

**Dotazník 1 – pilotní dotazník pro pedagogickou veřejnost  
(učitele matematiky)**

**Otázka 1: Na jakém typu střední školy vyučujete?\***

- a) Gymnázium
- b) Střední odborná škola
- c) Střední odborné učiliště

**Otázka 2: Jaká je délka Vaší pedagogické praxe?\***

- a) do 2 let
- b) do 6 let
- c) do 12 let
- d) do 19 let
- e) do 27 let
- f) do 32 let
- g) nad 32 let

**Otázka 3: Jaké je Vaše nejvyšší dosažené vzdělání?\***

- a) VŠ – bakalářské
- b) VŠ – magisterské (Mgr.)
- c) VŠ – magisterské (Ing.)
- d) VŠ – doktorské
- e) VŠ – jiný titul

**Otázka 4: Vyučujete nebo jste vyučoval(a) geometrii?\***

- a) Ano
- b) Ne

**Otázka 5: Vyberte, do jaké míry souhlasíte s následujícím tvrzením: „Vzdělávací obsah geometrie je problematický“.\***

- a) naprosto souhlasím
- b) spíše souhlasím
- c) spíše nesouhlasím
- d) naprosto nesouhlasím

**Otázka 6: Z nabízených možností vyberte učivo, které považujete v geometrii za nejvíce problematické.\***

- a) geometrie v rovině
- b) geometrie v prostoru
- c) trigonometrie
- d) analytická geometrie v rovině

**Otázka 7: Stručně vysvětlete volbu své odpovědi z předchozí otázky.\***

**Otázka 8: Z nabízených možností vyberte z každé kategorie nejvíce problematické téma/témata.\***

Kategorie A: geometrie v rovině

- a) Klasifikace rovinných tvarů
- b) Obvody a obsahy
- c) Shodnost a podobnost trojúhelníků
- d) Pythagorova věta a Euklidovy věty
- e) Množiny bodů dané vlastnosti
- f) Úhly v kružnici
- g) Shodná zobrazení
- h) Stejnolehlost
- i) Konstrukční úlohy

Kategorie B: geometrie v prostoru

- a) Polohové a metrická vlastnosti
- b) Základní tělesa
- c) Povrchy a objemy
- d) Volné rovnoběžné promítání

Kategorie C: trigonometrie

- a) Sinová a kosinová věta
- b) Trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku

Kategorie D: analytická geometrie v rovině

- a) Vektory a operace s nimi

- b) Analytické vyjádření přímky v rovině
- c) Kuželosečky

**Otázka 9: Ocenil(a) byste, kdyby existovala sada gradovaných úloh, jejímž účelem by bylo zvýšení porozumění Vámi vybraného učiva?\***

- a) Ano
- b) Ne

**Otázka 10: Zde je prostor pro Vaše dotazy a připomínky a v případě zájmu o spolupráci na pilotáži gradovaných úloh zde můžete zanechat e-mailový kontakt.**

## **Dotazník 2 – pro učitele participující na ověřování sady gradovaných úloh**

**Otázka 1: V jakých ročnících vyučujete téma „konstrukční úlohy“?\***

- a) 1. ročník
- b) 2. ročník
- c) 3. ročník
- d) 4. ročník

**Otázka 2: Připravenou sadu planimetrických konstrukčních úloh oceníte zaměřenou na metodu ...\***

- a) Množin všech bodů dané vlastnosti
- b) Geometrických zobrazení v rovině
- c) Na základě výpočtu

**Otázka 3: V následující části dotazníku budete z nabízených možností vybírat z každé kategorie takové možnosti, které ve své výuce využíváte při řešení konstrukčních úloh.\***

Kategorie A: pro množiny všech bodů dané vlastnosti

- a) m. v. b., které mají od daného bodu S danou vzdálenost r;
- b) m. v. b., které mají od dané přímky p danou vzdálenost r;
- c) m. v. b., které mají stejnou vzdálenost od dvou daných bodů A, B;
- d) m. v. b., které mají stejnou vzdálenost od dvou daných rovnoběžek p;
- e) m. v. b., které mají stejnou vzdálenost od dvou daných různoběžek a, b;
- f) m. v. b., které jsou vrcholy úhlů shodných s daným konvexním úhlem velikosti  $\alpha$ ;
- g) m. v. vrcholů pravých úhlů, jejichž ramena procházejí dvěma danými body A, B;
- h) m. v. středů kružnic, které se dotýkají dané přímky p v jejím daném bodě T;
- i) m. v. středů kružnic, které se dotýkají dané kružnice  $k(S,r)$  v bodě T;
- j) m. v. středů všech shodných tětiv (velikosti  $t < 2r$ ) dané kružnice  $k(S,r)$ ;
- k) m. v. středů tětiv kružnice  $k(S,r)$ , které mají společný jeden krajní bod A;
- l) m. v. středů všech kružnic, které se dotýkají dvou daných soustředných kružnic, zatímco s menší mají vnější dotyk a s větší mají vnější dotyk;
- m) m. v. středů kružnic, které mají daný poloměr m a mají s danou kružnicí  $k(S,r)$  dotyk.

Kategorie B: pro geometrická zobrazení v rovině

- a) posunutí
- b) otočení
- c) středová souměrnost
- d) osová souměrnost
- e) posunutá souměrnost
- f) stejnolehlost

Kategorie C: pro metodu konstrukce na základě výpočtu

- a) sčítání a odčítání
- b) násobení a dělení
- c) odmocňování

**Otázka 4: Zde je prostor pro Vaše dotazy a připomínky.**

### **Dotazník 3a – evaluační dotazník pro žáky před implementací úloh**

**Otázka 1:** Představ si kamaráda, kterému geometrie vůbec nejde a který tě požádá o vysvětlení několika pojmů. Upřímně se zamysli a z následujících možností vyber pro každou kategorii tu, která nejvíc odpovídá pravdě.

#### Kategorie A: Kružnice

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od daného bodu, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice, i když není zadán střed nebo poloměr, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od daného bodu, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití kružnic a posoudit nejefektivnější metodu k sestrojení kružnice nebo jejího využití.

#### Kategorie B: Osa úsečky

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou daných různých bodů, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky, i když je zadána jen dvěma body, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdáleny od dvou daných různých bodů, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití osy úsečky a posoudit nejefektivnější metodu k sestrojení osy úsečky nebo jejího využití.

Kategorie C: Rovnoběžka

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka, vysvětlit, že v páru jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dané přímky, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka, vysvětlit, že v páru jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dané přímky, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití rovnoběžky a posoudit nejefektivnější metodu sestrojení rovnoběžky nebo jejího využití.

Kategorie D: Osa úhlu

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu, vysvětlit, že v páru kolmic jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou různoběžných přímek, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu, včetně úhlů konkávních, vysvětlit, že v páru kolmic jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou různoběžných přímek, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití osy úhlu a posoudit nejefektivnější metodu sestrojení osy úhlu nebo jejího využití.

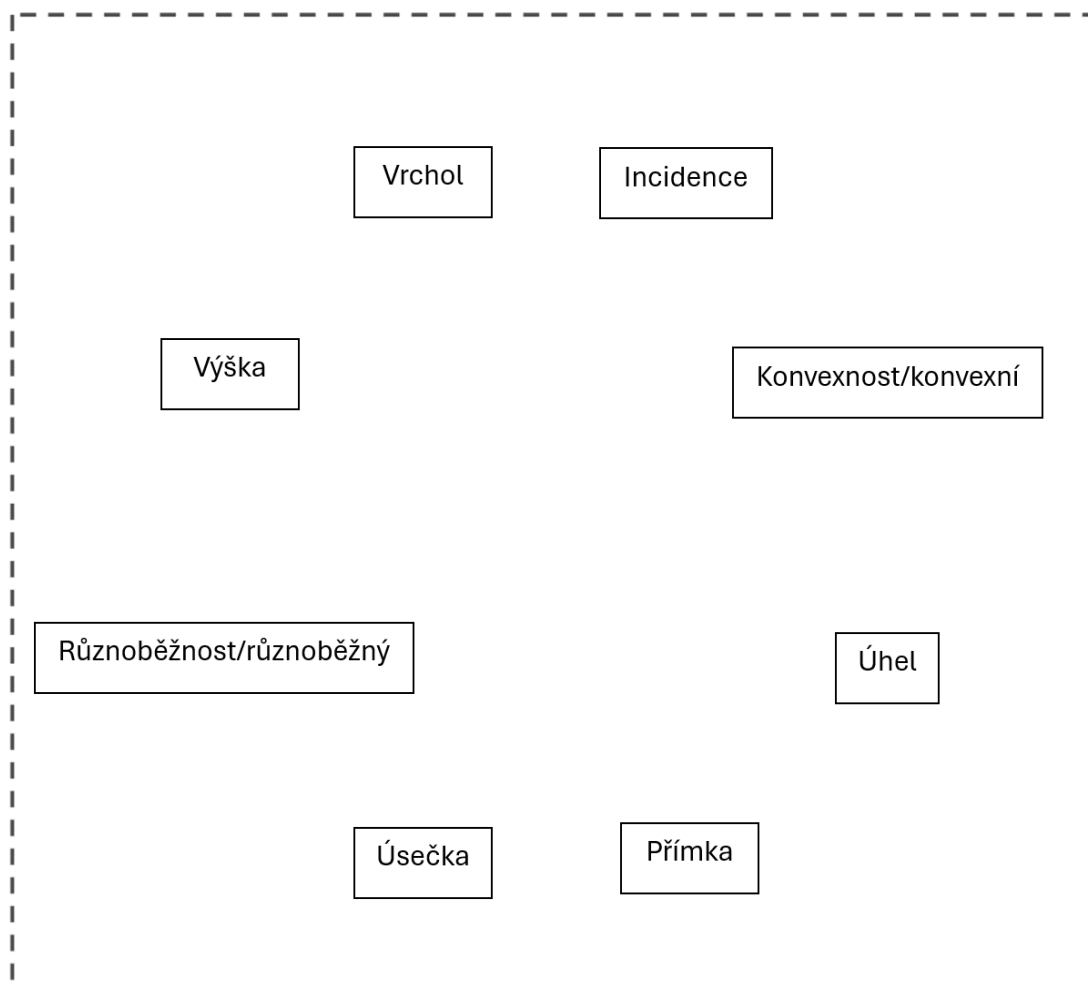
Kategorie E: Thaletova kružnice

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.

Příloha 3 – Dotazník 3a

- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, ze kterých shlížíme na danou úsečku pod pravým úhlem, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice pro danou úsečku, která je jejím průměrem, vysvětlit, že jde o speciální případ množiny všech bodů v rovině, ze kterých shlížíme na danou úsečku pod daným úhlem, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití Thaletovy kružnice a posoudit nejefektivnější metodu sestavení Thaletovy kružnice nebo jejího využití.

**Otázka 2:** Pokud tě napadne nějaký přímý geometrický vztah mezi libovolnými dvěma pojmy z obrázku níže, spoj je čarou a tu výstižně pojmenuj zamýšleným vztahem. Nakonec uveď počet čar, které jsi udělal(a).



Uveď počet čar, které jsi udělal(a): \_\_\_\_\_



### **Dotazník 3b – evaluační dotazník pro žáky po implementaci úloh**

**Otázka 1:** Představ si kamaráda, kterému geometrie vůbec nejde a který tě požádá o vysvětlení několika pojmů. Upřímně se zamysli a z následujících možností vyber pro každou kategorii tu, která nejvíc odpovídá pravdě.

#### Kategorie A: Kružnice

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od daného bodu, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá kružnice, i když není zadán střed nebo poloměr, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od daného bodu, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití kružnic a posoudit nejefektivnější metodu k sestrojení kružnice nebo jejího využití.

#### Kategorie B: Osa úsečky

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou daných různých bodů, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úsečky, i když je zadána jen dvěma body, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdáleny od dvou daných různých bodů, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití osy úsečky a posoudit nejefektivnější metodu k sestrojení osy úsečky nebo jejího využití.

Kategorie C: Rovnoběžka

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka, vysvětlit, že v páru jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dané přímky, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá rovnoběžka, vysvětlit, že v páru jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dané přímky, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití rovnoběžky a posoudit nejefektivnější metodu sestrojení rovnoběžky nebo jejího využití.

Kategorie D: Osa úhlu

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.
- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu, vysvětlit, že v páru kolmic jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou různoběžných přímek, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá osa úhlu, včetně úhlů konkávních, vysvětlit, že v páru kolmic jde o množinu všech bodů v rovině, které jsou stejně vzdálené od dvou různoběžných přímek, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití osy úhlu a posoudit nejefektivnější metodu sestrojení osy úhlu nebo jejího využití.

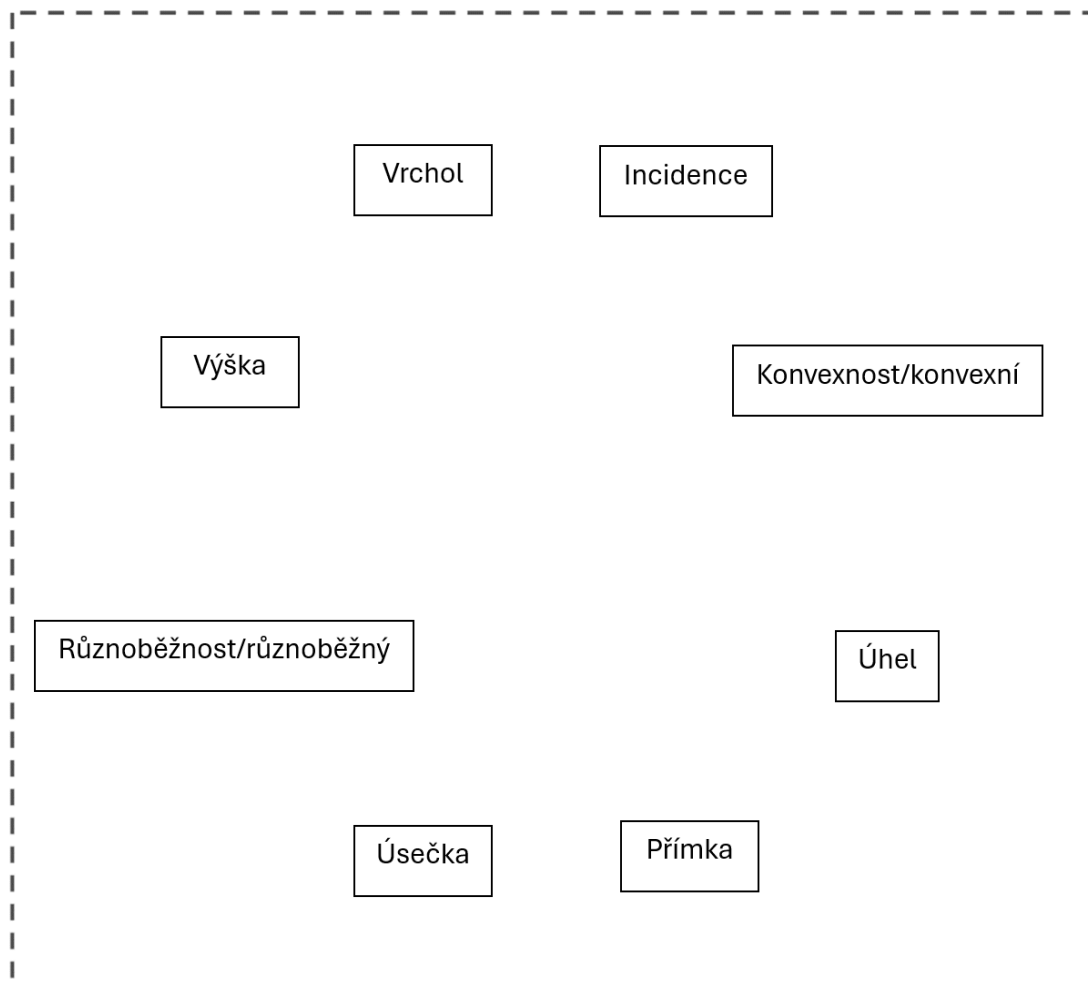
Kategorie E: Thaletova kružnice

- a) Nevládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice.
- b) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice.
- c) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice a uvést alespoň dva příklady, ve kterých se její konstrukce využije.

Příloha 4 – Dotazník 3b

- d) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice, vysvětlit, že jde o množinu všech bodů v rovině, ze kterých shlížíme na danou úsečku pod pravým úhlem, a uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije.
- e) Zvládl(a) bych kamarádovi ukázat, jak se dělá Thaletova kružnice pro danou úsečku, která je jejím průměrem, vysvětlit, že jde o speciální případ množiny všech bodů v rovině, ze kterých shlížíme na danou úsečku pod daným úhlem, uvést obecný typ příkladů, ve kterých se její konstrukce využije, uvést zvláštní případy využití Thaletovy kružnice a posoudit nejefektivnější metodu sestavení Thaletovy kružnice nebo jejího využití.

**Otázka 2:** Pokud tě napadne nějaký přímý geometrický vztah mezi libovolnými dvěma pojmy z obrázku níže, spoj je čarou a tu výstižně pojmenuj zamýšleným vztahem. Nakonec uveď počet čar, které jsi udělal(a).



Uveď počet čar, které jsi udělal(a): \_\_\_\_\_

**Otázka 3:** Odpověz na níže uvedené otázky zadáním čísla úlohy.

- a) Která úloha z těch, které jsi řešil(a), ti připadala nejtěžší? Stručně vysvětli proč.
- b) Která úloha z těch, které jsi řešil(a), ti připadala nejlehčí? Stručně vysvětli proč.
- c) Která úloha z těch, které jsi řešil(a), se ti nejvíce líbila? Stručně vysvětli proč.
- d) Která úloha z těch, které jsi řešil(a), se ti nejméně líbila? Stručně vysvětli proč.
- e) Kolik úloh jsi zvládl(a) vyřešit?

## Dotazník 4 – evaluační arch pro pedagogy

**Otázka 1:** Připomínkujte, prosím, jednotlivé úlohy. Každou z nich také oznámkuje (tradičně 1-5)\*

Úvodní část sady úloh:

Úloha 1:

Úloha 2:

Úloha 3:

Úloha 4:

Úloha 5:

Úloha 6:

Úloha 7:

Úloha 8:

Závěrečná část sady úloh:

**Otázka 2:** Prosím, ohodnoťte celou sadu známkou (tradičně 1-5) dle následujících kritérií, a přidejte slovní komentář odůvodňující vybranou známku.\*

Grafická zpracování: \_\_\_\_\_

Časová náročnost: \_\_\_\_\_

Vhodnost obsahu (úroveň odbornosti a náročnost): \_\_\_\_\_

Srozumitelnost zadání (volba komunikace, návaznost úloh): \_\_\_\_\_

Srozumitelnost metodiky: \_\_\_\_\_

Celkové zhodnocení: \_\_\_\_\_

Slovní zhodnocení:

## Metodika pro implementaci sady gradovaných konstrukčních úloh do výuky

Vážená paní učitelko, vážený pane učiteli,

před sebou máte podpůrný materiál (metodiku) k zařazení sady gradovaných konstrukčních úloh do své výuky. Sada úloh je vytvořena v rámci diplomové práce. V rámci této metodiky Vám budou představeny základní informace o celé sadě, technické parametry sady a způsoby, jakými se sadou pracovat tak, aby plnila účel, pro který byla vytvořena. V závěru také naleznete stručný rozbor jednotlivých úloh a jejich modelové řešení vytvořené skrze webovou aplikaci GeoGebra.

Doufám, že jak tato metodika, tak samotná sada úloh budou pro Vaši výuku přínosem a naplní zamýšlené cíle.

### Základní informace o sadě úloh

Sada gradovaných konstrukčních úloh je určena pro žáky středních škol, konkrétně pro žáky gymnázií, kteří se aktuálně vzdělávají v oblasti konstrukční geometrie (typicky v prvním až druhém ročníku čtyřletého oboru).

Sada obsahuje celkem 8 úloh, které na sebe vzájemně navazují a postupně gradují v obtížnosti. Žáci si během práce s úlohami připomenou řešení elementárních konstrukčních úloh ze základní školy, a to metodou množin bodů dané vlastnosti (dále m. b. d. v.). Pro navýšení možností diferenciací úloh obsahuje každá úloha *nápovědu a výzvu* (více viz dále).

