Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Slovní úlohy v učivu základní školy

Word problems in the lower secondary school contexts

Kateřina Klikarová

Vedoucí práce: prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.

Studijní program: Matematika se zaměřením na vzdělávání

Studijní obor: B M-VZ 20

2024

Odevzdáním této bakalářské práce na téma Slovní úlohy v učivu základní školy potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha 11. července 2024

Děkuji prof. RNDr. Jarmile Novotné, CSc., za vedení bakalářské práce a za odborné rady.

ABSTRAKT

Cílem této bakalářské práce je vytvořit sbírku slovních úloh z nematematických předmětů v rámci učiva základní školy s přesahem na střední školu, které vyžadují využití matematických znalostí. Teoretická část se věnuje popisu slovní úlohy, její historii, rozdělení podle různých kritérií a teorii řešení slovních úloh, kde jsou vymezeny pojmy potřebné k řešení. Dále jsou zde popsány strategie a jednotlivé fáze řešení slovních úloh a zmíněn je pojem obtížnost slovních úloh. Tato práce také popisuje vybrané nematematické předměty, a to včetně základních znalostí týkajících se vytvořených slovních úloh pro praktickou část. Těmito předměty jsou fyzika, chemie, biologie a zeměpis. V praktické části je z každého předmětu uvedeno pět mnou vytvořených slovních úloh, které jsou popsány podle rozdělení na matematické a nematematické, na jednoduché a složené a podle položené otázky. Dále se praktická část zabývá analýzou strategií a popisem fází řešení jednotlivých slovních úloh.

KLÍČOVÁ SLOVA

Slovní úloha, slovní úlohy v nematematických předmětech, sbírka slovních úloh, analýza řešení slovních úloh

ABSTRACT

The aim of this bachelor thesis is to create a collection of word problems from non-mathematical subjects in the framework of elementary school curriculum with a cross-over to secondary school, that require the use of mathematical knowledge. The theoretical part deals with a description of a word problem, its history, its division according to various criteria and a theory of word problems solution, in which the concepts necessary for a solution are classified. Furthermore, strategies and individual phases of word problems solution are described here and the concept of word problems complexity is mentioned. This thesis also describes selected non-mathematical subjects, basic knowledge concerning created word problems for the practical part included. These subjects are Physics, Chemistry, Biology and Geography. The practical part provides five word problems of my provenience for each subject, that are described according to a division to mathematical and non-mathematical, simple and complex and an assigned question. Furthermore, the practical part deals with an analysis, strategy and description of the phases of individual word problems solutions.

KEYWORDS

Word problem, word problems in non-mathematical subjects, a collection of word problems, analysis of word problems solutions

Obsah

Úvod

Proč jsem si vybrala toto téma? Protože si myslím, že slovní úlohy jsou nedílnou součástí nejen studia matematiky, ale také jiných předmětů a reálného života. Se slovními úlohami mimo hodiny matematiky se lidé setkávají každý den již několik tisíciletí. Naráží na ně například v zemědělství, ekonomii, ale i při nakupování nebo třeba při sportu. V přeneseném významu lze říci, že slovní úlohy spojují matematiku s okolním světem a podporují mezipředmětové vztahy, na což chci v této bakalářské práci poukázat. Pokud se žákům otevře nový pohled na vnímání slovních úloh, mohli by na ně pohlížet jinak než jen jako na neoblíbenou činnost, která je pro některé z nich v přeneseném významu dokonce strašákem. Už by se nemuselo jednat jen o složité výpočty, o kterých si téměř každý žák myslí, že je v životě nevyužije, ale o praktické zkušenosti, které lze využít v běžném životě či v jiných oborech. Myslím si také, že slovní úlohy představují jednu z nejkomplexnějších částí matematiky, protože se při jejich řešení můžeme setkat se všemi jejími základními obory, ať už se jedná o aritmetiku, algebru, geometrii nebo matematickou analýzu, zároveň napomáhají rozvíjet logické myšlení, kritické myšlení a čtenářskou gramotnost.

V teoretické části bakalářské práce zmiňuji některé definice slovní úlohy, okrajově se věnuji historii slovních úloh, uvedu i některé dochované úlohy a uvedu potřebné znalosti k jejich řešení. V další kapitole se věnuji řešení slovních úloh a vymezuji v ní některé pojmy týkající se slovních úloh. V této kapitole se také věnuji různým strategiím a fázím řešení slovních úloh. V teoretické části zmiňuji i termín obtížnost slovních úloh. Tuto část zakončuji popisem nematematických předmětů, v jejichž rámci vytvořím v praktické části sbírku slovních úloh.

V praktické části bakalářské práci se zaměřuji na vytvoření sbírky slovních úloh v rámci učiva základní školy s přesahem na střední školu a následně je analyzuji. Konkrétně se jedná o úlohy z fyziky, chemie, biologie a zeměpisu, ve kterých je zapotřebí aplikovat matematické znalosti. V neposlední řadě v této sbírce poukazuji na možné využití matematiky v již zmíněných předmětech, na praktické uplatnění matematických znalostí a na existenci mezipředmětových vztahů.

Mezi cíle své bakalářské práce řadím vytvoření sbírky slovních úloh, jejich následnou analýzu, praktické využití matematických znalostí a zdůraznění existence mezipředmětových vztahů.

1. Vytvoření sbírky slovních úloh

   Cílem této práce je vytvořit sbírku slovních úloh v rámci učiva základní školy s přesahem na střední školu. Úlohy jsou z fyziky, chemie, biologie a zeměpisu.

2. Analýza jednotlivých úloh

   Cílem je analýza jednotlivých slovních úloh z vytvořené sbírky, jež by měla obsahovat stručný popis úlohy dle teoretické části, rozbor možných řešení, strategií a popis fází řešení slovních úloh.

3. Praktické využití matematických znalostí

   Mým cílem je ukázat možné praktické využití matematických znalostí ve slovních úlohách. Úlohy se mohou vyskytovat v nematematických předmětech nebo v reálném životě. Budou vytvořeny tak, aby popisovaly situace, které žáci mohou znát z nematematických předmětů a ze svého okolí.

4. Zdůraznění existence mezipředmětových vztahů

   Dalším cílem je zdůraznit existenci vztahů mezi jednotlivými předměty a potřebu matematických znalostí pro vyřešení slovní úlohy v rámci jiného předmětu.

Touto bakalářskou prací ukazuji nejen žákům, že matematika není jen naučené počítání zadaných úloh, ale že se může jednat o vhodný prostředek pro řešení různých reálných nebo nematematických situací. Doufám, že práce pomůže také zlepšit motivaci žáků k výuce matematiky a poukáže na pestré využití matematických znalostí v nematematických předmětech.

1 Teoretická část

1.1 Slovní úloha

V této části se zaměřuji na definici slovní úlohy, jichž existuje velké množství. Většina autorů, od kterých jsem je četla, se shoduje v tom, že slovní úlohy jsou spojené s reálnou situací. Díky tomuto faktu si žáci mohou lépe představit, co počítají a jaké to může mít uplatnění v reálném životě. Rozhodla jsem se zmínit definici dle (Hejný, 2003), která říká, že se jedná o úlohu, ve které se objevuje přesah do reálného života. Navíc se v této definici objevuje fakt, že pro řešení matematické slovní úlohy je zapotřebí správně porozumět textu, s čímž se ztotožňuji.

1.2 Historie slovní úlohy

Podle dochovaných pramenů byly slovními úlohami řešeny problémy z běžného života lidí všude tam, kde bylo potřeba něco vypočítat, již před naším letopočtem. Při řešení těchto slovních úloh byla zprvu používána strategie pokus–omyl. Poté se k této strategii přidala intuice daného řešitele a až později znalosti z oblastí aritmetiky, algebry a geometrie, které se začaly poprvé objevovat až u řeckých a arabských matematiků (Hejný, 1990).

V této kapitole uvádím vybrané příklady slovních úloh z Asie a z Evropy z období od starého Egypta až do období 17.–18. století v Evropě. Tyto úlohy jsou uvedeny v (Novotná, 2000), s. 11–13), odkud jsem je čerpala. Původně jsou citované podle (Konforovič, 1989). Na následujících příkladech poukazuji na to, že již od starověkých říší, které vznikaly a zanikaly ještě před naším letopočtem, byly podle dochovaných svědectví používány slovní úlohy. K jejich řešení byla zapotřebí znalost početních operací s čísly. Dochovalo se více úloh, které si jsou dle zadání velmi podobné, proto ve své práci zmiňuji jen některé, u nichž se zadání liší.

1.2.1 Úloha ze starého Egypta

„Deset měřic ječmene se má rozdělit 10 lidem tak, aby druhý dostal o jednu osminu měřice více než první, třetí o osminu měřice více než druhý, …, desátý o osminu měřice více než devátý“ (Novotná, 2000, s. 11).

- Toto je úloha, k jejímuž vyřešení musí řešitel ovládat základní matematické operace. K výsledku lze dojít pomocí znalosti zlomků a zvládání práce s nimi, nebo například pomocí ovládání posloupností.

1.2.2 Úloha z Indie (polovina 1. století)

„Ze čtyř lidí, kteří obětovali v chrámu, druhý dal dvakrát více než první, třetí třikrát více než druhý a čtvrtý čtyřikrát více než třetí, a všichni dohromady dali 132. Kolik dal první?“ (Novotná, 2000, s. 12).

- Tuto slovní úlohu lze vyřešit například pomocí jednoduché rovnice o jedné neznámé, ale je třeba, aby řešitel ovládal základní matematické operace

1.2.3 Úloha z Evropy (17.–18. století)

„Dva listonoši A a B vyjíždějí sobě vstříc z míst vzdálených 50 mil. Listonoš A ujede 7 mil za 2 hodiny, listonoš B 8 mil za 3 hodiny, přitom B vyjíždí na cestu o hodinu později než A. Kolik mil ujede A do setkání s B?“ (Novotná, 2000, s. 13).

- Zde je zmíněna slovní úloha, ve které řešitel musí ovládat základní matematické operace, ale současně musí mít i znalosti fyziky, konkrétněji pohybu těles.

1.3 Rozdělení úloh podle různých kritérií

Slovní úlohy lze dělit podle mnoha různých kritérií, ať už podle obsahu, způsobu zápisu, postupu řešení, ale třeba i podle náročnosti, požadavků na znalosti a podobně. V mé práci popisuji ty, se kterými jsem se sama během studia setkala.

1.3.1 Rozdělení úloh na matematické a nematematické

Odvárko a kol. (1990, kap. 6) dělí slovní úlohy dle obsahu na matematické a nematematické. Slovní úlohy s matematickým obsahem jsou úlohy, ve kterých se hovoří o problémech z oboru matematiky zatím jen ve formě slovní. Je tedy třeba, aby jej řešitel nejdříve převedl do příslušného matematického zápisu, než jej bude řešit. Matematické slovní úlohy dále dělí na aritmetické, algebraické a geometrické dle obsahu .

Pokud se jedná o slovní úlohu s nematematickým obsahem, znamená to, že je v zadání minimálně jeden pojem, který nezapadá do žádného oboru matematiky. U tohoto typu úloh dochází k převedení do matematického zápisu a tím k vytvoření úlohy matematické. Matematický zápis je zapotřebí, jelikož dle Vyšína (1962) nelze žádnou slovní úlohu řešit bez přepsání na úlohu matematickou.

