

**UNIVERZITA KARLOVA**

**Přírodovědecká fakulta**

**Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie**

Studijní program: Geoinformatika, kartografie a dálkový průzkum Země

Studijní obor: Geoinformatika, kartografie a dálkový průzkum Země



Bc. Petra KRSKOVÁ

# **KARTOGRAFICKÁ ANAMORFÓZA ZALOŽENÁ NA TESELACÍCH**

## **TESSELLATION-BASED CARTOGRAMS**

Diplomová práce

Vedoucí práce: RNDr. Jakub Lysák, Ph.D.

Praha 2024

# Zadání diplomové práce

**Jméno a příjmení:** Petra Krsková

**Studijní program:** Geoinformatika, kartografie a dálkový průzkum Země

**Název:** Kartografická anamorfóza založená na teselacích

## **Zásady pro vypracování**

Cílem práce je navrhnout postup automatizované tvorby plošné anamorfózy založené na teselacích (viz Kenneth Field 2022: Thematic mapping, s. 112-113). Jde o kartografický vyjadřovací prostředek založený na geometrické přeměně mapovaného území podle znázorňovaných kvantitativních dat a zvoleného typu základní geometrie.

Dílní cíle jsou následující:

- podrobné studium přístupů k tvorbě plošné anamorfózy založené na teselacích,
- návrh postupu automatizované tvorby plošné anamorfózy založené na teselacích,
- návrh a implementace algoritmu pro tvorbu plošné anamorfózy v podobě toolboxu nebo skriptů v prostředí GIS,
- testování nad vhodnými reálnými daty.

Pro testování navrženého algoritmu budou použita vhodná reálná prostorová data na různých úrovních územního členění (např. kontinenty, státy, kraje). Dané územní jednotky budou přeměněny na pravidelnou mřížku tvořenou daným počtem dlaždic představovaných

jednoduchými geometrickými tvary. Počet těchto dlaždic bude určen na základě stanovené kvantitativní proměnné.

Výstupem práce bude metodika a algoritmus pro tvorbu plošné anamorfózy založené na teselacích, ideálně implementovaný v podobě toolboxu nebo nástroje využitelného pro vybraný GIS software. Výsledná anamorfóza by měla tvarem připomínat původní mapované území a jednotlivé územní jednotky obsahovat přesně stanovený počet dlaždic.

### **Seznam odborné literatury:**

CANO, R. G., BUCHIN, K., CASTERMANS, T., PIETERSE, A., SONKE, W., SPECKMANN, B. (2015): Mosaic Drawings and Cartograms. *Computer Graphics Forum*, 34, 3, 361–370.

FIELD, K. (2022): *Thematic mapping: 101 inspiring ways to visualise empirical data*. Esri Press, Redlands, California.

MEULEMANS, W., SONDAG, M., SPECKMANN, B. (2021): A Simple Pipeline for Coherent Grid Maps. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 27, 2, 1236–1246.

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jakub Lysák, Ph.D.

Konzultant diplomové práce: –

Datum zadání bakalářské práce: 17. 01. 2023

RNDr. Jakub Lysák, Ph.D.  
.....

Vedoucí diplomové práce

doc. RNDr. Přemysl Štych, Ph.D.  
.....

Garant studijního programu

V Praze dne

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze dne 24. 7. 2024

Bc. Petra Krsková

## **Poděkování**

Na tomto místě bych chtěla moc poděkovat vedoucímu mé diplomové práce RNDr. Jakubovi Lysákovi, Ph.D. za věnovaný čas, ochotný přístup a všechny cenné rady a připomínky v průběhu tvorby práce. Dále děkuji své rodině a přátelům za podporu v průběhu celého studia a při psaní mé diplomové práce.

## **Abstrakt**

Práce se zabývá automatizovanou tvorbou plošné kartografické anamorfózy založené na teselacích, jinak nazývané mozaiková anamorfóza. Její princip je založen na geometrické přeměně mapovaného území dle vybraných kvantitativních dat do podoby pravidelné mřížky zvoleného tvaru dlaždic. Na základě převodního parametru, který určuje hodnotu kvantitativní proměnné pro jednu dlaždici, je každému vstupnímu území přiřazen odpovídající počet dlaždic, čímž dochází ke zvětšení nebo zmenšení území.

Teoretická část se věnuje rovinným teselacím a tematické kartografii, konkrétně představení kartografické anamorfózy, dostupných nástrojů pro její tvorbu a definici kartografické chyby. Dále je zde představen existující nástroj pro automatizovanou tvorbu mozaikové anamorfózy a další typy map a postupy využité pro návrh algoritmu v této práci. Další část je věnována aspektům, které by měla výsledná mapa splňovat, a metrikám pro jejich hodnocení. Dále jsou zde představeny požadavky na vstupní data a další potřebné teoretické základy, konkrétně matematická morfologie a objektově orientované programování. V praktické části je následně popsán celý navržený postup automatizované tvorby mozaikové anamorfózy a jeho implementace a testování nad reálnými daty.

### **Klíčová slova**

mozaiková anamorfóza, teselace, tematická kartografie

## **Abstract**

This work deals with the automated creation of tessellation-based planar cartographic cartogram, otherwise known as mosaic cartogram. Its principle is based on geometric transformation of the mapped area according to selected quantitative data into a regular grid of selected tile shape. Based on a conversion parameter, which determines the value of a quantitative variable for one tile, each input territory is assigned a corresponding number of tiles, thus enlarging or shrinking the territory.

The theoretical part is devoted to plane tessellations and thematic cartography, specifically the introduction of cartographic cartogram, available tools for its creation and the definition of cartographic error. It also introduces an existing tool for automated mosaic cartogram creation and other types of maps and the procedures used for algorithm design in this work. The next section is devoted to the aspects that the resulting map should satisfy and the metrics for their evaluation. Furthermore, the input data requirements and other necessary theoretical foundations, namely mathematical morphology and object-oriented programming, are presented. The practical part then describes the proposed algorithm for automated mosaic cartogram generation and its implementation and testing over real data.

## **Key words**

mosaic cartogram, tessellations, thematic cartography

# Obsah

Seznam obrázků .....	10
Přehled použitých zkratk .....	12
1. Úvod.....	13
2. Teoretická část.....	14
2.1 Rovinné teselace.....	14
2.1.1 Dělení teselace.....	14
2.1.2 Tvary tvořící teselaci.....	16
2.2 Tematická kartografie .....	17
2.2.1 Kartografická anamorfóza.....	17
2.2.2 Nástroje pro tvorbu kartografické anamorfózy .....	23
2.2.3 Kartografická chyba .....	28
2.3 Tvorba mozaikové anamorfózy.....	28
2.3.1 Algoritmus pro tvorbu mozaikových anamorfóz .....	28
2.3.2 Příbuzné typy map a další algoritmy.....	32
2.3.3 Aspekty koherence mapy .....	34
2.3.4 Metriky pro hodnocení map .....	35
2.3.5 Potřebná data .....	38
2.4 Další potřebné teoretické základy .....	38
2.4.1 Matematická morfologie .....	39
2.4.2 Objektově orientované programování.....	41
3. Tvorba mozaikové anamorfózy.....	43
3.1 Použité tvary dlaždic .....	44
3.1.1 Vlastnosti použitých dlaždic .....	44
3.2 Změna velikosti vstupních polygonů .....	44
3.2.1 Výpočet nové rozlohy polygonů .....	45
3.2.2 Změna velikosti polygonů.....	45
3.2.3 Uložení informací o vstupních regionech .....	46
3.3 Prvotní teselace polygonů .....	47
3.3.1 Samostatná teselace každého polygonu .....	47
3.3.2 Sloučení dílčích teselací.....	48
3.4 Zarovnání prvotní teselace na globální mřížku .....	48
3.4.1 Vytvoření globální mřížky .....	49
3.4.2 Zarovnání teselace na globální mřížku.....	50
3.5 Převod teselace na bodové objekty .....	50
3.5.1 Reprezentace teselace pomocí bodových objektů.....	51



