UNIVERZITA KARLOVA – PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	*David Jelínek*
Název práce	*Množiny bodů v rovině s konstantním poměrem vzdáleností od bodů a přímek*
Autor posudku	*Mgr. Michal Zamboj, Ph.D.*

Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)

Autor si klade za cíl vytvořit výukový materiál na téma množiny bodů v rovině použitelný ve výuce matematiky na střední škole. V práci se zaměřuje na množiny všech bodů s konstantním poměrem vzdáleností od dvou pevných prvků, jimiž jsou body nebo přímky. Cíl práce je vhodně stanoven a způsob zpracování je zajímavý a originální. Ke splnění cíle mám však výhrady, protože práce obsahuje četné nedostatky po odborné stránce.

Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)

Práce je rozdělena na šest kapitol, úvod a závěr. V kapitolách se postupně přechází přes všechny množiny bodů s konstantním poměrem vzdáleností od dvou bodů, dvou přímek, bodu a přímky. U každé z těchto možností je navíc vymezena samostatná kapitola pro stejnou vzdálenost a konstantní vzdálenost od obou vybraných prvků. I když rozumím, že autor chtěl nejdřív popsat elementární případy, jako je osa úsečky a osa úhlu, v samostatných kapitolách, myslím si, že by bylo přehlednější rozdělit práci na tři kapitoly a speciální případy zařadit na úvod těchto kapitol. Oceňuji, že autor se snaží vždy podat jak konstrukční, tak analytické odvození pro všechny množiny. Autor navíc k práci vytvořil knihu v programu GeoGebra, která bohužel není uvedena jako příloha a odkaz lze otevřít jen z elektronické verze práce. Práce se věnuje všem možnostem uvedených množin a lze ji v tomto smyslu považovat za úplnou. Rozsah značně převyšuje požadavky kladené na bakalářskou práci.

Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)

Množiny bodů dané vlastností patří k nejnáročnějším tématům středoškolské geometrie. Určování množin se skládá z několika kroků. Speciální množiny (např. osa úsečky) obyčejně definujeme nějakou vlastností, uvedeme bodovou konstrukci, a když se jedná o známý objekt, tak provedeme hypotézu (např. osa úsečky je přímka…). Tuto hypotézu je následně potřebné dokázat jako tvrzení ve formě ekvivalence (všechny body dané vlastnosti náleží uvedenému útvaru a naopak všechny body daného útvaru splňují uvedenou vlastnost). Problém, který v práci nastává (kapitoly 1, 2, 5), je, že autor nerozlišuje mezi definicí množiny a útvarem, který danou množinu reprezentuje. Ve většině případů ani neformuluje tvrzení, které dokazuje, a dokazována je jenom jedna implikace. Stejný problém nastává v kapitole 6 u důkazů Quetelet-Dandelinovy věty (na některých místech uvedeno chybně „Dandelionovy“). U obou těchto důkazů (str. 74–76 a 87–88) je navíc v předposledním kroku chybně uvedeno, že délka hlavní osy kuželosečky je rovna vzdálenosti středů vepsaných koulí. Je vhodné, že jsou uvedené správné syntetické konstrukce všech popisovaných množin. Symbolický zápis konstrukce je však někdy nesrozumitelný. V některých krocích jsou totiž voleny „správné“ body, aniž by bylo určeno kritérium této volby. Mnohem prospěšnější je textový postup konstrukce, který by v symbolickém zápisu stačilo doplnit krokem pro konstrukci libovolného bodu na základě parametru a diskutovat různé volby tohoto parametru. V analytickém odvození se autor vždy snaží ukázat speciální případ a následně ukázat obecné odvození dané množiny. Tento přístup je sice v pořádku, ale o obecné odvození se jedná jenom v částech 1.2.2, 2.2.4, 3.2.2 a 4.2.4 a nejedná se o něj v částech 6.1.5 a 6.2.5, kde jsou uvedeny rovnice pro konkrétní případy, a v částech 2.2.2, 4.2.2, 5.2.2, 6.1.6 a 6.2.6, kde jsou (s újmou na obecnosti) vneseny předpoklady pro speciální polohy hledaných útvarů.

