

Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Dva pohledy na digitální kompetence ve výuce matematiky

Two perspectives on digital competences in mathematics education

Bc. Veronika Procházková

Vedoucí práce: Mgr. David Janda, Ph.D.

Studijní program: Učitelství matematiky pro 2. stupeň základní školy a střední školy

Studijní obor: N M 20 (0114TA300095)

2024

Odevzdáním této diplomové práce na téma *Dva pohledy na digitální kompetence ve výuce matematiky* potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne 11. července 2024

Ráda bych podělovala vedoucímu této práce, kterým byl Mgr. David Janda, Ph. D., za věcné připomínky, přínosné konzultace, vstřícný přístup, ale hlavně za motivaci a podporu, díky které jsem se mohla posouvat dál a práce se tak ubírala správným směrem. Poděkování patří i všem učitelům, kteří byli ochotni zapojit se do výzkumu v praktické části práce. Děkuji mé rodině, která mi byla nekonečnou oporou při mých studiích.

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá implementací digitálních kompetencí do výuky matematiky z pozice učitele a jejím cílem je identifikovat aspekty úloh, které jsou zaměřené na budování digitálních kompetencí žáků ve výuce matematiky.

Teoretická část práce věnuje pozornost ukotvení digitálních kompetencí v českých a zahraničních dokumentech. Na základě rešerše materiálů vhodných pro budování digitálních kompetencí jsou představeny dva odlišné pohledy na využití digitálních kompetencí ve výuce matematiky. Prvním z nich je využití digitálních kompetencí jako prostředku matematického poznávání. Druhý vnímá matematiku a její obsah jako podpůrný prostředek pro rozvoj a budování digitálních kompetencí.

Klíčový podklad pro praktickou část práce tvoří rozhovory s učiteli matematiky. Cílem těchto rozhovorů je popsat různé pohledy na to, jak učitelé matematiky vnímají digitální kompetence včetně toho, jak se jejich postoje případně projevují v jejich výuce.

V závěru práce je provedena analýza rozhovorů a diskuse výsledků analýzy v souvislosti s teoretickou částí práce. Ukázalo se, že učitelé využívají digitální kompetence spíše jako doplněk výuky, vnímají je jako druhotný cíl a zařazují je pouze sporadicky. Z provedené analýzy rozhovorů vyplynulo také to, že učitelé by zařadili do výuky takové úlohy, kterým na první pohled rozumí, a kladou důraz spíše na matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí. To může mít pochopitelně dopad na rozvoj a kultivaci digitálních kompetencí žáků.

KLÍČOVÁ SLOVA

digitální kompetence, digitální technologie, matematické poznávání, analýza úloh

ABSTRACT

This diploma thesis investigates implementation of digital competences in teaching of mathematics from the position of a teacher, and its goal is to identify those aspects of tasks that are aimed at building digital competences of pupils in teaching of mathematics.

The theoretical part of the thesis focuses on the anchoring of digital competences in Czech and foreign documents. Based on the research of materials suitable for building digital competences, two different perspectives on the use of digital competences in teaching of mathematics are presented. The first of them is the use of digital competences as a means of mathematical cognition. The second perceives mathematics and its content as a supporting means for development and building of digital competences.

Interviews with mathematics teachers form the key basis for the practical part of the work. The aim of these interviews is to describe different perspectives on how mathematics teachers perceive digital competences, including how their attitude may be reflected in their teaching.

At the end of the thesis, an analysis of the interviews and a discussion of the results of the analysis in connection with the theoretical part of the work is carried out. It turned out that teachers use digital competences rather as a supplement to teaching, perceive them as a secondary goal and include them only sporadically. It also emerged from the interviews that in their teaching teachers would include tasks that they understand at first glance and place more emphasis on mathematical cognition through digital competences. This can understandably have an impact on the development and cultivation of pupils' digital competences.

KEYWORDS

digital competences, digital technologies, mathematical cognition, task analysis

Obsah

Úvod.....	7
1 Teoretická část	9
1.1 Digitální kompetence v českém školství	9
1.2 Ukotvení digitálních kompetencí v zahraničních dokumentech	12
1.3 Dva pohledy na digitální kompetence.....	14
1.3.1 Digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání	15
1.3.2 Matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí.....	21
1.3.3 Příklad úlohy s nejednoznačným zařazením	26
1.4 Shrnutí.....	28
2 Praktická část	31
2.1 Metodologie	31
2.1.1 Výzkumné otázky	31
2.1.2 Výzkumný vzorek.....	31
2.1.3 Struktura rozhovoru	32
2.1.4 Očekávání a hypotézy	39
2.2 Analýza rozhovorů	40
2.2.1 Analýza otázky O1.....	41
2.2.2 Analýza otázky O2.....	47
2.2.3 Analýza otázky O3.....	52
2.2.4 Shrnutí.....	56
2.3 Diskuse.....	58
2.3.1 První výzkumná otázka	58
2.3.2 Druhá výzkumná otázka.....	60
2.3.3 Limity možnosti rozšíření práce	62

Závěr	63
Seznam použitých informačních zdrojů.....	66
Příloha 1 – Zadání úloh pro respondenty	69

Úvod

Na přelomu tisíciletí dochází postupně k řadě významných proměn celého českého školství. Učitelé se už neřídí osnovami, ale rámcovými a školními vzdělávacími programy, což vede k několika změnám v učebních metodikách, proměně obsahu a způsobu vzdělávání. Zvýšená pozornost je věnována například inkluzi a individualizaci výuky, reformě hodnocení ve vzdělávání, ale i rovnému přístupu a bezpečnému prostředí školy.

Do výuky jsou také nově zaváděny digitální technologie, které se stávají čím dál více nepostradatelnými v občanském i profesním životě. Právě jimi se budu v této práci zabývat. Českým kurikulem v tomto kontextu rezonuje téma digitálních kompetencí, jejichž smyslem je kultivace a rozvoj dovedností potřebných pro práci s digitálními technologiemi. Tyto dovednosti zahrnují například využití digitálních technologií k usnadnění práce a k učení, vyhledávání, třídění a sdílení dat nebo řešení problémů.

Hlavním cílem této práce je popsat, jak učitelé matematiky vnímají digitální kompetence a jaký to má dopad na jejich následnou implementaci ve výuce prostřednictvím úloh.

Teoretická část práce je členěna do čtyř kapitol. Nejprve věnuji pozornost samotné definici digitálních kompetencí a cílům s nimi spojenými včetně jejich ukotvení v českém a zahraničním kurikulu. Následně představuji dva odlišné pohledy na digitální kompetence v matematice v kontextu druhého stupně základní školy. Prvním z nich jsou digitální kompetence prostředkem k matematickému poznávání. Druhý přístup využívá matematiku a její obsah k budování digitálních kompetencí. Díky rešerši úloh zaměřených na digitální kompetence představuji tři úlohy, které dle mého názoru reprezentují každý ze dvou zmíněných přístupů. Čtvrtá kapitola se věnuje shrnutí podnětných myšlenek.

Podklad pro praktickou část práce tvoří rozhovory s deseti respondenty, kterými jsou učitelé matematiky základních a středních škol. Zvolila jsem strukturovaný rozhovor, který umožňuje se úzce zaměřit na podstatné odpovědi od respondentů. Tento rozhovor je založen na čtyřech úlohách předložených respondentům. Úlohy jsou postaveny na teorii předložené v první části práce a byly navrženy tak, aby z našeho pohledu zdůrazňovaly vždy jeden ze dvou zmiňovaných pohledů. Umožňují tak provést analýzu rozhovorů takovým způsobem, aby bylo možné dosáhnout stanoveného cíle.

Praktická část práce je završena analýzou odpovědí respondentů, shrnutím klíčových poznatků získaných z rozhovorů a následným zodpovězením dvou výzkumných otázek, a to:

1. Jak vnímají učitelé význam digitálních kompetencí v matematice?
2. Kladou učitelé důraz na úlohy podmiňující spíše první popsaný pohled (digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání) nebo druhý pohled (matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí)?

1 Teoretická část

Teoretická část práce se zabývá ukotvením digitálních kompetencí v českých a zahraničních kurikulech. Teorie je členěna do čtyř kapitol, první kapitola věnuje pozornost začlenění digitálních kompetencí do českého kurikula, druhá kapitola studuje zahraniční dokumenty. Následně jsou představeny dva pohledy na digitální kompetence v matematice a k nim příslušné reprezentativní úlohy vhodné pro zařazení do výuky matematiky na druhém stupni základní školy. První část práce je zakončena shrnutím klíčových aspektů.

1.1 Digitální kompetence v českém školství

Klíčovým dokumentem pro rozvoj českého vzdělávání v letech 2020 až 2030 je Strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+. Tento spis poukazuje na dva hlavní strategické cíle, ve kterých se zaměřuje na získávání kompetencí potřebných pro aktivní občanský, profesní i osobní život a na snížení nerovností v přístupu ke kvalitnímu vzdělávání s maximálním rozvojem potenciálu dětí, žáků a studentů. Cíle se prolínají v pěti strategických liniích, z nichž ta, které budeme věnovat pozornost, je linie první, týkající se proměny obsahu, způsobů a hodnocení vzdělávání. Proměna obsahu se vztahuje k více oblastem, v této kapitole se však zaměříme na oblast digitálního vzdělávání. (MŠMT, 2020)

Na základě dokumentu Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2030+ byla v lednu roku 2021 schválena změna rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Tato revize přinesla do českého školství zásadní změny. Jedním z důvodů vedoucích k revizím byl ten, že původní dokument neodpovídal nárokům současné společnosti (předchozí Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání nebyl aktualizován od roku 2005), která se denně setkává s digitálními technologiemi a ve které je práce v digitálním prostředí čím dál více rozšířená. V září roku 2021 první základní školy zahajují výuku dle nového revidovaného plánu. Následně na začátku školního roku 2023 jsou základní školy povinny zahájit výuku podle nového programu ve všech ročnících prvního stupně a v září 2024 ve všech ročnících druhého stupně. Analogické změny se týkají také rámcových vzdělávacích programů pro gymnázia s tím rozdílem, že výuku dle revidovaných plánů jsou tyto školy povinny zahájit až od září roku 2025. (MŠMT, NPI ČR, 2023b)

V revidované verzi programu základního vzdělávání byl přidán nový hlavní cíl základního vzdělávání, týkající se digitálního prostředí:

„pomáhat žákům orientovat se v digitálním prostředí a vést je k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života“ (MŠMT, 2021, s. 9).

Můžeme to tedy chápat tak, že jde o celkové zlepšení digitální gramotnosti žáků v oblasti práce s informacemi a digitálními technologiemi, ale také využití digitálních technologií při práci a učení. V oblasti Matematika a její aplikace to může být například využívání různých softwarů – při matematickém poznávání, při kontrole vlastních výsledků a postupů úloh, vyhledávání informací či práce s daty v digitální podobě a podobně.

V souvislosti s tímto cílem byla k šesti základním kompetencím přidána sedmá, kompetence digitální. V průběhu vzdělávání by se měl naučit, jak ovládat digitální zařízení, jak je využívat k učení, k automatizaci činností a zefektivnění pracovních postupů s cílem zkvalitnění výsledků práce. Na konci základního vzdělávání by měl žák mít praktické i teoretické dovednosti, ale i postoje využitelné při práci s digitálními technologiemi. (MŠMT, 2021)

V roce 2023 vydalo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ve spolupráci s Národním pedagogickým institutem České republiky podrobnější dokument se šesti uzlovými body včetně očekávaných výstupů žáka v oblasti digitálních kompetencí, kterými jsou:

- využití a zapojení (ovládá běžně používaná digitální zařízení, aplikace a služby; využívá je při učení i při zapojení do života školy a do společnosti; samostatně rozhoduje, které technologie, pro jakou činnost či řešený problém použít),
- informace a komunikace (získává, vyhledává, kriticky posuzuje, spravuje a sdílí data, informace a digitální obsah, k tomu volí postupy, způsoby a prostředky, které odpovídají konkrétní situaci a účelu),
- tvorba a vyjádření (vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků),

- efektivita a inovace (využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce),
- přínos a vývoj (chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání),
- bezpečnost a etika (předchází situacím ohrožujícím bezpečnost zařízení i dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních; při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí jedná eticky) (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1).

Každý z těchto bodů lze do jakéhokoli předmětu zakomponovat různými způsoby. Napříč výukou by se měly prolínat všechny výstupy. V matematice je dle mého názoru vhodné zaměřit se na především na využití a zapojení, tvorbu a vyjádření, efektivitu a inovace.

Začátkem roku 2024 vrcholí tzv. velké revize rámcových vzdělávacích programů. Ke konci března 2024 je zveřejněn první návrh Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Tento nový kurikulární dokument, respektive jeho pracovní verze, klade velký důraz na propojení klíčových kompetencí a gramotností se vzdělávacími oblastmi. Do českého školství by změny měly přinést jednoznačněji formulované cíle a jasné vymezení celkového požadovaného obsahu tak, aby vzdělávání českých žáků bylo přínosem pro život a práci v 21. století. Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace byla rozčleněna do pěti tematických celků, a to číslo a početní operace, měření a výpočty, geometrie v rovině a v prostoru, statistika a pravděpodobnost a algebra. (MŠMT, NPI ČR, 2023b)

Co se týče klíčové kompetence digitální, je definována jako:

„soubor znalostí, dovedností a postojů, které umožňují jedinci účelně, bezpečně a efektivně využívat digitální technologie ve všech oblastech života“ (NPI ČR, 2024, s. 41).

Tato kompetence zahrnuje jak ovládání digitálních zařízení včetně softwaru, ale také schopnost práce s informacemi, komunikaci a spolupráci v digitálním prostředí a tvorbu digitálního obsahu (NPI ČR, 2024).

Významnou změnou ve vzdělávání byla také tzv. malá revize vzdělávací oblasti Informační a komunikační technologie. Tato oblast byla zrušena a nahrazena Informatikou, která se zaměřuje na rozvoj inforatického myšlení a na porozumění základním principům digitálních technologií. Nová Informatika je také více propojena s matematikou, zaměřuje se na práci s diagramy a číselnými kódy, a dokonce se dotýká i základů teorie grafů. Na prvním stupni základní školy byla navýšena minimální časová dotace z jedné hodiny na dvě, na druhém stupni šlo o navýšení až na čtyři hodiny. Na úkor toho byly naopak odebrány hodiny v jiných oblastech vzdělávání. (MŠMT, 2021)

1.2 Ukotvení digitálních kompetencí v zahraničních dokumentech

Na dynamické změny učitelského povolání a základních kompetencí žáka ve světle digitální doby reaguje také samotná Evropská unie. V návaznosti na dříve vypracovaný Rámec digitálních kompetencí evropského občana byl v letech 2016–2017 vytvořen Evropskou unií Rámec digitálních kompetencí pedagogů, tzv. DigCompEdu¹, který je doporučením, jak se postavit k digitálním kompetencím učitele a jak je definovat (Redecker, 2017). DigCompEdu cílí primárně na profesní zaměření učitele v dané oblasti, ale krom toho v pěti oblastech zmiňuje i digitální kompetence žáků, které by měl učitel správným směrem podněcovat:

- informační a mediální gramotnost,
- digitální komunikace a spolupráce,
- tvorba digitálního obsahu,
- odpovědné používání digitálních technologií,
- řešení problémů prostřednictvím digitálních technologií². (Redecker, 2017)

V daném dokumentu jsou cíle žáka převážně směřovány ke kompetencím potřebným pro budoucí život (například odpovědnost při používání digitálních technologií, komunikace a spolupráce, informační a mediální gramotnost nebo vyjadřování se prostřednictvím různých prostředků a formátů). Oproti tomu je zajímavé doporučení pro učitele vedoucí

¹ Z anglického „digital competence of educators“ (Redecker, 2017).

² Z anglického „information and media literacy, digital communication and collaboration, digital content creation, responsible use, digital problem solving“, vlastní překlad.

k zavádění aktivit a úkolů takových, které vyžadují, aby žák „kreativně používal digitální technologie k utváření znalostí“³ (Redecker, 2017, s. 25).