3.5.2	Převod teselace na reprezentaci pomocí bodových objektů.....	51
3.6	Metriky pro hodnocení map .....	52
3.6.1	Definice metrik.....	52
3.6.2	Třída <i>MapScore</i> a celkové hodnocení mapy .....	56
3.6.3	Ukázky hodnocení různých verzí anamorfóz.....	56
3.7	Posun regionů.....	59
3.7.1	Prvotní určení skóre mapy.....	59
3.7.2	Opakovaný posun regionů.....	60
3.7.3	Určení verze s nejlepším skóre.....	63
3.7.4	Vizualizace vektorů a posunu regionů .....	63
3.8	Tvorba globálního tvaru .....	63
3.8.1	Změřítkování původního území .....	64
3.8.2	Teselace globálního tvaru.....	64
3.9	Řešení překryvů a děr v mapě .....	65
3.9.1	Předzpracování děr, překryvů a dlaždic mimo globální tvar .....	65
3.9.2	Zaplnění děr.....	67
3.9.3	Odstranění zbylých překryvů .....	69
3.10	Finální úpravy teselace.....	70
3.10.1	Posun nesouvislých částí teselace .....	71
3.10.2	Odstranění překryvů a děr .....	71
4.	Implementace a testování algoritmu .....	72
4.1	Implementace algoritmu.....	72
4.1.2	Spuštění algoritmu.....	72
4.1.2	Podmínky na vstupní data .....	74
4.1.3	Výstupy algoritmu.....	74
4.2	Testování algoritmu nad reálnými daty.....	74
4.2.1	Testovací data použitá při návrhu algoritmu.....	74
4.2.2	Kraje Česka se čtvercovými dlaždicemi s vyrovnanějšími hodnotami atributu .....	75
4.2.3	Počty obyvatel evropských zemí se čtvercovými dlaždicemi .....	77
4.2.4	Testování ostatních tvarů dlaždic .....	79
5.	Diskuze.....	82
6.	Závěr.....	89
	Zdroje .....	91
	Seznam příloh.....	95

## Seznam obrázků

Obr. 1	Šestiúhelníková, čtvercová a trojúhelníková pravidelná teselace s konstantní velikostí buňky.....	15
Obr. 2	Periodická teselace, vzor je ohraničen červenými tečkami .....	16
Obr. 3	Plošná anamorfóza schematická (a, c) a geografická (b, d), spojitá (a, b) .....	18
Obr. 4	Dorlingova (vlevo) a Demersova (vpravo) anamorfóza .....	19
Obr. 5	Obdélníková schematická anamorfóza .....	19
Obr. 6	Ukázka table cartogram .....	20
Obr. 7	Čtvercová mozaiková anamorfóza zobrazující objem bezpečnostní pomoci USA požadovaný pro rok 2017 .....	21
Obr. 8	Šestiúhelníková mozaiková anamorfóza zobrazující výsledky parlamentních voleb na Slovensku v roce 2023 .....	21
Obr. 9	Diamantová mozaiková anamorfóza zobrazující výsledky prezidentských voleb v USA v roce 2016.....	22
Obr. 10	Čtvercová mozaikové anamorfóza zobrazující populaci evropských zemí v roce 2018 .....	22
Obr. 11	Dialogové okno nástroje cartogram3 a ukázka vytvořené mapy .....	23
Obr. 12	Dialogové okno nástroje pro tvorbu anamorfózy v programu ArcMap .....	24
Obr. 13	Ukázka online nástroje pro tvorbu geografické anamorfózy.....	25
Obr. 14	Schematická anamorfóza vytvořená aplikací nástroje v R na dlaždicovou mapu... ..	26
Obr. 15	Zpracování dat pro dlaždicovou mapu pomocí AcrGIS Maps for Office .....	26
Obr. 16	Dlaždicová mapa vytvořená pomocí ArcGIS Pro .....	27
Obr. 17	Dorlingova anamorfóza vytvořená pomocí nástroje v ArcGIS Pro.....	28
Obr. 18	Vytvoření mozaikové kresby z kostry grafu.....	29
Obr. 19	Příklad přeskupování dlaždic a posunu vodících tvarů .....	30
Obr. 20	Graf popisující výměnu dlaždic mezi konfiguracemi.....	31
Obr. 21	Postup tvorby dlaždicové mapy .....	32
Obr. 22	Ukázka různých dlaždicových map pro africké státy .....	33
Obr. 23	Aspekty koherence mapy .....	35
Obr. 24	Příklad rook´s adjacency (a) a bishop´s adjacency (b) .....	37
Obr. 25	Příklady binárního strukturního elementu .....	39
Obr. 26	Příklad eroze binárního obrazu .....	40
Obr. 27	Příklad dilatace binárního obrazu .....	40
Obr. 28	Schéma jednotlivých kroků algoritmu s odkazem na kapitolu s jejich popisem.....	43
Obr. 29	Vlastnosti použitých tvarů dlaždic.....	44
Obr. 30	Upravená velikost polygonů na základě počtu dánských turistů v kraji a převodu 1 dlaždice = 100 osob .....	46

Obr. 31	Prvotní teselace vstupních polygonů se čtvercovými dlaždicemi .....	48
Obr. 32	Určení orientace trojúhelníků .....	49
Obr. 33	Dlaždice teselace se sloučeným polygonem a body děr .....	54
Obr. 34	Ukázka zarovnání regionů za účelem porovnání změny tvaru .....	55
Obr. 35	Původní (nalevo) a nová (napravo) poloha regionů s převrácením podél osy x .....	55
Obr. 36	Prvotní teselace vůči které se porovnávají další varianty anamorfózy .....	57
Obr. 37	První varianta vzniklá posunem regionů bez změny tvaru .....	57
Obr. 38	Druhá varianta vzniklá odstraněním překryvů a děr v mapě .....	58
Obr. 39	Všechny vektory (černé) a výsledné vektory posunu (červené) pro jednotlivé regiony .....	61
Obr. 40	Možnosti posunu pro jednotlivé tvary dlaždic, čísla označují úhel směru posunu, zelené linie vzdálenost posunu danou poloměrem dlaždice, modré její úhlopříčkou .....	62
Obr. 41	Ukázka globálního tvaru pro teselaci krajů Česka .....	64
Obr. 42	Příklad vnitřních (červené) a ostatních (žluté) bloků děr .....	65
Obr. 43	Mozaiková anamorfóza pro kraje Česka s jednou dlaždicí představující 100 dánských turistů .....	75
Obr. 44	Prvotní teselace krajů Česka s vyrovnanými hodnotami mapovaného atributu .....	76
Obr. 45	Nejlepší varianta teselace pro druhou sadu testovacích dat .....	76
Obr. 46	Výsledná anamorfóza pro vyrovnaná data za kraje Česka .....	77
Obr. 47	Prvotní teselace počtu obyvatel evropských zemí .....	78
Obr. 48	Nejlepší verze teselace evropských zemí .....	79
Obr. 49	Šestiúhelníková anamorfóza dánských turistů za kraje Česka .....	80
Obr. 50	Diamantová anamorfóza dánských turistů za kraje Česka .....	81
Obr. 51	Šestiúhelníková natočená anamorfóza dánských turistů za kraje Česka .....	81
Obr. 52	Ukázka teselace s body představujícími díry .....	87

### **Poznámka k obrázkům:**

Obrázky, u nichž není uveden zdroj, jsou dílem autorky.

## **Přehled použitých zkratk**

FID – identifikátor regionů (*feature ID*)

MOO – minimální ohraničující obdélník

OOP – objektově orientované programování

# 1. Úvod

Tematická kartografie disponuje řadou moderních metod pro zobrazování dat, jejichž výsledkem jsou často neobvyklé a vizuálně zajímavé mapy. Mezi ně patří i kartografická anamorfóza založená na teselacích, též nazývaná mozaiková anamorfóza, která je tématem této diplomové práce. Její princip je založen na geometrické přeměně mapovaného území dle vybraných kvantitativních dat do podoby pravidelné mřížky zvoleného tvaru dlaždic. Na základě převodního parametru, který určuje hodnotu kvantitativní proměnné pro jednu dlaždici, je každému vstupnímu území přiřazen odpovídající počet dlaždic, čímž dochází ke zvětšení nebo zmenšení území.

Hlavním cílem práce je navrhnout postup automatizované tvorby mozaikové anamorfózy. Mezi dílčí cíle pak patří podrobné studium přístupů k tvorbě mozaikové anamorfózy, návrh postupu její automatizované tvorby a jeho implementace do podoby toolboxu nebo skriptů v prostředí GIS, společně s testováním nad vhodnými reálnými daty.

Práce je členěna do šesti kapitol. Po úvodu následuje teoretická část, kde je představena rovinná teselace a tvary dlaždic vhodné pro její tvorbu. V rámci tematické kartografie je zde představena kartografická anamorfóza, nástroje pro její tvorbu a dále kartografická chyba. Stěžejní část této kapitoly je věnována mozaikové anamorfóze. Nejprve je představen v současnosti jediný existující algoritmus pro její automatizovanou tvorbu, společně s dalšími typy map a algoritmy, které byly využity pro návrh vlastního postupu tvorby mozaikové anamorfózy. Dále jsou zde definovány aspekty, které by měla výsledná anamorfóza splňovat, společně s metrikami pro jejich hodnocení a požadavky na vstupní data. Praktická část práce je věnována návrhu vlastního algoritmu pro automatizovanou tvorbu mozaikové anamorfózy, jeho implementaci a testování nad reálnými daty. V posledních dvou kapitolách je pak diskutován navržený algoritmus a shrnuty výsledky práce.

