

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Basic Properties of Multigrid Methods

**Autor:** Anna Marie Minarovičová

### Shrnutí obsahu práce

Práce pojednává o multigradní metodě, tedy o jedné speciální metodě ze třídy víceúrovňových metod. Multigradní metoda je zde použita pro řešení soustav lineárních rovnic vzniklých diskretizací Poissonovy rovnice. Pro diskretizaci je použita metoda konečných diferencí, jsou uvedeny přesné formule pro matici pro dimenze úloh 1,2 a 3. Jako zhlazovací metoda je použita vážená Jakobiova metoda. Dále je v práci uvedena a na numerických příkladech ilustrována motivace pro multigradní metodu. V hlavní části je názorně a pečlivě popsána multigradní metoda včetně maticového zápisu a vzorců pro vývoj chyby. Po uvedení pomocných vztahů (Lemma 1 a 2) a předpokladů je předveden důkaz konvergence (Theorem 3). V závěru práce jsou uvedeny výsledky numerických experimentů zkoumajících závislost rychlosti konvergence na počtu úrovní, na počtu relaxačních kroků, na pravé straně soustavy, apod. Součástí práce je vlastní implementace programů v Matlabu. Jejich kódy jsou vystavené na serveru github.com.

### Celkové hodnocení práce

**Téma práce.** Téma práce hodnotím jako náročnější. Pro jeho zpracování bylo nutné seznámit se s vlastnostmi Poissonovy rovnice, s jejím přibližným vyjádřením a zejména se detailně zabývat strategií multigradu a pomocí vlastních programů potvrdit konvergenční vlastnosti. Zadáání bylo zcela splněno.

**Vlastní příspěvek.** Vlastní příspěvek autorky je představení multigradní metody a důkazu její konvergence stručným a přesným způsobem na několika stranách s vlastním komentářem a motivací a s vlastním kódem a numerickými experimenty.

**Matematická úroveň.** Matematický jazyk práce je výborný. Práce je napsaná v angličtině a obsahuje korektně formulovaný matematický text. Způsob prezentace úvah a výsledků odpovídá standardnímu vědeckému textu. V práci jsem našla jen velmi málo překlepů nebo nepřesností.

**Práce se zdroji.** Zdroje jsou citovány správně. Je zřejmé, že autorka zvládá pracovat s odbornou literaturou.

**Formální úprava.** Formální úprava práce je vynikající. Práce je přehledně členěna. Značení je konzistentní.

### Připomínky a otázky

1. Ve vzorcích na stranách 11 a 12 je chyba řádově  $O(h^4)$ . Parametr  $\omega=4/5$  uvedený na straně 17 je optimální pouze, je-li vážená Jakobiova metoda použita jako zhlazovací metoda pro  $d=2$ . V posledních 5 řádcích na straně 36 již není faktor  $2^d$ ; celkově je v důkazu vhodnější pracovat jen s konstantou  $c$ .
2. Vztah (6.15) je jedním z předpokladů konvergence. Jaké hodnoty konstanty  $c$  lze u Poissonovy rovnice očekávat?
3. Je pravda, že ve dvouúrovňové metodě jakákoliv volba hrubé úlohy znamená vždy zrychlení konvergence (oproti iterační metodě bez hrubého kroku)?

### Závěr

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

*Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.*

Jméno oponenta: Ivana Pultarová

podpis:

Pracoviště: Katedra matematiky, Fakulta stavební ČVUT

Datum: 27.5.2024