Různorodými tématy ve vzdělávání se od roku 1979 zabývá také skupina pedagogů pod americkou neziskovou organizací ISTE (*International Society for Technology in Education*). V současnosti se organizace zabývá dvěma hlavními aspekty vzdělávání, a to digitálním občanstvím a počítačovým myšlením. Klíčovým dokumentem organizace ISTE, je dokument *The ISTE Standards*, který slouží dalším zemím jako základní rámec kompetencí dvou již zmíněných oblastí. Myšlenky daných standardů cílí na to, jak se pohybovat ve vyvíjejícím se digitálním prostředí z hlediska učitele, studenta, ale i kouče a vedoucí osoby ve vzdělávání. (ISTE, 2016)

V sekci týkající se žáka a studenta jsou dané kompetence rozděleny do šesti oblastí z nichž v každé jsou podrobně popsány i očekávané výstupy. Tyto oblasti tvoří:

- aktivní učící se,
- digitální občan,
- budovatel znalostí,
- inovativní tvůrce,
- infromatický analytik,
- kreativní komunikátor,
- globální spolupracovník (ISTE, 2016).⁴

Současnými a velmi diskutovanými tématy nejen ve vzdělávání se zabývá také světová Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, která ke konci roku 2023 vydala rozsáhlý dokument *Digital Education Outlook*, jehož cílem bylo zmapovat aktuální situaci transformace digitalizace ve vzdělávání z 29 zemí a ukázat možnosti, ale i budoucí rizika rozvíjejícího se virtuálního světa v rámci vzdělávacího systému. Například co se týče veřejného poskytování výukových prostředků prostřednictvím online platform, tak dle zmíněné studie má Česká republika, jako jedna z mála zemí, mezery v interaktivních

³ Z anglického „to incorporate learning activities, assignments and assesments which require learners to identify and solve technical problems, or to transfer technological knowledge creatively to new situations“, vlastní překlad.

⁴ Z anglického „empowered learner, digital citizen, knowledge constructor, innovative designer, computational thinker, creative communicator, global collaborator“, vlastní překlad.

výukových zdrojích a neposkytuje ani interaktivní online platformy pro žáky a studenty se speciálními potřebami. Dále se ukázalo, že oproti dalším zemím má Česká republika velké mezery v poskytování digitálních zdrojů pro profesní rozvoj učitelů (OECD, 2023).

Dalším relevantním zdrojem je definice digitální kompetence, představená světovou organizací UNESCO ve studii *Technology in Education: a tool on whose terms?* z července roku 2023:

„spolehlivé, kritické a zodpovědné používání digitálních technologií pro učení, v práci a pro účast ve společnosti“⁵ (UNESCO, 2023. s. 24).

Smysl této definice se neliší od zavedení digitálních kompetencí v českých dokumentech.

Není však specifikováno, jakým způsobem na digitální kompetence nahlížet napříč jednotlivými vzdělávacími oblastmi, proto v následující kapitole nabízím dva možné pohledy na to, jak uchopit digitální kompetence v matematice.

1.3 Dva pohledy na digitální kompetence v matematice

V této kapitole bych ráda představila možnost rozlišit implementaci digitálních kompetencí v matematice z pozice učitele na dvě důležité složky. První představuje využití digitálních kompetencí jako prostředku k matematickému poznávání, který nám má umožnit a usnadnit budování matematických znalostí a schopností. Druhá představuje vnímání matematiky a jejího obsahu jako prostředku pro rozvoj a kultivaci digitálních kompetencí. Přitom není nutné tyto dva pohledy od sebe přímo oddělovat, je zřejmé, že ve výuce mohou být navzájem propojeny a integrovány oba. V následujícím výzkumu se budu však zabývat otázkou, zda je tato integrace v rovnováze, nebo ne (aniž bych hodnotila, zda tomu tak má objektivně být – to přísluší spíše tvůrcům kurikulárních dokumentů).

V následujících podkapitolách jsou představeny různé úlohy, které mohou být využity ve výuce s cílem rozvoje matematických poznatků žáků i jejich digitálních kompetencí. U každé z těchto úloh je přidán popis zamýšlených výstupů pro žáka z obou těchto pohledů. Výstupy žáka z hlediska digitálních kompetencí jsou v souladu s revidovaným Rámcovým

⁵ Z anglického „confident, critical and responsible use of, and engagement with digital technologies for learning, at work, and for participation in society“, vlastní překlad.

vzdělávacím programem pro základní vzdělávání, který charakterizuje digitální kompetence v matematice následujícími body:

- žák ovládá běžně používaná digitální zařízení, aplikace a služby; využívá je při učení i zapojení do života školy a do společnosti; samostatně rozhoduje, které technologie, pro jakou činnost či řešený problém použít,
- žák získává, vyhledává, kriticky posuzuje, spravuje a sdílí data, informace a digitální obsah, k tomu volí postupy, způsoby a prostředky, které odpovídají konkrétní situaci a účelu,
- žák vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků,
- žák využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce,
- žák chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání,
- předchází situacím ohrožujícím bezpečnost zařízení i dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních; při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí jedná eticky (MŠMT, 2021, s. 13).

1.3.1 Digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání

První způsob uvažování vidí digitální kompetence a související koncepty jako podpůrný prostředek pro výuku matematiky. Prostřednictvím integrace digitálních technologií je tedy cílem umožnit (ale i usnadnit či rozšířit) porozumění žáků matematickým konceptům (například usnadnit vizualizaci, ukázat nové reprezentace pojmů, překonat dílčí překážky v řešení problémů nebo ukázat alternativní postupy jejich řešení a podobně), tedy využít je k maximální podpoře matematického poznávání⁶. Pokud se budeme na digitální kompetence

⁶ Vaniček (2009) technologie přítomné při poznávacím procesu nazývá jako technologie kognitivní. Dále rozlišuje informační technologie, kam řadí například internet a jeho služby či zpracování dat a komunikační technologie, tedy všechny digitální prostředky sloužící ke komunikaci.

dívat tímto způsobem, vedeme žáka k tomu, aby „využíval digitální zařízení při učení“ (MŠMT, 2021, s. 13).

Digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání kladou důraz především na výstupy žáka v souvislosti se dvěma uzlovými body, využití a zapojení a efektivita a inovace (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1). Podíváme-li se na očekávané výstupy uváděné v uzlových bodech, které uvádí Národní pedagogický institut ČR, tak na druhém stupni základní školy může jít například o výstupy z kategorie efektivita a inovace, kdy žák na konci sedmého ročníku „využívá digitální technologie v navrženém postupu, kterým řeší vybrané problémy“ (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1) a na konci devátého ročníku, kdy žák „navrhuje různé postupy k řešení vybraných problémů pomocí digitálních technologií“ (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1).

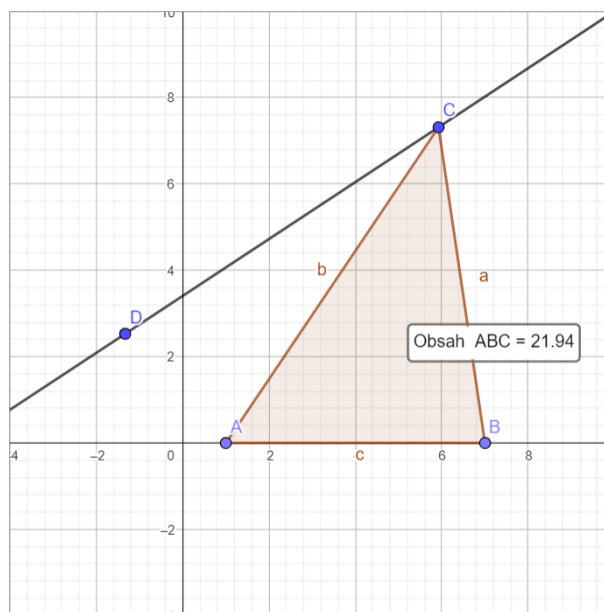
Nasazení digitálních technologií jako nástrojů k řešení matematických problémů nese několik pozitiv. Podobně jako u slovních úloh musí řešitel problém nejdříve matematizovat, následovně jej vyřešit, a nakonec model řešení převést do reálné situace. Jsou-li digitální technologie ve výuce matematiky vhodně zařazeny, mohou mít velký vliv na výuku matematického poznávání, jelikož významně podporují porozumění. Využívání digitálních technologií rozšiřuje možnosti výuky matematiky tím, že poskytuje prostor pro kreativní rozvoj představivosti, schopností abstrakce, analýzy a syntézy. (Vaníček, 2009)

Níže jsou uvedeny čtyři příklady aktivit, které reprezentují nastíněný pohled. Všechny aktivity jsou určeny do výuky matematiky na druhém stupni základní školy.

1. Závislost obsahu trojúhelníku na jeho výšce (Vaníček, 2009)

GeoGebra je jedním z typických zástupců programů dynamické geometrie, v níž má pohyb objektu podstatný vliv na hlubší vhled do daného problému. Jednou z velkých výhod je využití pohybu v rovině, který umožňuje řešit nové typy úloh a poukázat na univerzálnost celého řešení. Využití programů dynamické geometrie může ve výuce matematiky podpořit badatelsky orientované učení, objevování, ale i formulace hypotéz a matematické dokazování. (Jančařík, 2014)

Aktivita zaměřená na objevení závislosti obsahu trojúhelníku na jeho výšce, je příkladem strukturovaného bádání⁷. Žáci si v programu GeoGebra nejdříve připraví trojúhelník s vrcholy A , B , C a přímkou p , procházející bodem C . Následovně v GeoGebra označí trojúhelník jako mnohoúhelník a určí jeho obsah (viz Obrázek 1). Poté objevují nový poznatek pomocí manipulace bodu C po dané přímce, konkrétně závislost obsahu trojúhelníku na jeho výšce.



Obrázek 1: Závislost obsahu trojúhelníka na jeho výšce

Zjištění žáků mohou být různá. Žáci mohou při manipulaci s bodem C objevit například to, že u strmější přímky se obsah trojúhelníku mění výrazněji. Pokud se bod C bude pohybovat po přímce rovnoběžné s přímkou AB , obsah trojúhelníka se nemění. Na základě těchto závěrů by žáci měli dojít k tomu, že obsah trojúhelníka závisí na jeho výšce.

Hlavním přínosem aktivity je tedy možnost manipulace s bodem C , díky které žáci tvoří několik izolovaných modelů⁸, jejichž prostřednictvím pak dochází k objevu nového poznatku.

⁷ Strukturované bádání je jedním ze čtyř typů badatelsky orientovaného učení a dynamické geometrie. Učitel předloží žákům danou otázku nebo problém (případně i možný postup řešení úlohy) a úkolem studentů je nalézt odpovídající řešení se zdůvodněním. Další tři typy tvoří bádání potvrzující, nasměrované a otevřené. (Jančařík, 2014)

⁸ V textu jsou některé aktivity a jejich popisy založeny na Hejného terminologii o mechanismu poznávacího procesu (Hejný, 2004).

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (manipuluje s nákresem v prostředí GeoGebra za účelem matematického poznávání),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy a zkvalitnil výsledky své práce (sestrojí v GeoGebre bod, trojúhelník a přímku).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- získává zkušenosti s izolovanými modely trojúhelníku a s obsahem trojúhelníku,
- zkoumá závislost mezi výškou trojúhelníku a jeho obsahem.

2. Délka kružnice (Brůžková, Koldová, 2023)

Kromě toho, že v GeoGebre můžeme prozkoumávat zkonstruované objekty a jejich vzájemnou závislost, potenciál dynamické geometrie zde můžeme ještě více podpořit a využít například s pomocí nástrojů animace, stopa, posuvník a množina bodů dané vlastnosti. Jedním z možných zavedení pojmu délka kružnice na úrovni základní školy je zavedení prostřednictvím měření délky provázku, jakožto obvodu kružnice. Alternativním způsobem zavedení může být využití appletu vytvořenému v programu GeoGebra, ve kterém se kružnice, a na ní umístěný bod, valí přímo po „pravítku“.⁹

Zadání pro žáky v originálním znění:

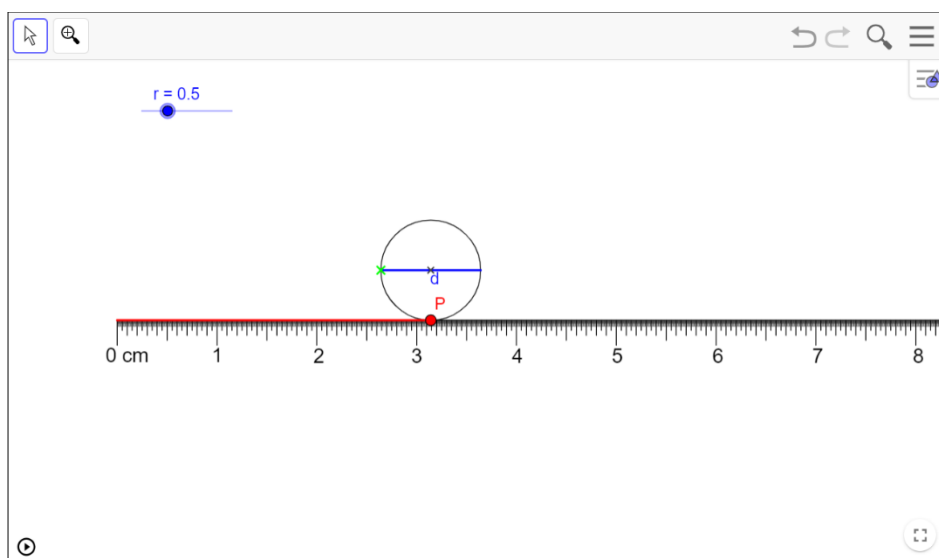
Pokud nastavíme průměr kružnice na 1 cm, jaká bude délka kružnice? A kolikrát je tato délka větší než její průměr?

Pokud nastavíme průměr kružnice na 2 cm, jaká bude délka kružnice? A kolikrát je tato délka větší než její průměr?

Pokud nastavíme průměr kružnice na 3 cm, jaká bude délka kružnice? A kolikrát je tato délka větší než její průměr?

Kolikrát je délka kružnice větší než její průměr? (Brůžková, Koldová, 2023, s. 66)

⁹ Z didaktického pohledu je vhodné provést v rámci zavádění délky kružnice obě tyto aktivity, pokud je to možné.



Obrázek 2: Délka kružnice (Brůžková, 2023, s. 64)

Žáci dostanou k dispozici interaktivní applet, ve kterém v digitální podobě měří délku provázku, který je obmotaný kolem kružnice. Prostřednictvím série otázek zaměřených na závislost průměru a délky kružnice, lze žáka dovést k přibližné hodnotě Ludolfova čísla $\pi = 3.14$.

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (manipuluje s nákresem v prostředí GeoGebra za účelem matematického poznávání),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti (zjišťuje délku kružnice prostřednictvím digitálních technologií).

Z pohledu matematického poznávání žák:

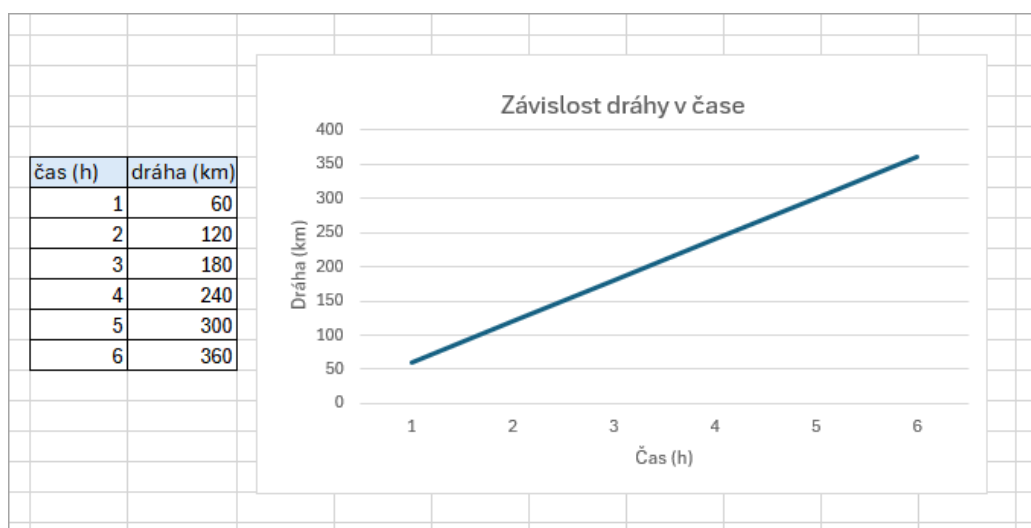
- tvoří izolované modely kružnice (získává zkušenosti s izolovanými modely kružnice) a určuje její délku,
- zkoumá závislost mezi délkou kružnice a jejím průměrem (poloměrem),
- popíše vztah mezi délkou kružnice a jejím poloměrem.

3. Přímá úměrnost a lineární funkce

Zadání pro žáky v originálním znění:

Automobil jede průměrnou rychlostí 60 km/h. Urči, kolik kilometrů ujede od chvíle, kdy začneme měřit čas, za 1, 2, 3, 4, 5, 6 hodin. (Holá et al., 2015, s. 12)

Autoři úlohu původně nezamýšleli v souvislosti s digitálními technologiemi, ale využití MS Excel či jiného tabulkového kalkulátoru při zavedení přímé úměrnosti (analogicky i nepřímé úměrnosti) je vhodné z několika důvodů. Prvním z nich je možnost propojit hodnoty funkce pro velké množství dosazovaných hodnot z definičního oboru, tedy využití programu usnadňuje žákům rutinní záležitosti a nabízí příležitost se více soustředit na matematické poznatky. Žáci mohou současně pozorovat různé reprezentace funkce, například graf s tabulkou (viz Obrázek 3). Žák by si v průběhu řešení úlohy měl uvědomit souvislost mezi tabulkou přímé úměrnosti a jejím grafem, případně i s jejím předpisem (to záleží na tom, jakým způsobem bude žák úlohu v Excelu řešit). Z grafu funkce pak může hlouběji pochopit lineární funkci a její vlastnosti včetně souvislosti s úlohami zaměřenými na přímou úměrnost.



Obrázek 3: Tabulka a graf přímé úměrnosti

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (využívá funkce programu Excel),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti (vytvoří tabulku a s ní související graf).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- prohlubuje porozumění týkající se souvislosti přímé úměrnosti a lineární funkce,
- seznamuje se s vlastnostmi lineární funkce a jejího grafu a s přímou úměrností.

V souvislosti s úlohami kladoucími důraz na matematické poznávání prostřednictvím digitálních technologií bych ještě ráda upozornila na dvě rizika spojená poznáváním, kterým je třeba věnovat zvýšenou pozornost při zařazení zmíněných úloh do výuky. Prvním z těchto možných rizik je tzv. utajené poznávání, které představuje jeden z didaktických formalismů snižujících kvalitu výuky. Vyznačuje se sice aktivizující činností žáka, ale jádro učiva a jeho podstatné informace probíhá bez žákova vědomí, respektive chybí propojení aktivní činnosti žáků s porozuměním a osvojováním znalostí. Druhé riziko, tzv. odcizené poznávání, upozorňuje na chybějící zapojení žáků do aktivní činnosti v souvislosti s obsahem výuky. Obě tato rizika mohou pramenit z nerozvíjejících výukových situací (Janík et al., 2011). Zmíněné úlohy je vhodné podpořit především výukou konstruktivistickou, která je jedním z pedagogických aspektů využití digitálních kompetencí ve výuce matematiky (Vaníček, 2009).

1.3.2 Matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí

Jak již bylo zmíněno, druhý pohled se snaží využít matematiku jako podpůrný prostředek pro budování digitálních kompetencí. Matematika a její obsah je zde tedy jistou oporou při rozvoji práce s digitálními technologiemi. Výuka podmiňující tento způsob smýšlení by měla být s cílem „vést žáka k tvořivému využívání digitálních technologií při práci“ (MŠMT, 2021, s. 13). Obecně by zde měla být snaha učitele zaměřit se na rozvoj digitálních kompetencí užitečných pro život s cílem podpořit žákovo zapojení do společnosti a občanského života. Konkrétně s ohledem na výuku matematiky se může jednat o práci

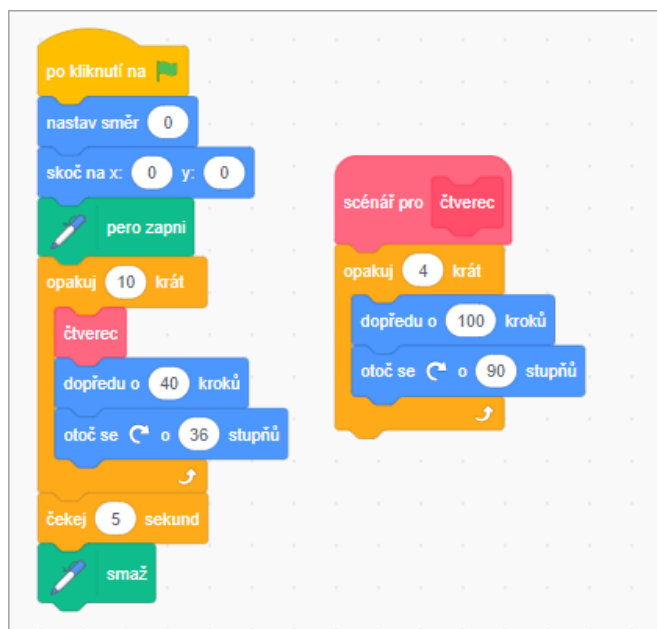
s tabulkovými kalkulátory, základy programování nebo vyjadřování se pomocí digitálních prostředků (například sazba matematického textu).

V souladu s tímto pohledem mohou být odpovídající očekávané výstupy učení žáka například „vytvářet a upravovat digitální obsah v různých formátech“ (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1) nebo „navrhovat různé postupy k řešení vybraných problémů pomocí digitálních technologií“ (MŠMT, NPI, 2023a, s. 1).

Níže uvedené aktivity charakterizují spíše druhý zmíněný pohled na digitální kompetence v matematice. Není vyloučeno, že dochází k matematickému poznávání, aktivity ovšem dle mého názoru pouze zdůrazňují matematiku jako prostředek k budování digitálních kompetencí.

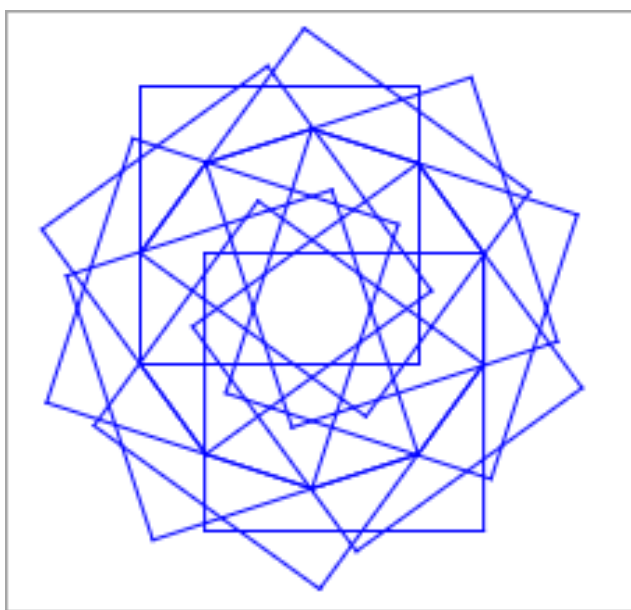
1. Algoritmy pro sestavení čtverce (Voráčková, 2021)

Propojení planimetrických poznatků se základními principy algoritmizace lze docílit prostřednictvím úloh v programu Scratch, který umožňuje žákům a studentům náhled do programovacího jazyka díky grafickým elementům namísto textové podoby (viz Obrázek 4).



Obrázek 4: Blokové prostředí v programu Scratch

Výukovou aktivitu zaměřenou na vlastnosti a konstrukci čtverce lze do výuky implementovat i s dalšími geometrickými útvary v rovině, vhodný může být například rovnostranný trojúhelník. V programu Scratch žáci mohou provádět pomocí vizuálního programovacího jazyka různé úkony od kreslení čtverce až po jeho posunutí, tvorbu stejnohlých čtverců či různých čtvercových ornamentů (viz Obrázek 5). Kromě toho, že tato podnětná aktivita poukazuje na vlastnosti čtverce, tak je dle mého názoru typickým zástupcem zmíněného pohledu, kdy matematika slouží jako podpůrný prostředek k rozvoji digitálních kompetencí. V závislosti na výběru složitosti úloh lze aktivitu zařadit do tematického okruhu nestandardních aplikačních úloh a problémů už na prvním stupni základní školy. Na druhém stupni pak dle očekávaných výstupů v daném okruhu žák „užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací“ (MŠMT, 2021).



Obrázek 5: Rozeta z deseti čtverců

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (seznamuje se a získává zkušenosti se základními algoritmickými postupy v blokově orientovaném prostředí),
- vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků (promýšlí a zapisuje postup konstrukcí daných objektů).

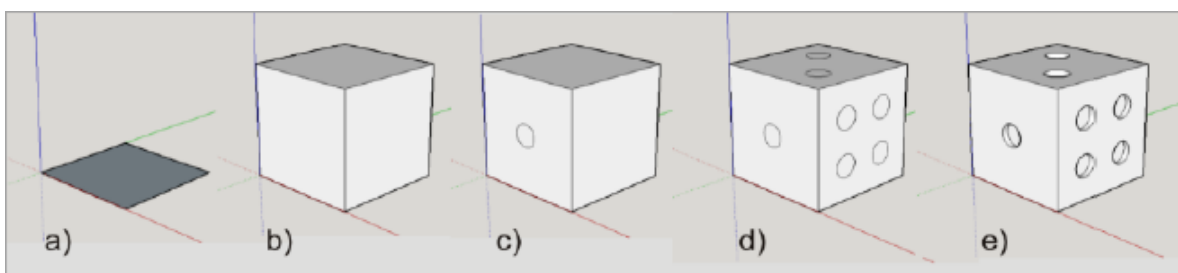
Z pohledu matematického poznávání žák:

- analyzuje a konstruuje geometrické útvary v rovině,
- využívá geometrická zobrazení pro konstrukci dalších geometrických útvarů, rozpoznává symetrie.

2. 3D modelování v online prostředí (Fadrhonc, 2021)

Software SketchUp, navržen pro tvorbu 3D modelů, může být díky své jednoduchosti využíván jak profesionálními architekty pro vizualizace staveb, tak žáky a studenty na školách. Prostřednictvím série pokynů lze žáka dovést k tomu, aby vytvořil jednoduchý i složitější rotační 3D model na základě daného zadání. Výukové aktivity zaměřené na tvorbu jednodušších těles v programu SketchUp primárně rozvíjí digitální kompetence žáků tím, že žák vytváří digitální obsah. Konkrétně žáci mohou tvořit několik různých jednodušších i složitějších těles – například hrací kostku, semafor, džbánec nebo různé figury ze hry šachy (viz Obrázek 6).

Vytváření 3D modelů v softwaru SketchUp má mnoho výhod i z hlediska výuky matematiky, například vizualizace geometrických konceptů, aplikace měření a numerických dovedností nebo porozumění prostorovým vztahům.



Obrázek 6: Semafor (Fadrhonc, 2021, s. 3)

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (manipuluje s geometrickými objekty v digitálním prostředí a aplikuje znalosti měření),
- vytváří a upravuje digitální obsah, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků (vytváří jednoduché i složitější 3D modely v digitálním prostředí),

- využívá digitální technologie k usnadnění práce a zefektivnění pracovních postupů (využívá prostředí 2D grafiky pro tvorbu geometrických útvarů v rovině).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- analyzuje vlastnosti geometrických těles,
- využívá a aplikuje numerické dovednosti a znalosti měření ke konstrukci geometrických útvarů a těles.

3. Součin dvou po sobě jdoucích čísel

Zadání pro žáky v originálním znění:

Čísla 3080, 5112, 5550 a 6006 vznikla jakou součin dvou za sebou jdoucích čísel.

Nalezněte s využitím programu MS Excel řešení úlohy. (Jančařík et al., 2007, s. 14)

Autoři mají zřejmě na mysli, že žák má nalézt pro každé z uvedených čísel dané činitele. Řešit takovou úlohu metodou „tužka–papír“ by mohlo být pro žáky časově náročné, zejména pokud by měli problém nalézt vhodnou strategii. Pro některé z nich by to mohlo znamenat i jistou demotivaci při opakovaném selhávání. Bude-li žák řešit úlohu v programu Excel, vyhne se tak rutinním krokům a může se tak soustředit na rozvoj jiných dovedností (například modelování dané situace v prostředí MS Excel a hledání vhodné řešitelské strategie). Jednou z možných řešitelských strategií může být to, že žák vytvoří jednoduchou tabulku se čtyřmi sloupci a s několika řádky, jejichž počty volí dle potřeby (viz Obrázek 7). Do tabulky žák může zadat po sobě jdoucí celá čísla a následně využít „roztáhnutí“ první čtveřice čísel na zbytek sloupce. V dalším sloupci pak využije vzorec, který aplikuje na danou sadu buněk. Tato úloha je ukázkou toho, jakým způsobem nám tabulkový kalkulátor dokáže usnadnit práci při řešení na první pohled náročných úloh, rozvoj digitálních kompetencí zde jednoznačně převyšuje matematické poznávání¹⁰.

¹⁰ Úlohy by bylo možné zařadit i k prvnímu pohledu na digitální kompetence v případě, že bychom ji využili při zavedení odmocniny a seznámení se s metodou půlení intervalu (Jančařík et al, 2007). Úlohu by bylo vhodné doplnit o další návodné otázky a výukovou aktivitu pak pojmout jiným způsobem. Není však vyloučeno, že pokud úlohu využijeme v zadaném znění, nedojde u žádného z žáků k matematickému poznávání odmocniny a metodou půlení intervalu.

	A	B	C
1	50	51	2550
2	51	52	2652
3	52	53	2756
4	53	54	2862
5	54	55	2970
6	55	56	3080
7	56	57	3192
8	57	58	3306
9	58	59	3422
10	59	60	3540
11	60	61	3660
12	61	62	3782
13	62	63	3906
14	63	64	4032

Obrázek 7: Možné řešení úlohy v Excelu

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (využívá funkce programu Excel),
- vytváří a upravuje digitální obsah (vytvoří tabulku),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zjednodušil své pracovní postupy (aplikuje vzorec na sadu buněk).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- získává zkušenosti s vlastnostmi násobení celých čísel,
- užívá logickou úvahu a hledá různá řešení předložené zkoumané situace.

1.3.3 Příklad úlohy s nejednoznačným zařazením

Mnoho úloh bude možné z hlediska výše uvedených přístupů považovat za vyvážené – což je ostatně cíl, který pravděpodobně většina tvůrců úloh pro rozvoj digitálních kompetencí sleduje. Smyslem takových úloh nezávisle na jejich zařazení do výuky je matematické poznávání i rozvoj digitálních kompetencí. Ani jeden z daných přístupů výrazně nepřevažuje druhý¹¹.

¹¹ I zde si lze ovšem samozřejmě představit situace na okraji spektra.

Ukázka úlohy v takzvané rovnováze:

Obvod a obsah čtverce (Jančařík et al., 2007)

Zadání pro žáky v originálním znění:

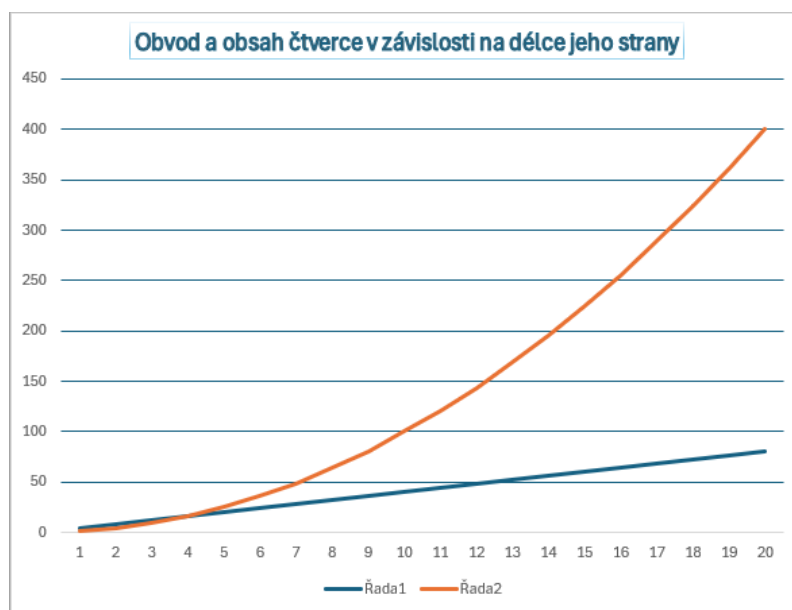
Sestavte tabulku obvodů a obsahů čtverců, jejichž strana a měří 1, 2, 3, ..., 20 cm.

Sestrojte příslušný graf.

Kolikrát je větší obsah než obvod?

Kdy je číselná hodnota obsahu větší (menší) než číselná hodnota obvodu? (Jančařík et al., 2007, s. 34)

Cílem aktivity je seznámit žáky se vztahem mezi obvodem a obsahem čtverce (analogicky může jít například i o obdélník). Žáci mají za úkol vytvořit tabulku obvodů a obsahů čtverců s délkami stran 1, 2, 3, ..., 20 cm a sestavit příslušný graf (viz Obrázek 8). V tabulce, jejíž sestavení od žáků očekáváme, by měly být zakomponovány čtyři sloupce – strana čtverce, obvod čtverce, obsah čtverce a vztah obvodu a obsahu. Řešením dané úlohy by měl žák dojít k porozumění toho, jak se mění obvod a obsah čtverce ve vztahu k velikosti jeho strany, ale i rozvést dovednost týkající se práce s digitálními technologiemi – tvorba tabulky a grafu, tvorba, a především aplikace vzorce na sadu buněk a jeho automatické kopírování. Při realizaci aktivity je zřejmé, že využití tabulkového kalkulátoru nám v porovnání s běžným postupem snadno umožní provést dané výpočty pro velké množství buněk. Úlohu lze zařadit do více tematických okruhů v matematice na druhém stupni základní školy – například geometrie v rovině nebo vztahy a práce s daty. Důležité je podotknout, že aktivita se provádí v období, kdy nečekáme, že by žáci selhávali v konkrétních výpočtech – primárním vzdělávacím cílem je zde získání zkušeností se závislostmi, zásadní je ale i budování jmenovaných schopností v tabulkovém procesoru.



