

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Charakterizace perfektních okruhů

Autor: Jakub Černý

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce Jakuba Černého zpracovává důkaz klasické Bassovy charakterizace perfektních okruhů vychávající využití pojmu tenzorového součinu a funktoru Tor .

Text sestává z pěti kapitol, z nichž první zavádí potřebnou terminologii a zpravidla bez důkazů formuluje některé využívané výsledky z teorie okruhů a modulů. Do následujících tří kapitol je rozdělen samotný důkaz Bassovy Věty P. Nejprve jsou v druhé kapitole dokázány tři implikace vycházející z kategoriálních vlastností projektivních modulů. Třetí kapitola poté obsahuje charakterizaci semi-perfektních okruhů, tedy okruhů, nad nimiž disponuje každý cyklický modul projektivním pokrytím, a důkaz ekvivalence podmínky existence projektivních pokrytí s podmínkou T-nilpotence Jacobsonova radikálu okruhu a totální rozložitelnosti faktoru podle něj. Čtvrtá část práce se zabývá zbývající dvojicí implikací a v závěrečné kapitole je vedle vyjasnění vztahu perfektnosti a podmínek konečnosti řetězců ideálů zkonstruován Bergmanův příklad okruhu perfektního jen z jedné strany.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma práce bylo podle mého mínění zajímavé a svým charakterem vhodné pro zpracování v bakalářské práci z obecné matematiky se zaměřením na matematické struktury. Student se tématu zhostil se ctí a zjevně naplnil zadání.

Vlastní příspěvek. Práce je sice primárně kompilační, ovšem snaha vyhnout se tenzorovým součinům a funktorům Tor vyžadovala od studenta netriviální úpravy klasického postupu rozsáhlého důkazu. Hlavní příspěvek práce spočívá v jednotném prezentování klasického výsledku teorie okruhů.

Matematická úroveň. Matematická úroveň textu práce je podle mého mínění velmi dobrá. Formulace jsou vesměs korektní a dobře srozumitelné, byť snahy o jazykové ozvláštnění nejsou někdy úplně na místě (například časté využívání kondicionálu pro důkazy bez sporu, například v důkazu lemmatu 8).

Práce se zdroji. Jádro práce sice primárně vychází z klasického Bassova článku, ale díky četným úpravám a doplňkům na něm není podle mého mínění podstatně závislý. Odkazy a citace jsou provedeny korektně.

Formální úprava. Formální náležitosti práce nezasluhují výtky. Text se dobře čte a množství jazykových či stylistických nepřesností je přiměřené jeho rozsahu.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. V připomínce preaditivnosti kategorii modulů (s.3) by se slušelo rovněž připomenout, odkud se grupové operace na množinách $Hom(M, N)$ berou nebo raději jaké mezi množinami morfismů požadujeme vztahy, protože komutativní grupovou operaci můžeme uvažovat na jakékoli množině.

2. Myslím, že by bylo ke čtenáři přívětivější připomenout i elementárnější koncepty teorie kategorií, s kterými se v práci posléze netriviálně pracuje (například pojmy přirozené transformace, kolimity či kategorie funktorů).
3. Formulace Věty P na straně 7 by byla neznalému čtenáři jasnější, kdyby se pojem plochého modulu zavedl dříve než na straně 27.

ZÁVĚR

Práce Jakuba Černého *Charakterizace perfektních okruhů* podle mého mínění splnila zadání a doporučuji ji uznat jako bakalářskou.

Návrh klasifikace oponent sdělí předsedovi zkušební komise.

Jan Žemlička
Katedra algebry
2. září 2024