

**Posudek práce předložené k obhajobě
na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy**

- posudek vedoucí/vedoucího posudek oponentky/oponenta
 bakalářské práce diplomové práce

Název práce: **Praktický přehled základních typů numerických metod pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic**

Jméno, příjmení a tituly autora práce: Kateřina Kodajková

Studijní program: Fyzika zaměřená na vzdělávání

Rok odevzdání: 2024

Jméno a tituly oponentky/-ta: RNDr. Marie Snětinová, Ph.D.

Pracoviště: Katedra didaktiky fyziky, MFF UK

E-mail: marie.snetinova@matfyz.cuni.cz

Hodnocená oblast	Hodnocení
Oborová úroveň (zejména fyzikální)	Velmi dobrá
Didaktická úroveň (zejména metody sběru a analýzy dat v didaktickém výzkumu, přiměřenost vzniklých materiálů)	Velmi dobrá
Práce s literaturou	Velmi dobrá
Jazyková úroveň práce (srozumitelnost textu, členění textu, stylistika, pravopis)	Velmi dobrá
Grafická úroveň práce (formátování textu, typografie, přehlednost tabulek, kvalita obrázků, videí)	Velmi dobrá
Zásady pro vypracování práce	Splněny

Slovní hodnocení (včetně upřesnění případných výhrad; mj. lze posoudit originalitu a kreativitu zvolených řešení, náročnost tématu apod.):

Studentka v předkládané práci představuje tři numerické metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic (ODR). Konkrétně se jedná o explicitní a implicitní Eulerovu metodu a metodu Runge-Kutta 4. řádu. Pomocí těchto metod řeší několik konkrétních příkladů z mechaniky, řešení pomocí jednotlivých metod porovnává mezi sebou a srovnává je i s analytickým řešením daných příkladů. Všechny příklady jsou řešeny v programu MS Excel, soubor s těmito řešeními (a postupem) je součástí přílohy předložené bakalářské práce.

Protože by práce měla sloužit jako učební text seznamující (budoucí) učitele fyziky se základy problematiky numerického řešení ODR, vybrané metody považuji za vhodně zvolené. Nicméně v úvodu práce postrádám informaci o tom, které numerické metody jsou dále v práci popisovány (v úvodu je zmíněna jen metoda Runge-Kutta 4. řádu) a zdůvodnění, proč studentka vybrala právě tyto metody.

Co se týká samotného učebního textu, je zřejmé, že studentka předpokládala, že čtenáři mají již určité matematické znalosti (např. ovládají řešení ODR). Tento předpoklad je jistě oprávněný, přesto jsou některé pojmy a části textu popsány velmi stručně a nepřesně. Např.:

- Str. 3 a 4, kap. 1.2: Tato kapitola s názvem *Důležité derivace ve fyzice* obsahuje pouze okamžitou rychlost a zrychlení. Ve fyzice je ale mnohem více důležitých derivací. Chybí zde informace, že tyto derivace jsou důležité pro řešení příkladů, které jsou dále v práci zpracovány. Navíc, vzhledem k tomu, že studentka předpokládá, že čtenáři znají analytická řešení pro příklad volného pádu v tíhovém poli Země, nebo tlumeného harmonického oscilátoru, přijde mi uvedení těchto derivací jako zcela triviální a nadbytečné.
- Str. 5, kap. 2: „Každou diferenciální rovnici vyššího řádu lze převést na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu.“ Není zřejmé, proč je toto tvrzení v úvodu kap. 2 uvedeno.
- Str. 6, kap. 2.1: „Při odvození vzorce vyjdeme z přibližného vztahu pro derivaci:
$$y'(t_i) \approx \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{\Delta t} = f(t_i, y(t_i)).$$
Velmi vágní vyjádření, zasloužilo by si důkladnější a přesnější popis.
- Str. 11, kap. 2.2: Zde vypadá „přibližný vztah pro derivaci“ takto:
$$y'_{i+1} \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = f(t_{i+1}, y_{i+1}).$$
Není dostatečně vysvětleno, proč zde používáme jiný vztah než v kap. 2.1.
- Str. 16, 1. odstavec pod obr. 2.14: Studentka zde poprvé hovoří o *stabilitě numerické metody*, tento pojem ale není vysvětlen.
- Str. 18, metoda Runge-Kutta 4. řádu: V textu zcela chybí vysvětlení této metody.