## 2. Teoretická část

Tato kapitola je věnována teoretickým základům potřebným pro tvorbu algoritmu pro kartografickou anamorfózu založenou na teselacích (dále také mozaikovou anamorfózu). Nejprve je popsána rovinná teselace, její různé druhy a charakteristiky geometrických tvarů, které jsou v práci používány. Druhá část je věnována tematické kartografii, konkrétně představení kartografické anamorfózy, představení v současnosti dostupných nástrojů a postupů pro tvorbu kartografické anamorfózy a v závěru je definována kartografická chyba. Třetí část této kapitoly je věnována tvorbě mozaikové anamorfózy. Nejprve je představen existující algoritmus pro její tvorbu, na který navazují příbuzné typy map a další algoritmy, ze kterých tato práce vychází. Následně jsou definovány aspekty, které by měla výsledná anamorfóza splňovat, a dále metriky, pomocí kterých je možné výslednou mapu hodnotit. V závěru jsou popsány požadavky na vstupní data pro tvorbu mozaikové anamorfózy. Poslední část kapitoly je věnována dalším potřebným teoretickým základům, konkrétně matematické morfologii a objektově orientovanému programování.

### 2.1 Rovinné teselace

Rovinná teselace představuje rozdělení 2D či 3D prostoru do definovaných podoblastí, které nazýváme buňkami. Tyto buňky se nepřekrývají, vyplňují celý prostor bez mezer a společně mají maximálně své hranice. Každá buňka obsahuje jeden bod nazývaný centrum, jehož poloha má vliv na velikost a tvar buňky. Toto centrum se většinou umísťuje do těžiště buňky, nemusí tomu tak ale být ve všech případech (Ponížil 2003, Bayer 2008).

#### 2.1.1 Dělení teselace

Teselace se většinou dělí podle tří základních kritérií, které představují konvexnost a konkávnost buněk, tvar buněk a periodičita vzoru (Bayer 2008).

#### **Konvexnost a konkávnost buněk**

Na základě prvního hlediska lze teselace dělit na dvě skupiny:

- *Konvexní teselace*

Buňka teselace je tvořena konvexním útvarem, pro který platí, že úsečka spojující každé dva body útvaru je také jeho součástí (Mikulčák a kol. 2003, Bayer 2008).

- *Nekonvexní teselace*

Buňku teselace představuje nekonvexní útvar, jehož hranice nemusí být tvořeny pouze lomenými čarami, ale například i kružnicemi nebo jinými složitějšími křivkami (Bayer 2008).

## Tvar buněk

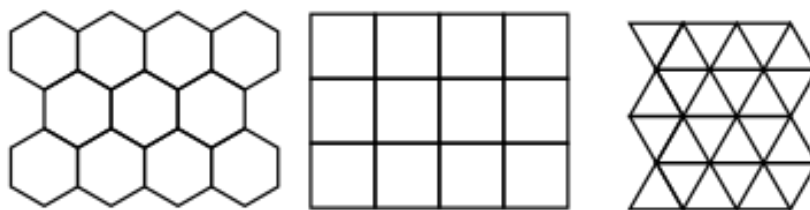
Druhým kritériem je tvar buněk, na jehož základě se teselace dělí do dvou skupin:

- *Pravidelné teselace*

Buňky teselace mají pravidelný geometrický tvar, nejčastěji se jedná o čtverce, šestiúhelníky nebo rovnostranné trojúhelníky. Pokud jsou mezi body, nad kterými se teselace vytváří, pravidelné rozestupy, mají všechny buňky stejnou velikost. V opačném případě je velikost buněk různá. Pravidelná teselace se tak dále dělí na:

- teselace s konstantní velikostí buňky,
- teselace s proměnnou velikostí buňky (Bayer 2008).

Buňku pravidelné konvexní teselace nemůže tvořit každý  $n$ -úhelník, ale pouze trojúhelník, čtverec a šestiúhelník. Je však možné vytvořit smíšenou teselaci kombinací například čtyřúhelníků a šestiúhelníků nebo teselaci, která dělí prostor na pravidelné nekonvexní buňky. Pro sousedící  $n$ -úhelníky ale musí platit, že v místě styku je součet jejich vnitřních úhlů roven  $360^\circ$  (Bayer 2008). Příklad pravidelné teselace s konstantní velikostí buňky je na obrázku 1.



Obr. 1 – Šestiúhelníková, čtvercová a trojúhelníková pravidelná teselace s konstantní velikostí buňky (Weisstein 2001)

- *Nepřavidelné teselace*

Tento typ teselace je tvořen nepravidelnými konvexními nebo nekonvexními buňkami. Pokud jsou mezi vstupními body pravidelné rozestupy, pro buňky neležící na konvexní obálce množiny těchto bodů platí, že jejich velikost nebo tvar jsou stejné. Mezi nepravidelné teselace řadíme například Voronoiovu (Dirichletovu) teselaci, zobecněnou Voronoiovu teselaci nebo Delaunayovu teselaci (Bayer 2008).

## Periodicita vzoru

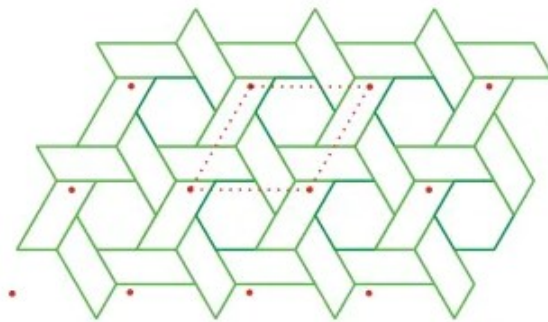
Třetí kritérium představuje periodicita vzoru a teselace dělí do dvou skupin:

- *Periodické teselace*

V periodických teselacích je možné najít vzor, který se s určitou periodou opakuje. Tento vzor tvoří kombinace konečného počtu různě natočených konvexních nebo nekonvexních buněk. Vzor je představován rovnoběžníkem větší než buňky, jehož opakováním vzniká teselace. Periodické teselace se využívají v architektuře nebo ve stavebnictví při tvorbě okrasných vitráží, mozaik nebo vitrín (Bayer 2008). Příklad periodické teselace je na obrázku 2.

- *Neperiodické teselace*

Neperiodickou teselaci tvoří buňky konvexního či nekonvexního tvaru, ve kterých však nelze najít vzor, který by se v teselaci opakoval. Příkladem je Penrose teselace nebo teselace Danzer, Chair či Trilobit-Cross (Bayer 2008).



Obr. 2 – Periodická teselace, vzor je ohraničen červenými tečkami (Shawcross 2012)

### 2.1.2 Tvary tvořící teselaci

V této práci je využito periodické konvexní pravidelné teselace s konstantní velikostí buněk. Tyto buňky jsou tvořeny čtverci, šestiúhelníky a rovnostrannými trojúhelníky. Pro každý z uvedených geometrických tvarů platí určité zákonitosti, kterých je využito při tvorbě teselace.

#### Čtverec

Čtverec představuje pravidelný čtyřúhelník s konstantní velikostí strany  $a$ . Poloměr kružnice vepsané odpovídá polovině strany  $a$ . Poloměr kružnice opsané  $r_0$  tvoří polovina úhlopříčky



čtverce a lze ji vyjádřit vztahem  $r_o = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$ . Obsah čtverce  $S$  lze vypočítat jako  $S = a^2$  (Mikulčák a kol. 2003).

### Šestiúhelník

Šestiúhelník (hexagon) je tvořen šesti stejnými rovnostrannými trojúhelníky s vnitřním úhlem  $60^\circ$  a stranou  $a$ . Poloměr kružnice vepsané  $r_v$  je dán vztahem  $r_v = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ . Poloměr kružnice opsané pak odpovídá velikosti strany  $a$ . Obsah šestiúhelníku  $S$  lze vyjádřit jako  $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$  (Mikulčák a kol. 2003).

### Rovnostranný trojúhelník

Pro rovnostranný trojúhelník platí, že všechny tři strany mají shodnou délku  $a$  a vnitřní úhel je roven  $60^\circ$ . Poloměr kružnice vepsané  $r_v$  lze určit ze vztahu  $r_v = \frac{\sqrt{3}}{6}a$ . Poloměr kružnice opsané  $r_o$  je pak definován jako  $r_o = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ . Obsah rovnostranného trojúhelníka  $S$  určuje vztah  $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$  a výška trojúhelníka  $v$  odpovídá vztahu  $v = \frac{\sqrt{3}}{2}a$  (Mikulčák a kol. 2003).

## 2.2 Tematická kartografie

Tematická kartografie je jednou z dílčích oblastí vědní disciplíny kartografie a zabývá se tvorbou a studiem tematických map. Tematická mapa bývá určena ke specifickému využití a na topografickém podkladu zobrazuje zpravidla jedno nebo více témat. Tematický obsah map pak může být tvořen zdůrazněnými vybranými prvky topografického podkladu, jinými přírodními nebo společenskými jevy a dále vědeckými poznatky získanými abstrakcí, například hustotou zalidnění nebo intenzitou přepravy (Čapek a kol. 1992, Voženílek 2004).

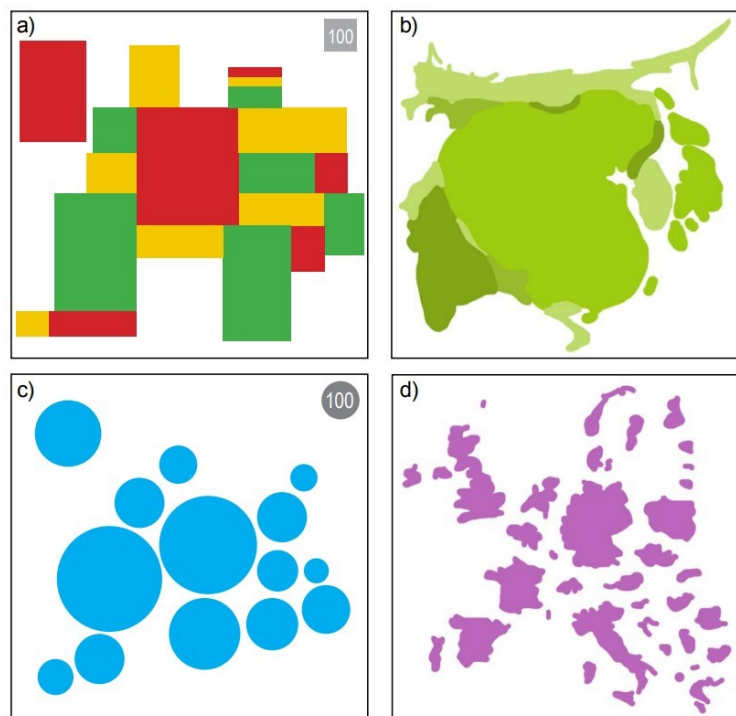
### 2.2.1 Kartografická anamorfóza

Kartografická anamorfóza, v anglicky psané literatuře označována jako *cartogram*, patří mezi méně tradiční metody tematické kartografie, umožňující zobrazit mapovaný prvek tak, aby nebylo čtenářovo vnímání při porovnávání hodnot daného prvku zkreslováno geografii zobrazovaného území. Jejím principem je geometrická přeměna parametru prvku podle vybrané kvantitativní hodnoty. Měněným parametrem může být plocha nebo tvar území či například vzdálenost od určitého bodu. Jev, na jehož základě k přeměně dochází, pak může představovat například počet obyvatel nebo časová dostupnost. Metod kartografické anamorfózy existuje

několik a jejich základní dělení je na anamorfózu radiální a plošnou (Voženílek, Kaňok 2011; Esri, Field 2017; Miklín a kol. 2018).

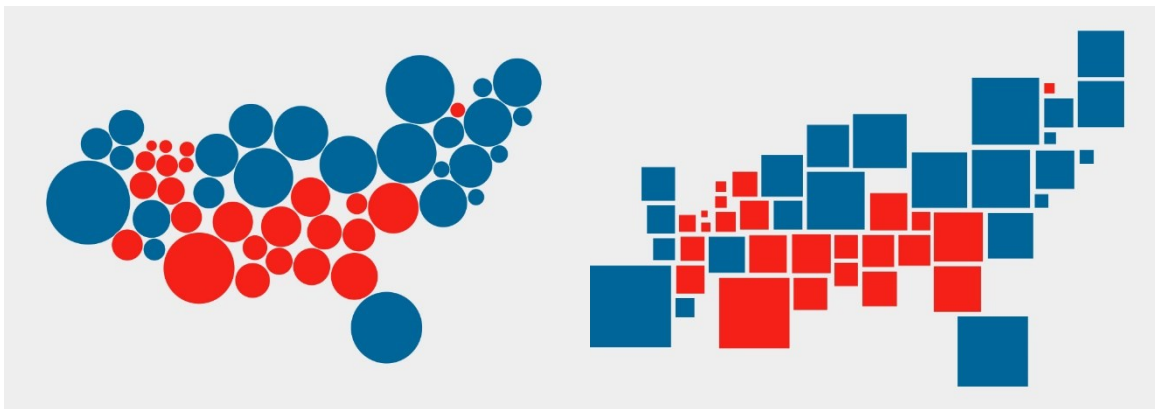
U radiální anamorfózy je určen centrální bod, od kterého se vzdálenost ostatních bodů přemění na základě vlastnosti znázorňovaného jevu. Původní směr mezi jednotlivými body a centrálním bodem by měl být zachován a body se stejnou hodnotou mapovaného atributu pak leží na stejných soustředných kružnicích, tzv. izoliniích. Tento typ anamorfózy se používá například pro znázornění časových dopravních vzdáleností nebo pro geografické jevy koncentrované kolem důležitého bodu (Voženílek, Kaňok 2011; Miklín a kol. 2018).

U plošné anamorfózy odpovídá plocha územní jednotky hodnotě znázorňovaného jevu. Dělí se na anamorfózy geografické, které alespoň přibližně zachovávají tvar jednotek, a na anamorfózy schematické, které jednotlivé územní jednotky nahrazují jednoduchými geometrickými tvary. U obou těchto typů je možné dále rozlišit anamorfózu spojitou, u které nevznikají mezery mezi jednotkami, a anamorfózu nespojitou (Voženílek, Kaňok 2011; Miklín a kol. 2018). Příklad jednotlivých typů plošné anamorfózy je na obrázku 3.

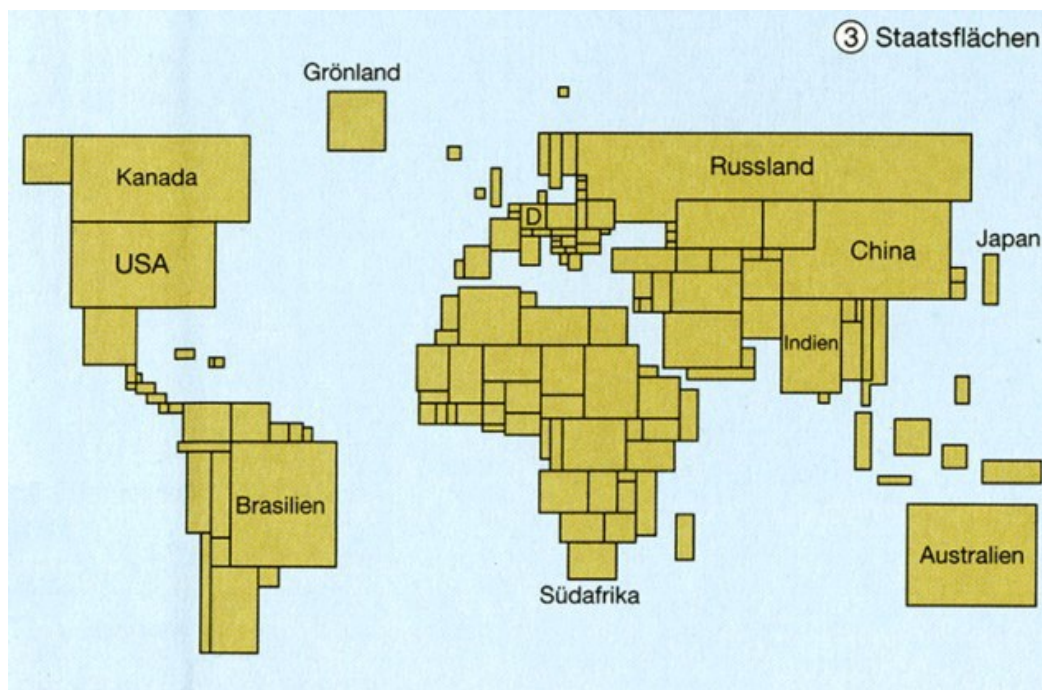


Obr. 3 – Plošná anamorfóza schematická (a, c) a geografická (b, d), spojitá (a, b) (Miklín a kol. 2018)

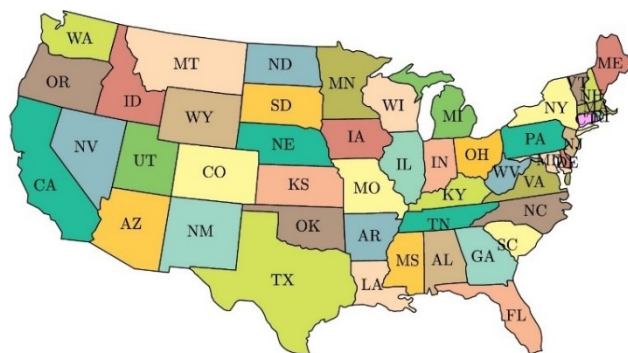
Schematických anamorfóz existuje celá řada druhů, z nichž některé mají i svůj ustálený název podle jejich autorů. Nespojitá anamorfóza tvořená kruhy se označuje jako Dorlingova, v případě čtverců hovoříme o Demersově anamorfóze (obr. 4). Pro spojitou i nespojitou variantu se také využívá přeměna územních jednotek na obdélníky (obr. 5). Dalším typem jsou tzv. *table cartograms* (obr. 6), které mapované území nejprve převádějí do podoby pravidelné mřížky, v rámci které jsou následně plochy jednotlivých čtyřúhelníků upraveny tak, aby odpovídaly hodnotě znázorňovaného jevu (Reyes Nuñez, Juhász 2015; Nusrat, Kobourov 2016; Esri, Field 2017; Evans a kol. 2018; Field 2022).



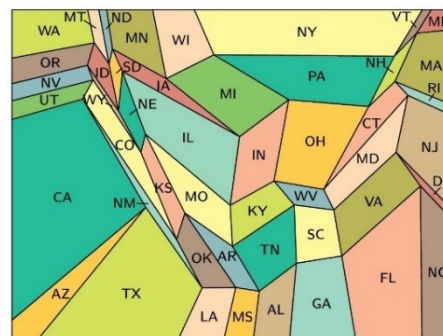
Obr. 4 – Dorlingova (vlevo) a Demersova (vpravo) anamorfóza (Flanagan 2016)



Obr. 5 – Obdélníková schematická anamorfóza (Reyes Nuñez, Juhász 2015)



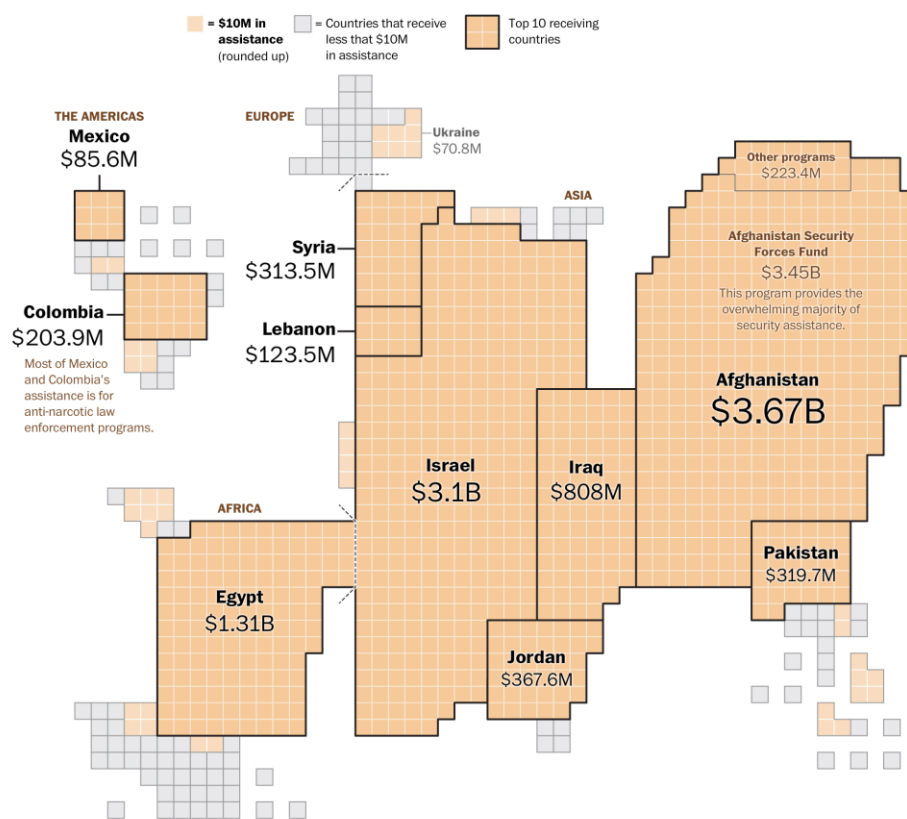
WA 6.725	MT 0.989	ND 0.673	MN 5.304	WI 5.687	NY 19.378	VT 0.626	ME 1.328
OR 3.831	ID 1.568	SD 0.814	IA 3.046	MI 9.884	PA 12.702	NH 1.316	MA 6.548
NV 2.701	WY 0.564	NE 1.826	IL 12.831	IN 6.484	OH 11.537	CT 3.574	RI 1.053
UT 2.764	CO 5.029	KS 2.853	MO 5.989	KY 4.339	WV 1.853	MD 5.774	NJ 8.792
CA 37.254	NM 2.059	OK 3.751	AR 2.916	TN 6.346	SC 4.625	VA 8.001	DE 0.898
AZ 6.392	TX 25.146	LA 4.533	MS 2.967	AL 4.780	GA 9.688	FL 18.801	NC 9.535



Obr. 6 – Ukázka table cartogram (Evans a kol. 2018)

V neposlední řadě patří mezi schematickou anamorfózu i anamorfóza mozaiková (*mosaic cartograms*), které odpovídá anamorfóza založená na teselacích, zvolená pro tuto diplomovou práci. Každé územní jednotce je přidělen určitý počet stejně velkých jednoduchých geometrických tvarů (dlaždic) a tento počet je dán hodnotou znázorňovaného kvantitativního jevu. Nejčastěji využívanými tvary jsou šestiúhelníky nebo čtverce. Šestiúhelníky jsou oblíbené především proto, že svým tvarem připomínají kruhy, ale je možné je umístit vedle sebe tak, aby na sebe vzájemně navazovaly a vyplňovaly celou plochu území bez mezer. Díky převodu na daný počet stejně velikých dlaždic je potlačen vliv rozlohy jednotlivých územních jednotek. Výsledná anamorfóza se však snaží také zachovat tvar a vzájemnou polohu původních územních jednotek. Na rozdíl od geografické plošné anamorfózy je při správném rozlišení mapy (velikosti dlaždic) možné na základě počtu dlaždic z mapy vyčíst nebo odhadnout hodnotu jevu pro jednotlivá území. (Esri, Field 2017; Field 2022). Plošná i mozaiková anamorfóza se obvykle kombinuje s barvou. Ta může být použita čistě kvalitativně (pro rozlišení jednotlivých územních jednotek), případně znázorňovat jiný kvantitativní jev. V takovém případě ale musí být zdůrazněny hranice jednotek sledující okraje dlaždic. Znázorněný jev tak může být mezi jednotlivými jednotkami porovnáván bez toho, aniž by byla čtenářova pozornost strhávána původně rozlehlými jednotkami a malé jednotky byly naopak potlačeny. Ukázky mozaikových anamorfóz jsou na obrázcích 7 až 10.

### U.S. security assistance, by country (Fiscal 2017 request)



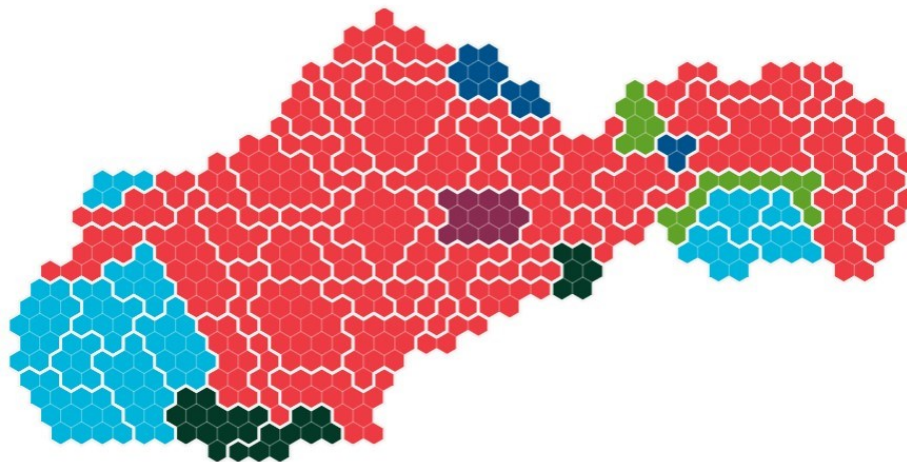
Obr. 7 – Čtvercová mozaiková anamorfóza zobrazující objem bezpečnostní pomoci USA požadovaný pro rok 2017 (Bearak, Gamio 2016)

