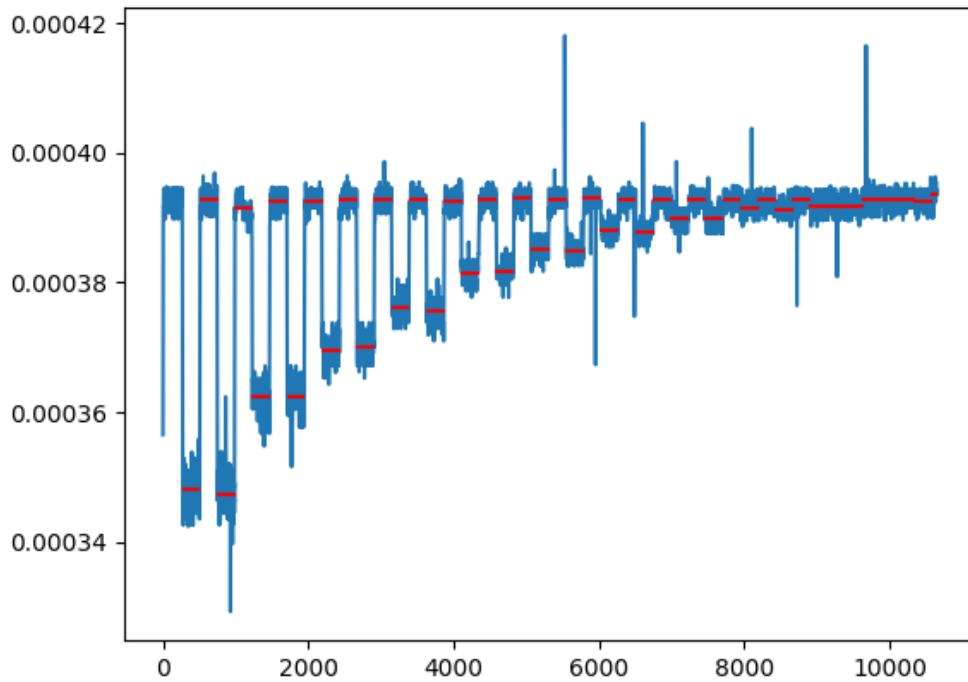
Obrázek 3.8: Vynesená závislost rychlosti pohybu nohou ladičky na budící síle. Rychlost byla vypočítána z amplitudy napětového signálu měřeného na NEMS sítku, budící síla je dopočítána z budícího proudu. Přerušovaná čára je výsledek měření s konstantní frekvencí a postupně zvyšovaným budícím proudem (amp-sweep). Opět si můžeme všimnout lehkého odbočení od počáteční lineární závislosti, které však není zdaleka tak patrné jako u měření ladičky.

