

Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce	Bc. Marek Dančo
Název práce	The Application of SAT Solving to Finite Model Finding
Rok odevzdání	2024
Studijní program	Matematika pro informační technologie
Autor posudku	Mgr. Mikoláš Janota, Ph.D. Role Vedoucí práce
Pracoviště	Katedra teoretické informatiky a matematické logiky

Práce studuje neisomorfní modely konečných algebraických struktur specifikovaných pomocí axiomatizace v logice prvního řádu.

Pro algebry fixní velikosti lze zakódovat hledání algeber jako problém splnitelnosti (SAT) pomocí známých technik. Takovéto kódování zahrnuje avšak všechny možné algebry této velikosti — tedy i navzájem isomorfní algebry. V této práci student vyvíjí takové kódování, které pro každou třídu ekvivalence vzhledem isomorfismu dostaneme právě jednu algebru. Toto je zaručeno tím, že hledané algebry jsou kanonické. Přesněji, z každé třídy ekvivalence se vyžaduje ta nejmenší algebra podle jistého totálního uspořádání. Toto uspořádání je definováno jako lexikografického uspořádání nad vektory, které vzniknou linearizací násobící tabulky dané algebry. Takové kódování je vždy možné pomocí $O(n!)$ omezení. Avšak pro konkrétní třídy algeber, lze najít menší kódování, což je cílem Algoritmu 2.

Zkonstruované kódování nám potom umožňuje spočítat počet neisomorfních algeber pomocí nástrojů pro počítání splňujících ohodnocení SAT-ovské formule, takzvaných *model counterů*.

Student popsané algoritmy naimplementoval v jazyce Python za použití balíčku `python-sat`, který umožňuje přístup k moderním SAT solverům. Dále provedl evaluaci na třídách algeber z literatury. Navržený postup umožnil spočítat počet neisomorfních algeber, které se nenalézají v literatuře.

Práce také pokládá několik zajímavých teoretických otázek. Například, experimentálně, u magmat kódování vždy vyžadovalo $n! - 1$ omezení. Nabízí se tedy otázka zda toto platí pro libovolnou velikost magmatu. Naopak se můžeme ptát, u jakých tříd je polynomiální počet omezení dostatečný (Example 10 jednu takovou třídu ukazuje).

Student postupoval samostatně, během práce prokázal mimořádné schopnosti naučit se a porozumět novému materiálu. Zároveň prokázal netriviální technické schopnosti při implementaci příslušného programového kódu. Prezentované výsledky jsou nové a mají potenciál mezinárodní publikace.

Předloženou práci doporučuji uznat jako diplomovou.

V Praze dne 30. 8. 2024

Mikoláš Janota