1.3.2 Rozdělení úloh na jednoduché a složené

Slovní úlohy, u jejichž řešení použijeme pouze jeden početní úkon, považujeme za úlohu jednoduchou. Pokud ale použijeme více početních úkonů, považujeme tyto úlohy za složené (Divišek, 1989). Z osobní zkušenosti vím, že jednoduché slovní úlohy jsou vhodné i pro žáky prvního stupně základní školy. Je-li k vyřešení slovní úlohy třeba více početních operací, stává se složitější, a je proto vhodnější pro zkušenější počtáře.

1.3.3 Rozdělení úloh podle položené otázky

Veškeré slovní úlohy lze pojmenovat podle toho, jakou formou otázky se ptáme na její výsledek. Toto rozdělení vychází z kurzu Oborová didaktika – Metody řešení úloh, který jsem absolvovala na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy.

Kalkulativní úloha

U tohoto druhu slovních úloh se žáci setkávají s výzvou, aby něco dle zadání vypočítali. Otázka týkající se tohoto typu úloh zní „kolik?“.

Rozhodovací úloha

Jak již název tohoto typu rozdělení napovídá, mají žáci v rámci této slovní úlohy podle zadání o něčem rozhodnout. V této situaci se setkají s otázkou „zda?“.

Určovací úloha

V tomto typu slovních úloh mají žáci něco dle zadání určit. Otázka, která u tohoto druhu úloh bude použita, je „který?“.

Konstrukční úloha

U konstrukčních úloh se žáci setkávají s výzvou, aby něco dle zadání sestrojili. Otázka, která s tímto typem úloh souvisí, zní „jak?".

Důkazová úloha

V těchto typech slovních úloh mají žáci za úkol dle zadání něco dokázat. Pokud situace, kterou musí žáci vyřešit, patří k tomuto druhu slovních úloh, pak se setkávají s otázkou „proč?".

1.3.4 Rozdělení úloh podle kontextu

Další rozdělení, které je zmíněno v Novotné (2000), rozlišuje slovní úlohy dle kontextu na úlohy o pohybu, úlohy o společné práci, úlohy o směsích, úlohy o obsahu, úlohy o dělení celku na části, které jsou v Novotné (2000) zmíněné. Typy úloh rozdělených dle kontextu, které jsem vypsala, patří mezi ty, s nimiž jsem se já osobně setkala v rámci mého studia i doučování nejvíce. A proto jsem se rozhodla, že pro představení tohoto typu rozdělení slovních úloh tento neúplný výčet postačí. Tyto typy slovních úloh podle kontextu ve své práci stručně popisuji a připisuji k nim pro lepší představu možné požadavky, s kterými se může řešitel setkat.

Slovní úloha o pohybu

O slovní úlohu o pohybu se jedná, pokud jsou v zadání použity tři základní údaje týkající se pohybu, a to dráha, rychlost a čas. Tyto tři údaje jsou ve vzájemném vztahu. Dráha, kterou určitý subjekt urazí, se značí obvykle s, rychlost daného subjektu je označena obvykle v a uplynulý čas je obvykle označen t. Pokud se žák setká s tímto typem slovní úlohy, může jako řešení použít vzorce $s = v \cdot t$, $v = \frac{s}{t}$ nebo $t = \frac{s}{v}$, díky nimž jednoduše dopočítá kteroukoliv neznámou ze zadání, pokud jsou zbylé dvě veličiny ze zadání známé. Je více typů slovních úloh zabývajících se pohybem. V některých úlohách mají žáci za úkol vypočítat pohyb jednoho objektu, v jiných se vyskytuje objektů více. Pokud se v zadání vyskytují dva objekty, jedná se buďto o úlohu o pohybu dvou těles stejným směrem, nebo o úlohu o pohybu dvou těles proti sobě. Dále lze do tohoto typu slovních úloh zařadit mimo jiné i úlohy se zrychlením. Zrychlení se obvykle značí a. U slovních úloh o pohybu se pracuje s převody jednotek délky, rychlosti a času, je velmi důležité počítat se stejnými jednotkami.

Slovní úloha o společné práci

Ve slovních úlohách o společné práci se objevuje určitý počet různých subjektů, které provozují určitou činnost. Tyto subjekty jsou ve splnění dané činnosti různě efektivní, a věnují tedy dokončení různě dlouhou dobu. Daná činnost může být subjekty vykonávána jednotlivě, nebo společně. U úloh tohoto typu se žák může setkat s úkolem, aby vypočítal čas jednoho subjektu potřebný k vykonání určitého množství práce. Dále se zde po žákovi může požadovat vypočítání času potřebného k vykonání určitého množství práce, kterou vykonává více subjektů. Nejčastější způsob řešení, s kterým se žáci seznamují, je algebraický způsob řešení, tedy pomocí rovnice. Řešiteli by měla k vypočítání tohoto typu slovní úlohy pomoci znalost pojmu převrácené číslo a měl by být schopný k různým číslům toto převrácené nalézt.

Slovní úloha o směsích

Dalším druhem slovních úloh, které se dělí podle kontextu, jsou slovní úlohy o směsích. Tyto úlohy se zabývají například jednotlivými prvky, ze kterých vzniká sloučením určitá směs, a také určováním nejvhodnějšího složení těchto směsí. Po žákovi bude tedy nejčastěji požadováno, aby zjistil, jak bude vypadat výsledná směs za určitých podmínek, nebo aby naopak určil, z jakého množství kterého prvku je směs vytvořena, když zná výsledný popis směsi. V rámci těchto slovních úloh se nejčastěji setkáváme se smísením odlišných surovin za různou cenu nebo s odlišným složením, smícháním kapalin o různé teplotě, se smísením roztoků o odlišné koncentraci nebo například s vytvářením slitin z různých kovů. Obecně lze mluvit o třech typech tohoto druhu slovních úloh. První typ lze nazvat jako míchání levnějšího a dražšího zboží. Druhým typem těchto úloh je mísení koncentrátů a třetím je smísení látek o různých teplotách.

Slovní úloha o obsahu

Pokud hovoříme o slovních úlohách o obsahu, jedná se o úlohy, ve kterých je hlavním úkolem práce s obsahem určitého útvaru. Útvary mohou být jednoduché i složité. Mezi jednoduché útvary řadíme například čtverec, obdélník, trojúhelník nebo kruh. Složité útvary jsou pak složeny z útvarů jednoduchých. Žákům může ke správnému řešení slovních úloh o obsahu pomoci znalost jednotlivých vzorců či schopnost odvození těchto vzorců pro výpočet obsahu určitého obrazce.

Slovní úloha o dělení celku na části

Posledním typem slovních úloh, které dělíme podle kontextu, jsou slovní úlohy o dělení celku na části. Jedná se o slovní úlohy, ve kterých jsou již zmíněný celek a jeho části ve vzájemném vztahu. Dle tohoto vztahu rozdělujeme slovní úlohy o dělení celku na části na čtyři druhy. V prvním druhu je ze zadání známý celek a řešitel má za úkol vyřešit problém týkající se velikostí jeho částí. Ve druhém jsou v zadání popsány velikosti jednotlivých částí a úkol řešitele je zaměřen na velikost celku. V dalším případě jsou v zadání popsány informace o velikosti celku a určitých jeho částech. Cílem tohoto druhu slovní úlohy o dělení celku na části je zjistit velikost zbylých částí. Posledním typem je úloha, ve které známe velikost celku i jeho jednotlivých částí. Řešitelův úkol je zaměřen na zjištění počtu částí daného celku.

Zbylé úlohy, které nezapadají dle kontextu ani do jedné z předchozích druhů slovních úloh, budeme v této praxi nazývat nezařazené.

1.3.5 Rozdělení slovních úloh podle jejich role v rámci školského systému

Slovní úlohy lze rozdělit dle jejich role ve výuce. V rámci tohoto dělení se rozlišují úlohy, které mají za úkol žáka motivovat, ukázat vzor možného řešení, umožnit mu procvičování jednotlivých úloh a jež mají pedagogovi či žákovi pomoci diagnostikovat nebo zkontrolovat úroveň matematických znalostí. I toto rozdělení vychází z kurzu Oborová didaktika – Metody řešení úloh, který jsem absolvovala na Karlově univerzitě.

Motivační úloha

Motivační úlohy mají za úkol podnítit žáky, aby přemýšleli, vynalézali, pracovali a studovali. Zjednodušeně se dá říct, že motivace je hybná síla, která vede k lepšímu výkonu.

Ilustrační úloha

Ilustrační příklady jsou všechny úlohy, které slouží jako vzor pro výpočty dalších slovních úloh. Žáci si mohou tyto úlohy vyzkoušet v domácím prostředí. Mají k dispozici nejen zadání, ale i postup a správné řešení slovních úloh.

Procvičovací úloha

Procvičovací úlohy slouží k procvičení úloh, u kterých již žák zná postupy řešení. Tímto se se některé postupy zautomatizují a je poté snazší dojít k řešení dané slovní úlohy.

Diagnostická úloha

Diagnostické úlohy slouží k rozpoznání úrovně vědomostí žáků a k jejich hodnocení. Cílem diagnostiky je odhalit skutečné příčiny neúspěchu v dané matematické dovednosti.

Kontrolní úloha

Kontrolní úlohy slouží pro ověření, zda byla úroveň znalostí a schopností žáků správně diagnostikována.

1.4 Řešení slovních úloh

1.4.1 Vymezení pojmů při řešení slovních úloh a jejich definice

Jednotlivé fáze při řešení úloh lze rozdělit podle činností, které řešitel v danou chvíli provádí (Novotná, 2000).

Uchopování úlohy

Dle Novotné (2000) je uchopování úlohy fáze řešení slovní úlohy, při které si žák v hlavě urovnává veškeré informace, které si přečetl v zadání. Při uchopování si v hlavě, případně pomocí poznámek tyto informace rozřadí podle vztahů, které mezi sebou mají a které bude žák pro vyřešení problému potřebovat podle toho, zda jsou podstatné pro vyřešení úlohy, nebo jsou jen jako doplnění textu. „Uchopováním úlohy nazýváme proces, který probíhá ve vědomí řešitele při vnímání textu úlohy“ (Hejný, 1995). Uchopování lze rozdělit na sériové a paralelní. Při sériovém uchopování úlohy se žák nejdříve zaměří na jednu informaci, kterou zpracuje, a teprve poté se věnuje další informaci. Naopak při uchopování úlohy se žák paralelně soustředí na veškeré informace zároveň a tímto způsobem je i zpracovává. Další rozdělení, které je v souladu s Hejným (1995), se zaměřuje na to, zda žák tuto činnost provádí s porozuměním, což se nazývá uchopení s porozuměním, či nikoliv, a v tomto případě se jedná o uchopení protetické.

Vhled

Dle Novotné (2000) je vhledem myšleno kompletní porozumění veškerým souvislostem a vztahům mezi jednotlivými informacemi, které bude žák potřebovat pro vyřešení úlohy.

Reprezentace

Dle Novotné (2000) pojmem reprezentace rozumíme uchopení zadání, při kterém si žák ve své hlavě vytvoří názor na určitou slovní úlohu.