### 3.3.2 Společné měření drátku a ladičky

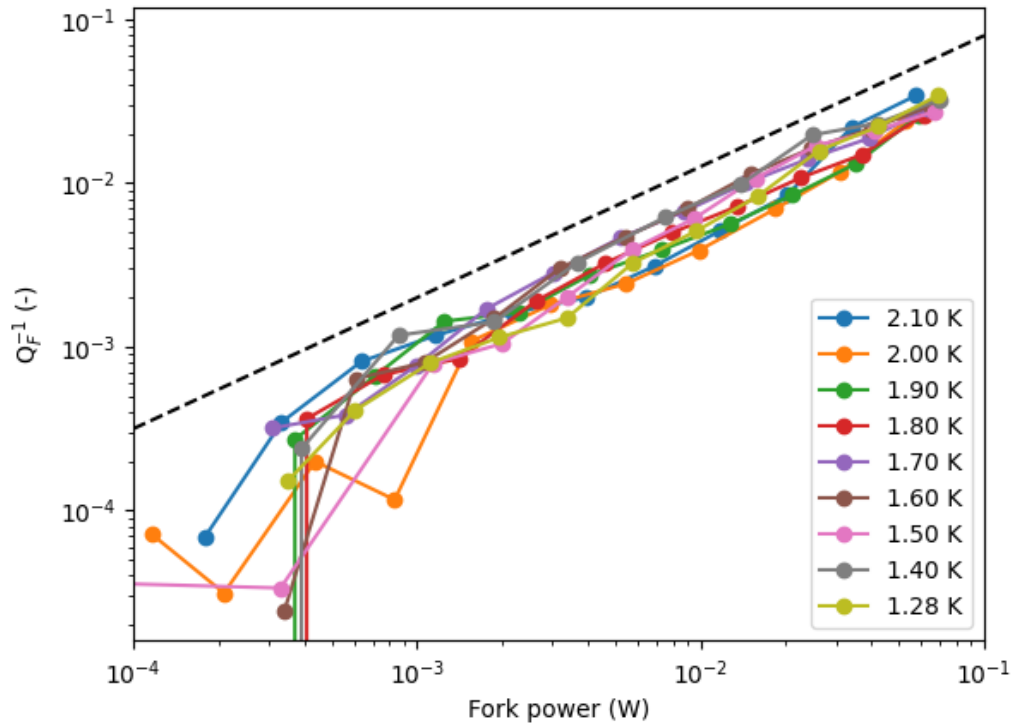
Po proměření charakteristik obou rezonátorů byla nastavena amplituda budícího proudu drátku tak, aby byl bezpečně pod hranicí přechodu k turbulenci. Po spuštění měření na konstantní frekvenci a amplitudě bylo střídavě zapínáno a vypínáno budící napětí ladičky na předem definovaných úrovních. Po každém zapnutí ladičky byl v signálu drátku patrný pokles, jak je vidět v časovém záznamu v grafu 3.9, kde je zobrazena jedna takováto série měření. Na základě úrovní odezvy drátku odečtených v takovémto grafu byl spočten inverzní faktor kvality  $Q^{-1}$ , bezrozměrná veličina popisující dodatečné tlumení dané působením ladičky

$$Q^{-1} = \frac{\Delta f}{f_0} \left( \frac{A_0}{A} - 1 \right), \quad (3.4)$$

kde  $A_0$  je amplituda drátku s nečinnou ladičkou,  $A$  se buzenou ladičkou,  $\Delta f$  je rezonanční šířka drátku a  $f_0$  rezonanční frekvence.  $Q^{-1}$  zároveň popisuje ztráty energie za jednu periodu oscilací vztažené na celkovou energii uloženou v kmitech rezonátoru. Závislost inverzního faktoru kvality na výkonu přivedeném do ladičky je zobrazena v grafu 3.10. Vztah mezi těmito veličinami odpovídá mocninné závislosti s exponentem 0.8 (pomocná čára v grafu). Pokud bychom vznášeli  $Q^{-1}$  proti rychlosti, se kterou ladička kmitá, dostali bychom exponent přibližně 2.5.



Obrázek 3.9: Napěťový signál nanodrátku naměřený během experimentu s oběma rezonátory současně. Pokles signálu odpovídá intervalům, kdy bylo na ladičku přiváděno budící napětí, čímž došlo k jejímu rozhýbání a generaci turbulence. Časové intervaly s téměř konstantní hodnotou signálu (kolem 0.000395 V) odpovídají momentům, kdy byla ladička v klidu. Červeně zvýrazněné úseky jsou vystředované hodnoty pro jednotlivé "schody". Tyto vystředované hodnoty byly následně použity pro výpočet inverzního faktoru kvality.



Obrázek 3.10: Inverzní faktor kvality v závislosti výkonu pouštěné ladičky. Černá přerušovaná čára odpovídá mocninné závislosti o exponentu 2.5.

Pro tuto hodnotu exponentu neexistuje ve známé teorii jasné vysvětlení. Nícméně je známo, že v souhlasném proudění obou složek experimentálním kanálem je hustota kvantovaných vírů  $L$  úměrná rychlosti  $U$  jako  $L \propto U^{3/2}$ . Pokud bychom uvažovali advekci kvantovaných vírů s rychlostí proudění vyvolaného ladičkou, byla by četnost interakcí mezi drátkem a kvantovanými víry úměrná právě  $U^{5/2}$ . Přestože nemůžeme s jistotou tvrdit, že toto vysvětlení je správné, nabízí se jako model k ověření v dalších podobných experimentech.