Cílem sady úloh je zvýšit porozumění žáků v oblasti konstrukční geometrie, a to zejména skrze již zmíněnou gradaci. Na základě postupného zvyšování obtížnosti a postupného skládání více jednoduchých kroků dohromady, kterými žáci vytvoří v konečném důsledku poměrně komplexní rys, může u některých žáků dojít k prozření a uvědomění si, že každý komplexní úkol se skládá z konečného počtu základních kroků. Na základě toho pak lze předpokládat navýšení porozumění žáků v této oblasti.

Sada je vytvořena s předpokladem již existujících (základních) prekonceptů žáků o tématech konstrukční geometrie. Při procházení jednotlivými úlohami se žáci setkají nejprve

s jednoduchými konstrukcemi, jako je sestavení rovnostranného trojúhelníku, a postupně se propracují ke konstrukcím složitější, např. ke konstrukci deltoidu (více viz dále). I přesto, že se jednotlivé úlohy mohou zdát banální, jsou za sebou řazeny tak, aby žákům pomohly postupně o připomenout/ představit základní kroky a cíleně tak dovést žáky k aplikaci těchto jednoduchých konstrukcí. K aplikaci většiny kroků pak dochází v úloze 8 (viz dál).

## Technické parametry sady

Jak již bylo zmíněno, sada je tvořena 8 na sebe navazujícími úlohami. Celkově jde o dokument o délce 12 stran, který lze ovšem tisknout bez problémů oboustranně – lze tedy počítat s 6 listy papíru na jednoho žáka. Sadu lze tisknout černobíle, doporučený formát je A4 (při tisku v jiných formátech může dojít k nepoměru zadání s očekávaným výsledkem).

### Obsah sady

- Titulní stránku s názvem sady
- Uvítací slovo autora, včetně motivace žáků a cílů sady
- Základní technické informace a pokyny pro vyplňování (včetně výčtu pomůcek)
  - Mezi povolené pomůcky při plnění základní úrovně úlohy patří: jakákoliv pravítka, úhломěry, kružítko, psací potřeby
  - Mezi povolené pomůcky při plnění výzev patří: jedno pravítko bez rysky a kružítko (povolené pomůcky jsou v jednotlivých výzvách připomínány)
- Vlastní úlohy – každá strana s úlohou obsahuje její zadání, včetně příp. specifikace podmínek, dále nápovědu, výzvu/příp. výzvy a prostor pro rozbor (poznámky, náčrtek)
  - Výzvy a nápovědy jsou v zadání úloh označeny ikonami:



ikona 1



ikona 2

*ikona 1* označuje **nápovědu** – může žákům pomoci v řešení úlohy (typicky se jedná o větu nebo souvětí, které žáky navede na správnou cestu nebo jim připomene to, co už vědí)

## Příloha 6 – Metodika pro implementaci úloh

ikona 2 označuje **výzvu** – nabídne žákům příležitost otestovat své dovednosti s omezeným množstvím pomůcek (typicky pouze s jedním pravítkem bez rýsky a s kružítkem)

Příklad užití ikon v sadě úloh:

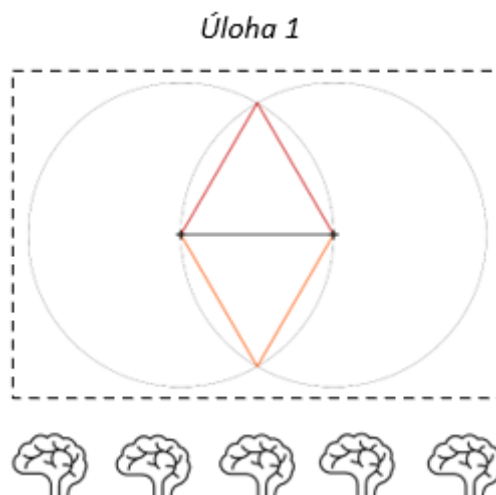


*Zamysli se nad vztahem středového úhlu a obvodového úhlu, které přísluší stejnému oblouku.*



*Sestroj alespoň tři různé trojúhelníky, které vyhovují zadání.*

- Ukázka řešení a zpětná vazba na konci sady
  - Ukázka řešení jednotlivých úloh – žáci se mohou seznámit se správnými řešeními jednotlivých úloh a porovnat s nimi svá řešení – na základě toho mohou svou práci reflektovat
  - Pod každým modelovým řešením je umístěna hodnotící škála (viz obrázek), na které mohou žáci označit, jak daleko se v úloze dostali.



- V závěru sady jsou pak umístěny návodné otázky, které mají žákům pomoci v uvědomění si vlastního postupu a příp. i posunu v tématu konstrukčních úloh.



### Časová náročnost a vyhodnocení úloh

Na základě zjištění učiněných při praktickém ověřování sady úloh ve výuce lze předpokládat, že práce s touto sadou by žákům neměla trvat déle než 1 vyučovací hodinu (tj. 1x45 minut). Průměrná doba řešení byla zjištěna na 25 minut. Dalších 15 minut je vhodné třeba k společnému prodiskutování postupů a věnování se problematickým místům. V souladu se zachováním dostatečného prostoru pro strukturování hodiny, uvedení úlohy a její následné zhodnocení, je doporučeno věnovat práci se sadou úloh alespoň 2 standardní vyučovací hodiny.

Vyučující, který začlení zmíněnou sadu úloh do své výuky, by měl při vyhodnocování hodiny dbát na identifikaci kritických míst a společně s žáky tato kritická místa následně analyzovat. Vhodné je dbát nejen na vyhodnocení samotných výsledků úloh, ale i na vyhodnocení postupu a posunu každého z žáků.

K vyhodnocování správného vyřešení úloh je možno využít náhledy řešení umístěné na konci žakovské sady úloh, nebo modelová řešení umístěná dále v této metodice.

### Analýza jednotlivých úloh

Na následujících řádcích je stručně analyzována každé z osmi úloh tvořících sadu. Analýza každé úlohy se skládá ze 4 částí:

- Zadání – co se od žáků očekává
- Znalosti a dovednosti – to, co žáci potřebují znát/zvládnout, aby si s úlohou poradili
- Cíl úlohy – co je cílem úlohy/ k čemu žákům poslouží
- Modelové řešení – modelové řešení každé úlohy vytvořené webovou aplikací GeoGebra<sup>1</sup>

#### Úloha 1

Zadání: Máš zadanou úsečku. Sestroj rovnostranný trojúhelník tak, aby zadaná úsečka byla jeho stranou.

---

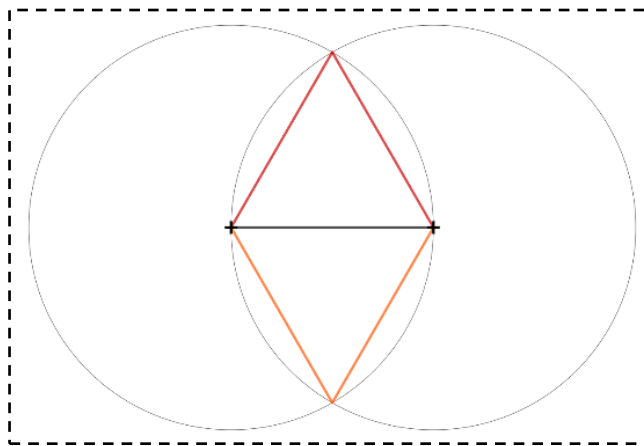
<sup>1</sup> Dostupná např. z: <https://www.geogebra.org/>

## Příloha 6 – Metodika pro implementaci úloh

Znalosti a dovednosti: žáci potřebují vědět, že kružnice je množinou všech bodů, které jsou stejně daleko od daného bodu a dále pak, že rovnostranný trojúhelník má všechny strany stejně dlouhé

Cíl úlohy: cílem je dovést žáky k uvědomění si, že součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je roven  $180^\circ$  a k tomu, že v rovnostranném trojúhelníku mají všechny úhly stejnou velikost, tedy že při každém vrcholu je úhel  $60^\circ$

Modelové řešení:



Obrázek 1 - řešení úlohy 1

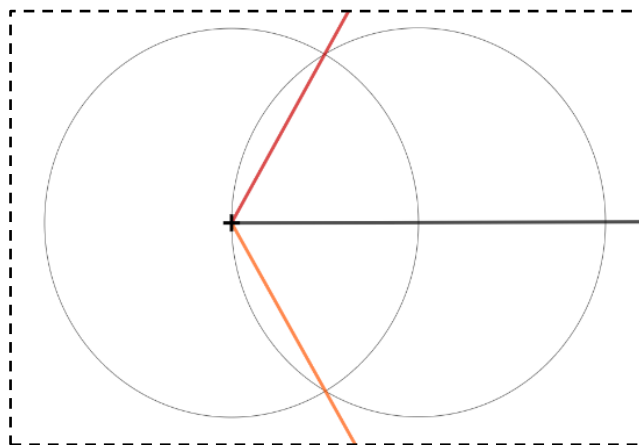
### Úloha 2

Zadání: Máš zadanou polopřímku (počáteční rameno úhlu) a její počátek (vrchol úhlu). Sestroj polopřímku (koncové rameno úhlu) tak, aby velikost úhlu, který obě polopřímky svírají, byla  $60^\circ$ .

Znalosti a dovednosti: znalosti potřebné pro zvládnutí této úlohy vyplývají z cíle úlohy předchozí – pokud žáci naplní cíl úlohy 1, pak získají znalosti potřebné ke splnění úlohy 2

Cíl úlohy: cílem této úlohy je umožnit žákům bezprostředně aplikovat znalost nabytou v předchozí úloze do tvorby úhlu  $60^\circ$

Modelové řešení:



Obrázek 2 - řešení úlohy 2

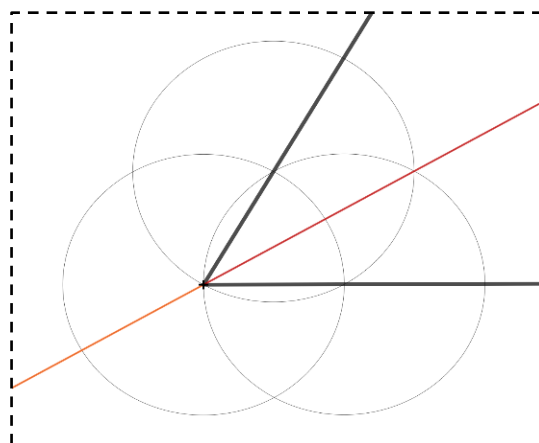
**Úloha 3**

Zadání: Máš zadané dvě polopřímky se společným počátkem tvořící úhel. Zmenši zadaný úhel na poloviční velikost.