V některých případech je studentka nekonzistentní ve vyjadřování. Např. *volný pád v tíhovém poli* (str. 7, kap. 2.1.1) X *volný pád v homogenním gravitačním poli* (str. 8, obr. 2.3) X *volný pád v homogenním gravitačním poli s odporovou silou* (str. 13, obr. 2.9). Ve všech případech se přitom jedná o stejné zadání úlohy.

Text práce také obsahuje několik chyb či nejednoznačností. Např.:

- Str. 7, kap. 2.1.1, zadání úlohy *Volný pád v tíhovém poli*: V zadání je uvedeno, že „vzduch působí odporovou silou“. Z toho však není zřejmé, že se jedná o odporovou sílu přímo úměrnou první mocnině rychlosti hmotného bodu, jak je uvedeno v řešení úlohy.
- Str. 14, vztah (2.23): ve jmenovateli má být m namísto l .

- Str. 19: chybný výpočet hodnot k_3 a k_4 (výsledek je ale správný):

$$k_3 = \left(3 \cdot \left(0 + \frac{0,3}{2} \right) + \left(2 + 2,75 \cdot \frac{0,3}{2} \right) \right);$$

$$k_4 = \left(3 \cdot (0 + 0,3) + (2 + 2,86 \cdot 0,3) \right).$$

- Str. 20: chybný výpočet hodnot k_2 a k_3 : Ve výpočtu má být $dt/2$, nikoli jen dt .
- Str. 24, vztah (3.11): chybí odmocnina.
- Str. 25: chybný výpočet hodnot $k_{2\theta}$, $k_{3\theta}$ a $k_{4\theta}$: hodnota $\omega_0 = 0$, nikoli $\frac{\pi}{4}$.
- Str. 33, Závěr: Metoda Runge-Kutta 4. řádu se řadí mezi jednokrokové, nikoli vícekové (pro výpočet hodnoty v dalším kroku využívá pouze informaci o řešení v aktuálním kroku; nepoužívá hodnoty řešení z předchozích kroků).

Na konec práce studentka zařadila kapitolu *Stručný přehled zdrojů*, ve které uvádí další literaturu, ze které lze čerpat při studiu numerických metod. Literatura je dle mého názoru vhodně vybraná, pouze v části *Studijní materiály a online zdroje* se studentka nemusela omezovat pouze na české zdroje. Jistě existuje velké množství kvalitních zdrojů v angličtině. Co však zcela postrádám, je informace, z jakých zdrojů studentka čerpala při tvoření učebního textu. Jsou řešené úlohy, které v práci uvádí, převzaty z jiného zdroje, nebo jsou autorským dílem studentky?

Oceňuji, že je k práci přiložen soubor MS Excel, ve kterém jsou všechny příklady uvedené v práci vyřešeny. Lze také jednoduše nahlédnout, jak u daných metod vypadají jednotlivé výpočtové kroky a lze snadno měnit parametry úlohy, aby čtenář zjistil, jak se tím změní výsledek úlohy. Zároveň oceňuji, že studentka zvolila pro první seznámení s numerickými metodami právě program MS Excel, který je velmi rozšířený a lze předpokládat, že s ním (budoucí) učitelé fyziky budou umět pracovat. V textu práce jsem však nenašla odkaz na tento přiložený soubor.

Závěrem bych chtěla říci, že předkládaná práce splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Studentka připravila text, který po menších úpravách může dobře sloužit jako učební text pro úvodní seznámení studentů učitelství fyziky s numerickými metodami řešení ODR. Práci proto doporučuji přijmout k obhajobě.

Případné otázky k obhajobě:

- 1) Je rozumné předpokládat, že ve vzduchu bude odporová síla úměrná první mocnině rychlosti?
- 2) Co to je stabilita numerických metod?

Předloženou práci

doporučuji

nedoporučuji

uznat jako práci bakalářskou.

Předloženou práci hodnotím stupněm: **Velmi dobře**

Datum a místo: Praha, 24. 8. 2024

Podpis: