

# Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě

Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího  posudek oponenta  
 bakalářské práce  diplomové práce

Autor: Libor Šabaka  
Název práce: Perturbace prostoročasu generovaných skalárním polem  
Studijní program a obor: Fyzika, Obecná fyzika (FOF)  
Rok odevzdání: 2024

Jméno a tituly oponenta: doc. Mgr. Tomáš Ledvinka Ph.D.  
Pracoviště: Ústav teoretické fyziky, MFF UK  
Kontaktní e-mail: tomas.ledvinka@mff.cuni.cz

## Odborná úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Věcné chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu přiměřený počet  méně podstatné četné  závažné

## Výsledky:

- originální  původní<sup>†</sup> i převzaté  netriviální kompilace  citované z literatury  opsané

## Rozsah práce:

- veliký  standardní  dostatečný  nedostatečný

## Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Tiskové chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet  četné

## Celková úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

---

<sup>†</sup> Mnohé původní výsledky ale nejsou správně.

## Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Práce se zabývá hledáním rovnic pro sféricky symetrické perturbace prostoročasu představujícího singularitu obklopenou sféricky symetrickým skalárním polem. Perturbační výpočty pro prostoročasy s černými děrami přinesly obdivuhodné výsledky, ty v podobě tzv. kvazinormálních módů byly dokonce experimentálně ověřeny pozorováními detektorů gravitačních vln. Pro mnohé prostoročasy ovšem výsledky nejsou známy a sféricky symetrický problém pak svojí jednoduchostí může být dobrým tématem i pro bakalářskou práci.

Předložená bakalářská práce je rozdělena do částí 0.1 Teoretický Úvod, 0.2 Metodika, 0.3 Radikálně závislé perturbace a 0.5 Závěr, pomíneme-li část 0.4 tvořenou čtyřmi řádky. V části 0.1 se na šesti stranách stručně zavedou klíčové pojmy (horizont událostí, křivostní singularita), metoda perturbačního řešení nelineárních polních rovnic a studovaná řešení Einsteinových rovnic, která tvoří pozadí jehož poruchy se studují. V části 0.2 se ve čtyřech odstavcích načrtne dále použitý postup. V části 0.3 jsou na 15 stranách uvedeny výsledky výpočtů v podobě soustav obyčejných diferenciálních rovnic získaných za těch kterých předpokladů o podobě perturbací. Podstatou problému je v okolí přesného řešení Einsteinových rovnic daném metrickou  $g_{\mu\nu}$  a skalárním polem  $\varphi$  hledání jiného, mírně odlišného řešení  $g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}$ ,  $\varphi + \delta\varphi$ .

Výsledky jsou prezentovány velmi nepořádně, což zabraňuje možnosti použít práci jako zdroj informací pro další studenty. I popis studovaných prostoročasů není příliš podrobný ani přehledný, přitom pokud by věnoval autor větší pozornost této přehledové části práce, mohl lépe i porozumět řešenému problému. Součástí bakalářské práce mohly být grafy průběhu pole a složek metrického tenzoru pozadíového prostoročasu. Zmínka v závěru práce, že nějaké grafy jsou součástí přílohy mi nepřijde dostatečná. Vzhledem k použití prostředí Manipulate, nejsou tyto grafy většinou uloženy ani v této příloze a je nutno příslušný sešit v SW Mathematica spustit. To že nejde o rozumnou náhradu obrázků jako součástí bakalářské práce je dáno i tím, že v příloze není jasné, čeho se grafy týkají, nutno to hádat přímo z kódu, např. `Manipulate[Plot[{Re[%573[[1, 1, 2]]}]... .`

Rozsahem i významem je nejdůležitější část 0.3 a v ní pak text na stranách 19-21, kde se uvažuje dostatečně obecný tvar perturbací, aby dovoľoval popsat statické sféricky symetrické poruchy geometrie (vyjádřené změnami složek metriky  $g_{tt} = -F$ ,  $g_{\theta\theta} = r^2$ ) a hmoty (v podobě skalárního pole  $\varphi$ ) při souřadnicové podmínce  $g_{tt}g_{RR} = -1$ . V rámci tohoto posudku se budu věnovat zejména tomuto hlavnímu a obecnému výsledku. Ostatní výsledky v části 0.3 si dovolím shrnout tak, že je lze považovat za poznámky z doby, kdy se autor práce s metodou seznamoval a uvažoval jen jednodušší podprostory poruch nebo perturbace složky metrického tenzoru byla zkusmo nahrazena poruchou nějaké jeho funkce (viz rovnice (55)). Podrobnější diskuzi těchto výsledků mohu přeskočit také proto, že pokud by uvažované rovnice měly nějaké řešení, to by mělo být již zahrnuté v i obecném případě na str. 19-21. Navíc se zde často konstatuje něco ve smyslu „Dostaneme tak velice dlouhou diferenciální rovnici [...], která nepřekvapivě nemá řešení (nebo se ho nepodařilo nalézt)“ (str. 22), nebo „[...] nemá naleznutelné řešení (Mathematica ani jsme žádné našli)“ (str. 21). (Zde je vhodné zmínit, že ve studovaném sféricky symetrickém problému získáme složitější diferenciální rovnice pro perturbace, než jsou samy Einsteinovy rovnice, lze ale na rozdíl od Einsteinových rovnic využít toho, že jde o lineární diferenciální rovnice. K tomu se ale práce již nedostala.) Dodejme, že problém, jak se změni úloha v jiných souřadnicích, je stručně zmíněn v části 0.3.2.

Nyní specificky k textu na str. 19-21. Protože jsou známá některá řešení perturbačních rovnic (zmíněná níže v oddíle „Otázky při obhajobě a náměty do diskuze“) snažil jsem se ověřit, zda tato vyhovují v práci nalezeným rovnicím. I jinde je na práci zřejmé, že vznikala ve velkém spěchu, zde to ovšem komplikuje i psaní posudku, protože rovnice, jak jsou uvedeny v předložené práci neumožňují provést ani výše zmíněný elementární test dosazením. Např. v rovnici (85) chybí nejméně nějaké znaménko před členem s  $\delta F''$  a člen s  $\delta\varphi'$  v rovnici (85) také nemůže být dobře – perturbací výrazu  $\kappa T_{\mu\nu}$  musí vzniknout člen úměrný  $\kappa$ . Dešifrování a následné použití rovnic ztěžuje i fakt,

že odpovídající si závorky mají někdy různou velikost a tím, že autor nepoužívá hranaté či složené závorky, jen až pět úrovní kulatých závorek ve výrazu na několika řádcích. Protože v textu se jen píše „Perturované Einsteinovy polní rovnice jsou tvaru:“, je podrobnější identifikace chyby v rovnicích značně ztížena – není vůbec jasné o jakou jde složku (kovariantní nebo kontravariantní? nějakou jejich kombinaci?). I na základě jiných indicií se tak domnívám, že rovnice (84-86) nejsou správně.

I v některých dalších vztazích se objevují chyby, ne však již tak podstatné. Také je pochopitelné, že v bakalářské práci, kdy se student s oborem teprve seznamuje, zůstanou formulace, které by student s hlubším pochopením OTR nepoužil. Za zmínku dle mého stojí:

- Str. 2: „Souřadnice metriky jsou zde chytře voleny ... tak že horizont odpovídá přesně singularitě“ – tato formulace navozuje dojem, že tato vlastnost je dána souřadnicemi. Protože ale jak horizont událostí, tak křivostní singularita jsou definovány bez ohledu na souřadnice, jde o vlastnost prostoročasu. (Na začátku článku [3] se zmiňuje výsledek, že Schwarzschildovo řešení je za určitých podmínek jediné sféricky symetrické řešení bez singularity na horizontu.)
- Str. 4: V rovnici (16) má správně být  $p = \sqrt{1 + 2\kappa A^2}$ , chyba je pravděpodobně převzata ze článku [3]. To vysvětluje, proč se v poznámce na konci strany (chybně) objevuje, že splnění rovnic vyžaduje  $r_0^2 = 2$ . Z textu nad rovnicí (74) se zdá, že v jisté fázi psaní práce si toho autor povšiml, ale k rovnici (16) a textu pod ní se již nevrátil.
- Str.10: Diskuze za rovnicemi (50-51) mi nepřijde správná. Obě rovnice mají platit současně, nedává smysl zkoumat jejich separátní řešení. Odečtením (50) a (51) pak dostaneme rovnici prvního řádu s řešením (49).

**Shrnutí:** Domnívám se, že v tomto stavu práce nesplňuje požadavky kladené na bakalářskou práci na MFF UK, a navrhuji celkové hodnocení *neprospěl*. Protože jako nejproblematictější považuji právě nesprávnost klíčových výsledků, pokud by byla k práci přiložena *errata* opravující zejména rovnice (84-86), bylo by možno uvažovat o hodnocení *dobře*. (Podle mých informací lze do termínu obhajoby *errata* nahrát do SISu a mohla byt tak být dostupná příštím čtenářům obhajované bakalářské práce tak, aby mohli najít opravené výsledky.) Konkrétně myslím, že by bylo vhodné tři rovnice pro poruchy  $\delta r, \delta F, \delta \varphi$  napsat nejprve v obecné podobě, např.

$$\kappa \delta T_{RR} - \delta G_{RR} = \kappa \varphi' \delta \varphi' + \frac{rF'r' + 2Fr'^2 - 2}{Fr^3} \delta r - \frac{rF' + 2Fr'}{Fr^2} \delta r' + \frac{rF'r' - 1}{F^2 r^2} \delta F - \frac{r'}{Fr} \delta F',$$

a následně v konkrétním tvaru po dosazení pozad'ového řešení pro  $F(R)$  a  $r(R)$ .

### Otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

- Jak velkou část prostoru funkcí řešících soustavu diferenciálních rovnic pro  $\delta r, \delta F, \delta \varphi$  tvoří triviální poruchy spočívající ve změně parametrů  $A \rightarrow A + \delta A, r_0 \rightarrow r_0 + \delta r_0$ , tedy např.  $\delta F = (\partial F / \partial A) \delta A + (\partial F / \partial p) \delta p + (\partial F / \partial r_0) \delta r_0$ ?

### Práci:

- doporučuji  
 nedoporučuji  
uznat jako bakalářskou.

### Navrhuji hodnocení stupněm:

- výborně  velmi dobře  dobře  neprospěl