Znalosti a dovednosti: žáci musí umět vytvořit úhel  $60^\circ$  (zde úloha navazuje na úlohu 1) a následně si musí být vědomi toho, jak vytvořit ze zadaného polovinu, tj. musí si být vědomi toho, že vytvořit 2 poloviny znamená vytvořit 2 souměrné části jednoho celku

Cíl úlohy: cílem je poskytnout žákům připomenutí si procesu půlení (např. skrze osu úhlu)

Modelové řešení:



Obrázek 3 - řešení úlohy 3

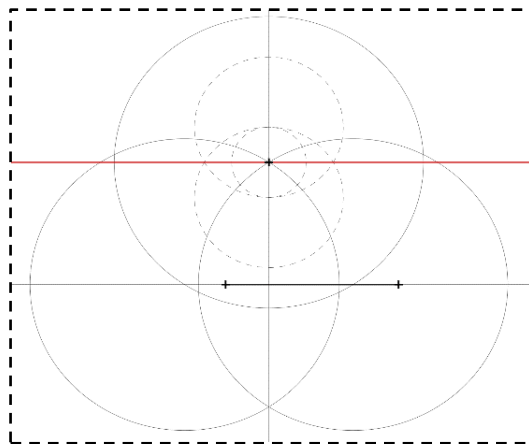
#### Úloha 4

Zadání: Máš zadanou úsečku a bod, který na ní neleží. Sestroj přímku rovnoběžnou se zadanou úsečkou tak, aby procházela zadaným bodem.

Znalosti a dovednosti: žáci si v této úloze musí vybavit vztah, že kolmice na kolmici k dané přímce je současně rovnoběžkou této dané přímky

Cíl úlohy: cílem je dovést žáky k uvědomění toho, že rovnoběžka je množinou všech bodů, které jsou od dané přímky stejně daleko

Modelové řešení:



Obrázek 4 - řešení úlohy 4

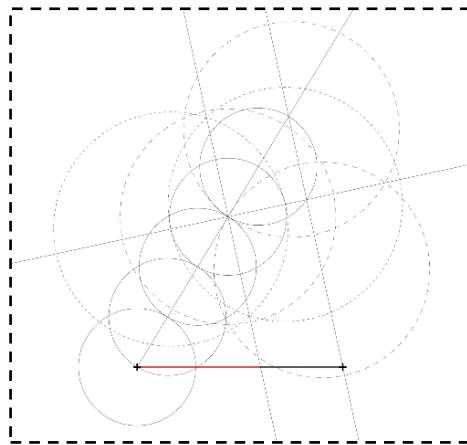
#### Úloha 5

Zadání: Máš zadanou úsečku takovou, že její délka je 5 jednotek. Sestroj úsečku, která bude mít délku 3 jednotky.

Znalosti a dovednosti: pro zpracování této úlohy si musí žáci oživit principy podobnosti trojúhelníků

Cíl úlohy: cílem je umožnit žákům tvorbu určitého dílu z dané délky

Modelové řešení:



Obrázek 5 - řešení úlohy 5

**Úloha 6**

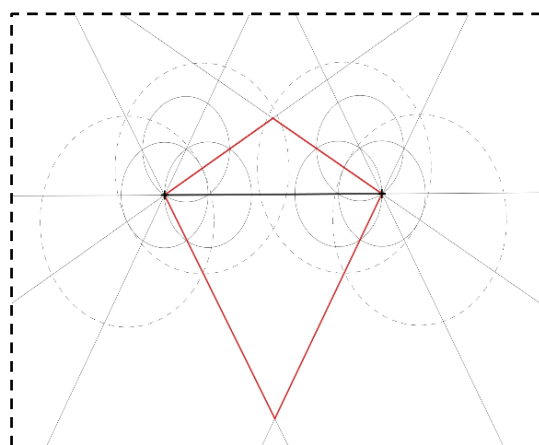
Zadání: Máš zadanou úsečku. Sestroj deltoid tak, aby platilo:

- a) zadaná úsečka je jeho úhlopříčkou;
- b) úhly při protilehlých vrcholech (krajních bodech zadané úsečky) jsou pravé;
- c) protažením zadané úsečky vzniká přímka rozdělující rovinu na dvě poloroviny a v jedné z nich je z výše uvedeného pravého úhlu  $30^\circ$ .

Znalosti a dovednosti: v této úloze je potřeba si vzpomenout, že deltoid je osově souměrný dle jedné úhlopříčky a dále pak je nutné si vzpomenout na velikosti vnitřních úhlů v deltoidu

Cíl úlohy: cílem této úlohy je připomenutí si všech potřebných znalostí o deltoidu

Modelové řešení:



Obrázek 6 - řešení úlohy 6

### Úloha 7

Zadání: Máš zadanou kružnici a rovnoramenný trojúhelník takový,

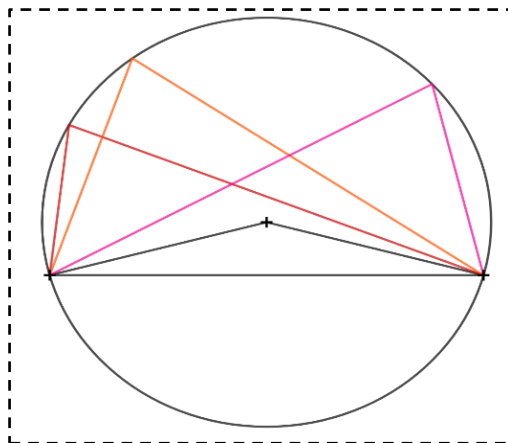
že jeho základna je její tětivou, jeho ramena svírají úhel  $150^\circ$  a jeho vrchol protilehlý základně je jejím středem. Sestroj trojúhelník tak, aby platilo že:

- oba trojúhelníky sdílí základnu;
- všechny vrcholy sestaveného trojúhelníku leží na zadané kružnici;
- vnitřní úhel při vrcholu protilehlému základně má velikost  $75^\circ$

Znalosti a dovednosti: zde je nezbytné znát větu o středovém a obvodovém úhlu nad daným obloukem

Cíl úlohy: žáci si v této úloze vyzkouší zkonstruovat množinu všech bodů, které shlíží na danou úsečku pod daným úhlem

Modelové řešení:



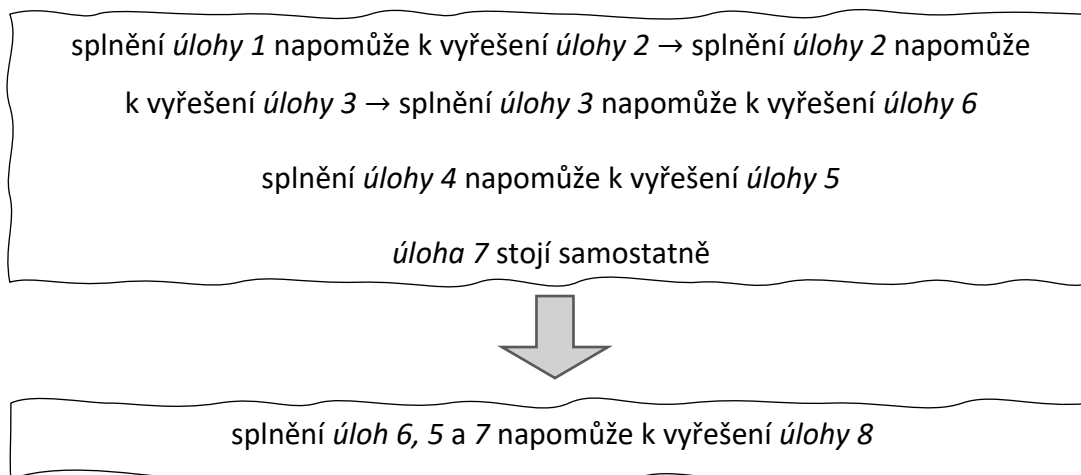
Obrázek 7 - řešení úlohy 7

### Úloha 8

Zadání: Máš zadanou úsečku, která má délku 5 jednotek. Sestroj takový trojúhelník, aby platilo:

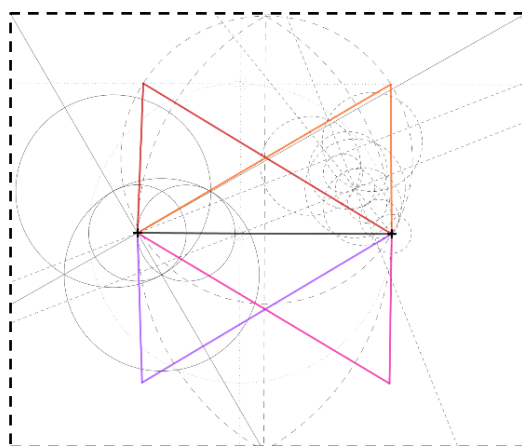
- zadaná úsečka je jeho stranou;
- úhel naproti zadané straně bude mít velikost  $60^\circ$ ;
- výška na zadanou stranu bude mít 3 jednotky.

Znalosti a dovednosti: znalosti a dovednosti k vyřešení úlohy 8 jsou souborem připomenutých znalostí z předchozích úloh, konkrétní návaznost úloh s cílem dovést žáky k řešení úlohy číslo 8 je následující:



Cíl úlohy: cílem poslední úlohy je ukázat žákům, že složitá úloha není ničím jiným než skládáním konečného počtu jednodušších kroků

Modelové řešení:



Obrázek 8 - řešení úlohy 8

## Slovo na závěr

Vážená paní učitelko, vážený pane učiteli,

došli jste na závěr této metodiky. Doufám, že pro Vás byla přínosem a pomůže Vám vhodně implementovat tyto úlohy do Vaší výuky a tím zvýšit porozumění Vašich žáků tajům konstrukční geometrie.

Přeji Vám bezproblémovou práci a jsem s pozdravem.

Bc. Tomáš Šplíchal

# Planimetrické konstrukční úlohy



## Příloha 7 – Sada gradovaných konstrukčních úloh

Milá žákyně, milý žáku,

před sebou máš sadu 8 planimetrických konstrukčních úloh.