### SK Výsledky volieb: víťazné strany v okresoch

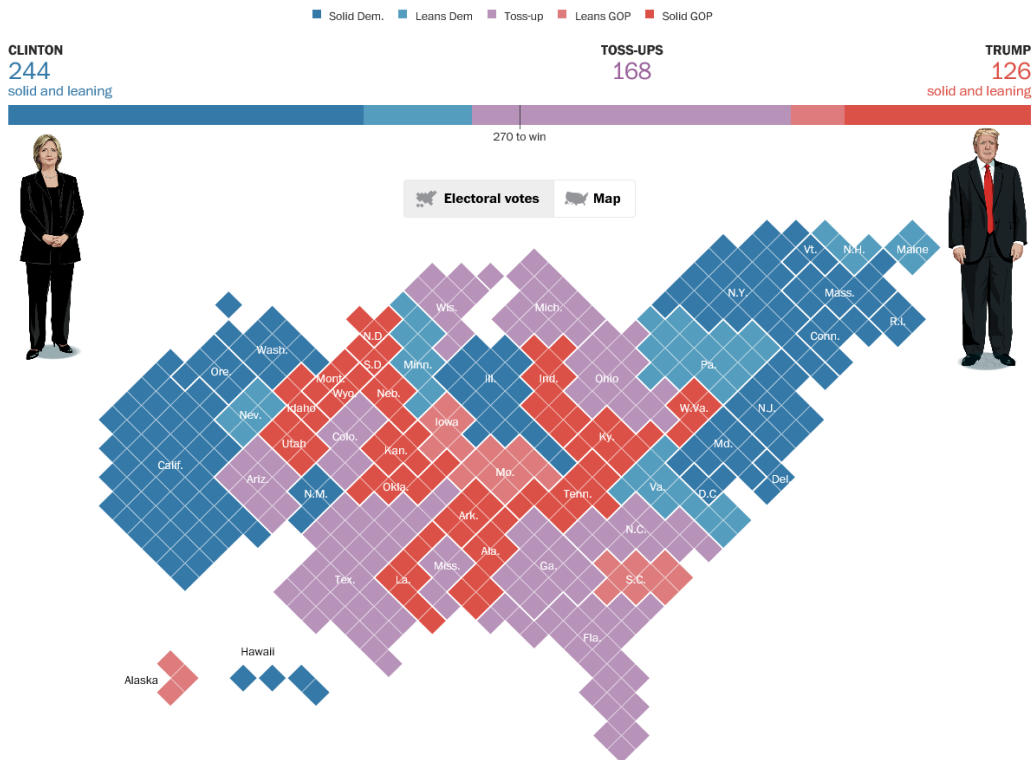
● = 5000 voličov

vítězná strana

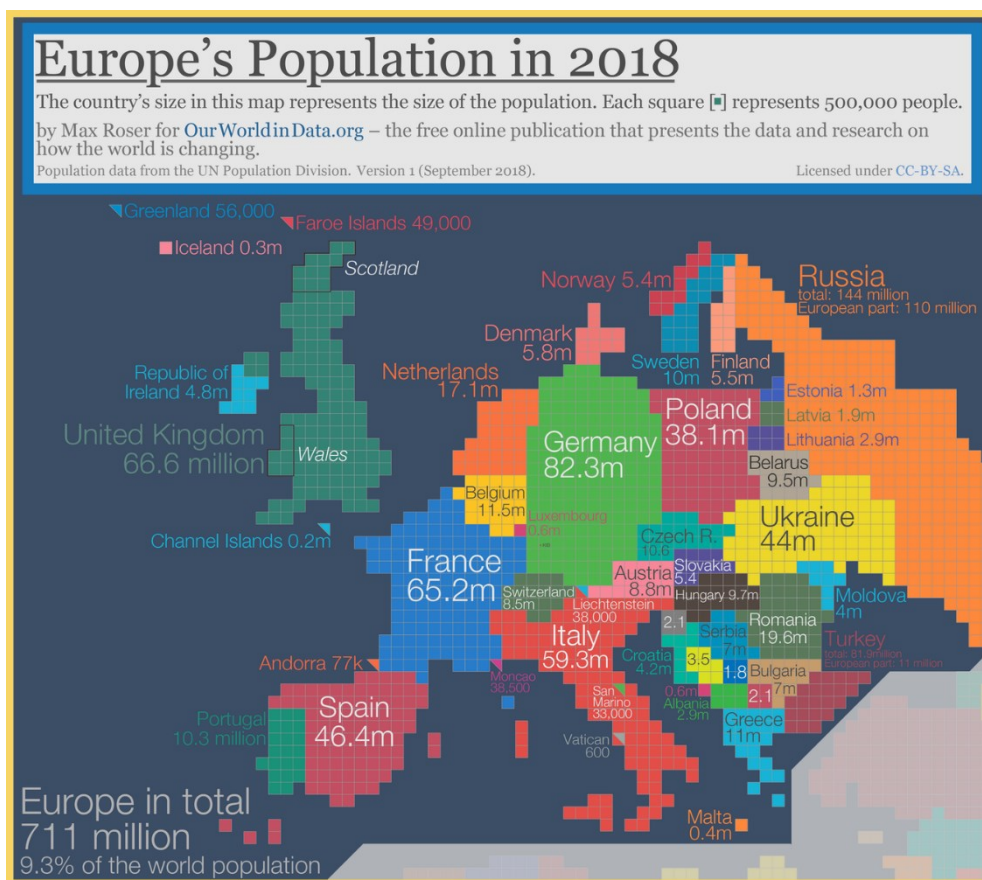
SMER-SD PS HLAS-SD OĽaNO KDH Aliancia



Obr. 8 – Šestiúhelníková mozaiková anamorfóza zobrazující výsledky parlamentních voleb na Slovensku v roce 2023 (Škop, Mahdalová 2023)



Obr. 9 – Diamantová mozaiková anamorfóza zobrazující výsledky prezidentských voleb v USA v roce 2016 (Esri, Field 2017)



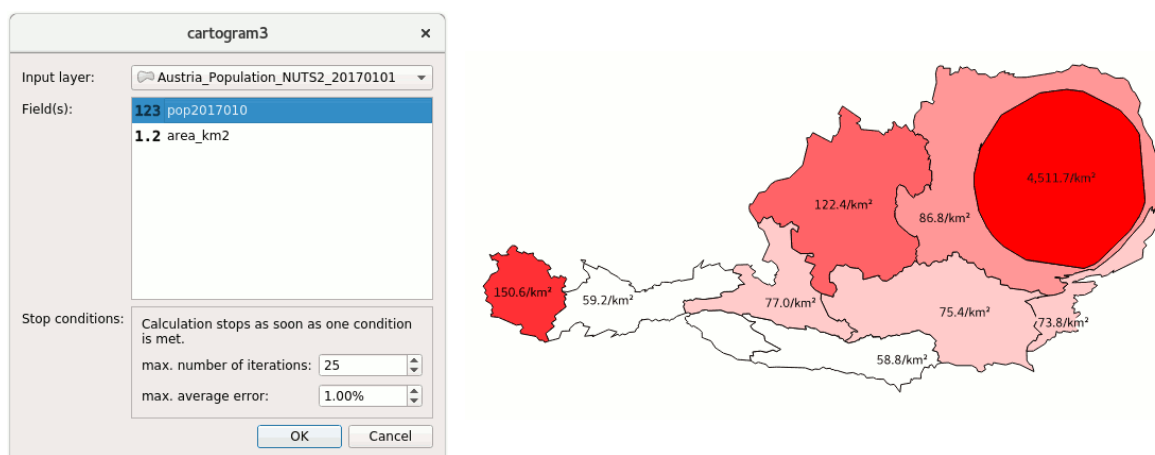
Obr. 10 – Čtvercová mozaikové anamorfóza zobrazující populaci evropských zemí v roce 2018 (Roser 2018)

## 2.2.2 Nástroje pro tvorbu kartografické anamorfózy

Principy a algoritmy pro tvorbu kartografické anamorfózy existují již řadu let a vývoj geoinformačních systémů a jiných technologií umožňuje tvorbu nástrojů pro její automatickou tvorbu uživatelem. V této kapitole je uvedeno několik příkladů těchto nástrojů a postupů pro plošnou geografickou a schematickou anamorfózu.

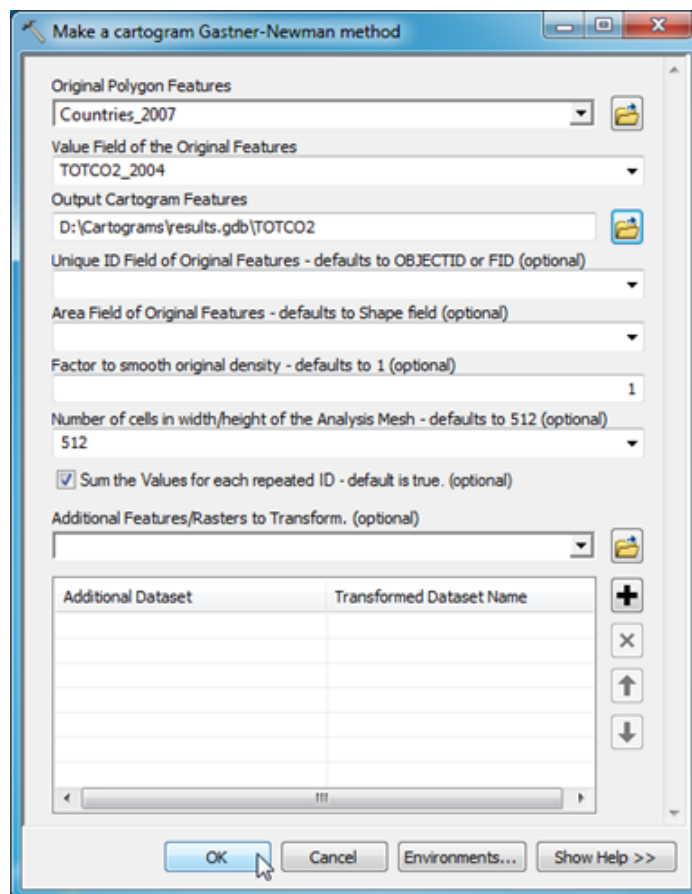
### Geografická anamorfóza

Geografickou spojitou anamorfózu je možné vytvořit v programu QGIS 3 pomocí rozšíření *cartogram3* (Fink 2017), který implementuje algoritmus představený Dougenikem a kol. (1985). Pro spuštění nástroje je potřeba polygonová vrstva s absolutní hodnotou zvolené proměnné. Uživatel však může vybrat i další atributy, které budou do tvorby anamorfózy vstupovat, společně s podmínkou zastavení v podobě maximálního počtu iterací a maximální dosažené průměrné chyby mapy (Fink 2017). Ukázka vstupního dialogového okna a výsledné mapy je na obrázku 11.



Obr. 11 – Dialogové okno nástroje *cartogram3* a ukázka vytvořené mapy (Fink 2017)

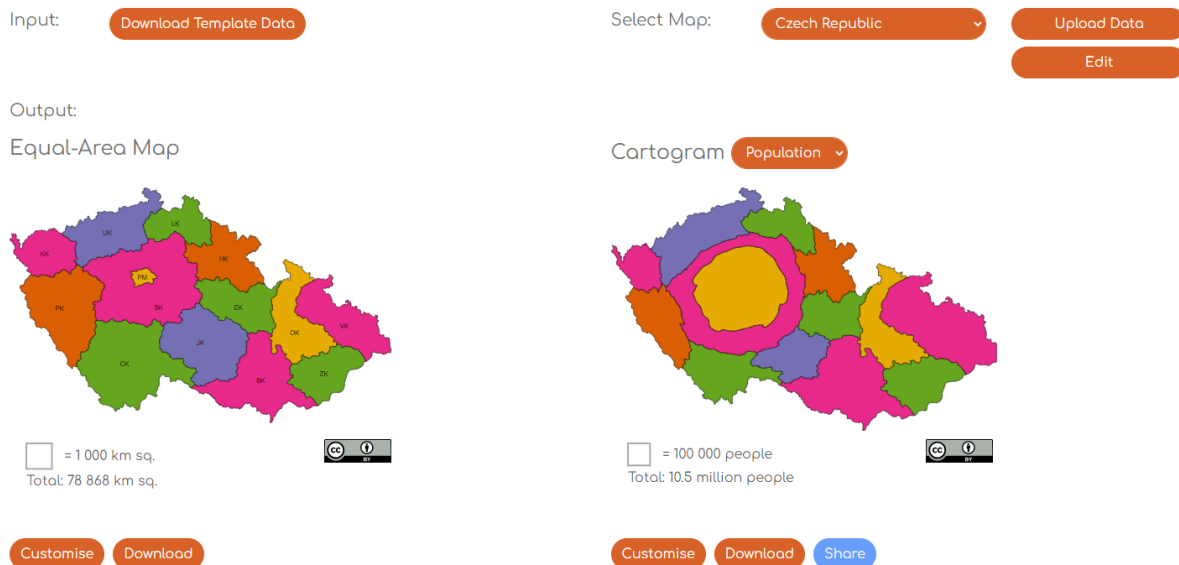
Rozšíření pro tvorbu geografické spojitě anamorfózy je dále dostupné i pro program ArcMap od verze 10 (nikoliv však pro ArcGIS Pro) (Sousa 2019), který implementuje algoritmus Gastnera a Newmana (2004). Nástroj umožňuje nahrát data z geodatabáze nebo shapefilu a pro jeho spuštění je nutné vybrat atribut, podle kterého dojde ke změně velikosti polygonů. Uživatel může volitelně nastavit atribut udávající unikátní ID polygonů, jejich rozlohu nebo hodnotu zhlazovacího parametru. Do nástroje je možné nahrát další bodovou, liniovou nebo rastrovou vrstvu, která bude deformována společně se vstupními polygony (Sousa 2019). Ukázka dialogového okna nástroje je na obrázku 12.



Obr. 12 – Dialogové okno nástroje pro tvorbu anamorfózy v programu ArcMap (Sousa 2019)

Jeden z autorů algoritmu používaného v předchozím nástroji Miachel T. Gastner vyvinul další algoritmus (Gastner, Seguy, More 2018) společně s nástrojem *Go Cart Flow-Based Cartogram Generator* (Gastner 2019). Tento nástroj je však nutné stáhnout do počítače a k jeho spuštění jsou potřeba jisté technické znalosti, a tak vznikla i jeho online verze (Gastner 2024). Uživatel si může vybrat z předpřipravených datasetů za jednotlivé státy a vytvořit si pro ně anamorfózu dle počtu obyvatel. Pro volbu jiného atributu je možné stáhnout data ve formátu tabulky a tam doplnit požadovaná data, případně upravit barvy jednotlivých polygonů. Výslednou anamorfózu je možné uložit jako vektorový obrázek SVG a ten dále upravovat (Gastner 2024). Ukázka online nástroje je na obrázku 13.





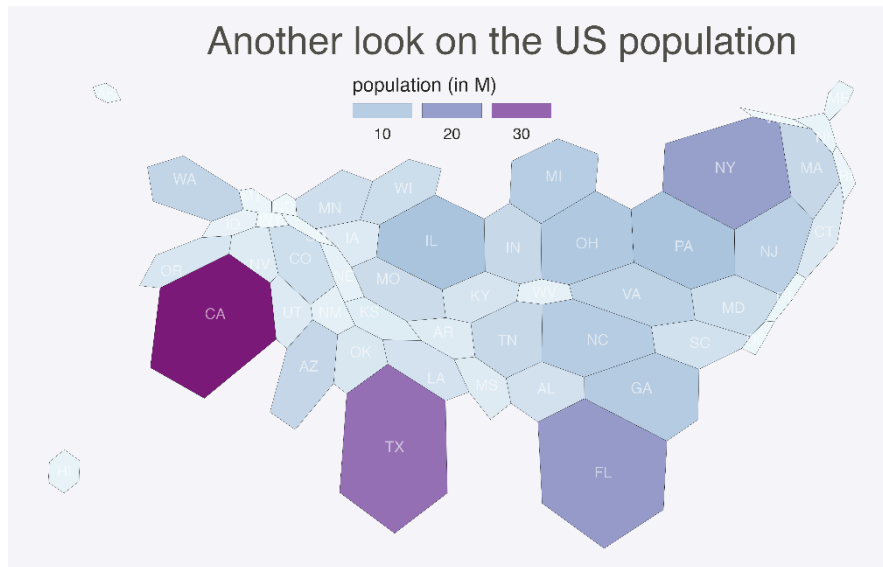
Obr. 13 – Ukázka online nástroje pro tvorbu geografické anamorfózy (Gastner 2024)

Geografickou spojitou anamorfózu založenou na algoritmu Dougenika a kol. (1985) a geografickou nespojitou anamorfózu vycházející z algoritmu Judy M. Olsonové (1976) lze dále vytvořit pomocí nástroje navrženého pro programovací jazyk R (Jeworutzki 2019).