Další mechanismus vzniku kvantové turbulence může souviset i s celkovým výkonem ladičky deponovaným v proudění hélia. Kinetická energie ladičky se nejprve přeměňuje na (kinetickou) energii proudění (přímý ohřev hélia ladičkou je zanedbatelný [Landau a Lifshitz (1987)]), poté ji však disipativní procesy jako vnitřní tření a viskozita normální složky přemění na teplo. Tento tepelný příkon vyvolá sekundární proudění – tepelný protiproud – mezi oblastí, kde se turbulentní proudění rozpadá a mezi otevřeným koncem kanálu, tedy lázní hélia. Rychlost protiproudu  $v_{ns}$  lze pro maximální výkon v grafu 3.10 odhadnout pro nejnižší teplotu dle vztahu (1.20) jako cca 30 cm/s. Otázkou zůstává, jak rozlehlá je oblast rozpadu turbulence, a tedy zda toto dodatečné proudění cítí i drátek. Data v grafu 3.10 ovšem nasvědčují tomu, že tento tepelný protiproud není dominantním efektem, jelikož jeho rychlost  $v_{ns}$  by pro daný výkon ladičky byla silně teplotně závislá, kdežto v grafu pozorujeme, že se data ze všech měřených teplot velmi dobře shodují.

### 3.4 Závěr experimentu

Dvojici rezonátorů – křemenné ladičky a NbTi nanodrátku – jsme proměřili jejich rezonanční charakteristiky na velké škále teplot a pro širokou oblast budících napětí/proudů. U obou rezonátorů jsme při dostatečně velkém buzení pozorovali přechod z laminárního do turbulentního režimu, který se projevil změnou tvaru jejich rezonančních křivek. V případě ladičky šlo o očekávané rozšíření rezonančního píku. Rezonanční pík nanodrátku byl poměrně široký už v laminárním případě, s přechodem do turbulentního režimu jsme ovšem pozorovali objev sekundárního píku souvisejícího se záchytem kvantovaných vírů a změnou oscilačního chování drátku, jak je popsáno výše v textu. Při využití ladičky jako zdroje nehomogenní turbulence jsme ověřili, že nanodrátek má vlastnosti vhodné pro detekci kvantované turbulence a má potenciál stát se detektorem kvantovaných vírů využívaným v budoucích nízkoteplotních experimentech.

## 4. Závěr práce

V této práci jsme se věnovali celkem dvěma experimentům. Cílem prvního experimentu bylo navrhnout a sestavit experimentální aparaturu, ve které bychom byli schopni generovat kvantovou turbulenci mechanicky buzeným oscilačním protiproudem a následně tuto kvantovanou turbulenci detekovat. Pro potřeby experimentu byl vyroben epoxidový kanál, byla sestavena mechanická část aparatury skládající se z vlnovce a superleaku a byla také navinuta a otestována supravodivá cívka z NbTi drátu. Celkem byly také sestaveny dva páry čidel druhého zvuku, které měly v experimentu hrát roli detektorů kvantové turbulence. Ačkoli byla celá aparatura v průběhu měření několikrát optimalizována, abychom dosáhli co nejlepších výsledků, stále jsme nebyli schopni dosáhnout všech vytyčených cílů. Naměřená data poukazují na technický problém v podobě příliš propustného superleaku. Protože z časových důvodů nebylo možné obstarat nebo vyrobit superleak nový, musel být experiment ukončen. Přesto se nám podařilo v sestavené experimentální aparatuře prokazatelně generovat mechanicky buzený druhý zvuk, který by dle teoretických odhadů v případě fungujícího superleaku měl být postačující ke generaci kvantové turbulence.

V dalším experimentu byla pro generaci kvantové turbulence použita křemenná ladička. Jako detektor nehomogenní turbulence, kterou ladička při dostatečně velkém buzení ve svém okolí vytvářela, byl použit NbTi nanodrátek. U obou rezonátorů jsme na několika různých teplotách proměřili závislost jejich rezonančních parametrů na přiváděném budícím napětí/proudu, ve kterých jsme mohli pozorovat přechod obou rezonátorů z laminárního do turbulentního módu. Následně jsme provedli sadu experimentů, při kterých byla ladička buzena turbulentně a drátek naopak laminárně. Z těchto měření jsme byli schopni posoudit schopnost drátku detekovat kvantované víry. Drátek se při měření osvědčil jako spolehlivá sonda kvantované turbulence, jak jde vidět na závislostech vykreslených v experimentální části.