Umění řešit geometrické konstrukční problémy v rovině je staré tisíce let – stálo při vzniku prvních civilizací a jejich největších úspěchů. Nejenže ti úspěšně vyřešená úloha poskytne pocit uspokojení, navíc tě může hřát u srdce vědomí, že řešení geometrických úloh bylo po celá staletí považováno za projev vzdělanosti a moudrosti.

Tvým cílem by nemělo být vyřešení všech úloh za každou cenu, ale snaha dostat se při řešení těchto úloh co nejdál poctivě a s využitím svých vlastních znalostí, nápadů a schopností.

Smyslem těchto úloh je pomoci ti uspořádat a vyjasnit si vědomosti o vztazích mezi geometrickými pojmy, uvědomit si jejich význam a možnosti aplikace, a nakonec posoudit efektivitu vlastní práce. Jednoduše, zlepšit tvé porozumění.

Úlohy řeš postupně, protože některé jsou připraveny tak, aby jejich řešení sloužilo jako nápověda pro následující úlohu. K řešení ti budou stačit znalosti ze základní školy a rýsovací potřeby (tužka, pravítka a kružítko). Prostor pro řešení úlohy je sice ohraničený, ale vůbec nevádí, když při rýsování přesáhneš mimo ohraničenou část. Volný prostor pod zadáním použij na rozbor úlohy (náčrtek a poznámky).

Na konci této sady máš prostor pro vlastní zhodnocení své práce.

V úlohách se setkáš i s následujícími ikonami:



*ikona 1* označuje **nápovědu** – může ti pomoci ve splnění úlohy

*ikona 1*



*ikona 2* označuje **výzvu** – nabídne ti příležitost hlouběji o úlohách přemýšlet

*ikona 2*

**1. Úloha:** Máš zadanou úsečku. Sestroj rovnostranný trojúhelník tak, aby zadaná úsečka byla jeho stranou.

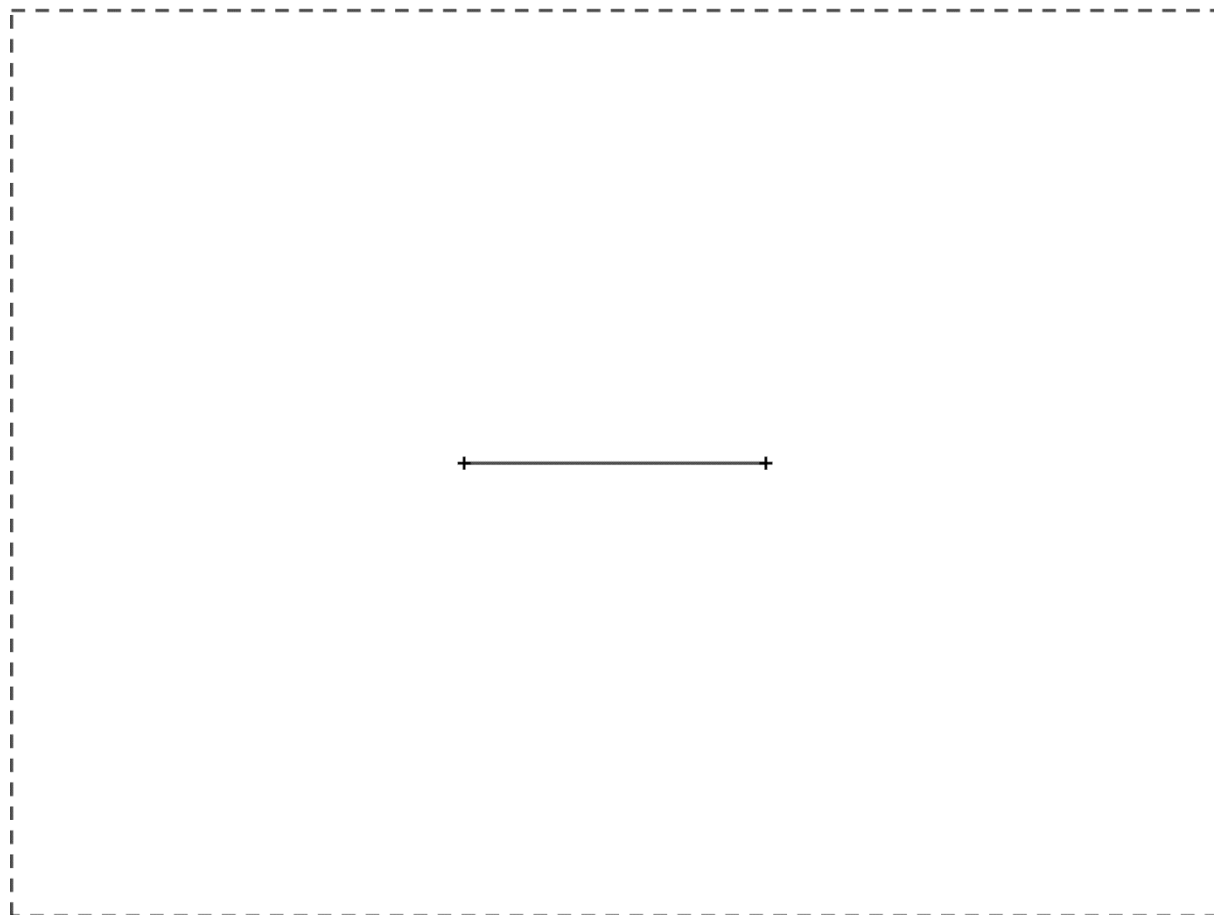


*Zamysli se nad délkami stran  
rovnostranného trojúhelníka a  
množinou všech bodů, které mají  
stejnou vzdálenost od daného bodu.*



*Sestroj všechna řešení, která odpovídají  
zadání.*

Prostor pro rozbor:



**2. Úloha:** Máš zadanou polopřímku a její počátek. Sestroj polopřímku

z téhož počátku tak, aby velikost úhlu, který obě polopřímky svírají, byla  $60^\circ$ .



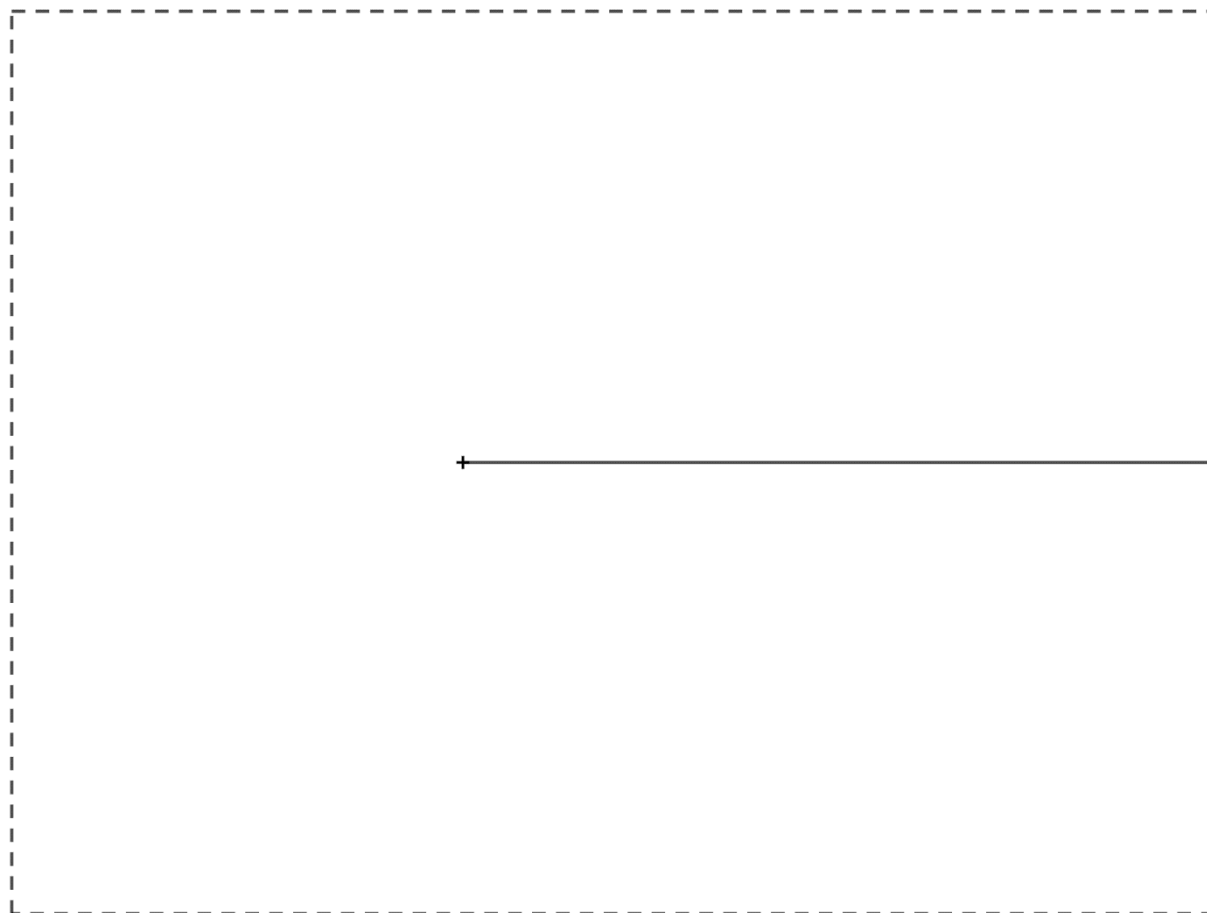
*Zamysli se nad velikostí vnitřních úhlů rovnostranného trojúhelníku.*



<sup>1</sup>*Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky a kružítko.*

<sup>2</sup>*Sestroj všechna řešení, která odpovídají zadání.*

Prostor pro rozbor:



**3. Úloha:** Máš zadané dvě polopřímky se společným počátkem bodem tvořící úhel. Zmenši zadaný úhel na poloviční velikost.