Kódování

Pokud již žákovi nestačí zpracovávat slovní úlohu za pomoci reprezentace, jinými slovy jen ve své hlavě, ale předá své poznatky na papír nebo je sdělí slovně, jedná se dle Novotné (2000) o takzvané kódování. Jinak řečeno se jedná o správné zapsání slovního zadání pomocí žádoucího znakového systému dle pravidel, což zahrnuje použití referenčního jazyka. Díky srozumitelnému zápisu a použití vhodných symbolů vznikne legenda, ve které jsou zaznamenány veškeré potřebné informace, souvislosti mezi jednotlivými informacemi a také neznámá informace, kterou má žák za úkol vyřešit. Při použití různých referenčních jazyků mohou vznikat různé legendy, i když se jedná o stejnou slovní úlohu. Kódování můžeme vnímat jako převedení informací mezi žákem, který danou úlohu řeší, a jeho okolím. Tyto informace můžou být předány ve třech hlavních formách. Jedná se o formu slovní, vizuální a senzorickou.

Legenda

Dle Novotné (2000) může být legenda pojata různými způsoby, záleží na řešiteli a dané úloze. Nejčastějšími druhy legend u slovních úloh jsou takzvané slovní legendy, tabulkové legendy, obrázkové legendy, algebraické legendy.

a) Slovní legenda
   Slovní legendou je myšlen stručný slovní zápis zadání, díky němuž se žák v úloze lépe orientuje. Většinou se jedná se o přepis celého zadání na zcela matematickou úlohu. Mohou být použita celá slova, zkratky i různé symboly, jako jsou například šipky, tečky, pomlčky atd.
   Pod tento typ legendy řadíme také takzvanou šipkovou legendu, u které se v referenčním jazyce objevuje celkové množství prvků, množství jednotlivých částí a množství prvků v *i*-té části. Dále se zde objevují šipky a různé další pomocné symboly. Zápis této legendy probíhá nejčastěji tak, že žák krok za krokem zapisuje důležité informace ze slovního zadání a jejich vzájemné vztahy vyznačuje šipkami.

Při vytváření tohoto typu legendy se mohou vyskytnout určité nedostatky. Jedním z častých nedostatků může být chybné označení neznámé, kdy řešitel použije například stejné značení pro více odlišných neznámých. Chyba, k níž může u šipkové legendy také dojít, je mylné pochopení informací či jednotlivých vztahů, které jsou popsány v zadání, a s tím související chybné zapsání těchto informací a vztahů. Dalším nedostatkem může být kupříkladu velmi komplikovaný zápis legendy, ze které poté řešitel nezíská komplexní vhled do dané slovní úlohy.

Dalším druhem je tabulková legenda, která by se dala označit jako specifický příklad slovní legendy. Jedná se o zápis informací seřazených pomocí tabulky. Tento druh legendy patří k nejpřehlednějším typům.

b) Obrázková legenda

O obrázkovou legendu se jedná v případě, kdy řešitel přetvoří slovní zadání úlohy na určitý obrázek či schéma, ve kterém jsou zaznamenány veškeré informace. Díky obrázkům a schématům se může řešitel lépe orientovat v zadané úloze.

Do obrázkových legend zařazujeme legendu, které říkáme legenda geometrická. Referenční jazyk tohoto podtypu legendy zahrnuje geometrické útvary a další různé pomocné symboly. Jednotlivé informace a jejich vzájemné vztahy jsou zobrazeny geometrickými útvary o různých tvarech a velikostech.

c) Algebraická legenda

Pokud je zadání zapsané pomocí rovnic, ve kterých jsou zaznamenané veškeré vztahy mezi jednotlivými prvky úlohy, jedná se o legendu algebraickou.

Strategie řešení slovních úloh

Strategií řešení slovních úloh se rozumí dle Novotné (2000) postup, kterým se žák rozhodne daný problém řešit. Jde o plán, kterým se žák řídí při řešení úlohy. Tento plán zahrnuje různé metody, které na sebe navazují a díky nimž si žák myslí, že dojde k vyřešení daného problému. Není podmínkou existence jen jedné správné strategie, kterou by měli žáci použít. Při různých, ale i při stejných úlohách se často setkáváme s odlišnými strategiemi. Díky těmto strategiím je pak zpětně možné zjistit, jak nad určitým problémem daný žák přemýšlel. Použití strategie může úzce souviset s výběrem druhu legendy.

Konceptuální a procesuální zadání slovní úlohy

Pokud hovoříme o konceptuálním zadání slovní úlohy, jedná se o zadání, které se zaměřuje na základní principy, díky nimž může žák dojít k řešení úlohy. Procesuální zadání slovní úlohy se naopak zaměřuje na jednotlivé kroky postupu, které mají určité pořadí. Tyto typy se navzájem doplňují a jsou oba potřebné pro souhrnný postup vzdělávání. Konceptuální typ přináší teoretické pochopení dané problematiky a procesuální typ rozvíjí její praktické zvládání.

1.4.2 Strategie řešení slovních úloh

V literatuře jsem se dočetla o různých typech strategií řešení slovních úloh. V mé práci jsem se rozhodla zmínit strategie popsané v (Novotná, 2000) a v (Vondrová a kol., 2020). Tyto popisy jsem si vybrala, protože se navzájem doplňují. Většina strategií se v pracích opakuje či je jiné strategii velmi podobná.

Strategie řešení slovních úloh (Novotná, 2000)

V Novotné (2000) jsou popsány tři typy strategií řešení slovních úloh. Jedná se o strategii pokus–omyl, signály nebo, struktura? a o aritmetické a algebraické strategie.

Pokus–omyl

Z historického hlediska je tento typ strategie řešení slovní úlohy jeden z nejstarších. Strategii pokus–omyl může žák využít, pokud kvůli nějaké překážce není schopen vyřešit správně úlohu. Tyto překážky mohou být různé, může se například jednat o nedostatečné znalosti v rámci oboru matematiky, které jsou potřebné k vyřešení dané úlohy. Další překážkou může být například chybné pochopení zadání a tím způsobená chybně vytvořená legenda, podle níž bude žák úlohu řešit. Je mnoho důvodů, kvůli kterým se žák může obrátit na tuto strategii a místo vypočítání dané slovní úlohy zkusí řešení odhadnout. Řešení může hádat bez jakýchkoliv souvislostí nebo za použití alespoň některých informací ze zadání. Po odhadnutí výsledku mohou nastat dvě situace. První z nich je taková, že žák neprovede zkoušku správnosti svého řešení a úloze se nadále již nevěnuje. U druhé situace žák zkoušku provede a díky tomu zjistí, zda jeho řešení odpovídá zadání slovní úlohy, nebo naopak zda tomuto zadání jeho výsledek neodpovídá. U každé předchozí možnosti mohou nastat další dvě situace. Úlohu považuje žák za uzavřenou, nebo se snaží hledat další možná řešení, pokud jeho výsledek odpovídá zadání. V opačném případě, když jeho řešení neodpovídá zadání, může žák řešení úlohy ukončit, nebo začít hledat nové řešení. Poté má při obou situacích na výběr, zda použije stejnou, či jinou strategii. Až dojde k dalšímu výsledku, proces se bude opakovat. U tohoto typu strategie mohou z pohledu učitele nastat dva hlavní problémy. První z nich je ten, že si žák s použitím strategie pokus–omyl může vsugerovat, že vyřešení kterékoliv slovní úlohy je jen o štěstí. A druhý problém se věnuje tomu, že si žáci touto strategií nerozvíjí takzvané strategické myšlení. Tyto problémy lze vyvrátit v situaci, kdy se žák nespoléhá pouze na tuto strategii. Pokud díky této strategii porozumí úloze natolik, aby byl schopen použít i jinou strategii než jen pokus–omyl, nebo tuto strategii vylepší natolik, že má jeho postup logickou myšlenku, lze říci, že jsou oba problémy vyvráceny.

Signály, nebo struktura?

a) Hledání v paměti

   Při použití strategie hledání v paměti žák používá dlouhodobou paměť, ve které nachází potřebné znalosti pro vyřešení daného problému. Před hledáním v paměti žák musí pochopit zadání slovní úlohy a správně poté zařadit úlohu do určité oblasti matematiky.

b) Textace

   Další strategie je pojmenovaná textace. Při ní žák pochopí některé vztahy mezi jednotlivými prvky slovní úlohy, ale již nedocílí vhledu tohoto problému. Vztahy, kterým porozuměl, využije žák k dosažení správného řešení.

c) Transformace a využití předchozí zkušenosti

   Žák při této strategii získá celkový vhled k danému problému slovní úlohy, ale i přesto ji není schopen vyřešit, jelikož nemá potřebné matematické znalosti, nebo je není schopen použít. V tomto případě si žák přetransformuje úlohu do formy, kterou již někdy řešil, a o níž ví, že ji vyřešit dokáže.

Aritmetické a algebraické strategie

Strategie se dají dělit i podle použitého nástroje při řešení slovních úloh. Žák může použít buďto aritmetickou strategii, nebo algebraickou strategii. Hlavní rozdíl mezi těmito strategiemi se týká použití rovnic. Pokud v rámci řešení žák nepoužije rovnici, jedná se o strategii aritmetickou. A naopak pokud žák k dosažení výsledku použije jednu nebo více rovnic, jedná se o strategii algebraickou. Volba mezi těmito dvěma strategiemi může záviset na zadané otázce, na požadavcích v zadání nebo na preferenci daného řešitele. Pokud řešitel ovládá rovnice, je velmi pravděpodobné, že použije strategii algebraickou, jelikož se často jedná o algoritmus, kterým je schopen vyřešit většinu slovních úloh.

Strategie řešení slovních úloh (Vondrová a kol., 2020)

V (Vondrová a kol., 2020) je zmíněno několik strategií řešení slovních úloh. První rozdělení vychází z Eisenmann a kol. (2015), kde se jedná o strategii pokusu, o přímý způsob a o heuristickou strategii. Druhé rozdělení, které v práci pouze zmiňuji, ale není mu věnována pozornost v praktické části, je podle Kopky (2016) a Eisenmann a kol. (2015). Věnuje se již jen heuristickým strategiím. Jedná se o strategii analogie, o pokus – ověření – korekce, o systematické experimentování, o přeformulování úlohy, o řešitelský obrázek, o vypuštění podmínky, o cestu zpět, o zobecnění a konkretizaci, o zavedení pomocného prvku, o rozklad na jednodušší případy a o užití falešného předpokladu.

První rozdělení dle Eisenmann a kol. (2015)

Pokus

Jedná se o nejjednodušší strategii. Při této strategii se žák nezaměřuje na to, zda úlohu vyřešil správně, neprobíhá zde žádná sebereflexe či zamyšlení, jestli výsledek odpovídá zadání. Jde mu jen o to, aby splnil úkol a úlohu vyřešil.

Přímý způsob

Při této strategii žák využívá naučené znalosti a algoritmy. Musí být schopný při jednotlivých úlohách tento algoritmus správně použít.

Heuristické strategie

Tato strategie se používá, pokud žák nemůže využít předchozí strategii, která je pojmenovaná jako přímý způsob, jelikož nemá naučené znalosti, které by potřeboval k vyřešení úlohy, nebo nezná či neumí správně použít potřebný algoritmus.

Druhé rozdělení dle Kopky (2016) a Eisenmann a kol. (2015)

Strategie analogie

Při této strategii hledá řešitel k zadané slovní úloze analogickou, kterou je schopen vyřešit nebo jejíž řešení již zná. Řešení nebo výsledek této nové úlohy poté použije při řešení původního zadání.