# Seznam použité literatury

- ANDRONIKASHVILI, E. L. (1948a). \*Temperaturnaya Zavisimost Normalnoi Plotnosti Geliya-II. *Zhur. Eksper. i Teor. Fiziki*, **18**(5), 424–428.
- ANDRONIKASHVILI, E. L. (1948b). \*Issledovanie Vyazkosti Normalnoi Komponenty Geliya-II. *Zhur. Eksper. i Teor. Fiziki*, **18**(5), 429–433.
- BARENGHI, C. F., SKRBK, L. a SREENIVASAN, K. R. (2014). Introduction to quantum turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **111** (supplement\_1), 4647–4652.
- BEWLEY, G. P., LATHROP, D. P. a SREENIVASAN, K. R. (2006). Superfluid helium - visualization of quantized vortices. *Nature*, **441**(7093), 588.
- BLAAUWGEERS, R., BLAŽKOVÁ, M., ČLOVEČKO, M., ELTSOV, V. B., DE GRAAF, R., HOSIO, J., KRUSIUS, M., SCHMORANZER, D., SCHOEPE, W., SKRBK, L., SKYBA, P., SOLNTSEV, R. E. a ZMEEV, D. E. (2007). Quartz tuning fork: Thermometer, pressure- and viscometer for helium liquids. *J. Low Temp. Phys.*, **146**(5-6), 537–562.
- BLAŽKOVÁ, M., SCHMORANZER, D., SKRBK, L. a VINEN, W. F. (2009). Generation of turbulence by vibrating forks and other structures in superfluid He-4. *Phys. Rev. B*, **79**(5).
- DONNELLY, R. a BARENGHI, C. (1998). The observed properties of liquid helium at the saturated vapor pressure. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **27**(6), 1217–1274.
- KOTSUBO, V. a SWIFT, G. W. (1989). Vortex turbulence generated by second sound in superfluid  $^4\text{He}$ . *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 2604–2607.
- KOTSUBO, V. a SWIFT, G. (1990). Generation of superfluid vortex turbulence by high-amplitude second sound in he4. *J. Low Temp. Phys.*, **78**(5-6), 351–373.
- LANDAU, L. D. a LIFSHITZ, E. M. (1987). *Hydrodynamics*. Pergamon Press, New York, 2nd ed. edition.
- MIDLIK, S., SCHMORANZER, D. a SKRBK, L. (2021). Transition to quantum turbulence in oscillatory thermal counterflow of  $^4\text{He}$ . *Phys. Rev. B*, **103**, 134516.
- MIDLIK, S., GOLENA, M., TALIR, M. a SCHMORANZER, D. (2023). Vibrating microwire resonators used as local probes of quantum turbulence in superfluid  $^4\text{He}$ . *J. Low Temp. Phys.*, **212**(5-6, SI), 168–184.
- SCHMORANZER, D., JACKSON, M. J., TSEPILIN, V., POOLE, M., WOODS, A. J., ČLOVEČKO, M. a SKRBK, L. (2016). Multiple critical velocities in oscillatory flow of superfluid  $^4\text{He}$  due to quartz tuning forks. *Phys. Rev. B*, **94**, 214503.

- SCHMORANZER, D., JACKSON, M. J., MIDLIK, I. C. V., SKYBA, M., BAHYL, J., SKOKÁNKOVÁ, T., TSEPELIN, V. a SKRBK, L. (2019). Dynamical similarity and instabilities in high-stokes-number oscillatory flows of superfluid helium. *Phys. Rev. B*, **99**, 054511.
- SKRBK, L., A KOL. (2011). *Fyzika Nízkých Teplot*. Matfyzpress, Praha.
- TSUBOTA, M. a HALPERIN, W. P., editors (2009). *Progress in Low Temperature Physics, Vol. XVI*. Elsevier B.V., Amsterdam.
- VARGA, E., JACKSON, M. J., SCHMORANZER, D. a SKRBK, L. (2019). The use of second sound in investigations of quantum turbulence in he ii. *J. Low Temp. Phys.*, **197**(3-4, SI), 130–148.
- VINEN, W. F. (1958). Detection of Single Quanta of Circulation in Rotating Helium-II. *Nature*, **181**(4622), 1524–1525.
- VINEN, W. F. (1961). Detection of Single Quanta of Circulation in Liquid Helium-II. *Proc. Royal Soc. London Series A-Math. Phys. Sciences*, **260**(130), 218.