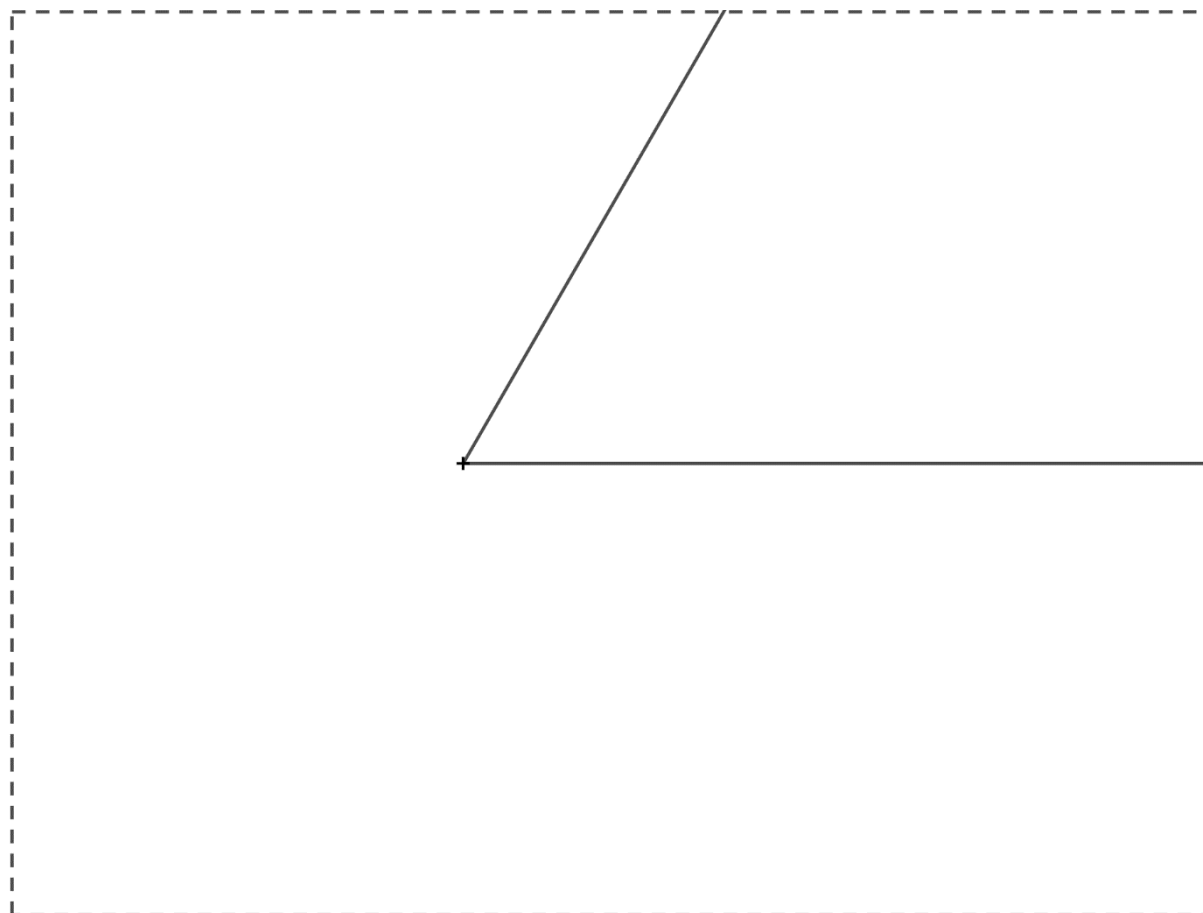
*Jestliže máš za úkol něco rozpůlit, obvykle se po tobě chce rozdělit to na dvě shodné části. Dva shodné útvary zrcadlí například osa souměrnosti.*



<sup>1</sup>*Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky a kružítko.*

<sup>2</sup>*Sestroj všechna řešení, která odpovídají zadání.*

Prostor pro rozbor:



**4. Úloha:** Máš zadanou úsečku a bod, který na ní neleží. Sestroj přímku rovnoběžnou se zadanou úsečkou tak, aby procházela zadaným bodem.

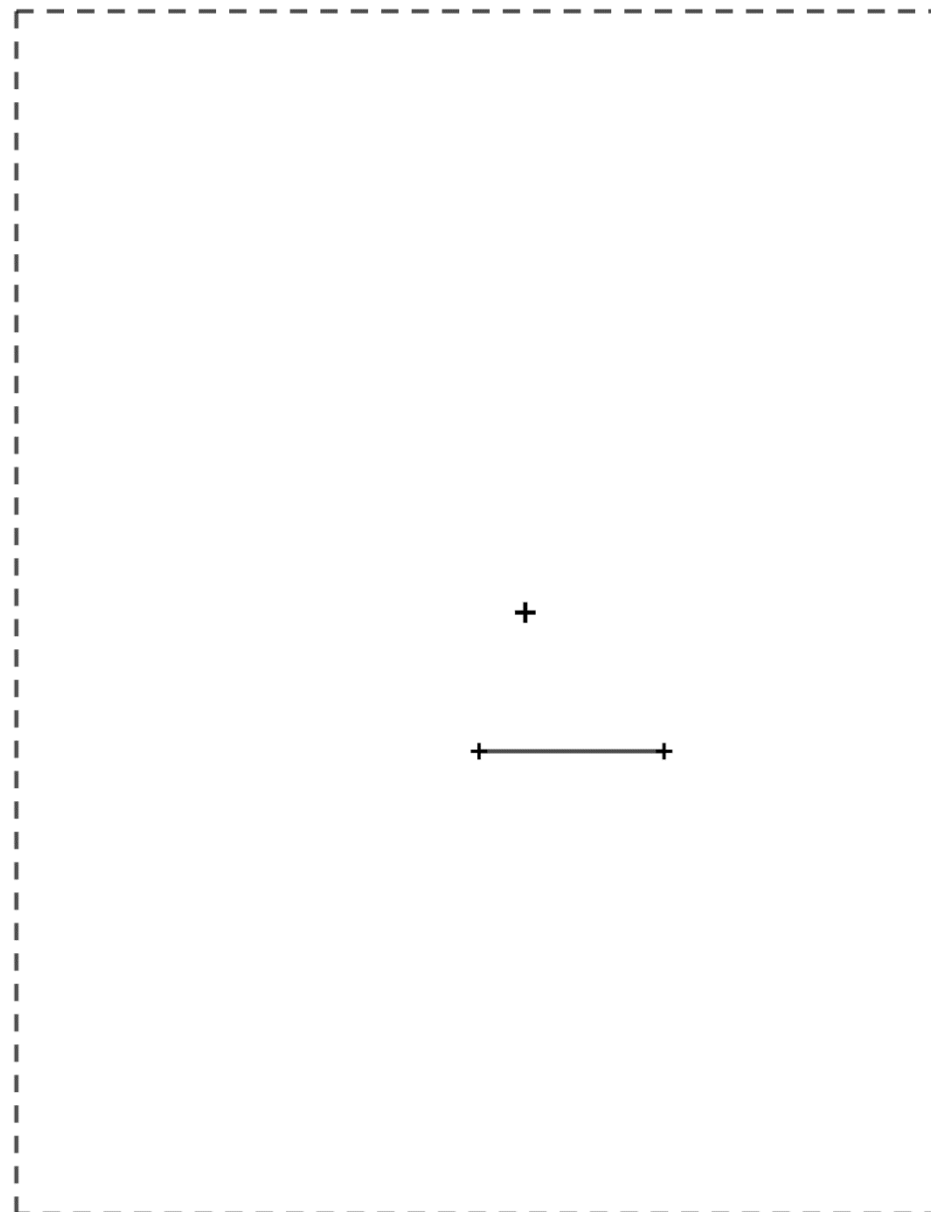


*Představ si tři přímky a zamysli se nad vzájemnou polohou prvních dvou přímek, pokud jsou obě kolmé na přímkou třetí.*



*Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky a kružítko.*

Prostor pro rozbor:



**5. Úloha:** Máš zadanou úsečku takovou, že její délka je 5 jednotek. Sestroj úsečku, která bude mít délku 3 jednotky.

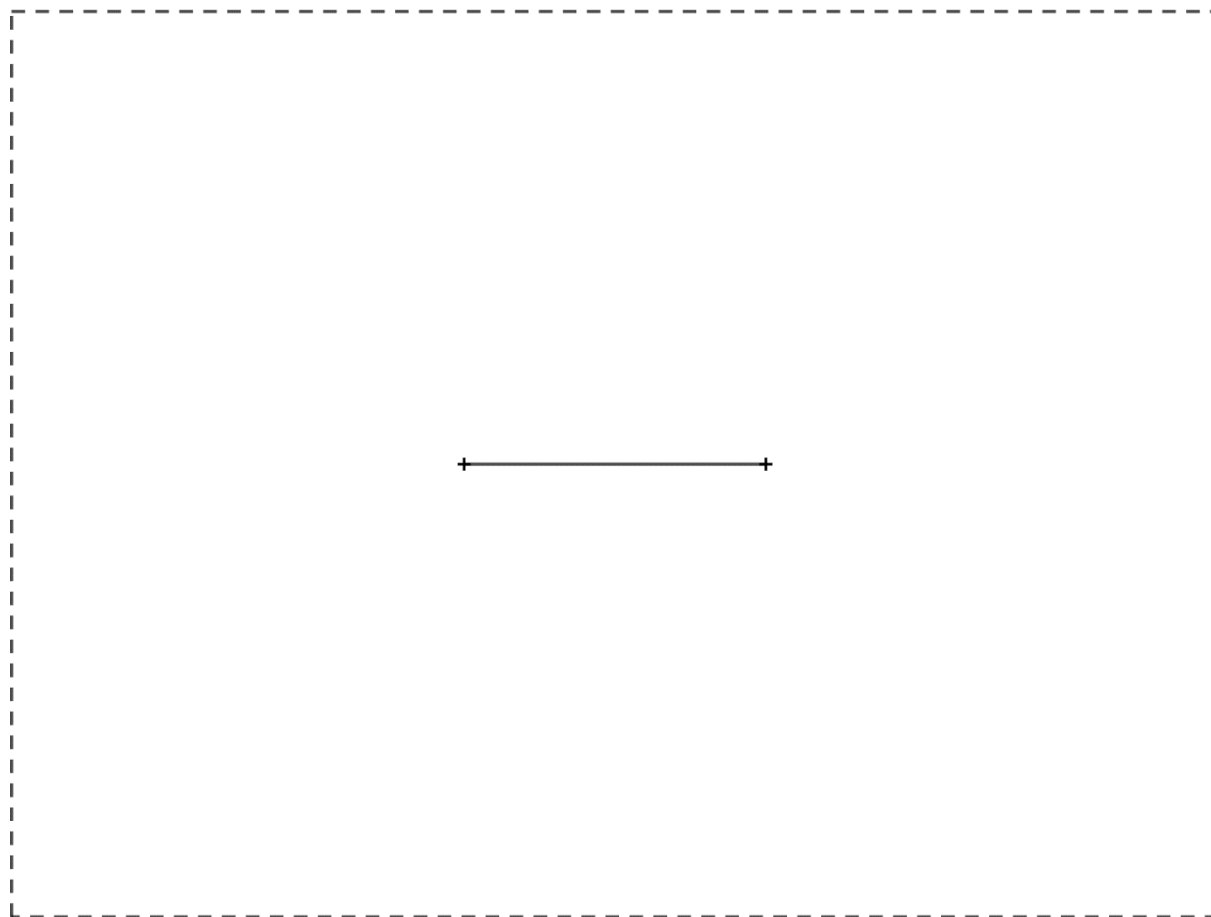


*Využij podobnost trojúhelníků.*



*Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky a kružítko. Navíc pomocí pravítka nesmíš zadanou úsečku měřit.*