Pokus – ověření – korekce

Tato strategie je založena na pokusu odhadnout výsledek dle řešitelových předchozích zkušeností. V první fázi tedy žák tipuje možné řešení úlohy. V dalším kroku tento tip ověří. Pokud tento odhad neodpovídá zadání, musí se žák pokusit odhadnout jiný výsledek, ale již zohledňuje výsledek předchozího tipu. Tento postup žák opakuje až do chvíle, kdy nalezne správné řešení.

Systematické experimentování

U této strategie řešitel využívá jednotlivé experimenty, díky nimž se pokouší správně vyřešit úlohu. Podstatné je, aby žák nalezl určitý algoritmus, který použije k pokusu o vyřešení dané úlohy. Po neúspěšném vyřešení pokračuje systematickým dosazováním různých vstupních hodnot do tohoto algoritmu, dokud se netrefí do správného výsledku.

Přeformulování úlohy

Jedná se o strategii, při které řešitel původní zadání slovní úlohy přeformuluje na jinou, pro něj jednodušší úlohu, kterou již zvládne vyřešit. Řešení této nové úlohy buďto velmi usnadní hledání správného řešení původní úlohy,nebo přímo odpovídá tomuto řešení.

Řešitelský obrázek

V tomto případě se řešitel rozhodne úlohu řešit grafickou cestou, na jejímž konci se nachází právě tento řešitelský obrázek. Jedná se o to, že si slovní úlohu znázorní pomocí obrázku, ve kterém vyznačí veškeré důležité informace a v mnoha případech i neznámou, kterou chce vyřešením úlohy získat. Je možné, že již jen díky obrázku přijde na řešení úlohy, pokud se to ale nestane, musí s obrázkem různě pracovat a doplňovat ho, aby k řešení postupně dospěl. Při této strategii se relativně často používají také grafy funkcí.

Vypuštění podmínky

Tato strategie se využívá u slovních úloh, ve kterých se vyskytuje více podmínek. Jde o to, že žák není schopný úlohu vyřešit se všemi podmínkami najednou, proto jednu či více podmínek vypustí a řeší úlohu bez nich. Když poté dojde k vyřešení úlohy oslabené o některé podmínky, musí se k nim postupně vrátit a dořešit úlohu i v původním znění se všemi podmínkami.

Cesta zpět

Pokud žák využije tuto strategii, předpokládá, že to, co má dokázat vypočítat nebo zkonstruovat, platí či existuje. Při této strategii bude žák postupovat odzadu a bude se snažit přibližovat k výchozí situaci. V závěru je důležité výsledek obrátit.

Zobecnění a konkretizace

Tyto dvě strategie spolu úzce souvisí, a proto jsou zobrazovány u sebe. Při některých slovních úlohách řešitel nejdříve použije strategii zobecnění, zobecněním původního zadání. Tím vytvoří úlohu novou, kterou již zvládne vyřešit. Poté použije strategii konkretizace, což znamená, že nově vzniklou vyřešenou úlohu vrátí do původního nevyřešeného stavu. Tu poté dokončí za pomoci jemu již známého řešení zobecněné úlohy. Při jiných slovních úlohách naopak řešitel nejdříve použije strategii konkretizace, vytvoří novou úlohu, kterou je schopný vyřešit. Poté se pomocí strategie zobecnění vrátí k původní úloze a za použití předchozího řešení ji dokončí.

Zavedení pomocného prvku

Jedná se o strategii, při níž si žák do řešení vloží pomocný prvek, díky němu si přizpůsobí danou úlohu na úlohu pro něj snazší či na takovou, kterou již v minulost řešil.

Rozklad na jednodušší případy

U této strategie provede řešitel nejprve rozdělení slovní úlohy na jednotlivé jednodušší části, které vyřeší. Poté spojí veškeré výsledky dohromady a dojde k řešení původní slovní úlohy.

Užití falešného předpokladu

U této strategie žák nejdříve udělá odhad výsledku, u kterého předpokládá, že není pravdivý. Díky tomuto kroku se užití falešného předpokladu řadí do heuristických strategií, které nazýváme experimentování. Po vytvoření odhadu provede žák kontrolu, zda tato hodnota vyhovuje zadání slovní úlohy a kolikrát je odlišná od požadovaného výsledku. Pomocí tohoto kroku upraví svůj původní odhad a získá řešení slovní úlohy. Tuto strategii nelze použít na všechny typy slovních úloh. Je vhodná pro úlohy, ve kterých se v zadání objevují poměrové vztahy k hledané hodnotě.

1.4.3 Fáze řešení slovních úloh

Rozdělení fází řešení slovních úloh může být odlišné v závislosti na autorovi. V textu budou zmíněny dva přístupy, a to dle Novotné (2000), který já osobně používám, a dle Polyi (2016), o kterém jsem se dozvěděla na kurzu Oborová didaktika – Metody řešení úloh, jenž jsem absolvovala na Univerzitě Karlově a který jsem velmi často využívala při doučování žáků, kteří mají se slovními úlohami potíže. Pomocí položených otázek bylo pro žáky snazší úlohy pochopit a vyřešit.

Fáze řešení slovních úloh (Novotná, 2000)

V Novotné (2000) jsou popsány tři fáze řešení slovních úloh. Jedná se o fázi uchopování, fázi transformace a o fázi návratu do kontextu zadání úlohy.

1. Fáze – Uchopování

   V první řadě si řešitel musí zadání dané slovní úlohy pečlivě přečíst. Pro tuto fázi je velmi důležitá čtenářská gramotnost. Po přečtení zadání si v hlavě, popřípadě pomocí poznámek, začne srovnávat veškeré důležité informace a jednotlivé vztahy mezi nimi. Zároveň také vyřadí ty, které pro vyřešení úlohy nejsou potřebné. Při této fázi by měl řešitel získat celkový vhled do problematiky a vytvořit si také reprezentaci dané slovní úlohy.

2. Fáze – Transformace

   V této fázi dochází k transformaci předešlých kroků pomocí referenčního jazyka na legendu a tím ke kódování dané slovní úlohy. Po vytvoření legendy je zapotřebí, aby si žák stanovil vhodnou strategii pro řešení dané slovní úlohy a následně ji realizoval.

3. Fáze – Návrat do kontextu zadání úlohy

   Při této fázi má řešitel za úkol svůj výsledek z předchozího kroku spojit se zadáním dané slovní úlohy a odpovědět na otázku, která byla ve slovním zadání položena.

Fáze řešení slovních úloh (Polya, 2016)

V (Polya, 2016) jsou popsány čtyři fáze. Jedná se o porozumění problému, navržení plánu, provedení plánu a ohlédnutí se. K tomuto postupu se vážou i otázky, které by si každý řešitel měl v rámci jednotlivých fází řešení slovních úloh položit. Jedná se o velmi obecný postup, jak řešit úlohy.

a) Porozumět problému – V této fázi je potřebné, aby si řešitel určil hodící se označení, a je vhodné nakreslit si i obrázek.
   Co bych měl vyřešit? Jaké k tomu mám přístupné informace? Jsou v zadání nějaké podmínky k danému problému? Pokud ano, jaké to jsou?

b) Navrhnout plán – U této fáze je vhodné nalézt souvislosti mezi neznámou a zbylými informacemi v zadání dané slovní úlohy.
   Jak bych mohl tento problém řešit? Viděl jsem někdy dříve tento typ úlohy? Připomíná mi to nějakou úlohu, kterou jsem dříve viděl? Znám nějaké definice nebo věty, které by šly použít? Lze využít již dříve vyřešenou úlohu, která se mi zdá být podobná? Je možné tuto úlohu vyřešit totožnou metodou? Mohu si úlohu lehce upravit a řešit ji v nové podobě?

c) Provést plán – U této fáze je důležité zkontrolovat veškeré postupy zvoleného plánu.
   Je můj plán vyhovující? Mohu to nějak dokázat?

d) Ohlédnout se – V této fázi je důležitým bodem sebereflexe řešení dané slovní úlohy.
   Je možné udělat kontrolu řešení? Šlo k tomuto řešení dospět i jinou cestou? Použil jsem všechny zmíněné informace? Nemohl jsem na něco zapomenout? Odpovídá má odpověď na danou otázku? Jak by se měnil výsledek, pokud by se různými způsoby měnilo zadání úlohy?

Porovnání

V těchto postupech řešení slovních úloh nevnímám zásadní rozdíl. Myslím si, že postup dle Novotné používá více odborných výrazů a je vhodnější pro zkušenější žáky, kteří se ve slovních úlohách dobře orientují. Zatímco postup dle Polya je díky používání jednoduchých otázek více pochopitelný i pro méně zkušené řešitele, kteří se slovními úlohami mívají potíže.

1.5 Obtížnost slovních úloh

Slovní úlohy nepatří ve školách mezi oblíbené úkoly. Jedním z hlavních důvodů může být fakt, že se žákům zdá vyřešení slovní úlohy velmi obtížné. I žáci, kteří jsou schopni vypočítat sebesložitější početní příklady a mají potřebné matematické znalosti, mají velmi často problém při řešení slovních úloh. Na otázku „Proč tomu tak je?“ bylo odpovězeno v Novotné (1998). V Novotné (2000) je poté popsáno jen několik základních problémů. Prvním z nich může být skutečnost, že žák, který má danou slovní úlohu řešit, nemá odpovídající znalosti potřebné pro její vyřešení. Tyto znalosti mohou být z oblasti matematiky, tedy potřebné látky, díky které bude žák schopen slovní úlohu dopočítat, nebo z jakékoliv jiné oblasti, která má souvislosti se zadáním. Druhý problém může nastat z důvodu, že se žák na zadání slovní úlohy zcela nesoustředí. Pokud si řešitel slovní zadání úlohy pečlivě nepřečte a nepochopí jej, pak je velká pravděpodobnost, že nemá šanci dojít ke správnému řešení. Třetí popsaný problém je mylné zaznamenání některých informací ze slovního zadání, s nimiž poté žák pracuje. Pokud informace správně nezaznamená, není možné s nimi relevantně dojít k výsledku, který by odpovídal původním podmínkám ze zadání. Dalším problémem, který je zde popsán, je neschopnost žáka vytvořit z údajů, které jsou popsány ve slovním zadání dané úlohy, a jednotlivých vztahů mezi jednotný příklad, který by byl schopný vyřešit a dojít tak ke správnému výsledku.

1.6 Vybrané nematematické předměty pro praktickou část

V této kapitole jsem čerpala z poznámek, které jsem získala během svého studia na ZŠ Kosmonosy, na Gymnáziu Dr. Josefa Pekaře v Mladé Boleslavi a na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze. Vybrala jsem nematematické předměty, ve kterých se slovní úlohy běžně vyskytují a v nichž jsem se s nimi sama během svého studia setkala. Jedná se o fyziku, chemii, biologii a zeměpis. Jednotlivé předměty jsou zde stručně popsány. Dále je u každého předmětu pět vybraných okruhů, v jejichž rámci jsem v praktické části vytvořila slovní úlohy.

1.6.1 Fyzika

Fyzika je přírodní vědní obor zabývající se zkoumáním přírodních jevů, základních principů v přírodě, studiem zákonů a fungování vesmíru. Tento obor se věnuje například pohybu těles, síle, světlu a optice, teplu a energii, zvuku a elektromagnetismu, což jsou pouze vybrané obory, s kterými jsem se nejčastěji sama setkala.