Obrázek 8: Obvod a obsah čtverce v závislosti na délce jeho strany

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (využívá funkce programu Excel),
- vytváří a upravuje digitální obsah (vytvoří tabulku a k ní příslušný graf),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zjednodušil své pracovní postupy (aplikuje vzorec na sadu buněk).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- zkoumá vztah obvodu a obsahu k délce strany čtverce,
- získává zkušenosti s izolovanými modely lineární a kvadratické funkce.

1.4 Shrnutí

Co se týče dvou předložených pohledů na digitální kompetence v matematice, ráda bych ještě upozornila, že není mým cílem jednu z těchto možností implementace daných kompetencí prostřednictvím zmíněných úloh upřednostňovat. Naopak by bylo dle mého názoru ideální, kdyby byly do výuky matematiky integrovány oba tyto přístupy rovnocenně.

Totožný pohled na digitální kompetence při rešerši literatury nebyl nalezen. Za zmínku však stojí zajímavá kategorizace z roku 1980 amerického vědce Roberta Taylora, který uvádí tři základní role počítače při učení, a to roli učitele, nástroje a roli žáka¹² (Yumei, 2012).

Funguje-li počítač v roli žáka, typická role počítače a žáka se obrátí, tedy počítač se stává žákem a žák učitelem. Cílem je, aby žák „naučil“ počítač vykonávat nějaký úkon. V danou chvíli se žák zabývá do hloubky jak samotným úkolem, tak i procesem učení, což vyžaduje vysoké kognitivní zapojení žáka. Příkladem úlohy počítače v roli žáka může být například výše uvedená aktivita *Algoritmy pro sestrojení čtverce*, kdy se žák učí naprogramovat počítač tak, aby provedl daný úkol. K tomuto pojetí mají blíže úlohy nastiňující druhý pohled na digitální kompetence v matematice, kdy je matematika (či samotné učení) prostředkem pro jejich budování.

Je-li počítač v roli nástroje, žáci jej využívají pouze jako asistenta, primárně nemusí docházet k rozvoji digitálních kompetencí žáka. V praxi může jít například o tvorbu prezentací, ale i tvorbu (nebo pouze využití) dalších digitálních materiálů, které žákovi pomáhají s učením. Z uvedených aktivit mají k danému pojetí nejbližší aktivity jako například *Závislost obsahu trojúhelníku na jeho výšce a Délka kružnice*, tedy aktivity cílené na první zmíněný pohled na digitální kompetence v matematice.

Počítač v roli učitele zprostředkovává vyučovaný obsah studentům, jde o vůbec nejstarší pojetí využití počítače ve výuce. Počítač žákovi prezentuje učivo s využitím různých textů, grafik a médií. K danému pojetí nelze jednoznačně přiřadit nějakou z výše uvedených aktivit. Využití této koncepce je dle mého názoru vhodnější spíše v humanitních a společenských předmětech nebo jako například dějepis či výchova k občanství.

Je na místě dodat také to, že rychlý vývoj digitálních technologií významně proměňuje naši společnost tak, že četné z těchto rolí mohou zastoupit rozšiřující způsoby využití tzv. jazykových modelů umělé inteligence. Toto téma rezonuje školským oborem čím dál více. V České republice se od září roku 2023 této myšlence věnuje projekt s názvem *AI dětem* (pod záštitou různých českých vzdělávacích organizací), který tvoří kurikulum umělé inteligence pro základní a střední školy jehož cílem je vytvořit stručný návod týkající

¹² Z anglického „tutor, tool, tutee model“, vlastní překlad.

se vzdělávání v dané oblasti. V průběhu druhé poloviny roku 2024 by měly být zveřejněny první metodické materiály určené pro první a druhý stupeň základní školy. (AI kurikulum pro ZŠ a SŠ, 2023)

Začlenění digitálních kompetencí do výuky matematiky má několik pozitiv, která jsou však podmíněna několika pedagogickými aspekty¹³, jako je například již zmíněný konstruktivistický přístup, ale i důkladná příprava učitelů na vzdělávání v oblasti digitálních kompetencí. Tomu, jak význam digitálních kompetencí vnímají učitelé matematiky a jaký dopad to má na implementaci úloh do výuky matematiky je věnován následující výzkum v praktické části práce.

¹³ Vaníček (2009) zmiňuje i další pedagogické aspekty užití kognitivních technologií ve vyučování matematiky – například kvalita okamžité zpětné vazby, vizualizace konceptů nebo koncentrace žáka, kdy musí přecházet mezi více úrovněmi myšlení.

2 Praktická část

V praktické části se zabývám vlastním výzkumem založeným na rozhovorech s respondenty. Nejdříve představuji metodologii práce, která popisuje hlavní cíl výzkumu, výzkumné otázky a výzkumný vzorek, strukturu rozhovoru a následná očekávaná zjištění. Poté hlouběji analyzuji samotné rozhovory a v diskusi shrnuji klíčové náměty a myšlenky.

2.1 Metodologie

Hlavním cílem výzkumné části bylo zjistit, jakým způsobem učitelé matematiky chápou roli digitálních kompetencí v matematice. Deseti učitelům z různých základních a středních škol byly předloženy čtyři úlohy, které byly vybrány na základě analýzy úloh v teoretické části práce. Následně byly učitelům prostřednictvím strukturovaného rozhovoru položeny otevřené otázky směřující k výzkumnému cíli. Tento typ rozhovoru umožnil redukovat a minimalizovat rozsah získaných podnětných odpovědí v jednotlivých rozhovorech. Respondentům byly kladeny předem formulované a strukturované otázky v daném pořadí. Zvolený výzkumný nástroj směřoval ke kvalitativní metodě sběru dat (Hendl, 1999).

2.1.1 Výzkumné otázky

Výše zmíněný výzkumný cíl se opírá o dvě následující výzkumné otázky:

1. Jak vnímají učitelé význam digitálních kompetencí v matematice?
2. Kladou učitelé důraz na úlohy podmiňující spíše první popsany pohled (digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání) nebo druhý pohled (matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí)?

2.1.2 Výzkumný vzorek

Výzkumný vzorek tvořili učitelé matematiky základních a středních škol. Výběr učitelů byl podmíněn pouze dvěma kritérii, a to dokončeným vysokoškolským vzděláním pedagogického směru v oboru matematika a souhlasem s nahráváním na diktafon. Všichni učitelé souhlasil i se zveřejněním křestního jména, věku, délky praxe, aprobace a aktuálního stupně působení ve vzdělávání.

V následujícím textu budeme používat značení T jako tazatel a R1 až R10 jako respondenti č. 1 až č. 10. Tabulka níže shrnuje údaje o vybraných respondentech (viz Tabulka 1).

Respondent	Pohlaví	Věk	Délka praxe	Aprobace	Stupeň působení
R1 (Hana)	žena	43	16	M, Ch	ZŠ
R2 (Ondřej)	muž	27	1	M	SŠ
R3 (Jiří)	muž	25	2	M	SŠ
R4 (Zdena)	žena	35	4	M, F	ZŠ
R5 (Veronika)	žena	41	15	M, IT	ZŠ
R6 (Lenka)	žena	55	33	M, Př	ZŠ
R7 (Jakub)	žena	27	5	M, IT	SŠ
R8 (Martina)	žena	44	20	M, TV ¹⁴	ZŠ
R9 (Adéla)	žena	32	4	M, Př	ZŠ
R10 (Jarmila)	žena	45	24	M, Ch	ZŠ

Tabulka 1: Údaje o respondentech

2.1.3 Struktura rozhovoru

Rozhovory byly uskutečněny na přelomu jara roku 2024. Všechny rozhovory byly nahrány na diktafon, analyzovány a v případě potřeby byly relevantní části rozhovorů přepsány do písemné podoby. Před samotným rozhovorem byly učitelům poskytnuty čtyři úlohy k prostudování ve formě zadání pro žáky (bez komentáře a bez řešení). Podklad byl učitelům poskytnut s dostatečným předstihem k prostudování, minimálně dva dny před rozhovorem. Úlohy byly zvoleny na základě analýzy úloh v teoretické části. Úlohy A1 a A4 reprezentují pohled na digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání (první

¹⁴ Respondentka Martina před rozhovorem upozornila, že zkratka TV nepředstavuje předmět tělesné výchovy, jak jsme zvyklí, ale výchovu technickou. Tento obor se dříve dělil na dvě části, v širším slova smyslu obsah představoval výuku techniky a informatiky.

pohled) a úlohy A2 a A3 reprezentují matematiku jako podpůrný prostředek pro rozvoj digitálních kompetencí (druhý pohled). Je zřejmé, že není možné v popsaném smyslu úlohy jednoznačně odlišit, ale toto vymezení vyjadřuje cíle, s jakými byly úlohy formulovány. Rozhovory mají potvrdit či vyvrátit, zda budou učitelé ve shodě s těmito cíli, nebo v úlohách uvidí jiný potenciál či nedostatky.

Níže jsou formulovány jednotlivé úlohy, které sloužily jako podklad pro rozhovory s respondenty.

A1: Thaletova kružnice v GeoGebře

Zadání pro žáky:

Sestrojte v GeoGebře:

- a) libovolnou úsečku AB
- b) střed úsečky AB (ozn. C)
- c) kružnici nad úsečkou AB (kružnice se středem v bodě C a poloměrem $|AC|$)
- d) libovolný bod D vně dané kružnice
- e) úsečky AD a BD
- f) úhel ADB

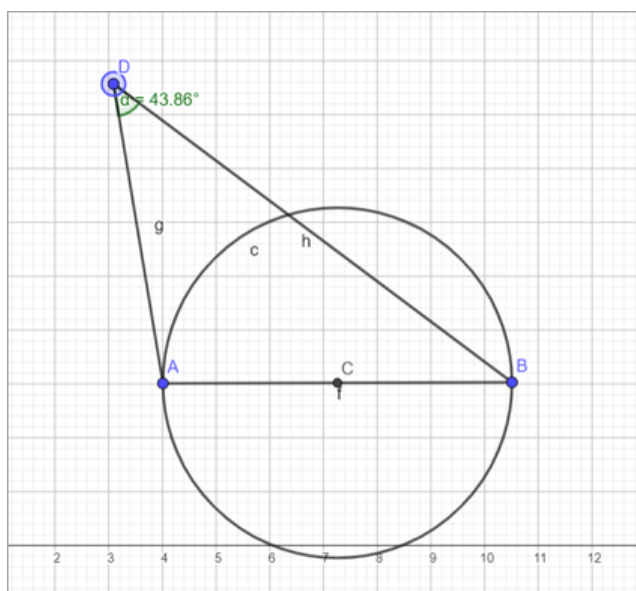
Začněte pohybovat bodem D po nákresně a zkoumejte, jak se mění velikost vnitřního úhlu trojúhelníku ADB v závislosti na jeho poloze ke kružnici.

Co platí pro velikost vnitřního úhlu trojúhelníku ADB a trojúhelník ADB z hlediska úhlů, pokud je bod D :

	Velikost úhlu ADB	Trojúhelník ADB
Bod D vně kružnice		
Bod D uvnitř kružnice		
Bod D na kružnici		

Komentář k úloze:

Žáci si v programu GeoGebra připraví úsečku AB , kružnici nad danou úsečkou a libovolný bod D mimo kružnici (viz Obrázek 9). Jejich úkolem je manipulovat s daným bodem po nákresně a v závislosti na jeho poloze zkoumat velikost úhlu ADB . Prostřednictvím bádání by měli dojít ke třem důležitým poznatkům – pokud pohybujeme s bodem D mimo kružnici, je úhel ADB ostrý, naopak pokud pohybujeme s bodem D uvnitř kružnice, úhel je tupý. Pokud je bod D na kružnici, vnitřní úhel ADB trojúhelníku ABD je pravý a tím pádem trojúhelník ABD je pravoúhlý. Cílem je žáka dovést k porozumění Thaletovy věty a jejímu znění.



Obrázek 9: Thaletova kružnice v GeoGebře

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (manipuluje s nákresnou v prostředí GeoGebra za účelem matematického poznávání),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti (zjišťuje délku kružnice prostřednictvím digitálních technologií, sestrojí základní geometrické objekty).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- získává zkušenosti s Thaletovou větou ve tvaru ekvivalence,
- analyzuje vlastnosti vnitřního úhlu trojúhelníku sestrojeného nad přeponou kružnice vzhledem k jeho poloze k dané kružnici.

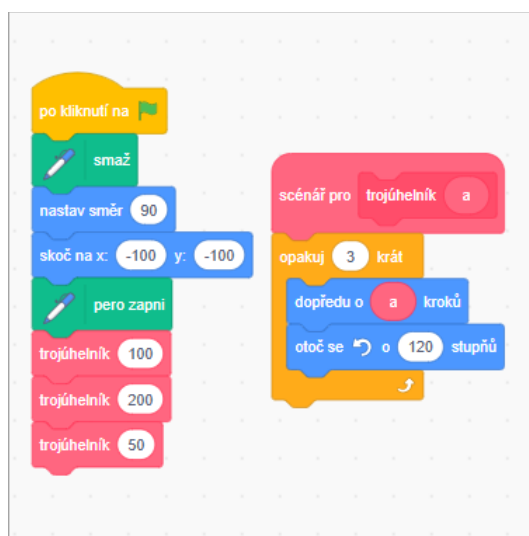
A2: Rovnostranný trojúhelník v programu Scratch

Zadání pro žáky:

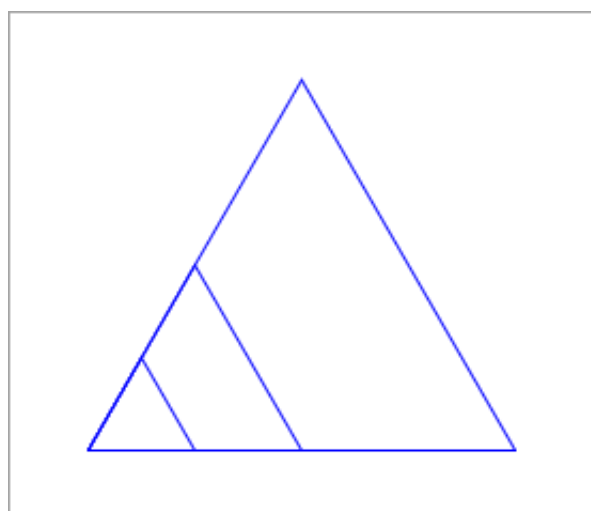
V programu Scratch vytvořte rovnostranný trojúhelník. Následně vytvořte dva další trojúhelníky, z nichž první bude mít oproti původnímu trojúhelníku dvakrát delší stranu a druhý bude mít oproti původnímu trojúhelníku dvakrát menší stranu. Co můžeme říct o těchto trojúhelnících?

Komentář k úloze:

V úloze dominuje algoritmická část, v níž má žák za úkol sestavit sadu příkazů v blokovém prostředí programu Scratch tak, aby vytvořil tři rovnostranné trojúhelníky (viz Obrázek 10 a Obrázek 11). Úloha nemá jednoznačné řešení. Sestavení kódu, který vykreslí dané trojúhelníky, může být u řešitelů různé. Stejně tak otázka k dané úloze je položena tak, že odpovědi mohou být odlišné. Žáci se mohou zaměřit například na porovnání obvodů a obsahů trojúhelníků nebo podobnost trojúhelníků (popř. stejnolehlost). Otevřenost otázky však nabízí prostor k diskusi ve třídě. Alternativou této úlohy by mohla být úloha k ní opačná, kdy žákům předložíme výsledné trojúhelníky a budeme požadovat nalezení odpovídajícího kódu.



Obrázek 10: Možné řešení úlohy ve Scratchi



Obrázek 11: Výsledné rovnostranné trojúhelníky

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (seznamuje se a získává zkušenosti se základními algoritmickými postupy v blokově orientovaném prostředí),
- vytváří a upravuje digitální obsah, vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků (promýšlí a zapisuje postup konstrukcí daných objektů).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- analyzuje vlastnosti podobných rovnostranných trojúhelníků,
- konstruuje geometrické útvary v rovině.

A3: Součin dvou po sobě jdoucích čísel v Excelu

Zadání pro žáky:

Čísla 3080, 5112, 5550 a 6006 vznikla jako součin dvou přirozených za sebou jdoucích čísel. V MS Excel vytvořte tabulku součinů po sobě jdoucích čísel a pomocí této tabulky zjistěte, o které dvojice čísel se pro výše uvedená čísla jedná. (Jančařík et al., 2007, s. 14, upraveno)

Komentář k úloze:

Úloha byla okomentována na straně v kapitole 1.3.2. Formulace druhé věty v zadání úlohy pro žáky byla pozměněna. Smysl úlohy a její cíl zůstává beze změny, tedy najít odpovídající dvojice činitelů k daným číslům prostřednictvím tabulkového kalkulátoru.