Prostor pro rozbor:



**6. Úloha:** Máš zadanou úsečku. Sestroj deltoid tak, aby platilo:

- a) zadaná úsečka je jeho úhlopříčkou;
- b) úhly při protilehlých vrcholech  
(krajních bodech zadané úsečky) jsou pravé;
- c) protažením zadané úsečky vzniká přímka rozdělující  
rovinu na dvě poloroviny a v jedné z nich je z výše  
uvedeného pravého úhlu  $30^\circ$ .

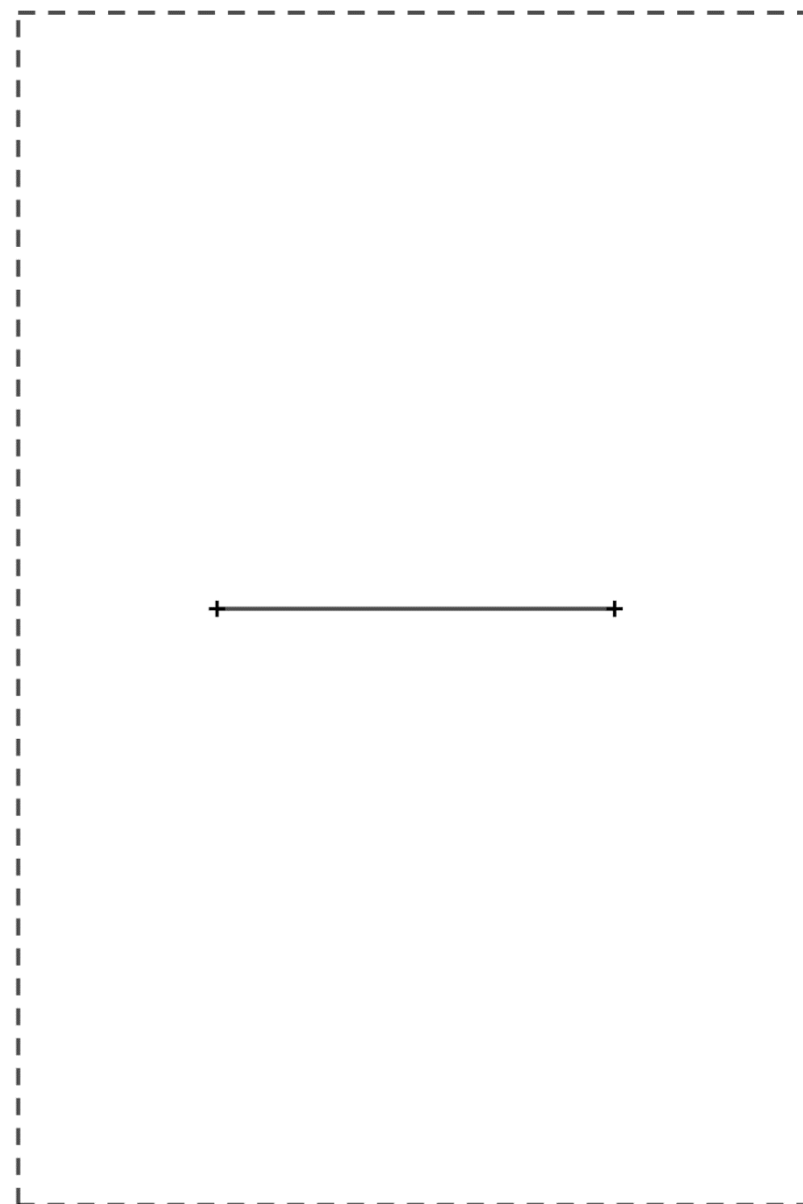


*Zamysli se nad vlastnostmi úhlopříček  
deltoidu.*



*Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky a  
kružítka.*

Prostor pro rozbor:



**7. Úloha:** Máš zadanou kružnici a rovnoramenný trojúhelník takový,

že jeho základna je její tětivou, jeho ramena svírají úhel

$150^\circ$  a jeho vrchol protilehlý základně je jejím středem.

Sestroj trojúhelník tak, aby platilo že:

- oba trojúhelníky sdílí základnu;
- všechny vrcholy sestaveného trojúhelníku leží na zadané kružnici;
- vnitřní úhel při vrcholu protilehlému základně má velikost  $75^\circ$ .

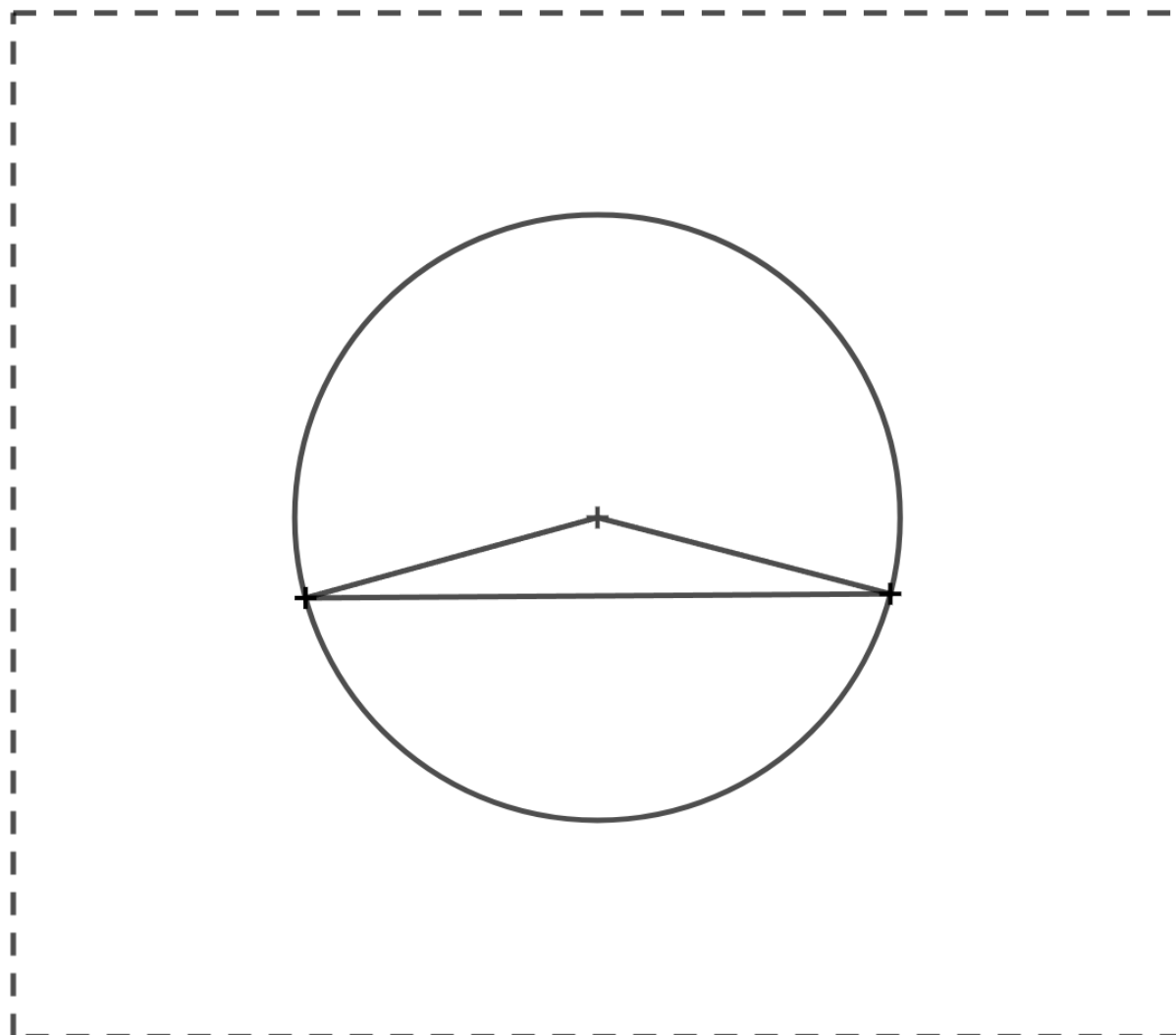


*Zamysli se nad vztahem středového úhlu a obvodového úhlu, které přísluší stejnému oblouku.*



*Sestroj alespoň tři různé trojúhelníky, které vyhovují zadání.*

Prostor pro rozbor:





**8. Úloha:** Máš zadanou úsečku, která má délku 5 jednotek.

Sestroj takový trojúhelník, aby platilo:

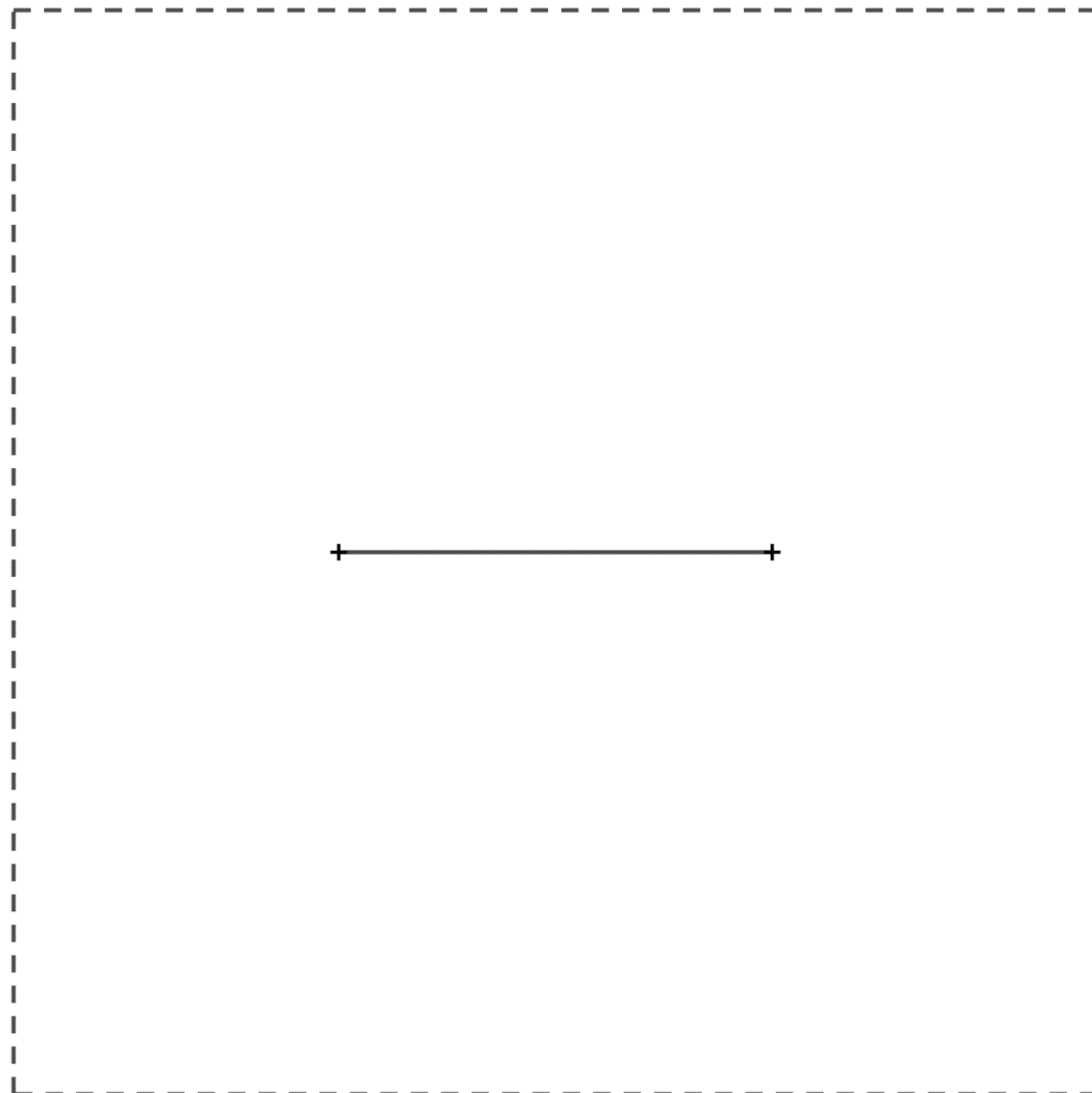
- a) zadaná úsečka je jeho stranou;
- b) úhel naproti zadané straně bude mít velikost  $60^\circ$ ;
- c) výška na zadanou stranu bude mít 3 jednotky.



<sup>1</sup>Sestroj všechny trojúhelníky, které  
vyhovují zadání.

<sup>2</sup>Smíš použít pouze 1 pravítko bez rysky  
a kružítko. Navíc pomocí pravítka  
nesmíš zadanou úsečku měřit.

Prostor pro rozbor:



## Příloha 7 – Sada gradovaných konstrukčních úloh

Na následujících obrázcích můžeš vidět, jak mohou vypadat správná řešení. Podívej se na ně a u každé z úloh rozhodni, jak sis s nimi poradil(a). Ke zhodnocení použij „mozkovou škálu“ – podle obtížnosti vybarvi daný počet mozků.



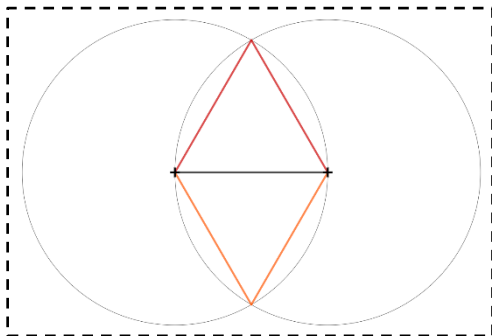
1 mozek = úlohu jsem nevyřešil(a); 2 mozky = úlohu jsem vyřešil(a) částečně;

3 mozky = úlohu jsem vyřešil(a) s nápovědou; 4 mozky = úlohu jsem vyřešil(a) bez nápovědy;

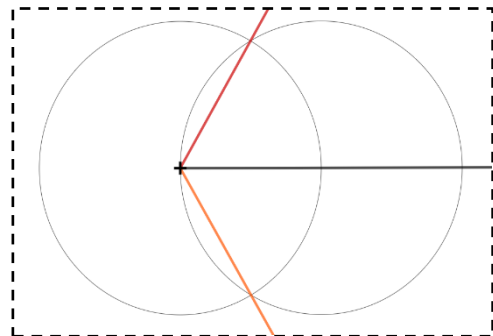
5 mozků = úlohu jsem vyřešil(a) i s výzvou (výzvami)

Níže, prosím, ohodnot jednotlivé úlohy podle toho, jak náročné pro tebe byly.

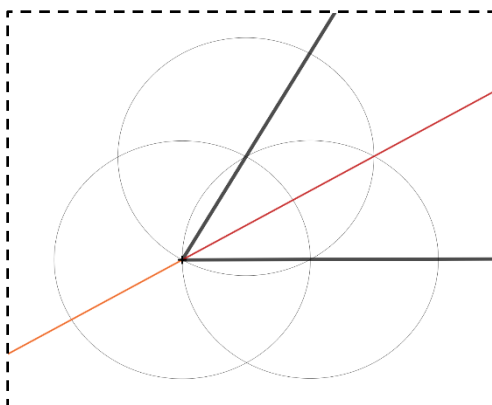
Úloha 1



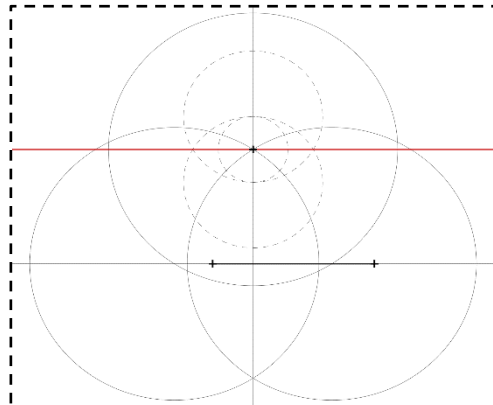
Úloha 2



Úloha 3

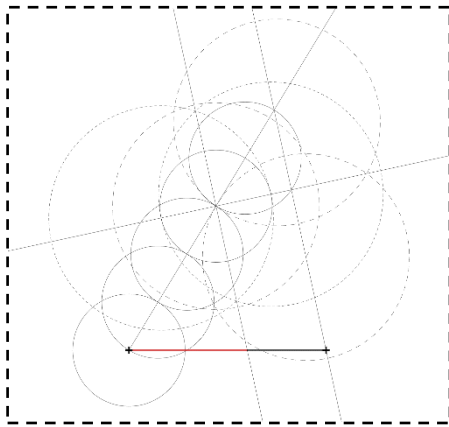


Úloha 4

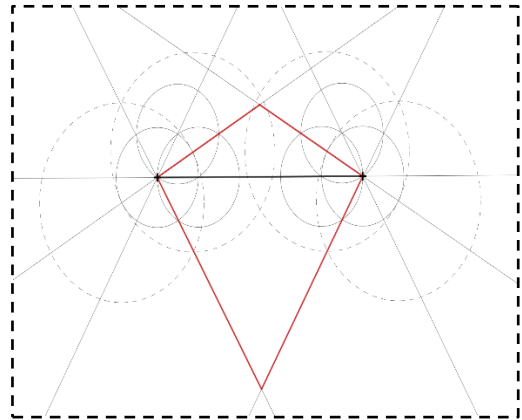


Příloha 7 – Sada gradovaných konstrukčních úloh

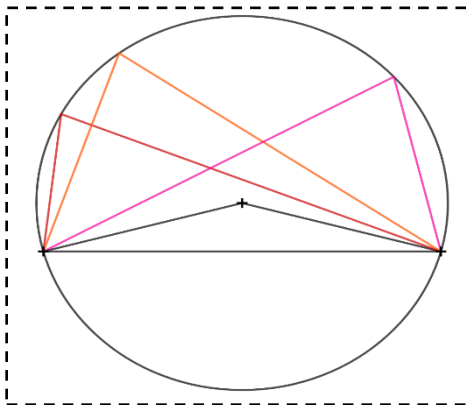
Úloha 5



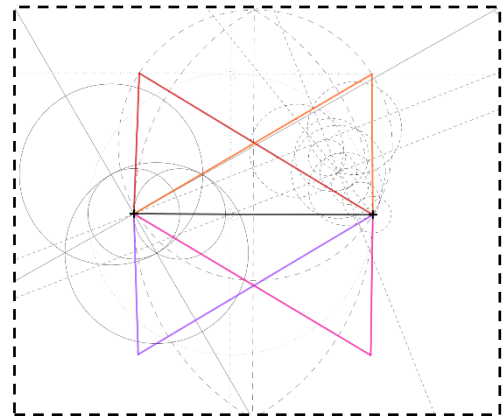
Úloha 6



Úloha 7



Úloha 8



Níže uvedené otázky ti pomohou uvědomit si, co nového ses naučil(a):

1. Jaké pojmy pro tebe byly nové a co reprezentují?

2. Mezi kterými dvěma pojmy si odhalil(a) překvapivou souvislost a jakou?

3. Jak bys svou práci příště zefektivnil(a)?

4. Pochlub se. Jakou myšlenku jsi vymyslel(a) úplně sám (sama)?