Základní znalosti týkající se slovních úloh v praktické části práce

a) Pohyb těles

Pohyb těles je jakákoli změna polohy tělesa vzhledem k jinému tělesu. Podle tvaru trajektorie dělíme pohyb na přímočarý, kde je trajektorií přímka, na křivočarý, kde je trajektorií křivka, na posuvný, u které má trajektorie všech bodů tělesa stejný směr, a na otáčivý, kde má každý bod tělesa trajektorii ve tvaru kružnice. U pohybu bez zrychlení dráhu (s) vypočítáme součinem rychlosti (v) a času (t). Vzorcem vyjádřeno takto: s (m) = v (m/s) · t (s).

b) Výkon a práce

Výkon (P) je fyzikální veličina, která nám říká, jak rychle se práce vykoná. Výkon vypočítáme, když práci (W) dělíme časem (t), za který byla tato práce vykonána. O výkonu tedy rozhoduje nejen to, kolik se vykoná práce, ale i doba, za kterou se práce vykoná. Práce je také fyzikální veličina. Tuto veličinu vypočítáme tak, že vynásobíme sílu, která působí na těleso a dráhu, kterou těleso urazí. Vzorcem vyjádřeno takto: P (W) = $\frac{W\ (\mathrm{J})}{t\ (\mathrm{s})}$, kdy W (J) = F (N) · s (m) a kdy F (N) = m (kg) · g (N/kg).

c) Zákon síly

Velikost zrychlení (a) hmotného bodu je přímo úměrná velikosti působící síly (F) na hmotný bod a nepřímo úměrná hmotnosti (m) hmotného bodu. Směr zrychlení je shodný se směrem působící síly. Jedná se o 2. Newtonův zákon. Vzorcem vyjádřeno takto: F (N) = m (kg) · a (m/s^2).

d) Ohmův zákon

Ohmův zákon je používaný k výpočtu vztahu mezi napětím (E), proudem (I) a odporem (R) v elektrickém obvodu. Vzorcem vyjádřeno takto: E (V) = I (A) · R (Ω).

e) Teplo

Teplo je fyzikální veličina, která souvisí s vnitřní energií tělesa, charakterizuje děj, který probíhá mezi tělesy při tepelné výměně. Při ochlazení musíme stejné množství tepla odebrat. Teplo vždy přechází z tělesa teplejšího na těleso studenější.

Měrná tepelná kapacita (c) značí množství tepla (Q), které je potřebné k ohřátí 1 kg (m)jednotlivých druhů látek o 1 °C. Měrná tepelná kapacita vody je po zaokrouhlení rovna 4,2 kJ/kg°C. Vzorcem vyjádřeno takto: Q (J) = m (kg) · c (J/kg °C) · ($t_2 - t_1$) (°C).

1.6.2 Chemie

Chemie je vědní obor, jehož náplní je například studium látek, jejich složení, struktura, vlastnosti a zkoumání vzájemných reakcí mezi nimi. Tento vědní obor má velmi široké uplatnění například ve vědě, v průmyslu, v lékařství, v potravinářství, v rámci ochrany životního prostředí, ale i v každodenním životě. Chemii rozdělujeme na organickou, která se věnuje uhlíkatým sloučeninám, a na anorganickou, která se věnuje sloučeninám neuhlíkatým. Dalšími odvětvími je například biochemie, která se zabývá chemickými procesy v živých organismech a fyzikální chemie, která se zaobírá fyzikálními vlastnosti a procesy.

Základní znalosti týkající se slovních úloh v praktické části práce

a) Molární hmotnost

Molární hmotnost (*M*) vyjadřuje hmotnost určitého látkového množství látky. Lze ji spočítat na základě znalostí relativní atomové hmotnosti prvku (A_r), které jsou uvedeny v periodické tabulce. Pokud chceme například spočítat molární hmotnost tříatomového kyslíku (O3), kdy víme, že A_r kyslíku = 16, vynásobíme A_r třemi. M (O_3) = 3 · 16 = 48 g/mol. Molární hmotnost lze spočítat také na základě znalosti hmotnosti látky (*m*) a látkového množství (*n*). Vzorcem vyjádřeno takto: M (g/mol) = m (g) · n (mol).

b) Látkové množství

Vyjadřuje počet částic (atomů, iontů, molekul). 1 mol částic obsahuje přesně 6,02214076.10^{23} částic (≐ 6,022 .10^{23}), toto číslo se značí N_A a nazývá se Avogardova konstanta. Vzorcem vyjádřeno takto: n (mol) = $\frac{N\ (\text{počet částit})}{N_\text{A}}$. Látkové množství lze spočítat také na základě znalosti hmotnosti látky (*m*) a molární hmotnosti prvku (*M*). Vzorcem vyjádřeno takto: n (mol) = $\frac{m\ (\text{g})}{M\ (\text{g/mol})}$.

c) Hmotnostní zlomek/procento

Hmotnostní procenta číselně představují počet gramů složky ve 100 g směsi (bilančním základem je 100 gramů směsi). Hmotnostní zlomek (*w*) je podílem hmotnosti určité látky (m_A) a hmotnosti celé směsi (m_S). Hmotnostní procento je hmotnostní zlomek vyjádřený procentem. Vynásobíme-li hmotnostní zlomek složky jedním stem, získáme hmotnostní procenta dané látky ve směsi. Vzorcem vyjádřeno takto: $w = \frac{m_\text{A}\ (\text{g})}{m_\text{S}\ (\text{g})}$.

d) Molární objem

Molární objem je fyzikální veličina, která vyjadřuje objem jednoho molu plynů. Za normálních podmínek, které odpovídají teplotě 0 °C a tlaku 101 325 Pa, zaujímá 1 mol kteréhokoliv plynu molární objem 22,414 dm^3. Abychom vypočítali molární objem (V_m), musíme dělit objem (*V*) látkovým množstvím (*n*). Vzorcem vyjádřeno takto: V_m (m^3/mol) = $\frac{V\ (\text{m}^3)}{n\ (\text{mol})}$.

e) pH

Jde o koncentraci $H+$ v roztoku (záporný logaritmus vodíkových iontů). Hodnota pH definuje, zda se látka chová kysele, neutrálně nebo zásaditě, což má vliv na další chemicko-biologicko-fyzikální vlastnosti. Stupnice pH se nachází v intervalu od 0 do 14. Hodnota 7 značí neutrální roztok. Vzorcem vyjádřeno takto: $\mathrm{pH} = -\log\,[H+]$.

1.6.3 Biologie

Biologie je přírodní věda, která se zabývá zkoumáním života a živých organismů od molekul přes ekosystémy až po biomy. Díky této vědě lze lépe pochopit život na Zemi v jakékoliv podobě. Mezi obory biologie patří mimo jiné anatomie, která zkoumá stavbu organismů a jejich jednotlivých částí, molekulární biologie, která se zabývá studiem buněčných procesů a procesů genetických, fyziologie, věnující se zkoumání funkcí a mechanismů živých organismů, ekologie, jež se orientuje na vztahy mezi organismy a životním prostředím, evoluční biologie, která se věnuje procesu evoluce a mnoho dalších. Biologie může mít uplatnění například v rámci medicíny, zemědělství nebo tematice životního prostředí.

Základní znalosti týkající se slovních úloh v praktické části práce

a) BMI (Body Mass Index)

BMI je zkratka indexu tělesné hmotnosti, který vyjadřuje vztah mezi tělesnou hmotností a tělesnou výškou. Normální hodnota BMI se pohybuje mezi 18,5–25. Hodnoty pod 18,5 signalizují podváhu, hodnoty nad 25 signalizují nadváhu, nad 30 obezitu. Vzorcem vyjádřeno takto: $\mathrm{BMI} = \frac{\text{tělesná váha (kg)}}{\text{tělesná výška na druhou (m)}}$.

b) Objem vdechnutého vzduchu za určitý interval

Frekvence dýchání označuje četnost nádechů za minutu. Člověk se v klidovém stavu za minutu nadechne cca šestnáctkrát až osmnáctkrát. Objem vdechnutého vzduchu při jednom nádechu je cca 0,5 l. Z toho plyne, že za 1 minutu člověk vdechne 8 l.

c) Objem proteklé krve tělem za určitý interval

   Tepová frekvence vyjadřuje počet srdečních stahů (tepů) za minutu. V klidovém stavu se pohybuje mezi 60–80 tepy za minutu. Při zátěži se zvyšuje. Tepový objem je objem krve vypuzené jednou srdeční komorou do krevního oběhu při jednom srdečním stahu za klidových podmínek. U zdravého dospělého člověka je objem asi 70 ml. Při zátěži 100–150 ml.

d) Genetika – krevní skupiny

   Krevní skupiny se určují podle takzvaných antigenů. Rozlišujeme podle nich čtyři krevní skupiny, A, B, AB a 0 (fenotypy). Genotyp je soubor genů. Fenotyp A může mít genotyp AA nebo A0, fenotyp B může mít genotyp BB nebo B0, fenotyp AB může mít genotyp AB a fenotyp 0 může mít genotyp 00.

e) Populační genetika

   Populace je soubor jedinců stejného druhu, kteří žijí v určitém čase na stejném místě. Populační genetika je učení o změnách zastoupení alel jednotlivých genů v populaci. Hardy-Weinbergův zákon o genetické rovnováze rozložení alel v populaci popisuje frekvenci genotypů v idealizované populaci. Vzorcem vyjádřeno takto: $p + q = 1$ a $p^2 + 2pq + q^2 = 1$, kde p je pravděpodobnost dominantní alely (A), q je pravděpodobnost recesivní alely (a), p^2 je podíl jedinců dominantního fenotypu (AA) a q^2 je podíl jedinců recesivního fenotypu (aa).

1.6.4 Zeměpis

Zeměpis je širokospektrý vědní obor, který se zabývá zkoumáním různých aspektů Země. Díky tomuto vědnímu oboru lze lépe pochopit různorodost planety a všemu, co se na ní vyskytuje. Zahrnuje mimo jiné i některé fyzické jevy a lidské aktivity. Do fyzických jevů patří například klimatologie, geologie nebo geografie reliéfů. Do lidských aktivit lze zařadit například migraci, ekonomickou geografii nebo zkoumání městských struktur. Zabývá se i ekologií a životním prostředím a také zeměpisnými okolnostmi, které působí na lidstvo a jeho kultury a naopak. Dále se zabývá například tvorbou map a prostorovou analýzou.

Základní teorie týkající se slovních úloh v praktické části práce

a) Posun času

Základním časovým pásmem je pásmo, ve kterém platí UTC, které se rozkládá kolem nultého poledníku procházejícího observatoří v Greenwichi. Další pásma jsou označována podle směru posunu a počtu pásem na UTC + a UTC −. Například náš středoevropský čas (SEČ) je označován UTC +1. Rozmezí pásem je od UTC +12 do UTC −12.

b) Měřítko mapy

Měřítko mapy udává poměr zmenšení mapy, tedy poměr délky měřené na mapě k délce ve skutečnosti. Obyčejně se měřítko udává buď v číselné podobě, nebo v grafické podobě. Číselná podoba má tvar například 1 : 100, je to poměr mapa : realita. Takový poměr říká, že jeden centimetr na mapě je sto centimetrů ve skutečnosti. Jinak řečeno, jeden centimetr na mapě odpovídá jednomu metru v realitě. Mapa s měřítkem 1 : 100 je tak stokrát menší než skutečnost.

c) Hustota zalidnění

Hustota zalidnění je údaj, který se běžně uvádí u států či jiných území a charakterizuje jejich průměrnou míru osídlení lidmi. Počítá se jako podíl počtu obyvatel a plochy (rozlohy) daného území, obvyklou jednotkou je tedy počet obyvatel na jednotku plochy.

d) Nadmořská výška

Nadmořská výška je svislá vzdálenost (výškový rozdíl) určitého místa na Zemi ke střední hladině některého moře (obvykle nejbližšího nebo toho, k němuž se vztahuje místní výškový systém). Udává se v metrech nad mořem (m n. m.). Jelikož je první písmeno m ve zkratce označení jednotky SI, píše se bez tečky.

e) Stíny

Stín je místo, tmavá oblast, kam nedopadá téměř žádné světlo. Stín je za každým neprůhledným tělesem, na které dopadá zpředu světlo. Průmět stínu na plochu vytváří dvourozměrnou siluetu tělesa, na které zdroj světla svítí. Délka stínu závisí na výšce tělesa a na úhlu dopadu světla.

