

POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Copula based models for multivariate data
Autor: Matvei Slavenko

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce se zabývá konceptem kopule pro dvojice náhodných veličin a jejím použitím k charakterizaci a měření závislosti v rámci Scarsiniho axiomů. První část se zaměřuje na dvourozměrná rozdělení se spojitými marginálními rozděleními. Autor vysvětluje, jak invariance kopul vůči monotónním transformacím vede k závěru, že kopule plně popisují strukturu závislosti náhodného vektoru. Jsou diskutovány klíčové pojmy, jako je komonotoničnost a Fréchetovy–Hoeffdingovy meze; zvláštní důraz je kladen na Kendallovo tau a Spearmanovo rho jako míry závislosti. Druhá část práce zkoumá vliv přítomnosti atomů v marginálních rozděleních na tyto různé koncepty. Je diskutováno použití bilineárního rozšíření kopule jako způsobu, jak obejít nedostatek jednoznačnosti kopule a zachovat většinu vlastností, které platí ve spojitém případě. Pozornost je pak věnována zejména chování Kendallova tau a Spearmanova rho a jsou popsány různé způsoby normalizace těchto koeficientů, včetně známého Kendallova τ_b .

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma považuji za adekvátní pro diplomovou práci. Dalo autorovi příležitost dozvědět se o základních vlastnostech kopulí a o jejich stěžejní roli při charakterizaci závislosti mezi dvěma náhodnými proměnnými se spojitým rozdělením a dále pak prozkoumat, jak se k nim vztahují základní závislostní koncepty a míry. K dosažení tohoto cíle musel autor přečíst a shrnout příslušný materiál z několika odborných knih na toto téma.

Druhá část diplomové práce, která se týká rozšíření těchto pojmů na případy, kdy náhodné veličiny mohou mít atomy, je založena na mnohem novější a ne tak dobře integrované literatuře, kterou autor musel přečíst a zpracovat. Tento úkol byl mnohem obtížnější a autor byl úspěšný, i když se diskuse často omezovala na případ, kdy jsou náhodné veličiny diskrétní a nabývají pouze celočíselných hodnot.

Vlastní příspěvek. Autorův příspěvek spočívá v přehledu a strukturovaném shrnutí literatury. To bylo provedeno dobře, i když úroveň podrobností je poněkud nevyrovnaná. Diplomová práce obsahuje překvapivě málo příkladů a ilustrací a velmi málo matematických důkazů. Až na výjimečné případy byly uvedeny řádné odkazy na příslušnou literaturu. Jak již bylo zmíněno, případ nespojitých náhodných veličin je obtížný a literatura na toto téma je rozptýlená, takže autor si zaslouží pochvalu za snahu.

Matematická úroveň. Práce obsahuje poměrně složitý materiál, zejména pokud jde o použití kopulí pro dvojice diskrétních náhodných veličin. Tyto koncepty jsou prezentovány přesně, až na výjimečné případy (viz komentáře a otázky níže). Z přísně matematického hlediska jsou všechny použité techniky přístupné talentovanému studentovi bakalářského studia, ale jejich kombinované použití může být komplikované, takže lze ocenit autorovu snahu o ucelenou strukturu a prezentaci tohoto materiálu.

Práce se zdroji. Zdroje, které se skládají převážně z publikovaných článků, jsou řádně citovány. Nezjistil jsem žádnou formu plagiátu ani výrazné překrývání s existujícími zdroji (publikovanými nebo online).

Formální úprava. Úroveň angličtiny je obecně velmi dobrá, i když autor není vždy důsledný v používání britského pravopisu. Obecně je psaný text jasný a konzistentní (i když někdy zbytečně těžkopádný) a počet typografických a tiskových chyb je poměrně malý.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Název práce je poněkud nesprávný, protože nepojednává o modelech kopulí jako takových (neexistují například žádné odkazy na parametrické třídy kopulí). Dále je většina práce věnována dvourozměrnému případu, na rozdíl od případu vícerozměrného.
2. Nepodařilo se mi zjistit, podle jakého pravidla se autor rozhoduje, zda je zobrazená rovnice číslovaná, nebo ne. Na většinu číslovaných rovnic se nikdy neodkazuje.
3. Věta pod Definicí 9 na str. 15 je nepřesná.
4. Operace \vee a \wedge nejsou na str. 17 definovány, i když jejich význam je (pro mě) jasný.
5. **Otázka k obhajobě:** Proč jsou detaily týkající se kontramonotónnosti považovány za „mimo rámec“ (na str. 17) této diplomové práce (co je na tom o tolik těžšího než na komonotónnosti)?
6. **Otázka k obhajobě:** Na str. 22 je uvedeno „Zdá se přirozené rozdělit všechna rozdělení podle jejich polohy vzhledem k součinnové kopule Π .“ Je to opravdu možné? Do jaké míry Definicí 17 tohoto cíle dosahuje?
7. Druhá část diplomové práce nese název „Libovolná rozdělení“, ale jak již bylo zmíněno, zaměřuje se především na celočíselné proměnné.
8. V jakém smyslu se Příklad 1 na str. 34 řídí „pouze ve volném smyslu“ článkem [7], jak je tam uvedeno?
9. **Otázka k obhajobě:** Proč lze ve Větě 25 na str. 36 „bez újmy na obecnosti“ předpokládat, že proměnné nabývají hodnot v množině celých čísel? Stejná otázka se týká Věty 27 na str. 39.
10. **Vysvětlete Poznámku 4:** I když souhlasím s tím, že diskrétní náhodná veličina může mít pouze spočetně mnoho atomů, proč se konstrukce Carleyvé nemění? Než odpovíte na tuto otázku, zamyslete se nad případem proměnných nabývajících hodnot na kladných a záporných celých číslech.
11. **Otázka k obhajobě:** Co je myšleno slovy „čím menší jsou atomy. . .“ na str. 39 (dole)?
12. Text označený jako Věta 33 na str. 46 je spíše diskusí než vyjádřením přesného matematického tvrzení.
13. Odkaz [7] na str. 47 je chybně připsán pouze Genestovi, zatímco Nešlehová je spoluautorkou.
14. Na str. 53 bych ocenil historický odkaz na definici τ_b .
15. Literatura by měla být řazena nejlépe abecedně. Je také neobvyklé (i když ne chybné) uvádět křestní jména autorů.

ZÁVĚR

Práci považuji za solidní a doporučuji k obhajobě pro studijní program Pravděpodobnost, matematická statistika a ekonometrie.

Handwritten signature of Christian Genest in black ink.

Christian GENEST, PhD, FRSC
McGill University, Montréal (Québec) Kanada
26. července 2024