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (využívá funkce programu Excel),
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zjednodušil své pracovní postupy (vytvoří tabulku, použije a aplikuje vzorec na sadu buněk).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- získává zkušenosti s vlastnostmi násobení celých čísel,
- užívá logickou úvahu a hledá různá řešení předložené zkoumané situace.

A4: Přímá úměrnost v Excelu

Zadání pro žáky:

Firma platí svým zaměstnancům podle počtu odpracovaných hodin. Za 5 hodin práce dostane zaměstnanec 1750 korun. Kolik korun dostane zaměstnanec za 3, 4, 6 a 8 hodin práce? V MS Excel vytvořte tabulku odpracovaných hodin a výdělku. K tabulce vytvořte

spojnicový graf. Na základě tabulky a grafu popište závislost mezi odpracovanými hodinami a výdělkem.

Komentář k úloze:

Úloha je založena na stejném principu jako úloha, která byla uvedena v kapitole 1.3.1 v první části práce. Zadání úlohy bylo rozšířeno v kontextu využití digitálních technologií při řešení úlohy. Cílem je propojit význam tabulky přímé úměrnosti s jejím grafem. Není jednoznačně dáno, jakým způsobem a jak velkou tabulku řešitelé vytvoří.

Z pohledu digitálních kompetencí žák:

- ovládá digitální zařízení a využívá je při učení (využívá funkce programu Excel),
- vytváří a upravuje digitální obsah (vytvoří tabulku a s ní související graf).

Z pohledu matematického poznávání žák:

- prohlubuje porozumění týkající se souvislosti přímé úměrnosti a lineární funkce,
- seznamuje se s vlastnostmi lineární funkce a jejího grafu a s přímou úměrností.

Před rozhovorem ani v jeho průběhu nebylo respondentům řečeno, co je jeho cílem. Učitelům nebyl sdělen ani název práce, z důvodu možného zaujetí jejich pohledu na dané úlohy. Po společné domluvě setkání s učitelem následoval rozhovor o délce 10–20 minut.

Úvod do rozhovoru:

Jmenuji se Veronika Procházková a jsem studentkou oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy. Tento rozhovor je součástí mé diplomové práce, která se zaměřuje na digitální kompetence v matematice. Veškeré informace, které sdělíte, budou důvěrně zpracovány. Délka rozhovoru by neměla přesáhnout 20 minut. Rozhovor bude nahráván.

Před našim setkáním Vám byly poskytnuty čtyři úlohy k prostudování. Těmito úlohami se budeme zabývat v průběhu rozhovoru. Všechny úlohy budeme diskutovat v kontextu druhého stupně základní školy. Nyní bych vám ráda položila první z otázek.

Respondentům byly v průběhu rozhovoru položeny tři klíčové otázky O1 až O3:

O1: Které z uvedených úloh považujete za vhodné pro zařazení do výuky matematiky na druhém stupni základní školy a proč?

O2: Pokud byste museli zvolit právě dvě úlohy, které by to byly a proč?

O3: Jak vnímáte význam digitálních kompetencí v matematice?

V případě nejasných odpovědí respondentů byly výše uvedené hlavní otázky podpořeny i otázkami doplňujícími s cílem upřesnění informací. Závěr rozhovoru byl zakončen případnou diskusí, poděkováním a zodpovězením otázek respondentů na detaily diplomové práce.

2.1.4 Očekávání a hypotézy

Na základě rozhovorů byl získán materiál ve formě transkripce. Vyhodnocování a analýza rozhovorů probíhala za cílem zodpovězení výzkumných otázek. Pro zkvalitnění analýzy a následného vyhodnocování byla před uskutečněním výzkumu vyslovena očekávání odpovědí respondentů.

Pravidelnost ve výběru úloh

Na základě analýzy úloh v teoretické části je na místě očekávání, že respondenti upřednostní úlohu A1 oproti úloze A2 a úlohu A4 oproti úloze A3. V případě prvních dvou úloh je situace více explicitní, neboť je možné očekávat, že poznávání v úloze A1 je podstatně více v souladu s tím, co učitelé považují za náplň hodin matematiky a co je více v souladu s výstupy v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Úloha A2 se přitom více soustředí na algoritmizaci a formulaci konstrukčních kroků v daném prostředí.

V případě úloh A3 a A4 je situace komplikovanější, neboť pomocí obou úloh je možné uchopit důležité matematické poznatky. Úloha A4 může být preferovanější z toho důvodu, že je bližší standardním úlohám na závislosti, ale také tím, že pro její řešení není využití softwaru tak potřebné jako u úlohy A3. K upřesnění těchto očekávání využiji doplňujících otázek v rozhovoru – viz hledání hlavních faktorů.

Je tedy možné, že učitelé budou vybírat úlohy A1 a A4 nebo A2 a A3. Tato pravidelnost by mohla naznačit to, že učitelé kladou důraz na jeden ze dvou zmíněných pohledů z různých

důvodů, avšak z různých důvodů. Výskyt této pravidelnosti by pomohl přesněji odpovědět na druhou výzkumnou otázku.

Hledání hlavních faktorů

Analýzou odpovědí učitelů na otázku „proč“ vybrali dané úlohy zjistíme, jaké hlavní faktory ovlivnily jejich výběr. Na základě tohoto faktoru pak bude vyhodnocena relevantnost vůči cíli práce. Může se stát, že respondent označí úlohu jako didakticky nevhodnou například kvůli formulaci zadání úlohy. Tento důvod není při analýze zásadní vzhledem k povaze výzkumu, podstatné je to, zda budou digitální kompetence v popředí jejich zájmu nebo nebudou učiteli vůbec zmiňovány. Sledovat budeme také opakující se hlavní faktory.

Sledování podobností a srovnávání

V následné analýze rozhovorů je cílem zaměřit se i na to, zda se některé odpovědi respondentů podobají (nebo je viditelná výrazná rozdílnost) ať už v samotném chápání digitálních kompetencí v matematice nebo výběrem úloh vzhledem k jejich pohlaví, věku, délce praxe a místě působení.

Přístup respondentů k digitálním kompetencím

Na základě otázky O3 se pokusím zjistit, jaký vztah mají respondenti k digitálním kompetencím. Dle jejich přístupu bude provedena analýza jejich odpovědí vzhledem k jejich vztahu k dané věci.

2.2 Analýza rozhovorů

Jak již bylo zmíněno, hlavní výzkum je založen na rozhovorech s respondenty – aktivními učiteli matematiky základních a středních škol. Tato kapitola se zaměřuje na analýzu těchto rozhovorů. Analýza je členěna do tří kapitol dle tří hlavních otázek položených respondentům. Při analýze rozhovorů byla snaha o seskupení opakujících se a podobných jevů.

2.2.1 Analýza otázky O1

O1: Které z uvedených úloh považujete za vhodné pro zařazení do výuky matematiky na druhém stupni základní školy a proč?

První otázka se při rozhovorech ukázala jako nejvíce komplexní. Otázka, zda by učitelé zařadili některé úlohy do výuky matematiky na druhém stupni základní školy a proč, byla několikrát rozšířena o další doplňující otázky a někteří respondenti dokonce už odpovídali i na otázku O2, týkající se výběru právě dvou úloh.

Z odpovědí některých respondentů na otázku O1 se následně pokusím zjistit, co patřilo mezi hlavní faktory jejich výběru právě dvou úloh. Při analýze rozhovorů se v tomto kontextu vyskytlo několik opakujících se jevů.

Jedním z opakujících se jevů byla nejistota ze zařazení úloh v Excelu. Druhým opakujícím se jevem byl nedostatek zkušeností či samotná neznalost programu Scratch.

Prvním z respondentů, u kterého se ukázaly oba výše zmíněné jevy, byla paní učitelka Hana (R1).

T: „Považujete některé z daných úloh za vhodné do výuky matematiky na druhém stupni základní školy?“

R1: „Ano, určitě. Nejvíc se mi líbila první aktivita s Thaletovou větou, hned jsem si ji vyzkoušela. Já tomu říkám „živý materiál“, kde žáci krásně vidí, jak se mění velikost úhlu. Dále se mi moc líbí třetí úloha v Excelu. Líbí se mi, že velká čísla žáky donutí k roztáhnutí vzorce. Na tyto věci budou muset žáci přijít – je to taková badatelská aktivita, ale badání v Excelu. Na řešení přijdou pomocí digitálních technologií.“

T: „Takže pokud byste se ve výuce chtěla zaměřit na rozvoj digitálních kompetencí žáků, tuto úlohu byste použila?“

R1: „Ano. Bez digitálních technologií bych ji nevyužila, ale s nimi mi to dává smysl. Myslím, že tuto úlohu bych mohla využít i v šestém a sedmém ročníku, abych viděla, jak jsou na tom žáci s Excelem.“

T: „Chápu tedy správně, že u těchto úloh si umíte představit zařazení do výuky. Z jakého důvodu byste nevyužila úlohu s trojúhelníkem ve Scratchi a přímou úměrnost v Excelu?“

R1: „No, já vím, co je Scratch, to jsou takové ty bloky, že? Já s ním bohužel moc neumím pracovat, ale kdybych uměla, tak je fajn, že matematiku propojí s programováním, takže bych ji také využila. S tím Excelem nevím, jak by to zvládli žáci. Bojím se, že by jim dělal problém graf. Zdá se mi, že Excel byl dříve v tomto ohledu více intuitivní, já sama nevím, jak bych to zvládala.“

Například Hana (R1) si sama není jistá, zda by dokázala řešit úlohu A4 z toho důvodu, že neví, jak sestavit příslušný spojnicový graf. Učitelů, kteří měli podobné obavy bylo více (všechny části těchto rozhovorů budou představeny postupně).

Podobné obavy týkající náročnosti úloh v Excelu vyjádřil i třetí respondent Jiří (R3). Na otázku O1 odpověděl takto:

R3: „Zařadil bych úlohu A1, protože GeoGebra je intuitivní a ten efekt této úlohy je tak velký, že žáci sami mohou vykukat Thaletovu větu. Tato úloha se mi opravdu líbí.“

T: „Je nějaká další úloha, kterou byste ve výuce využil?“

R3: „Já si třeba myslím, že ten Excel může být pro žáky na základní škole docela těžký.“

T: „Proč si to myslíte?“

R3: „Úloha A3 zřejmě proto, že já sám bych těžko hledal, jak to udělat a úloha A4 proto, že já si myslím, že udělat graf bude pro některé děti nepřekonatelně náročné. Excel vnímám jako velkou překážku.“

Jiří (R3) jako jediný respondent okamžitě vyřadil úlohy A3 a A4 ze toho důvodu, že samotný Excel vnímá jako velkou překážku. To může mít stěžejní dopad na budování digitálních kompetencí žáků. Oproti Haně (R1) si není jistý, jak by řešil úlohu A3 a úlohu A4 vnímá vzhledem k žákům jako velmi náročnou.

Zařazení některých úloh v Excelu vnímá jako problematické také respondentka Martina (R8).

R8: GeoGebru bych určitě použila, přijde mi, že na základní škole není vůbec těžká. Přiznám se, že program Scratch jsem nikdy neviděla v praxi, takže nevím, zda bych ho zařadila nebo ne. Přímé úměrnosti v Excelu bych se vůbec nebála, to si myslím, že je bez problému. U třetí úlohy, co se týká teorie, určitě by to měli zvládnout. Pokud budou mít základy Excelu, tak bych ji využila, ale je to o tom, že Excel musí trochu umět.

T: Myslíte si, že žáci neumí pracovat v programu Excel?

R8: To je to, co teď řešíme, oni neumí Excel. Nejsem si jistá, že mám tolik času, abych je učila matematiku a Excel. Na to potřebuji dvojnásobek času, což nemám. To je otázka, kam a jak intenzivně Excel zařadit.

Z odpovědi Martiny (R8) na otázku O1 vyplývá i to, že vnímá rozdíl mezi úlohami A3 a A4. Úlohu A3 považuje za náročnější než úlohu A4 a v souvislosti s tím, zmiňuje i časovou problematiku, ke které se vyjádřila i později v dalších odpovědích. Zajímavé je navíc to, že úlohu A3 by do výuky pravděpodobně zařadila, ale pouze s tou podmínkou, že by žáci měli základní zkušenost s programem Excel. Zdá se, že Martina (R8) pociťuje, že není jejím úkolem učit základy programu Excel takzvaně od píky.

Podobný jev jako u Martiny (R8) se vyskytl i u Adély (R9). Adéla na otázku O1 odpověděla následovně:

R9: „Thaletovku určitě ano, Scratch nevyužívám, ale vím, co to je. Ta třetí úloha je taková náročná a nevím, jak ji řešit. Já, kdybych chtěla využít nějaké úlohy na Excel, tak bych potřebovala manuál, to bych to zvládla. Musím říct, že takových úloh moc není, že by tam byl nějaký manuál nebo že by nějaká učebnice něco takového nabízela, o tom nevím.“

Adéla (R9) označila úlohu A3 za náročnou, ale v úloze A4 neshledává větší problém. Úlohu A3 by pravděpodobně nezvládla řešit ani sama Adéla (R9).

Za zmínku stojí i Jakubova (R7) odpověď na otázku O2:

T: „Použil byste některé z těchto úloh ve výuce matematiky?“

R7: „Ano, určitě, úlohy se mi líbily.“

T: „Které a proč?“

R7: „Úlohu A1 bych se vůbec nebál dát na základní školu. Ten rovnostranný trojúhelník je skvělý, tam mi připadalo dost zajímavé propojení informatiky s matematikou. Taková mezipředmětová úloha. Úloha A3 je pěkná spíše na nějaký víceletý gympl nebo do nějaké pokročilejší třídy. A přímá úměrnost v Excelu? Tam bych nejdřív požadoval, aby to vypočítali klasicky na papír a až potom bych chtěl, aby myšlenku zobecnili a propojili si poznatky s grafem právě v tom Excelu.“

Stejně jako předchozí respondenti i Jakub vnímá úlohu A3 za náročnější. Zajímavý je i komentář týkající se úlohy A2. Úlohu nevybírám, ale oceňuje propojení matematiky s informatikou. Tento jev se vyskytl i u paní učitelky Hany (R1).

Z odpovědi čtvrtého respondenta na otázku O1, paní učitelky Zdeny, bylo zřejmé, že také nemá dostatek zkušeností s programem Scratch.

R4: „Mně se líbí všechny úlohy. U té první se mi moc líbí, že tam s tím žáci můžou pohybovat a vidí tam rozdíly, proto myslím, že je pro žáky super. Je to pochopitelné, krok za krokem, ví, co mají dělat. U té dvojky já neznám ten program. Na druhé straně je ten Excel, já spíš používám alternativu aplikaci Numbers, takže já jsem moc v Excelu s žáky nedělala, což je škoda, oni to potřebují. Ty dvě úlohy se mi zdají taky super, ale myslím si, že tyto úlohy v Excelu budou pro ně obtížnější. Přímá úměrnost je super, tam se mi líbí ta úloha, propojení tabulky a grafu.“

Tabulkový kalkulátor Excel ve výuce nevyužívám, ale místo něj zařazuji alternativu tohoto programu, aplikaci Numbers. Tato alternativa se dle mého názoru zdá být jako problematická volba vzhledem k tomu, že využití programu Excel je rozšířenější a jeho použití může být více žádoucí jak při následném vzdělávání žáků, tak i při jejich budoucím povolání.

Paní učitelka Veronika (R5) jako jediná uvedla, že by do výuky dokázala zařadit všechny čtyři úlohy.

T: „Které z uvedených úloh považujete za vhodné pro zařazení do výuky matematiky na druhém stupni základní školy a proč?“

R5: „Do výuky bych dokázala zařadit všechny tyto úlohy. Úloha v GeoGebře se mi líbí nejvíc, je to takové intuitivní, můžeme žáky vést i bez nějaké hlubší znalosti programu. Scratch nevím, jestli by zvládli bez nácviku. A Excel, to je taková klasika.“

Bohužel Veronika (R5) následně vyřadila úlohy A2 a A3 ze stejného důvodu, a to toho, že jí tyto úlohy připadají do matematiky zbytečné. Což samo o sobě není pravda, pokud bychom tyto úlohy integrovali do širší výukové aktivity a pokud bychom chtěli klást důraz na kultivaci digitálních kompetencí žáků.

I z odpovědi paní učitelky Jarmily (R10) je zřejmé, že nezná program Scratch. Kromě toho však poskytla i další pozoruhodné komentáře k jiným úlohám.

T: „Zařadila byste některé z těchto úloh do výuky matematiky na základní škole?“

R10: „Tak tu první, tu jsem přímo letos dělala, takže ano. Druhá úloha, no, v životě jsem nebyla ve Scratchi. Trojka to je taková logická úloha, podobnou jsem taky dělala, ale v jiném předmětu a teď už ji nedělám, není na to čas. Čtyřka přímá úměrnost v Excelu, to taky dělám.“

V první řadě je zřejmé, že Jarmila (R10) do výuky pravidelně začleňuje úlohy A1 a A4. To zmiňovala i následně v diskusi po rozhovoru. Respektive Jarmila (R10) následně vysvětlila, že do výuky zařazuje pouze GeoGebru a program Excel, který však využívá výhradně na přímou a nepřímou úměrnost (v podobném znění, jako je úloha A4). Úlohu A3 by nezařadila z časových důvodů.

Velmi odlišné odpovědi uváděl druhý respondent Ondřej (R2).

T: „Přečetl jste si předložené úlohy před tímto rozhovorem?“

R2: „Ano, podle mě jsou super, ta dvojka je úplně nejlepší.“

T: „A proč se vám nejvíce líbí zrovna dvojka?“

R2: „Tu bych použil nejráději z toho důvodu, že žáci mají přijít na to, co mají tyto trojúhelníky společné. Líbí se mi tam ta souvislost s podobností. Každého z nich napadne něco jiného, a to se mi líbí.“

T: „Chápu to dobře, že v této úloze pro vás dominuje matematická část týkající podobných trojúhelníků?“

R2: „Ano, z hlediska matiky se mi to líbí, i když chápu, že je to zaměřené i na nějakou algoritmizaci, ale mě se na tom víc líbí ta podobnost.“

T: „Dobře, děkuji za tento názor. A co říkáte na ty další úlohy?“

R2: „Ta jednička je taková moc návodná, tam je jasné, co žáci mají objevit a všichni to objeví. Z toho důvodu bych ji nepoužil. Úloha není vyloženě těžká, ale spíš ukazuje to, že Thaletova věta platí. U té tabulky mě teda překvapilo to pořadí vně, uvnitř, na. To bych dal asi jinak.“

T: „A co třetí a čtvrtá úloha?“

R2: „Teď jak se na to dívám, tak ta trojka je snad ještě lepší než dvojka. Tady žáci mají volnost toho, jak tu tabulku vytvoří a tím, jak jsou ty čísla velké, tak můžou mít různé způsoby řešení. Už jen to, že každý z nich udělá jinak tabulku. Líbí se mi různorodost řešení, někoho třeba napadne dát do to plochy, jako dvoudimenzionální tabulky.“

T: „Děkuji za odpověď. Ještě bych se ráda vrátila k té čtvrté úloze.“

R2: „Zde by mě zase zajímalo, jak to řeší v Excelu. Musí pochopit propojení tabulky a grafu. Zajímalo by mě, jak by řešili ty výpočty, jestli se odvolají na jednu buňku nebo to tam dají prostě ručně nebo tak.“

T: „Vnímáte mezi těmito úlohami nějaký rozdíl?“

R2: „Ano, určitě ta jednička je zaměřená na nějaké bádání a objevování, u dvojky a trojky dominuje spíš ta infromatická část, ale vlastně i u čtvrté úlohy. Já to totiž vnímám tak, že GeoGebru mám zaměřenou na to matematické poznávání, ale všechno ostatní je pro mě spíš taková ta informatika.“

Ondřej (R2) následně vybral úlohy A2 a A3. Úlohu A2 zmínil hned na začátku rozhovoru a jeho výběr podmínila matematická část úlohy. I přesto se zdá, že Ondřej dával do popředí samotný rozvoj digitálních kompetencí žáků prostřednictvím matematiky. Zmínil také to, že Scratch a další programy jsou pro něj více informatické, naopak GeoGebru vnímá jako vhodnou pro matematické poznávání.

Rozšířené možnosti řešitelských strategií úlohy A3 kvitovala i paní učitelka Lenka (R6), která si následně nevěděla rady s tím, které dvě úlohy vybrat.

R6: „Všechny mi přijdou skvělé. Úlohu na Thaletovu větu zvládli všichni, problém dělá porozumění textu, ale to není problém konkrétní úlohy, spíše celkově. U druhé úlohy se mi zdá nejasné zadání, ta otázka je moc široká. Třetí úloha tak ta mě velice zaujala, dokonce jsem ji vyzkoušela, žáky to moc bavilo. Použili různé metody, dokonce si sami zadávali čísla mezi sebou. Čtvrtá úloha je taky skvělá.“

Lenka (R6) byla mezi třemi respondenty, kteří vybrali úlohu A3. Jako jediná z těchto respondentů vnímala určitou rovnocennost všech úloh, a proto měla problém s následným výběrem. Druhou úlohu nevybrala zřejmě z toho důvodu, že zadání považovala za nejasné, respektive otázku „co můžeme říct o těchto trojúhelnících?“ považovala za příliš otevřenou. Dle mého názoru však otevřenost této otázky nabízí prostor k diskusi mezi žáky, jelikož si pravděpodobně každý všimne něčeho jiného.

2.2.2 Analýza otázky O2

O2: Pokud byste museli zvolit právě dvě úlohy, které by to byly a proč?

Odpovědi respondentů na otázku O2, týkající se výběru právě dvou úloh byly více stručné než u předchozí otázky. Jak již bylo zmíněno, někteří respondenti odpověděli na otázku O2 už v úvodu rozhovoru.

Při analýze výběru úloh učitelů bude kladen důraz na důvody, které respondenty vedly k dané volbě.

Výběr úloh lze kategorizovat do čtyř bodů a to:

- A1 a A2 (Jiří),
- A1 a A3 (Hana, Lenka),

- A1 a A4 (Zdena, Veronika, Jakub, Martina, Adéla, Jarmila) – úlohy zaměřené na matematické poznávání prostřednictvím digitálních technologií (první pohled dle představené teorie),
- A2 a A3 (Ondřej) – úlohy zdůrazňující rozvoj digitálních kompetencí prostřednictvím matematiky a jejího obsahu (druhý pohled dle představené teorie).

Některé z důvodů výběru úloh respondentů byly uvedeny v analýze otázky O1. Respondent Jiří (R3) potvrdil jeho odpovědi na druhou otázku obavy z práce s tabulkovým kalkulátorem Excel, které naznačil už v první části rozhovoru.

T: „Dokážete z těchto úloh vybrat právě dvě úlohy vhodné pro zařazení do výuky?“

R3: „Určitě první a druhá úloha. Ta druhá úloha je hezká v tom, že je hodně otevřená a nabízí prostor k diskusi ve třídě. Oni můžou říct v podstatě cokoliv, čeho si u trojúhelníků všimnou, a to je krásné. Celkově však jsou tyto dvě úlohy jednodušší než Excel.“

Další respondentka, paní učitelka Jarmila (R10), v průběhu rozhovoru uvedla, že s programem Scratch nemá zkušenosti, naopak s Excelem a GeoGebrou ano.

T: „Dokážete vybrat právě dvě úlohy?“

R10: „Tak ty, co dělám, jedničku a čtyřku.“

T: „Proč jste nevybrala trojku?“

R10: „S takovou úlohou se v učebnici klasicky nesetkáme a myslím si, že by to zabralo docela dost času. Té matematiky tam vlastně moc není, získali by jen tabulku.“

V diskusi Jarmila (R10) zmínila také to, že podobnou úlohu jako A3 v minulosti s žáky zkoušela v předmětu s názvem Matematika v praxi, který byl následně zrušen. Nyní ve výuce matematiky aktivně zařazuje různé úlohy v GeoGebře a úlohu A4 včetně její analogie s nepřímou úměrností (zaměřuje se na souvislost tabulky a grafu přímé úměrnosti). Jarmila (R10) zvolila úlohy A1 a A4. Vyřazení úlohy A3 odůvodňuje nejen časovou náročností, ale i tvrzením, že v úloze A3 není dostatek matematiky.

Z rozhovoru s paní učitelkou Veronikou (R5) bylo zřejmé, že prostřednictvím předložených úloh vnímá rozdíl mezi předloženými úlohami.

T: „Dokázala byste vybrat právě dvě úlohy vhodné pro zařazení do výuky?“

R5: „Vybrala bych první a čtvrtou úlohu.“

T: „Proč by to byly právě tyto dvě úlohy?“

R5: „Jak říkám, ta GeoGebra je velmi intuitivní a danou situaci si opravdu představí. Čtvrtá úloha je taková ze života, můžou si hodně ulehčit práci při tom poznávání. Úloha ve Scratchi je dobrá spíše do informatiky, do matematiky mi připadá zbytečná. To stejné i třetí úloha, tam se naučí spíš funkce Excelu, ale důležitější je spíš ta matematika.“

Tvrzení týkající se zbytečnosti zařazení úloh A2 a A3 do matematiky je poměrně zásadní vzhledem k dané teorii. Popírá totiž jednu z hlavních myšlenek matematiky jako prostředku k budování digitálních kompetencí. Tomuto názoru bude věnována pozornost v následujících kapitolách.

Podobně jako Veronika (R5) i Jakub (R7) vnímá rozdíl mezi předloženými úlohami.

T: „Kdybyste měl vybrat pouze dvě tyto úlohy, které by to byly?“

R7: „První a čtvrtá úloha.“

T: „A proč?“

R7: „Tu druhou bych dal do informatiky. První úlohu bych zařadil, protože je důležitá do geometrie a ta celkově dělá problém. U přímé úměrnosti se mi líbí ta návaznost a propojení.“

Jakub (R7) s Veronikou (R5) oproti ostatním respondentům striktněji rozlišovali matematické a informatické úlohy.

Respondentka Martina (R8) odpověděla na otázku O2 následovně:

R8: „Určitě Thaletovka. Programovat v matematice, to není úkol matematiky jako takové. Přímá úměrnost se matematikou prolíná, líbí se mi propojení tabulky a grafu. Takže A1 a A4.“

T: „Proč byste nevybrala třetí úlohu?“

R8: „No právě proto, že přímá úměrnost mi přijde zajímavější, že k tabulce uvidí ten graf.“

Martina (R8) tvrdí, že programování není úkol matematiky samotné. Tento jev se vyskytl i u předchozích respondentů.

U čtvrtého respondenta, paní učitelky Zdeny, je důležité zmínit, že její výběr byl sice stejný jak u paní Veroniky (úlohy A1 a A4), ovšem úlohu A2 paní Zdena vyřadila z důvodu nedostatečných zkušeností s programem Scratch.

R4: „Vybrala bych přímou úměrnost a GeoGebra, ale dvojku si nevybírám, protože neznám Scratch.“

Stejný výběr první a čtvrté úlohy provedla i devátá respondentka Adéla.

T: „Pokud byste musela zvolit právě dvě úlohy, které by to byly a proč?“

R9: „A1 a A4 se mi líbí, myslím, že to je dobrý nápad. Nejdřív by teda museli mít nějaký základ s těmi programy. Úlohy jsou jasné, stručné, jednoduché a efektivní.“

Z odpovědi Adély (R9) není jisté, zda by úlohy A1 a A4 využila, pokud by žáci neměli základ s danými programy, zde konkrétně tedy s GeoGebra a Excelem. Stejný jev se vyskytl i u Martiny (R8), kdy při odpovědi na první otázku komentovala úlohu A3 v souvislosti s tím, že by žáci měli být základ s daným programem.

Odlíšný byl rozhovor s paní učitelkou Lenkou (R6), která si nevěděla rady s výběrem úloh.

R6: „Tak určitě ta čísla v Excelu. Ty digitální kompetence jsou u této úlohy perfektní. A druhou úlohu, to nevím, musím vybrat?“

T: „Bylo by dobré vybrat právě dvě. Je s tím nějaký problém?“

R6: „Všechny ty úlohy jsou pro mě rovnocenné a u každé lze najít to, co zrovna chci, ale tak kdybych měla zvolit tak asi ta GeoGebra, ale je to opravdu těžké.“

T: „Dobře. A mohu se zeptat, proč byste nevybrala úlohu ve Scratchi?“

R6: „No, takhle, každý matematik nemusí umět pracovat ve Scratchi. Já sice vím, co to je, ale nedělám v tom. Kolegyně ale říkala, že tuto úlohu zvládnou i pátáci.“

Kdybych se Scratchem více uměla, tak jo, líbí se mi to propojení matematiky a informatiky.“

Lenka (R6) nejdříve zmínila, že se jí nejvíce líbí třetí úloha (součin čísel v Excelu), kterou dokonce zkoušela ve výuce. Při druhém výběru se ukázalo, že jsou pro ni všechny úlohy rovnocenné. Tato rovnováha se takto viditelně neprojevila u žádného dalšího respondenta. Je možné, že Lenčin výběr ovlivnil fakt, že se rozvoji digitálních kompetencí věnuje ve svém volném čase například pořádáním kurzů pro učitele, které jsou zaměřeny na využití různých programů ve výuce matematiky.

Důvody výběru úloh učitelů budou více rozebrány v následném shrnutí a diskusi. Níže je uvedena tabulka shrnující výběr úloh dle respondentů (viz Tabulka 2).

Respondent	Vybraná úloha č.1	Vybraná úloha č. 2
R1	A1	A3
R2	A2	A3
R3	A1	A2
R4	A1	A4
R5	A1	A4
R6	A1	A3
R7	A1	A4
R8	A1	A4
R9	A1	A4
R10	A1	A4

Tabulka 2: Výběr úloh respondentů

2.2.3 Analýza otázky O3

O3: Jak vnímáte význam digitálních kompetencí žáků v matematice?

Otázka O3 cílila na zjištění toho, jak učitelé vnímají význam digitálních kompetencí žáků v matematice. Odpovědi respondentů byly různorodé a vzhledem k cíli práce relevantní, proto zde uvádím všechny.

Hned u prvního respondenta, paní učitelky Hany, se už při výběru úloh vyskytl první zajímavý opakující se jev, a to digitální kompetence jako doplněk ve výuce.

T: „Jak vnímáte význam digitálních kompetencí v matematice?“

R1: „Mám strach, aby se nám ta matematika nevytratila. Je skvělé, že žáci umí s digitálními technologiemi a potřebují to, ale musí mít i základní dovednosti jako například rýsovat ručně, počítat bez kalkulatoru – až potom můžou v matematice využívat technologie, vnímám to i jako zpestření výuky.“

T: „Vidíte ve využití digitálních technologií v matematice nějakou výhodu?“

R1: „Velkou výhodu vidím v tom, že je to takový ten „živý materiál“ – mohou zkoušet animace, využívat posuvníky, aplikovat vzorce na tabulky. Můj názor je ale takový, že tam musí být matematická podstata – žáci musí být matematicky zdatní, aby mohli uchopit matematické problémy pomocí digitálních technologií.“

Z odpovědí Hany (R1) vyplývá, že by ve výuce matematiky ráda cílila na rozvoj digitálních kompetencí žáků, ale zároveň je pro ni žádoucí, aby zařazené úlohy měly matematickou podstatu.

Stejný jev se vyskytl i u dalších respondentů, například u Jiřího (R3).

R3: „Záleží na mnoha faktorech – jaké téma, jak staré děti, co je cílem naší výuky. Ona může být skvělá hodina s využitím softwaru při výuce geometrie a pak může být hodina, kde bude chtít učitel za každou cenu prosadit digitální kompetence, ale tím, že zvolí nevhodný nástroj k tématu, kde se to vůbec nehodí, tak hodina může být úplně zbytečně rozbitá. Byl bych opatrný při využití některých programů. Také nemůžeme očekávat to, že úplně odhodíme pravítka a kružítko a budeme dělat jenom GeoGebru. Není možné výuku postavit jenom na tom. Digitální kompetence

nemůžou úplně nahradit papír a tužku, ale musíme vždy přemýšlet, jak to využít a při jakém tématu.“

Z odpovědi Jiřího (R3) není jasné, zda ví přesně, proč nemůžeme postavit výuku geometrie pouze na práci v Geogebře. Zdá se, že Jiří (R3) je v ohledu využití digitálních kompetencí velmi opatrný a vnímá určité obavy v této oblasti. Využití GeoGebry (a jiných programů) ve výuce matematiky může mít i několik rizik. Příkladem může být tzv. utajené poznávání¹⁵ zmiňované sedmým respondentem Jakubem, který si je vědom právě případných rizik digitálních kompetencí ve výuce matematiky.

R7: „Dobrý sluha, zlý pán, tak bych to řekl. V momentě, kdy to dítě umí vzít do ruky kružítko a kdy umí klasicky rýsovat, tak mi to pak může pomoci. Na základní škole je třeba dát si pozor na utajené poznávání. Na gymplu nebo na střední bych s tím vůbec neměl problém, ať klidně používají GeoGebru a Excel, na základce bych s tím byl hodně opatrný.“

Stejně jako Jiří (R3) i Jakub zmiňuje určitou obezřetnost týkající se zařazení digitálních kompetencí do výuky matematiky.

Podobnou odpověď se stejným jevem (digitální kompetence jako doplněk ve výuce), který se vyskytl u Hany (R1) uvedla i Zdena (R4).

R4: „Když se bavíme o digitálních kompetencích, tak jsou super všechny čtyři úlohy. Myslím, že digitální kompetence žáků v matematice je dobrá věc, líbí se mi to, ale myslím si, že nejde nahradit a přizpůsobit veškeré učivo, prostě je učivo, které si stejně budou muset žáci odzkoušet ručně. Na druhou stranu je to důležité, jít s dobou, a hlavně žákům usnadnit práci a ukázat jim alternativy, což v matematice je skvělá příležitost. Vše s mírou, digitální kompetence vnímám jako takový doplněk v rozumné míře.“

Odpovědi Hany (R1), Jiřího (R3) i Zdeny (R4) naznačují, že primárně není jejich úkolem budovat digitální kompetence v matematice. To může potvrzovat i jejich výběr úloh.

¹⁵ Utajené poznávání je zmíněno na konci kapitoly 1.3.1.

Ani jeden z nich nevybral úlohy A2 a A3 formulované se záměrem rozvíjet především digitální kompetence žáků.

Podobně tomu bylo i u Lenky, která digitálním kompetencím přikládala větší váhu.

R6: „Já mám dobré zkušenosti, hodně se tomu věnuji. Není to samospasné, ale je to jedna z dalších metod nebo podpůrných materiálů, které se dají využít k evokaci, motivaci, přilepšení k porozumění a podobně, ale pořád zůstávám u klasické matematiky, spíš tím opravdu žákům přilepšuji.“

Jak již bylo zmíněno, Lenka se tomuto tématu věnuje i ve volném čase, což pravděpodobně má dopad na její vnímání digitálních kompetencí a výběr úloh A1 a A3.

Digitální kompetence jako doplněk ve výuce matematiky využívá i paní učitelka Veronika (R5).

R5: „Je to určitě důležité. Co se týká GeoGebry, tak se mi hodně líbí to, že jim program pomůže s prostorovou představivostí, třeba rozklad krychle. Celkově digitální kompetence v matematice žákům rozšíří možnosti poznávání a zjednoduší si ty rutinní záležitosti. Problém je samozřejmě s časem. Bylo by dobré mít třeba hodinu ‚matematika v informatice‘, tam by se pak dalo dělat více věcí.“

Veronika zmínila problematiku časové dotace hodin ve výuce matematiky. Poměrně zajímavý byl její návrh na zavedení předmětu s názvem Matematika v informatice, ve kterém by se zaměřovala právě na úlohy, které by byly dle jejího názoru více informatické, ale s matematickou podstatou.

Digitální kompetence vnímá jako doplněk i paní učitelka Jarmila (R10).

R10: „To je těžká otázka. Já nejsem úplně nějak zběhlá v informatice, takže je to pro mě těžké. Zařazovala bych to, ale nekladla bych na to nějaký důraz, spíš to беру jako doplněk. Co se týče Excelu, tak ten využívám opravdu jen na přímou a nepřímou úměrnost. GeoGebru používám na osovou souměrnost, výšky trojúhelníku a podobně, snažím se ji zařazovat co nejdříve. Není dobrá připravenost současných učitelů. Tím myslím moji generaci a ne ty, kteří vychází z fakult. U nás plno učitelů před důchodem učí tak, že žáci ani neviděli počítač.“

Z odpovědi Jarmily (R10) vyplývá, že se zaměřuje na matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí. To může být způsobeno i tím, že nemá hlubší zkušenost s některými programy. Jako první zmiňuje navíc nedostatečnou připravenost učitelů. Tento jev se vyskytl i u respondentů R8 (Martina) a R9 (Adéla).

Jarmila (R10) vybrala úlohy A1 a A4. Po rozhovoru v následné diskusi navíc uvedla, že by ráda vybrala úlohu A3, ale časová dotace hodin jí to neumožňuje. Připomínám, že zmínila předmět s názvem Matematika v praxi, kde s žáky dělala úlohy jako A3 nebo statistiku v Excelu.

Jak již bylo zmíněno, nedostatečnou připravenost vnímá i Martina (R8), která také využívá digitální technologie jako doplněk ve výuce matematiky.

R8: „Vzhledem k tomu, že jsme nuceni je používat, tak si myslím, že význam to určitě má. Otázka je, jestli to všichni umíme, ale budeme se muset vzdělávat a budeme se muset učit, abychom to těm dětem uměli předat. Digitální technologie teď máme jako doplněk.“

Rozsáhlejší odpověď poskytla devátá respondentka Adéla (R9).

R9: „Myslím si, že v dnešní době je důležité digitální kompetence rozvíjet. Myslím si, že ani čeští žáci a ani čeští učitelé na to nejsou připraveni. Je třeba vytvořit kvalitní učebnice, které budou srozumitelné jak pro děti, tak pro učitele. Dále je potřeba upravit rámcový vzdělávací program tak, aby bylo dost času jim poskytnout základy digitálních kompetencí a zároveň je připravit na přijímací řízení, které tady prostě je.“

Adéla (R9) kromě problematiky s časovou dotací hodin zmínila i nedostatek kvalitních učebnic jak pro učitele, tak pro žáky. Kromě toho, její odpověď poskytla ještě jednu zajímavou myšlenku: pokud nejsou digitální kompetence součástí přijímacích řízení, není důvodem se na ně více zaměřit.

Rozdílný názor oproti všem ostatním respondentům uvedl druhý respondent Ondřej (R2).

R2: „Já myslím, že jako ty možnosti, které poskytují technologie, jsou obrovské a je škoda, toho nevyužít. Vidím v tom ohromný potenciál. Na gymplu jsem měl matematický seminář, kde jsme pořád dělali v GeoGebře a všechny to bavilo, děti to

baví. I kdyby třeba neznali ten Scratch, tak já bych jim tu úlohu prostě dal a řekl jim, ať si poradí, ty možnosti jsou obrovský.“

Z jeho odpovědi na třetí otázku vyplývá, že je pro něj rozvoj digitálních kompetencí žáků zásadní, respektive je si vědom rozšiřujících možností, které lze ve výuce využít. Jako jediný z deseti respondentů následně vybral úlohy A2 a A3.

2.2.4 Shrnutí

Z uvedené analýzy otázek O1, O2 a O3 položených deseti respondentům je možné provést shrnutí vztahující se k důvodům výběru dvou úloh a k pohledům učitelů na digitální kompetence v matematice. Šest z deseti respondentů vybralo úlohy A1 a A4. Dvojici úloh A1 a A3 zvolili tři učitelé, a právě jeden učitel zvolil dvojici úloh A2 a A3.

Úlohy A1 a A4 jsou dle představené teorie v první části práce zaměřeny na matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí. Proč většina učitelů vybírala právě úlohy A1 a A4? V rozhovorech s učiteli se vyskytlo několik opakujících se jevů, což může směřovat k faktu, že zmíněné výsledky výběru úloh nejsou čistě náhodné.

Z jakého důvodu učitelé nevybírali úlohu A2, tedy rovnostranný trojúhelník v programu Scratch? Šest z deseti učitelů nemá dostatek zkušeností s využitím programu Scratch ve výuce matematiky na základní škole. Někteří učitelé tento program sice znají, ale nevyužívají jej. Tři učitelé u úlohy A2 kladně hodnotili především propojení informatiky a programování s matematikou.

Naopak pouze dva učitelé vybrali právě úlohu A2. Jiří (R3), jako první z těchto učitelů označil Excel jako velkou překážku, což byl zřejmě důvod, proč nevybral ani jednu z úloh A3 a A4. Jiří (R3) sám nevěděl, jak vyřešit úlohu A3 a u úlohy A4 zmiňoval, že pro některé žáky bude vytvoření grafu k dané tabulce dokonce nepřekonatelně náročné. Druhý z těchto učitelů, Ondřej (R2), jako jediný zvolil úlohy A1 a A4. Z rozhovoru s Ondřejem (R2) vyplynulo, že upřednostňuje úlohy, kde matematika vystupuje jako podpůrný prostředek při rozvoji digitálních kompetencí. Důvodů, proč tomu tak je, může být více. Ondřej (R2) vnímal digitální technologie jako příležitost s širokými možnostmi, a i přes to, že přemýšlel nad tím, že by například žáci neuměli program Scratch, nebál by se jej do výuky zařadit. Za zmínku stojí také to, že v úloze A2 u něj dominovala matematická podstata, na rozdíl od

dvou učitelek, kteří v této úloze neshledali dostatek matematického obsahu. Jedna z těchto respondentek tvrdila, že je úloha A2 do matematiky zbytečná a druhá si nemyslí, že je programování úkol matematiky.

V souvislosti s touto úlohou za připomenutí stojí také to, že tři učitelé, Veronika (R5), Jakub (R7) a Martina (R8) striktněji rozlišovali tzv. více infromatické a více matematické úlohy. Jak již bylo zmíněno v předchozím odstavci, Martina (R8) zmínila, že programování není úkol matematiky a Jakub (R7) s Veronikou (R8) označili tuto úlohu jako vhodnou do informatiky. Veronika (R8) dokonce tvrdila, že do matematiky je tato úloha zbytečná. Když byla těmto třem respondentům položena otázka O2, odpověděli všichni stejně, a to tak, že do matematiky by zařadili úlohy A1 a A4. Pozoruhodné je navíc to, že tito učitelé mají stejnou aprobaci. Respektive Veronika a Jakub mají aprobaci M a IT, Martina má aprobaci M a TV (jak již bylo zmíněno, TV byla zkratka oboru technické výchovy, jednu z jejíchž dvou částí tvořila právě informatika). Je tedy na místě domnívat se, že učitelé, kteří mají vzdělání v oborech matematika a informatika ještě více direktivně rozčleňují úlohy zaměřené na digitální kompetence vhodné do těchto dvou předmětů, což může způsobit to, že do matematiky vybírají pouze úlohy kladoucí důraz na matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí.

Dalším opakujícím se jevem byly obavy učitelů ze zařazení úloh v Excelu. Úlohy v programu Excel byly učitelům předloženy dvě, a to úloha A3 a A4. Právě mezi těmito úlohami se učitelé nejčastěji rozhodovali. Úloha A3 byla vybrána třikrát, ale úloha A4 dokonce šestkrát. Důvodů převahy úlohy A4 oproti úloze A3 bylo více. Jedním z nich byla náročnost úlohy A3, kterou respondenti několikrát zmiňovali nebo alespoň naznačovali. Z rozhovorů vyplynulo, že učitelé neví, zda by takovou úlohu zvládli žáci, ale dokonce i sami učitelé si nebyli jisti, zda ví, jak tuto úlohu řešit. Dalším důvodem převahy úlohy A4 mohlo být to, že učitelé úlohu A3 neshledali dostatečně matematickou. Například z rozhovoru s Veronikou (R5) a Jarmilou (R10) vyplynulo, že v úloze A3 není dostatek matematiky a žáci se z hlediska matematiky z této úlohy nic zásadního nenaučí. Oproti šesti učitelům, kteří tuto úlohu vyřadili, byli tři učitelé, kteří ji naopak zvolili jako vhodnou pro zařazení do výuky matematiky. Dva učitelé komentovali náročnost sestavení grafu v úloze

A4, proto dali přednost úloze A3. Třetí učitel (Ondřej) naopak kvitoval otevřené možnosti řešitelských strategií žáků včetně matematické podstaty této úlohy.

Ještě jeden aspekt převahy úlohy A4 stojí za povšimnutí. Respondentka Martina (R4) v rozhovoru uvedla, že by úlohu A3 využila za předpokladu, že už žáci mají nějaké základy Excelu. Troufám si tvrdit, že Martina (R4) si nemyslí, že by bylo jejím úkolem učit základy se zmíněným tabulkovým kalkulátorem. Dokonce i Adéla (R9) uvedla, že žáci musí mít nějaký základ s programy GeoGebra a Excel, aby mohla zařadit do výuky úlohy A1 a A4.

V hledání argumentů, proč učitelé nevybrali úlohy A2 a A3, je třeba položit si také otázku, proč učitelé vybírali úlohu A1 a A4. Úloha A1 byla vybrána devětkrát. Z rozhovorů vyplynulo, že učitelé úlohu A1 vnímali jako důležitou pro matematické poznávání – například pozitivně vnímali propojení tabulky přímé úměrnosti s jejím grafem. Kladně hodnotili také možnost manipulace s danými objekty, efekt dané úlohy v souvislosti s objevením Thaletovy věty, ale i jednoduchost ovládní programu GeoGebra. Veronika (R5) dokonce uvedla, že v GeoGebře lze žáky vést i bez hlubších znalostí daného programu. Důvody, proč učitelé upřednostnili úlohu A4 před úlohou A3 byly zmíněny v předchozím odstavci.

U odpovědí na otázku O3 se také vyskytlo několik opakujících se jevů. Nejčastějším z nich bylo vnímání digitálních kompetencí jako doplňku ve výuce. Zazněly také podněty jako rizika digitálních kompetencí, nedostatečná připravenost učitelů nebo problematika časové dotace hodin ve výuce matematiky. Jelikož je otázka O3 shodná s první výzkumnou otázkou této práce, podrobněji se těmto konceptům budeme věnovat kapitole 2.3.1.

2.3 Diskuse

V této kapitole se pokusím odpovědět na dvě hlavní výzkumné otázky praktické části práce.

2.3.1 První výzkumná otázka

Jak vnímají učitelé význam digitálních kompetencí v matematice?

Na základě rozhovorů lze vyvodit závěry týkající se přístupu učitelů k digitálním kompetencím v matematice na druhém stupni základní školy. Z výzkumu vyplynulo především to, že učitelé zařazují digitální kompetence do výuky sporadicky, respektive většina respondentů pouze ve výjimečných případech. Obecně lze říci, že učitelé digitální

kompetence v matematice využívají jako doplněk výuky. Někteří zmiňují, že digitální kompetence zařazují například v souvislosti s evokací, k lepšímu porozumění matematických konceptů, v širším slova smyslu tím ze svého pohledu žákům v různých ohledech „přilepšují“.

Problémem ovšem může být to, že digitální kompetence většinou chápou jako druhotný cíl, kterému se neplánují věnovat ve větším množství hodin, ale pouze příležitostně. Otázkou je, zdali občasné zařazování těchto kompetencí stačí k tomu, aby učitelé naplnili jeden z hlavních cílů základního vzdělávání, tedy:

„pomáhat žákům orientovat se v digitálním prostředí a vést je k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života“ (MŠMT, 2021, s. 9).

Vzhledem k tomu, že digitální kompetence jsou v revidované verzi Rámcového vzdělávacího programu pro základní školy na stejné úrovni jako dalších sedm klíčových kompetencí¹⁶ a současné revize vzdělávacích programů kladou důraz právě na rozvoj klíčových kompetencí žáka, je dle mého názoru příležitostné zařazování digitálních kompetencí do výuky matematiky nedostačující. Na druhou stranu tento přístup učitelů lze chápat i jako pozitivní první krok ve snaze zaměřit se ve výuce na moderní technologie a kompetence s nimi spojenými.

V souvislosti s tímto závěrem je nutno klást si otázku, proč tomu tak je. Respektive z jakého důvodu učitelé vnímají digitální kompetence jako subsidiární cíl? Odpověď mohou poskytnout dva závěry získané z předloženého výzkumu.

Učitelé v rozhovorech naznačovali, že nemají dostatek času, aby se ve výuce kladli dostatečný důraz na rozvoj digitálních kompetencí. V širším slova smyslu je možné, že učitelé nemají časové možnosti k zařazování takových úloh, které by mohly vést výuku k tomu, aby se žáci seznamovali a učili s nějakým programem od začátku. Dovolují si tvrdit navíc to, že učitelé nepovažují za jejich úkol učit žáky s různými programy „od nuly“

¹⁶ Tedy klíčové kompetence k učení, k řešení problémů, komunikativní, sociální a personální, občanské, pracovní (MŠMT, 2023).

(to souvisí i se zmiňovanými časovými problémy). Respektive z rozhovorů vyplývá, že jejich úkolem je učit matematiku, ne základy s různými softwary.

Druhým významným důvodem může být nejistota a obavy učitelů ze zařazení digitálních kompetencí do výuky. To může být způsobeno tím, že učitelé se necítí připraveni na to, aby v hodinách cílili a kladli větší důraz na budování digitálních kompetencí. Někteří pociťují nedostatečnou vzdělanost v tomto ohledu. V souvislosti s tímto jevem je potřeba se zamyslet, zda je současným učitelům poskytována dostatečná podpora, co se zařazování digitálních kompetencí do výuky týče a zda je na českém trhu dostatek kvalitních materiálů a učebnic k danému tématu jak pro žáky, tak pro učitele.

2.3.2 Druhá výzkumná otázka

Kladou učitelé důraz na úlohy podmiňující spíše první popsany pohled (digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání) nebo druhý pohled (matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí)?

Z výzkumu vyplynulo, že většina učitelů klade důraz na úlohy, které jsme formulovali primárně se zaměřením na první popsany pohled – digitální kompetence jako prostředek k matematickému poznávání. Nutno však upozornit, že důvody jejich výběru byly různé. Šest z deseti učitelů vybralo úlohy, které jsou dle teorie v první části práce zaměřené na matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí, tedy úlohy A1 a A4. Dva učitelé vybrali úlohy A1 a A3, jeden učitel vybral úlohy A1 a A2 a jeden učitel vybral úlohy A2 a A3 zaměřené na druhý zmíněný způsob chápání digitálních kompetencí – matematika jako prostředek k budování digitálních kompetencí.