2 Praktická část

V této části bakalářské práce jsem se zaměřila na tvorbu sbírky slovních úloh z nematematických předmětů a na rozbor jednotlivých slovních úloh. Vybrala jsem si fyziku, chemii, biologii a zeměpis. Samotné předměty jsem stručně popsala již v teoretické části. U jednotlivých předmětů jsem si zvolila pět různých okruhů, ve kterých se mohou slovní úlohy vyskytovat a kde jsem se s nimi již setkala. Slovní úlohy jsem vytvořila buď analogicky dle úloh z vlastních školních sešitů, u nichž jsem změnila zadání. Anebo jsem je tvořila zcela samostatně na základě vlastní zkušenosti s řešením slovních úloh z předmětů mimo matematiku. U jednotlivých slovních úloh je vždy uvedeno slovní zadání, její řešení, kontrola správnosti výsledku a odpověď na položenou otázku. Dále provádím rozbor podle některého rozdělení úloh, jež je zmíněno v teoretické části, a poté analyzuji strategie řešení, které jsem já použila k výpočtu a které jsou v teoretické části zmíněné také. Dále popisuji jednotlivé fáze řešení podle rozdělení dle (Novotná, +-2000) a dle (Polya, 2016), jak je také zmíněno již v teoretické části.

2.1 Fyzika

2.1.1 Pohyb těles

Zadání

Z Mladé Boleslavi vyrazí motorkář rychlostí 95 km/h, cílem jeho cesty je město Split v Chorvatsku. O 36 minut později vyrazí ze stejného místa řidič auta rychlostí 120 km/h a i on má namířeno do Splitu. Za jaký čas řidič auta dojede řidiče motorky od doby, kdy auto vyjelo? Kolik km ujedou oba dohromady do doby, než řidič auta dojede řidiče motorky? Předpokladem je, že oba řidiči zvolili stejnou trasu.

Řešení

- Rychlost motorky v_m = 95 km/h
- Motorka vyjela dříve o 36 min = 0,6 h
- Rychlost auta v_a = 120 km/h
- Čas auta t_a = ?
- Čas motorky t_m = ?

- Dráha obou dohromady $s = ?$

- $t_a = t$[1]
- $t_m = t + 0{,}6$
- $s = s_m + s_a$, $s_m = s_a$
- $s_m = v_m \cdot t_m = v_a \cdot t_a = s_a$

- $v_m \cdot t_m = v_a \cdot t_a$
- $95 \cdot (t + 0{,}6) = 120 \cdot t$
- $t = 2{,}28$ h

- $s_m = v_m \cdot t_m = v_a \cdot t_a = s_a$
- $s_m = 95 \cdot 2{,}88 = 120 \cdot 2{,}28 = s_a$
- $s_m = 273{,}6 = 273{,}6 = s_a$
- $s = 273{,}6 + 273{,}6 = 547{,}2$ km

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Řidič auta dojede řidiče motorky za 2,28 h a dohromady oba ujedou 547,2 km.

Tabulka 1 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

[1] Pro lepší přehlednost výpočtů neuvádím u veličin jednotky. Jednotky se objeví až při výsledku.

Tabulka 2 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, převody jednotek, rovnice, násobení, sčítání a odčítání
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, převody jednotek, úprava rovnice a numerické chyby

Tabulka 3 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat čas auta a ujetou vzdálenost obou dohromady, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu pohybu těles a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat čas auta a ujetou vzdálenost obou dohromady
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.1.2 Výkon a práce

Zadání

Výtah pro 12 osob má nosnost 960 kg. Výtah je plně naložený. Jakou práci v kJ výtah vykoná, pokud pojede do výšky 18 m? A jaký výkon odpovídá této práci, jestliže výtah do 18 m vystoupá za 30 s?

Řešení

- Nosnost – hmotnost m = 960 kg
- Dráha s = 18 m
- Čas t = 30 s
- Práce W = ?
- Výkon P = ?

- Síla $F = 960 \cdot 10 = 9\ 600$ N

- $W = F \cdot s$
- $W = 9\ 600 \cdot 18$
- W = 172 800 J = 172,8 kJ

- $P = \frac{W}{t}$
- $P = \frac{172\ 800}{30}$
- P = 5 760 W

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorců.

Odpověď

Plně naložený výtah vykoná práci 172,8 kJ. Této práci odpovídá výkon 5760 W.

Tabulka 4 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená dle první otázky a jednoduchá dle druhé otázky
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 5 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorce, rovnice, násobení a dělení a převody jednotek
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorců, úprava rovnic, numerické chyby a převody jednotek

Tabulka 6 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat práci, kterou vykoná výtah a výkon, který této práci odpovídá, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodné vzorce pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu práce a výkonu a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat práci, kterou vykoná výtah, a výkon, který této práci odpovídá
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodné vzorce pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorců

2.1.3 Zákon síly

Zadání

Na vodorovném stole je položená knížka, která váží 0,5 kg. Karel chce knihu ze stolu odtlačit a působí na ni silou 20 N. Třecí síla mezi knížkou a stolem je zanedbatelná. Jaké zrychlení bude mít knížka po zásahu Karla?

Řešení

- Hmotnost m = 0,5 kg
- Síla F = 20 N
- Zrychlení a = ?

- ➢ $a = \frac{F}{m}$
- ➢ $a = \frac{20}{0,5}$
- ➢ a = 40 m/s^2

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Knížka bude mít po zásahu Karla zrychlení 40 m/s^2.

Tabulka 7 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 8 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice a dělení
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice a numerické chyby

Tabulka 9 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat zrychlení, které bude mít knížka, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu zákona síly a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat zrychlení, které bude mít knížka
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.1.4 Ohmův zákon

Zadání

Maminka žehlí žehličkou, kterou prochází při napětí 220 voltů proud 5,4 ampér. Jaký je odpor žehličky? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

Řešení

- Elektrické napětí U = 220 V
- Elektrický proud I = 5,4 A
- Elektrický odpor R = ?

- ➢ $R = \frac{U}{I}$
- ➢ $R = \frac{220}{5{,}4}$
- ➢ $R \doteq 40{,}74\ \Omega$

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Odpor žehličky je po zaokrouhlení 40,74 Ω.

Tabulka 10 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 11 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, dělení a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 12 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat elektrický odpor žehličky, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet, vypočítat a výsledek zaokrouhlit
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu Ohmova zákona a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat elektrický odpor žehličky
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat a výsledek zaokrouhlit
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.1.5 Teplo

Zadání

Petra se chystala mýt nádobí, napustila plný dřez o objemu 12 litrů vodou, jejíž teplota je 50 °C. Než se však k mytí nádobí odhodlala, klesla teplota na 30 °C. Jak velké teplo odevzdala voda svému okolí?

Řešení

- Objem $V = 12$ l
- Původní teplota $t_1 = 50$ °C
- Konečná teplota $t_2 = 30$ °C
- Teplo $Q = ?$

- Hmotnost $m = 12$ kg
- Změna teploty $t = 20$ °C
- Měrná tepelná kapacita vody $c = 4{,}2$ kJ/kg · °C

- ➢ $Q = m \cdot c \cdot t$
- ➢ $Q = 12 \cdot 4{,}2 \cdot 20$
- ➢ $Q = 1008$ kJ

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Voda odevzdala svému okolí 1008 kJ tepla.

Tabulka 13 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 14 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, odčítání a násobení
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice a numerické chyby

Tabulka 15 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat teplo, které odevzdala voda svému okolí, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu tepla a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat teplo, které odevzdala voda svému okolí
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.2 Chemie

2.2.1 Molární hmotnost

Zadání

Relativní atomová hmotnost kyslíku O je 16,00 a uhlíku C 12,01. Jaká je molární hmotnost CO_2?

Řešení

- Relativní atomová hmotnost kyslíku A_r (O) = 16,00
- Relativní atomová hmotnost uhlíku A_r (C) = 12,01
- Molární hmotnost oxidu uhličitého M (CO_2) = ?

▪ $CO_2 = 1 \cdot C + 2 \cdot O$

➢ $M = 1 \cdot A_r(C) + 2 \cdot A_r(O)$
➢ $M = 1 \cdot 12{,}01 + 2 \cdot 16$
➢ $M = 44{,}01$ g/mol

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Molární hmotnost CO_2 je 44,01 g/m.

Tabulka 16 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 17 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, sčítání a násobení
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice a numerické chyby

Tabulka 18 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat molární hmotnost CO_2 a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu molární hmotnosti a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat molární hmotnost CO_2
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.2.2 Látkové množství

Zadání

Relativní atomová hmotnost vápníku Ca je rovna 40,08. Jakému látkovému množství odpovídá 60 g?

Řešení

- Relativní atomová hmotnost vápníku A_r (Ca) = 40,08
- Hmotnost m = 60 g
- Látkové množství n = ?

- $M = 1 \cdot A_r$ (Ca) = 40,08

- $n = \frac{m}{M}$
- $n = \frac{60}{40,08}$
- $n \doteq 1,497$ mol

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

60 g Ca odpovídá látkovému množství 1,497 mol.

Tabulka 19 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 20 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, dělení a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 21 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat látkové množství 60 g Ca a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet, vypočítat a výsledek zaokrouhlit
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu látkové množství a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat látkové množství 60 g Ca
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat a výsledek zaokrouhlit
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.2.3 Hmotnostní zlomek/procento

Zadání

Relativní atomová hmotnost vodíku H je rovna 1,01 a kyslíku 16,00. Jaký je hmotnostní zlomek vodíku H ve vodě H_2O? Výsledek zapište také v procentech.

Řešení

- Relativní atomová hmotnost vodíku $A_r(\mathrm{H}) = 1{,}01$
- Relativní atomová hmotnost kyslíku $A_r(\mathrm{O}) = 16{,}00$
- Hmotnostní zlomek vodíku ve vodě $w = ?$

▪ $H_2O = 2 \cdot H + 1 \cdot O$

➢ $w = \frac{m_{\mathrm{H}}}{m_{\mathrm{H_2O}}}$
➢ $w = \frac{2 \cdot 1{,}01}{2 \cdot 1{,}01 + 1 \cdot 16{,}00}$
➢ $w = \frac{2{,}02}{18{,}02}$
➢ $w \doteq 0{,}112$ %

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Hmotnostní zlomek vodíku H ve vodě H_2O je $\frac{2{,}02}{18{,}02}$ a to odpovídá 11,2 %.