Některé další poznámky:

- Na mnoha místech chybí podmínky, za kterých mají uvedené vztahy smysl.
- str. 20: Konstanta g je určena chybně, má být $g = a_1^2 + a_2^2 - b_1^2 - b_2^2$ (u posledního členu je uvedeno $+b_2^2$).
- str. 49: Výsledný dlouhý výraz pod odmocninou lze dál poměrně dobře upravit.
- str. 54-55: Autor ověřuje správnost rovnic přímek, které volil pro (obecné řešení) procházející bodem $[0, 0]$, pomocí dosazení hodnot z konkrétního příkladu, kde taková volba učiněna nebyla. Následně hodnotí, že odvozený vzorec je správný. Takové vyhodnocení na základě dosazení z konkrétního příkladu provádí i na dalších místech.
- str. 68: Zřejmě má být zobecnění pro obecně zadaný vrchol, a nikoliv střed paraboly.
- str. 81 a 93: Příklad vyjadřování, které není vhodné pro výkladový výukový materiál. Autor se pozastavuje nad výrazem $(a^2 - e^2)$ slovy: „Čemu se rovná? U kuželoseček známe dva vzorce, kde se vyskytuje písmeno e. Hyperbola $e^2 = a^2 + b^2$, Elipsa $e^2 = a^2 - b^2$. Který vzorec se nám hodí více? Pojďme se podívat na vzorec pro excentricitu elipsy. ... “ Stejná skladba se objevuje na str. 93 pro hyperbolu.
- str. 84, 6.2.2: Konstanta $a = 4$ je uvedena chybně, má být $a = 2$.
- str. 94: Poslední řádek v části Roznásobení ... nedává smysl. Není mi jasné, proč zmizela konstanta a.

Přínos (originalita, použitelnost apod.)

Hlavní myšlenka práce i použité metody by skutečně vedly k zajímavému materiálu. Je proto škoda, že práce obsahuje výše uvedené nedostatky. Po jejich odstranění by práce mohla být přínosná pro učitele a studenty učitelství.

Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, celková úprava)

Práce obsahuje nadprůměrné množství překlepů a stylistických chyb a zasloužila by si ještě další revizi. To platí i pro matematické vyjádřování. Obrázky jsou čitelné a na dobré úrovni, autor na ně však neodkazuje v textu. Citování je na dobré úrovni.

Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)

Seznam literatury tvoří klasické české texty o množinách bodů a středoškolské učebnice. Zahraniční zdroje autor neuvádí. Za zmínku by určitě stálo moderní zpracování a rozbor apolloniovské definice kuželoseček (množina všech bodů s konstantním poměrem vzdáleností od bodu a přímky) v knize Glaeser, Stachel, Odehnal: *The Universe of Conics*. Použití literatury by mělo být preciznější, hlavně v pečlivém oddělení definic a dokazovaných vlastností uvedených množin (viz výše). Také si myslím, že k danému tématu nebylo vhodné vybrat učebnici pro střední školy ze sady Didaktis, která se množinám bodů věnuje povrchně, ne-li didakticky chybně.

Vyjádření ke kontrole na plagiáty: Nalezeno 25 podobných dokumentů. Maximální podobnost 5 %. Jde o dobře citované části a definice.

Hodnocení: V celkovém hodnocení zohledňuji, že práce se věnuje poměrně obtížnému tématu, i to, že problémy se najdou i v dostupné použité literatuře. I když výše poměrně rozsáhle rozepisuji nedostatky práce, tak je potřeba říci, že v práci převládají místa se srozumitelným výkladem. Práci proto **doporučuji** k obhajobě.

Otázky k obhajobě:

1. Na str. 39 uvádíte dva zápisy množiny nazývané Apolloniova kružnice, konkrétně

$$\left\{X : \frac{|XB|}{|XA|} = k\right\} \text{ a } \{X : |XB| = k|XA|\}.$$

   Dokážete říct, zda se jedná o ekvivalentní zápis?

2. Na str. 42 uvádíte dvě definice kružnice:
   Definice 3.1 (Kružnice, Didaktis): „Množinou bodů v rovině ρ, které mají od daného bodu S danou vzdálenost r, je kružnice $k(S, r)$." (Vondra, 2019, s. 84)
   Definice 3.2 (Kružnice, Prometheus): „Kružnice $k(S; r)$ je množina všech bodů, které mají od daného bodu S danou vzdálenost r." (Pomykalová, 2018, s. 90)
   A hodnotíte: „Definice se shodují."
   Tyto definice se však neshodují. Můžete uvést hlavní rozdíl a určit správnost těchto definic vzhledem ke kontextu v uvedené literatuře?

Datum a podpis autora posudku: 25. 08. 2024