Výběr úloh dle dané teorie nemusí znamenat, že se učitelé přímo zaměřují přímo na jeden z daných pohledů, důležité je spíš poukázat na to, jaké jsou příčiny toho, že se výběr předložených úloh opakoval.

Prvním podstatným důvodem opakovaného výběru úloh A1 a A4 je zjevně nedostatek zkušeností nebo samotná neznalost programu Scratch, který byl využit v úloze A2. Program Scratch se učitelům jevil jako více inženýrský, protože je zaměřen právě na práci v blokově orientované programovacím prostředí, která sama o sobě je jedním z výstupů v revidovaném vzdělávacím programu pro základní školy v oblasti informatiky (MŠMT, 2021).

Kromě toho, že daná úloha nabízí netradiční možnost propojení programování a matematiky, je rozhodně zajímavá i z hlediska matematiky samotné – díváme se na konstrukci trojúhelníku z hlediska pohybu v rovině. Přesto byla tato úloha zvolena pouze dvěma respondenty. Někteří učitelé uvedli, že by úlohu i rádi zařadili, pokud by s daným programem uměli pracovat.

Pozoruhodnější situace nastala při diskusi s učiteli o možnostech zařazení úlohy A1 v souvislosti s GeoGebrou. Učitelé v úloze A1 kvitovali několik jevů v souvislosti s matematickým poznáváním. V širším slova smyslu učitelé program GeoGebra chápou jako vhodný nástroj právě pro matematické poznávání a zřejmě také právě proto volili tuto úlohu. Úlohu v GeoGebře označovali za intuitivní či jednoduchou. Chápání GeoGebry jako nástroje pro rozvoj digitálních kompetencí se reakcích učitelů nicméně vůbec neobjevilo.

Kromě komentářů k úlohám v programech Scratch a GeoGebra je na místě diskutovat i o pohledu učitelů na využití programu Excel. Z rozhovorů je nutno připomenout výrazný opakující se jev, a to obavy ze zařazení úloh v Excelu. Učitelé vyjádřili nejistoty týkající se úloh A3 a A4. Speciálně úloha A3 byla náročná i pro některé z respondentů, jiní měli obavy, aby úlohu zvládli žáci. Ovšem zde je třeba se zamyslet, jestli právě úloha A3 není vhodná k tomu, abychom žáky nechali prozkoumat prostředí Excelu a seznámili je s některými funkcemi tohoto softwaru. V souvislosti s touto úlohou respondenti zmiňovali opět časovou problematiku dotace hodin matematiky.

Není překvapivé, že většina učitelů umí řešit více matematické úlohy (respektive z hlediska matematiky standardnější úlohy) (A1 a A4), ale více infortické (A2 a A3) už ne. Přírozeně z toho vyplývá, že učitelé raději vybírají raději úlohy, kterým na první pohled rozumí a jejich zařazení je pro ně bezpečné, tedy úlohy, kde dominují části matematického poznávání. Je možné i to, že se jedná o takové úlohy, u kterých je přímo vidět souvislost s výstupy v rámcovém vzdělávacím programu pro základní školy. Nicméně pokud nějakou část nebo oblast neovládají, raději sáhnou po úloze, u které se cítí komfortně.

Výše zmíněné však může mít zásadní dopad na to, jaké úlohy budou žákům předkládány a půjde o jev, který působí proti kvalitnímu rozvoji digitálních kompetencí žáků. Jak již bylo zmíněno v teoretické části práce, očekávané výstupy učení žáka by se měly prolínat v šesti oblastech – využití a zapojení, informace a komunikace, tvorba a vyjádření, efektivita

a inovace, přínos a vývoj, bezpečnost a etika. Pokud však budou učitelé zařazovat úlohy kladoucí důraz na matematické poznávání, budou tak dle mého názoru klást důraz na první oblast, využití a zapojení, jejíž součástí je především využívání aplikací při učení a další oblasti jako je například tvorba a vyjádření (žák vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty) by mohly být upozaděny. Ideální by bylo, kdyby se výukou prolínaly všechny zmíněné oblasti.

2.3.3 Limity možnosti rozšíření práce

V teoretické části se rozhodně nabízí provést větší rešerši úloh napříč různými programy vhodnými do výuky matematiky pro rozvoj digitálních kompetencí zaměřených na dva zmíněné pohledy.

Jedním z limitů praktické části práce je velikost výzkumného vzorku hlavního experimentu. Rozhovorů bylo provedeno pouze deset. Pro hlubší analýzu předložených závěrů by bylo žádoucí provést rozhovory s více respondenty působících na různých školách, i tak ale rozhovory přinesly zajímavé a netriviální výsledky.

Nedostatkem může být i množství úloh předložených respondentům. Větší množství úloh a jejich variability by zřejmě přineslo více podnětů k analýze výzkumu a možnost vznesení dalších důležitých závěrů. Navíc by bylo možné dalšími úlohami reprezentovat jiné i typy úloh prostřednictvím různých programů, což by opět rozšířilo výsledky práce.

V návaznosti na závěry výzkumu lze diskutovat i o možnostech rozšíření práce v souvislosti s dalšími stupni vzdělávání. V první řadě lze výzkum provést i na středních školách, ovšem musela by být provedena odpovídající rešerše úloh k daným dvěma pohledům na digitální kompetence v matematice.

Jelikož je rozvoj českého školství, co se digitálních kompetencí týče v počátcích, nabízí se zamyslet i nad opakujícími se rozhovory po delším časovém období a následném porovnání výsledků, tedy zda došlo k nějakému posunu u vnímání digitálních kompetencí u učitelů.

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo zjistit, jak učitelé matematiky vnímají digitální kompetence a jaký dopad to má na jejich zařazování do výuky matematiky.

První, teoretická část práce, věnovala pozornost digitálním kompetencím v českých a zahraničních kurikulech. Byla představena myšlenka dvou pohledů na digitální kompetence ve výuce matematiky.

První pohled podmiňuje matematické poznávání prostřednictvím digitálních kompetencí. V souvislosti s tímto přístupem byly v práci představeny tři úlohy, a to *Závislost obsahu trojúhelníku na jeho výšce*, *Obvod kružnice* a *Přímá úměrnost a lineární funkce*. Tyto úlohy dle mého názoru reprezentují první zmíněný přístup.

Druhý pohled využívá matematiku a její obsah jako podpůrný prostředek k rozvoji a kultivaci digitálních kompetencí. Úlohy, které reprezentují tento přístup byly představeny také tři, a to *Algoritmy pro sestavení čtverce*, *3D modelování* a *Součin čísel v Excelu*.

Oba zmíněné pohledy není možné vzájemně vylučovat a striktně odlišovat. Ve výuce mohou být (a dle mého názoru by měly být) integrovány oba přístupy rovnoměrně. Příkladem může být i úloha s nejednoznačným zařazením (*Obvod a obsah čtverce* v kapitole 1.3.3), která neupřednostňuje ani jeden z přístupů.

Díky těmto dvěma představeným pohledům bylo možné identifikovat a analyzovat aspekty úloh, které jsou zaměřené na budování digitálních kompetencí žáků ve výuce matematiky, a prostřednictvím těchto úloh bylo možné zjistit, jaké úlohy k zařazení do výuky upřednostňují učitelé matematiky.

Základem pro praktickou část práce byly rozhovory s deseti učiteli matematiky. Rozhovory byly strukturovány tak, aby bylo možné odpovědět na dvě výzkumné otázky, a tedy to, jak vnímají učitelé digitální kompetence v matematice a zda zařazují úlohy podmíněné prvním či druhým představeným přístupem. Učitelům byly předloženy čtyři úlohy, dvě ke každému ze zmíněných pohledů představených v teoretické části práce a v průběhu rozhovoru byli učitelé dotázáni, zda by považují některé z těchto úloh za vhodné pro zařazení do výuky matematiky na druhém stupni základní školy a případně proč.

Následně byla provedena analýza rozhovorů, shrnutí klíčových poznatků a sepsání závěrů plynoucích z rozhovorů v souvislosti s teoretickou částí práce. Ukázalo se, že učitelé většinou vnímají digitální kompetence jako určitý doplněk do výuky a považují je za subsidiární cíl. Z provedeného výzkumu a následné analýzy vyplynulo také to, že podle učitelů primárně není jejich úkolem rozvíjet digitální kompetence, natož učit žáky některé dovednosti týkající se právě těchto kompetencí od nuly – například základy s některými softwary, jako je tabulkový kalkulátor Excel.

Dalším pozoruhodným zjištěním je navíc to, že učitelé by zařadili do výuky takové úlohy, kterým na první pohled rozumí a díky kterým se cítí v jistém smyslu v bezpečném prostředí. Tím mám na mysli právě takové úlohy, které kladou důraz na samotné matematické poznávání a digitální kompetence zde vystupují pouze jako podpůrný prostředek, jinak řečeno nejedná se o úlohy, které by aktivně cílily na rozvoj některé z dílčích výstupů digitálních kompetencí. Je možné, že učitelé zařazují dokonce takové úlohy, u kterých je zřetelná přímá souvislost s rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání. To ovšem může mít zcela zásadní dopad na samotné budování digitálních kompetencí žáků.

Tato zjištění jsou dle mého názoru největším přínosem této práce. Rozhodně ale není mým cílem tyto dva závěry zobecňovat. Za významné považuji také to, že se ukázalo, že většina učitelů, kteří byli ochotni poskytnout rozhovor, nemá dostatek zkušeností jak s úlohami, které cílí právě na rozvoj digitálních kompetencí žáků, tak se samotnými programy – jako například s Excelem. Tyto zkušenosti jsou dle mého názoru žádoucí pro vzdělávání v této oblasti. Naopak program GeoGebra učitelé považují za jednoduchý a intuitivní v souvislosti s ovládním a využívají jej výhradně k matematickému poznávání.

Zdá se, že jsou učitelé v ohledu zařazování digitálních kompetencí do výuky matematiky opatrní. Někteří v rozhovorech naráželi i na časovou náročnost zařazování digitálních kompetencí do výuky matematiky zvláště v souvislosti s úlohami zaměřenými právě druhý představený pohled – matematika jako prostředek pro rozvoj digitálních kompetencí.

Učitelů, kteří měli dostatek zkušeností se zmíněnými softwary a vnímali digitální kompetence jako určitou příležitost s širokými a otevřenými možnostmi, bylo zanedbatelné množství vzhledem k celku. Větší výzkumný vzorek by rozhodně poskytl další a obecnější poutavé závěry.

Tato práce mě přiměla zamyslet se především nad tím, zda je zmíněné vnímání učitelů dostačující vzhledem k tomu, co požadují kurikulární dokumenty. Stejně tak si nejsem jistá, zda je učitelům poskytována dostatečná podpora v souvislosti se vzděláváním v této oblasti a zda je na českém trhu dostatek vhodných vzdělávacích materiálů zaměřujících se na budování digitálních kompetencí, jak pro žáky, tak pro učitele.

Práce byla velkým přínosem pro mou budoucí učitelskou praxi, ale doufám, že stejnou hodnotu bude mít i například pro studenty a učitele, kteří mají zájem dívat se na digitální kompetence i z jiného úhlu pohledu.

Seznam použitých informačních zdrojů

- AI kurikulum pro ZŠ a SŠ. (2023). *Kurikulum umělé inteligence*. <https://kurikulum.aidetem.cz/>
- Brůžková, N., & Koldová, H. (2023). *Vybrané aktivity pro výuku geometrie s využitím programu Geogebra v kontextu „malé“ revize RVP ZV*. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta.
- Fadrhonc, J. (2021). *3D modelování v online prostředí – základní výuka: Metodika pro učitele*. <https://digigram.cz/dvz/#DVZ%C4%8CSP03>
- Hejný, M. (2004). Mechanismus poznávacího procesu. In M. Hejný, J. Novotná & N. Stehlíková (Eds.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky* (s. 23–42). Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.
- Hendl, J. (1999). *Úvod do kvalitativního výzkumu*. Karolinum.
- Holá, E., Novák, M., Machalová, P., & Vondrová, N. (2015). *Přímá a nepřímá úměrnost*. Česká školní inspekce. [chrome-extension://efaidnbmnmbpcajpcgclefindmkaj/https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Mezin%C3%A1rodn%C3%AD%20%C5%A1et%C5%99en%C3%AD/TALIS_prima_a_neprima_umernost.pdf](https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Mezin%C3%A1rodn%C3%AD%20%C5%A1et%C5%99en%C3%AD/TALIS_prima_a_neprima_umernost.pdf)
- International society for technology in education (ISTE). (2016). *ISTE Standards: for students*. <https://iste.org/standards/students>
- Jančařík, A. (2014). *Dynamická matematika (využití programu GeoGebra ve výuce matematiky na středních školách)*. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.
- Jančařík, A., & Hošpesová, A., & Dvořák, P. (2007). *Využití programu MS Excel v práci učitele matematiky*. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.
- Janík, T., Knecht, P., Najvar, P., Píšová, M., & Slavík, J. (2011). Kurikulární reforma na gymnáziích: výzkumná zjištění a doporučení. *Pedagogická orientace*, 21(4), 375–415. <https://journals.muni.cz/pedor/article/view/830/724>

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT), & Národní pedagogický institut České republiky (NPI ČR). (2023a). *Digitální kompetence 2023 v uzlových bodech vzdělávání*. <https://revize.edu.cz/files/npo-uzlove-body-v2.pdf>

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT), & Národní pedagogický institut České republiky (NPI ČR). (2023b). *Velké revize RVP základního vzdělávání*. <https://velke-revize-zv.rvp.cz/>

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT). (2020). *Strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+*. <https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/strategie-2030>

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT). (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. <https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>

Národní pedagogický institut České republiky (NPI ČR). (2024). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání: návrh RVP k veřejné konzultaci*. <https://velke-revize-zv.rvp.cz/blog/navrh-revize-rvp-nove-take-ke-stazeni-v-pdf>

Organisation for economic co-operation and development (OECD). (2023). *Digital Education Outlook 2023: Towards and effective digital education ecosystem*. <https://doi.org/10.1787/c74f03de-en>

Redecker, C. (2017). *European framework for the digital competence of educators: DigCompEdu*. Publication office of the European union. <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC107466>

United nations educational, scientific and cultural organization (UNESCO). (2023). *Global education monitoring report 2023: Technology in education – A tool on whose terms?* <https://doi.org/10.54676/UZQV8501>

Vaníček, J. (2009). *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Voráčková, Š. (2021). *Algoritmy pro sestavení čtverce: Metodika pro učitele*. <https://digigram.cz/dvz/#DVZM06>

Yumei, L. (2012). Three roles what computer act in teaching and learning. *International Journal of Education and Management Engineering (IJEME)*, 2(11).
<https://doi.org/10.5815/ijeme.2012.11.10>

Příloha 1 – Zadání úloh pro respondenty

A1: Thaletova kružnice v GeoGebře

Zadání pro žáky:

Sestrojte v GeoGebře:

- g) libovolnou úsečku AB
- h) střed úsečky AB (ozn. C)
- i) kružnici nad úsečkou AB (kružnice se středem v bodě C a poloměrem $|AC|$)
- j) libovolný bod D vně dané kružnice
- k) úsečky AD a BD
- l) úhel ADB

Začněte pohybovat bodem D po nákresně a zkoumejte, jak se mění velikost vnitřního úhlu trojúhelníku ADB v závislosti na jeho poloze ke kružnici.

Co platí pro velikost vnitřního úhlu trojúhelníku ADB a trojúhelník ADB z hlediska úhlů, pokud je bod D :

	Velikost úhlu ADB	Trojúhelník ADB
Bod D vně kružnice		
Bod D uvnitř kružnice		
Bod D na kružnici		

A2: Rovnostranný trojúhelník v programu Scratch

Zadání pro žáky:

V programu Scratch vytvořte rovnostranný trojúhelník. Následně vytvořte dva další trojúhelníky, z nichž první bude mít oproti původnímu trojúhelníku dvakrát delší stranu a druhý bude mít oproti původnímu trojúhelníku dvakrát menší stranu. Co můžeme říct o těchto trojúhelnících?

A3: Součin dvou po sobě jdoucích čísel v Excelu

Zadání pro žáky:

Čísla 3080, 5112, 5550 a 6006 vznikla jako součin dvou přirozených za sebou jdoucích čísel. V MS Excel vytvořte tabulku součinů po sobě jdoucích čísel a pomocí této tabulky zjistěte, o které dvojice čísel se pro výše uvedená čísla jedná.

A4: Přímá úměrnost v Excelu

Zadání pro žáky:

Firma platí svým zaměstnancům podle počtu odpracovaných hodin. Za 5 hodin práce dostane zaměstnanec 1750 korun. Kolik korun dostane zaměstnanec za 3, 4, 6 a 8 hodin práce? V MS Excel vytvořte tabulku odpracovaných hodin a výdělku. K tabulce vytvořte spojnicový graf. Na základě tabulky a grafu popište závislost mezi odpracovanými hodinami a výdělkem.