Tabulka 22 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 23 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, sčítání, násobení, dělení a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 24 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat hmotnostní zlomek vodíku ve vodě a následně ho převést na procenta a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet, vypočítat a výsledek zaokrouhlit
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu látkové množství a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat hmotnostní zlomek vodíku ve vodě a následně ho převést na procenta
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat a výsledek zaokrouhlit
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.2.4 Molární objem

Zadání

Jaký je objem 3 molů dvouatomové molekuly kyslíku O_2 za normálních podmínek?

Řešení

U této slovní úlohy jsem přišla na 2 možná řešení.

a) Dle vzorce

- Látkové množství dvouatomové molekuly kyslíku O_2 $n\ (O_2) = 3$ mol
- Objem 3 molů dvouatomové molekuly kyslíku O_2 $V\ (O_2) = ?$

▪ Molární objem 1 molu kyslíku O $V_m = 22{,}414\ dm^3$

➢ $V\ (O_2) = n\ (O_2) \cdot V_m$
➢ $V\ (O_2) = 3 \cdot 22{,}414$
➢ $V\ (O_2) = 67{,}242\ dm^3$

b) Dle úvahy

- Látkové množství dvouatomové molekuly kyslíku O_2 $n\ (O_2) = 3$ mol
- Objem 3 molů dvouatomové molekuly kyslíku O_2 $V\ (O_2) = ?$

▪ Molární objem 1 molu kyslíku O $V_m = 22{,}414\ dm^3$

➢ 1 mol = 22,414 dm^3
➢ 2 mol = 44, 828 dm^3
➢ 3 mol = 67, 242 dm^3

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce a zpětně vydělit.

Odpověď

Za normálních podmínek je objem 3 molů dvouatomové molekuly kyslíku roven 67,242 dm^3.

Tabulka 25 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 26 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	2
Strategie (1. řešení)	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Strategie (2. řešení)	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti (1. řešení)	Vzorec, rovnice a násobení
Potřebné znalosti (2. řešení)	Úvaha a násobení
Možná nebezpečí chyb (1. řešení)	Dosazení do vzorce, úprava rovnice a numerické chyby
Možná nebezpečí chyb (2. řešení)	Chybná úvaha a numerické chyby

Tabulka 27 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat objem dvouatomové molekuly kyslíku vzhledem k molárnímu objemu a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace (1. řešení)	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
2. Transformace (2. řešení)	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu molárního objemu a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat objem dvouatomové molekuly kyslíku vzhledem k molárnímu objemu
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce
4.Ohlédnout se zpět	Zpětně vydělit

2.2.5 pH

Zadání

O hodině chemie přinesl pan učitel do třídy roztok, který má koncentraci protonů [H^+] rovnou 0,001 mol/l. Po žácích požaduje výpočet pH tohoto roztoku. Jaká by žákům správně měla vyjít hodnota pH?

Řešení

- Koncentrace protonů $[H^+]$ = 0,001 mol/l
- pH roztoku = ?

- pH = −log $[H^+]$
- pH = −log (0,001)
- pH = 3

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Hodnota pH by žákům správně měla vyjít 3.

Tabulka 28 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 29 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice a logaritmy
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, chybná úprava logaritmu a numerické chyby

Tabulka 30 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat pH a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu pH a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat pH
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.3 Biologie

2.3.1 BMI

Zadání

Anička je žákyně 8. třídy a učí se ve škole vypočítat index tělesné hmotnosti (BMI). K jakému BMI žákyně dospěje, když chce vypočítat své BMI, přičemž je vysoká 158 cm a váží 52 kg? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa. Určete také, do jaké kategorie BMI Anička spadá.

Řešení

- Výška = 158 cm
- Váha = 52 kg
- BMI = ?

- Výška v metrech = 1,58 m

- BMI = $\frac{52}{1,58^2}$
- BMI ≐ 20,83

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Anička dospěje k hodnotě BMI 20,83, zaokrouhleno na dvě desetinná místa. Tato hodnota spadá do kategorie normální hmotnosti.

Tabulka 31 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní a určovací

Tabulka 32 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, převody jednotek, rovnice, dělení, mocniny a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, převody jednotek, úprava rovnice, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 33 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat hodnotu BMI Aničky a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet, vypočítat a výsledek zaokrouhlit
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu BMI a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat hodnotu BMI Aničky
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat a výsledek zaokrouhlit
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.3.2 Objem vdechnutého vzduchu za určitý interval

Zadání

Alenu zajímá, kolik litrů vzduchu vdechne při klidovém režimu za celý den. Frekvence dýchání je u Aleny 18 vdechů za minutu a objem jednoho nádechu je 0,5 l. Kolik litrů vzduchu Alena za jeden den vdechne?

Řešení

- Frekvence dýchání = 18 vdechů/min
- Objem jednoho nádechu = 0,5 l
- Objem vdechnutého vzduchu za den = ?

➢ 18 · 0,5 = 9 l za minutu
➢ 60 · 9 = 540 l za hodinu
➢ 24 · 540 = 12 960 l za den

Kontrola správnosti řešení

Zpětně vydělit.

Odpověď

Alena za jeden den v klidovém stavu vdechne 12 960 litrů vzduchu.

Tabulka 34 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 35 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Úvaha a násobení
Možná nebezpečí chyb	Chybná úvaha a numerické chyby

Tabulka 36 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat, jaký objem vzduchu Alena za den vdechne, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu objemu vdechnutého vzduchu za určitý interval a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat, jaký objem vzduchu Alena za den vdechne
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4.Ohlédnout se zpět	Zpětně vydělit

2.3.3 Objem proteklé krve tělem za určitý interval

Zadání

Dana by chtěla vědět, jaké množství krve jí proteče za jednu hodinu v klidovém stavu tělem. V klidovém stavu má tepovou frekvenci 73 tepů za minutu a tepový objem 71 ml. Jaký objem krve v litrech jí tělem proteče?

Řešení

- Tepová frekvence = 73 tepů/min
- Tepový objem = 71 ml
- Objem proteklé krve tělem za hodinu = ?

➢ 73 · 71 = 5 183 ml za minutu
➢ 60 · 5 183 = 310 980 ml = 310,98 l za hodinu

Kontrola správnosti řešení

Zpětně vydělit.

Odpověď

Daně za jednu hodinu v klidovém stavu proteče tělem 310,98 l krve.

Tabulka 37 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 38 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Úvaha, násobení a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Chybná úvaha, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 39 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat, jaký objem krve Daně proteče tělem za hodinu, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu objemu proteklé krve tělem za určitý interval a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat, jaký objem krve Daně proteče tělem za hodinu
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně vydělit

2.3.4 Genetika – krevní skupiny

Zadání

Zjistěte, jaká je pravděpodobnost jednotlivých krevních skupin u dětí, které se narodí matce s krevní skupinou 0 a otci s krevní skupinou AB.

Řešení

- Krevní skupina matky – 0
- Krevní skupina otce – AB
- Genotyp matky – 00
- Genotyp otce – AB
- Pravděpodobnost jednotlivých krevních skupin dětí = ?

- Tabulka

	0	0
A	A0	A0
B	B0	B0

- A = 50 %
- B = 50 %
- AB = 0 %
- 0 = 0%

Kontrola správnosti řešení

Zkontrolovat, aby se po sečtení rovnala procenta 100 %.

Odpověď

Pravděpodobnost jednotlivých krevních skupin u dětí je pro skupiny A a B 50 %, pro skupiny AB a 0 je to 0 %.

Tabulka 40 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 41 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Znalost algoritmu a procenta
Možná nebezpečí chyb	Chybné provedení algoritmu, chybná práce s procenty a numerické chyby

Tabulka 42 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat pravděpodobnost jednotlivých krevních skupin u dětí a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, doplnit tabulku a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu genetiky krevních skupiny a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat pravděpodobnost jednotlivých krevních skupin u dětí
2. Navrhnout plán	Doplnit tabulku
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zkontrolovat, aby se po sečtení rovnala procenta 100

2.3.5 Populační genetika

Zadání

V populaci Základní školy v Kosmonosech se vyskytují praváci i leváci, praváctví je dominantní alela *A* a leváctví je recesivní alela *a*. Leváků se v této populaci vyskytuje jen 16 %. Jaké jsou očekávané frekvence jednotlivých genotypů AA, Aa a aa podle Hardy-Weinbergova zákona v této populaci?

Řešení

- Praváctví – A
- Leváctví – a
- Leváci v populaci = 16 %
- Frekvence jednotlivých genotypů = ?

- $q^2 = 16\ \% = 0{,}16$
- $q = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4$
- $p = 1 - q$
- $p = 1 - 0{,}4$
- $p = 0{,}6$
- $p^2 = 0{,}6^2 = 0{,}36$
- $2pq = 1 - p^2 - q^2$
- $2pq = 1 - 0{,}36 - 0{,}16$
- $2pq = 0{,}48$

- AA = 36 %
- Aa = 48 %
- aa = 16 %

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorců a zkontrolovat, aby se po sečtení rovnala procenta 100.

Odpověď

Očekávané frekvence genotypů v této populaci jsou 36 % pro genotyp AA, 48 % pro genotyp Aa a 16 % pro genotyp aa.

Tabulka 43 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 44 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorce, rovnice, sčítání, odčítání, mocniny a odmocniny
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorců, úprava rovnic a numerické chyby

Tabulka 45 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat očekávané frekvence genotypů v populaci ZŠ Kosmonosy a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodné vzorce pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu populační genetika a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat očekávané frekvence genotypů v populaci ZŠ Kosmonosy
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodné vzorce pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorců a zkontrolovat, aby se po sečtení rovnaly procenta 100 %

2.4 Zeměpis

2.4.1 Posun času

Zadání

Letadlo letí z Prahy do New Yorku, délka letu je 9 hodin a 20 minut. V kolik hodin místního času letadlo přistane v New Yorku, pokud odlétá z Prahy v 9:04 místního času? (Je povolena práce s atlasem)

Řešení

- Délka letu = 9 h 20 min
- Odlet z Prahy – v 9:04
- Přílet do NY – v ?

▪ 6 časových pásem = 6 hodin

➢ Bez započítání posunu času
➢ 9:04 + 9:20 = 18:24
➢ Přílet v 18 h 24 min

➢ Posun času – 6 časových pásem
➢ 18:24 − 6:00 = 12:24
➢ Přílet ve 12 h 24 min

Kontrola správnosti řešení

Zpětně přičíst posun času a následně odečíst délku letu.

Odpověď

Letadlo přistane v New Yorku ve 12:24 místního času.

Tabulka 46 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 47 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Úvaha, sčítání a odčítání
Možná nebezpečí chyb	Chybná úvaha a numerické chyby

Tabulka 48 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat čas přistání letadla v New Yorku a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu posunu času a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat čas přistání letadla v New Yorku
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně přičíst posun času a následně odečíst délku letu

2.4.2 Měřítko

Zadání

Na mapě s měřítkem 1 : 900 000 je vzdálenost Brna a Prahy 20 cm. Jaká je skutečná vzdálenost v km těchto dvou měst?

Řešení

- Měřítko – 1 : 900 000
- Vzdálenost na mapě = 20 cm
- Vzdálenost ve skutečnosti = ?

➢ 900 000 cm = 9 km
➢ 9 · 20 = 180 km

Kontrola správnosti řešení

Zpětně vydělit.

Odpověď

Skutečná vzdálenost Prahy a Brna na této mapě je 180 km.

Tabulka 49 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 50 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Poměr, násobení a převody jednotek
Možná nebezpečí chyb	Chybná práce s poměrem, numerické chyby a převody jednotek

Tabulka 51 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat skutečnou vzdálenost měst a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu měřítka a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat skutečnou vzdálenost měst
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně vydělit

2.4.3 Hustota zalidnění

Zadání

Vypočítejte hustotu zalidnění Indie, pokud víte, že má rozlohu 3 300 000 km^2 a počet obyvatel je 1 400 000 000.

Řešení

- Rozloha = 3 300 000 km^2
- Počet obyvatel = 1 400 000 000 obyvatel
- Hustota zalidnění = ?

- Hustota zalidnění = $\frac{\text{počet obyvatel}}{\text{rozloha}}$
- Hustota zalidnění = $\frac{1\,400\,000\,000}{3\,300\,000}$
- Hustota zalidnění ≐ 424 obyvatel/km^2

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce.

Odpověď

Hustota zalidnění Indie je 424 obyvatel na km^2.

Tabulka 52 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Jednoduchá
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 53 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Potřebné znalosti	Vzorec, rovnice, dělení a zaokrouhlování
Možná nebezpečí chyb	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, numerické chyby a chyby při zaokrouhlování

Tabulka 54 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat hustotu zalidnění Indie a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet, vypočítat a výsledek zaokrouhlit
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu hustoty zalidnění a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat hustotu zalidnění Indie
2. Navrhnout plán	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat a výsledek zaokrouhlit
4. Ohlédnout se zpět	Zpětně dosadit do vzorce

2.4.4 Nadmořská výška

Zadání

Na mapě jsou zvýrazněny čtyři body, bod A s nadmořskou výškou 250 m n. m., bod B s nadmořskou výškou 320 m n. m., bod C s nadmořskou výškou 360 m n. m. a bod D s nadmořskou výškou 370 m n. m.. Jaká je průměrná výška těchto bodů? Jaký je výškový rozdíl mezi body A a D?

Řešení

- Bod A – 250 m n. m.
- Bod B – 320 m n. m.
- Bod C – 360 m n. m.
- Bod D – 370 m n. m.
- Průměrná výška = ?

- Výškový rozdíl mezi body A a D = ?

- Průměrná výška = $\frac{250 + 320 + 360 + 370}{4}$
- Průměrná výška = 325 m n. m.

- Výškový rozdíl mezi body A a D = 370 − 250 = 120 m

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce a zpětně přičíst.

Odpověď

Průměrná výška těchto bodů je 325 m n. m. Výškový rozdíl mezi body A a D je 120 m.

Tabulka 55 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená dle první otázky a jednoduchá dle druhé otázky
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 56 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	1
Strategie (1. otázka)	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Strategie (2. otázka)	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti (1. otázka)	Vzorec, rovnice, sčítání a dělení
Potřebné znalosti (2. otázka)	Úvaha a odečítání
Možná nebezpečí chyb (1. otázka)	Dosazení do vzorce, úprava rovnice a numerické chyby
Možná nebezpečí chyb (2. otázka)	Chybná úvaha a numerické chyby

Tabulka 57 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat průměrnou výšku bodů a výškový rozdíl mezi body A a D, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace (1. otázka)	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
2. Transformace (2. otázka)	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu nadmořské výšky a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat průměrnou výšku bodů a výškový rozdíl mezi body A a D
2. Navrhnout plán (1. otázka)	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
2. Navrhnout plán (2. otázka)	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět (1. otázka)	Zpětně dosadit do vzorce
4. Ohlédnout se zpět (2. otázka)	Zpětně přičíst

Stíny

Zadání

Sluneční paprsky dopadají na zem pod úhlem 45°. Jak dlouhý stín se vytvoří u věže vysoké 65 m?

Řešení

U této slovní úlohy jsem přišla na 2 možná řešení.

a) Dle vzorce

- Úhel dopadu paprsků = 45°
- Výška věže = 65 m
- Délka stínu = ?

- ➢ Funkce tangens v pravoúhlém trojúhelníku
- ➢ Délka stínu = $\frac{65}{\text{tg } 45°}$
- ➢ Délka stínu = 65 m

b) Dle úvahy

- Úhel dopadu paprsků = 45°
- Výška věže = 65 m
- Délka stínu = ?

- ➢ Součet vnitřních úhlů trojúhelníku = 180°
- ➢ 180° − 90° − 45° = 45°
- ➢ Rovnoramenný trojúhelník – odvěsny se rovnají
- ➢ Délka stínu = 65 m

Kontrola správnosti řešení

Zpětně dosadit do vzorce a uvědomit si, zda byla úvaha správná.

Odpověď

Délka stínu u věže bude dlouhá 65 m.

Tabulka 58 Popis slovní úlohy podle rozdělení úloh

Na matematickou a nematematickou	Nematematická
Na jednoduchou a složenou	Složená dle prvního řešení a jednoduchá dle druhého řešení
Podle položené otázky	Kalkulativní

Tabulka 59 Analýza strategií řešení slovní úlohy

Počet možných řešení	2
Strategie (1. řešení)	Hledání v paměti, algebraická a přímý způsob
Strategie (2. řešení)	Hledání v paměti, aritmetická a přímý způsob
Potřebné znalosti (1. řešení)	Vzorec, rovnice, funkce tangens a dělení
Potřebné znalosti (2. řešení)	Úvaha – vnitřní úhly trojúhelníku a rovnoramenný trojúhelník
Možná nebezpečí chyb (1. řešení)	Dosazení do vzorce, úprava rovnice, chybná práce s funkcí tangens a numerické chyby
Možná nebezpečí chyb (2. řešení)	Chybná úvaha

Tabulka 60 Popis fází řešení slovní úlohy

Podle Novotné (2000)	
1. Uchopování	Uvědomit si, že chci vypočítat délku stínu, který se vytvoří za věží, a vyřadit nepotřebné informace
2. Transformace (1. řešení)	Zapsat informace, vybrat vhodný vzorec pro výpočet a vypočítat
2. Transformace (2. řešení)	Zapsat informace, vybrat vhodnou úvahu pro výpočet a vypočítat
3. Návrat do kontextu	Navrátit výsledek do kontextu stínů a odpovědět
Podle Polya (2016)	
1. Porozumět problému	Zapsat informace a uvědomit si, že chci vypočítat délku stínu, který se vytvoří za věží
2. Navrhnout plán (1. řešení)	Vybrat vhodný vzorec pro výpočet
2. Navrhnout plán (2. řešení)	Vybrat vhodnou úvahu pro výpočet
3. Provést plán	Vypočítat
4. Ohlédnout se zpět (1. řešení)	Zpětně dosadit do vzorce
4. Ohlédnout se zpět (2. řešení)	Uvědomit si, zda byla úvaha správná

Závěr

Tato bakalářská práce byla zaměřena především na tvorbu sbírky slovních úloh v rámci učiva základní školy s přesahem na střední školu. Úlohy byly vytvořeny pro nematematické předměty, které jsem si zvolila. Konkrétně se jedná o fyziku, chemii, biologii a zeměpis. Ke každému předmětu jsem vytvořila pět různých úloh, včetně řešení, stručného popisu kontroly a slovní odpovědi.

Dále byly tyto úlohy jednotlivě analyzovány. Každou úlohu jsem popsala dle tří typů rozdělení. Jedná se o rozdělení na matematické a nematematické, na jednoduché a složené a podle položené otázky. Z popisu vyplývá, že se u všech úloh jedná o nematematickou úlohu. Jednoduché i složené úlohy se v popisu objevovaly v podobném množství. Dále jsem zjistila, že se u všech úloh jedná o úlohu kalkulativní. U jedné úlohy se jedná zároveň i o určovací. U všech úloh jsem provedla také analýzu strategií řešení slovních úloh, z které vyplývá, že většinu mnou vytvořených úloh lze řešit jen jedním způsobem, konkrétně použitím vzorců nebo správné úvahy. Pouze u dvou slovních úloh jsem přišla na více než jedno řešení. Použité strategie se u slovních úloh příliš nelišily. U všech se jednalo o strategii hledání v paměti a o přímý způsob. Dále se buď jednalo o algebraickou strategii z důvodu použití rovnic vytvořených na základě použitých vzorců, anebo podle výpočtu bez rovnic o strategii aritmetickou. U každé úlohy jsem také popsala jednotlivé fáze řešení slovních úloh. Dále jsem čtenáře v rozboru upozornila na možná kritická místa při řešení slovních úloh. Jedná se mimo jiné o neznalost základní teorie, především vhodných vzorců potřebných k výpočtu neznámé či neznámých, chybné dosazení do vzorce, úpravu rovnice a v neposlední řadě numerické chyby.

Vytvořená sbírka slovních úloh nabízí čtenáři prostředek, který spojuje teoretické poznatky z různých předmětů s praktickým využitím matematiky. Díky ní mají žáci možnost uvědomit si propojení matematiky s ostatními předměty a mohou tak lépe pochopit důležitost a význam ovládání práce se slovními úlohami.

Zároveň lze konstatovat, že podpora mezipředmětových vztahů pomocí slovních úloh umožňuje žákům vnímat vzdělávání jako společný, navzájem propojený celek, kdy vědomosti z jednoho předmětu zasahují do předmětů dalších, nejde o samostatné izolované oblasti.

Na závěr lze říct, že má práce dokazuje nutnost matematických znalostí k řešení slovních úloh nejen v matematice, ale i v předmětech mimo matematiku.

Seznam použitých informačních zdrojů

DIVIŠEK, J., 1989. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN. ISBN 80-04-20433-3.

EISENMANN, P.; PŘIBYL, J.; NOVOTNÁ, J.; BŘEHOVSKÝ, J. a CIHLÁŘ, J., 2017. Volba řešitelských strategií v závislosti na věku. *Scientia in Educatione*. 8(2), 21–38. ISSN 1804-7106.

HEJNÝ, M., 1995. Zmocňování se slovní úlohy. *Pedagogika.* XLV(4), 386–399. ISSN 2336-2189.

HEJNÝ, M., 2003. Anatómia slovnej úlohy o veku. Online. In: *Zborník príspevkov z konferencie Matematika v škole dnes a zajtra*. Ružomberok: Katolícka Univerzita, Ružomberok. ISBN 80-8084-066-0. Dostupné z: http://math.ku.sk/data/konferenciasub/pdf2003/Hejny.pdf. [cit. 2024-06-06].

KONFOROVIČ, G. A., 1989. *Významné matematické úlohy*. Praha: SPN. ISBN 80-04-21848-2.

KOPKA, J., 2016. *Jak řešit matematické problémy*. Brno: Nová škola.

NOVOTNÁ, J., 1998. *Cognitive Mechanisms and Word Equations*.

NOVOTNÁ, J., 2000. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. ISBN 80-7290-011-0.

ODVÁRKO, O.; CALDA, E.; ŠEDIVÝ, J. a ŽIDEK, S., 1990. *Metody řešení matematických úloh*. Praha: SPN. ISBN 80-04-20434-1.

POLYA, G., 2016. *Jak to řešit*. Praha: MatfyzPress. ISBN 978-80-7378-325-9.

VONDROVÁ, N.; ŠMEJKALOVÁ, M.; NOVOTNÁ, J.; HAVLÍČKOVÁ, R.; PÁCHOVÁ, A. a kol., 2020. *Slovní úlohy ve výuce matematiky a českého jazyka – metodický materiál pro učitele*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy.

VYŠÍN, J., 1962. *Metodika řešení matematických úloh*. Praha: SPN.

Seznam tabulek