### Schematická anamorfóza

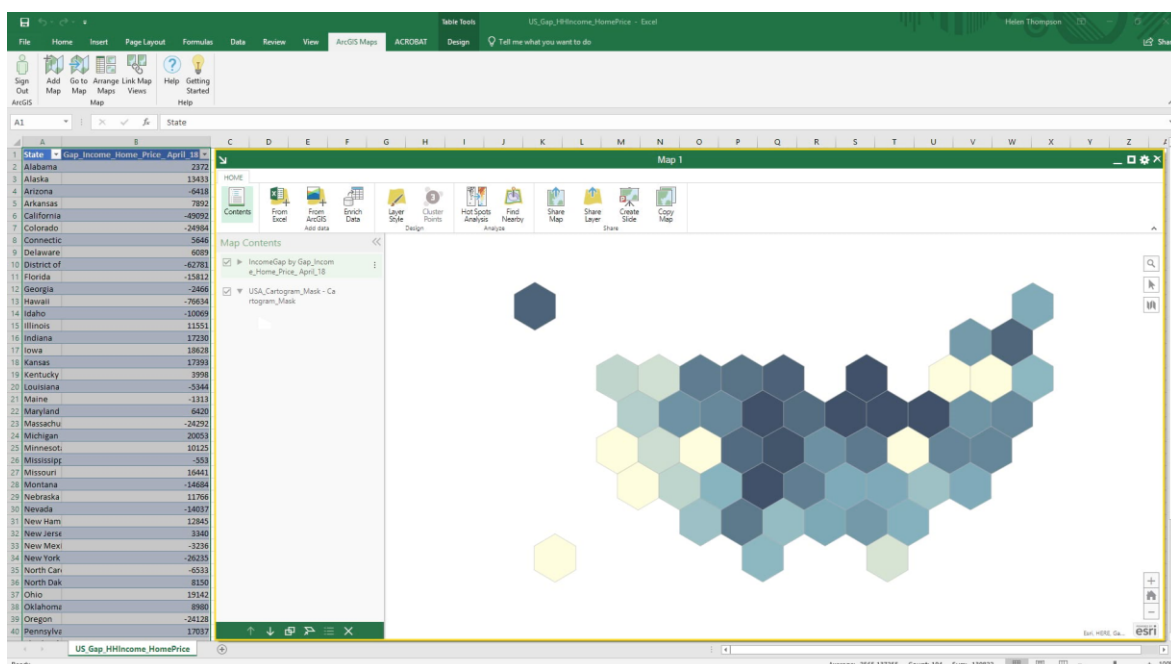
Poslední uvedený nástroj pro programovací jazyk R (Jeworutzki 2019) umožňuje i konstrukci nespojitě schematické anamorfózy tvořené kruhy, takzvané Dorlingovy anamorfózy. Nástroj je založen na algoritmu Daniela Dorlinga (1996).

Jeden z možných přístupů k tvorbě schematické anamorfózy je vytvoření dlaždicové mapy, kdy se každý polygon převede na jeden stejně veliký geometrický tvar, například šestiúhelník. Na tuto dlaždicovou mapu je dále aplikován algoritmus pro tvorbu geografické spojitě anamorfózy, například nástroj pro R (Jeworutzki 2019), čímž dojde k zdeformování šestiúhelníků a jejich zvětšení/zmenšení dle zvolené proměnné (Holtz 2018). Příklad takto vytvořené anamorfózy je na obrázku 14.



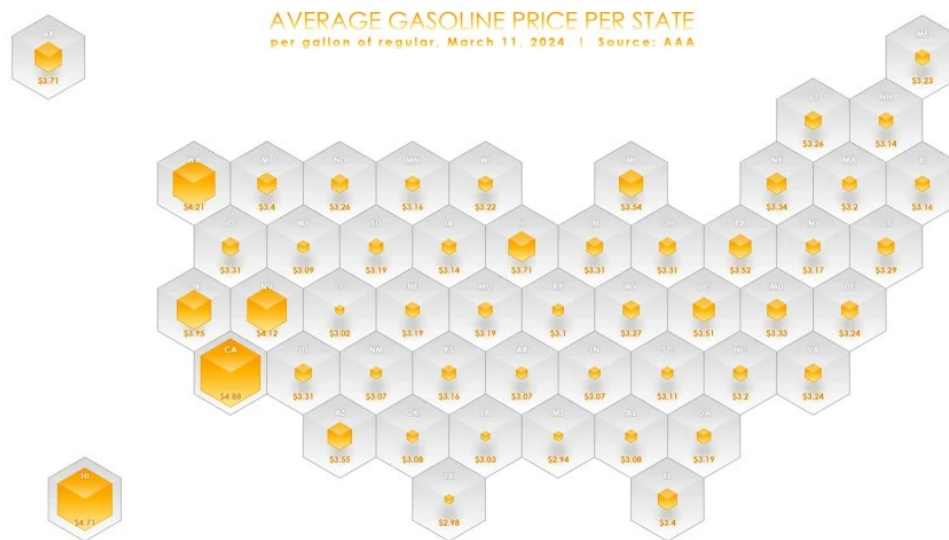
Obr. 14 – Schematická anamorfóza vytvořená aplikací nástroje v R na dlaždicovou mapu (Holtz 2018)

Helen Thompsonová (2018) představila ve svém příspěvku jednoduchou možnost tvorby dlaždicových map se šestiúhelníkovou nebo čtvercovou dlaždicí pro státy USA. Pomocí rozšíření *ArcGIS Maps for Office* je možné do Microsoft Office nahrát předpřipravený dataset a upravit v něm hodnoty jevu pro jednotlivé státy. Takto upravenou tabulku pak lze jednoduše nahrát do ArcGIS Online a mapu vizualizovat. Ukázka zpracování dat pomocí *ArcGIS Maps for Office* je na obrázku 15.



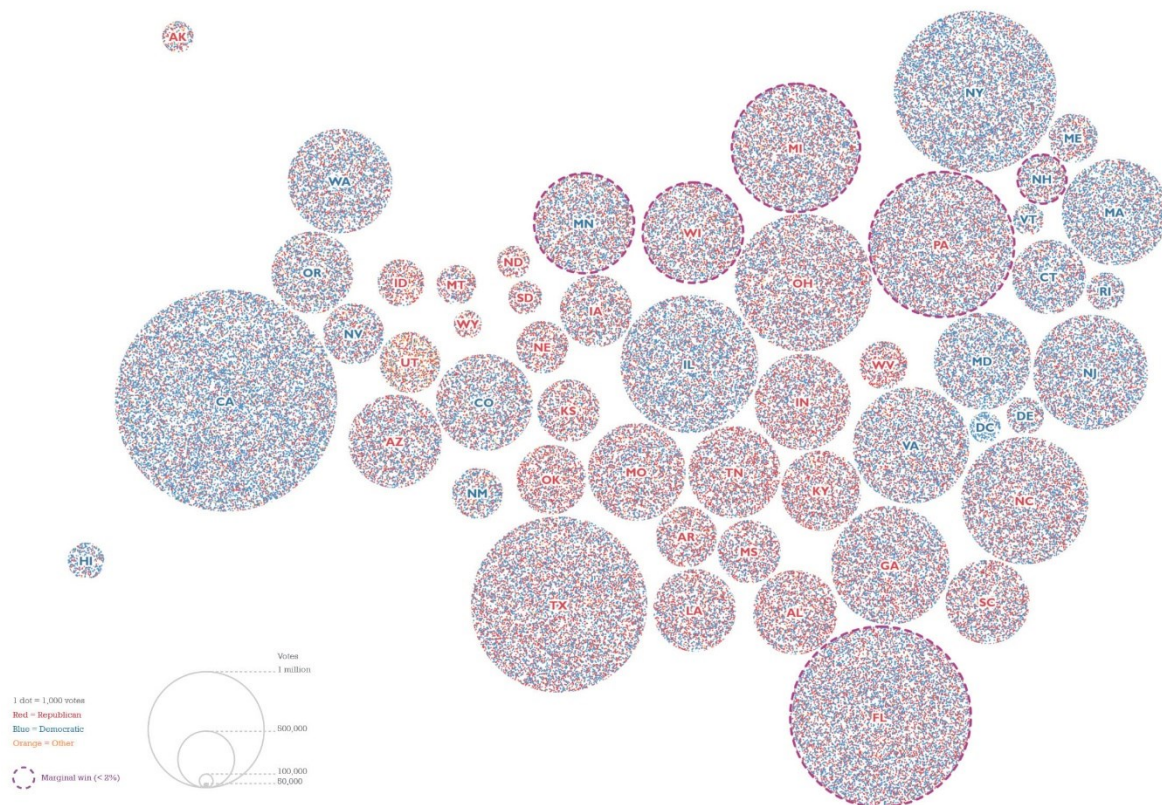
Obr. 15 – Zpracování dat pro dlaždicovou mapu pomocí ArcGIS Maps for Office (Thompson 2018)

Postup tvorby dlaždicové mapy pro uživatelem zvolené území v ArcGIS Pro pak představuje ve svém příspěvku John Nelson (2024). Šestiúhelníkové dlaždice dále doplňuje vizuálně zajímavým zobrazením vybraného jevu a ukázka výsledné mapy je na obrázku 16.



Obr. 16 – Dlaždicová mapa vytvořená pomocí ArcGIS Pro (Nelson 2024)

Plně automatizovanou tvorbu schematické nespojitě anamorfózy v podobě kruhů (Dorlingova) či čtverců (Demersova) v ArcGIS Pro pak umožňuje rozšíření vydané Kennethem Fieldem (2023). Při spuštění nástroje uživatel vybere vstupní polygonovou vrstvu, atribut s hodnotou mapovaného jevu, kruhový nebo čtvercový tvar symbolů, počet iterací a dva parametry, které ovlivňují výsledné umístění symbolů. Výsledkem je nová polygonová vrstva, ve které kruhové nebo čtvercové symboly odpovídají původním polygonům, a kterou je možné dále vizualizovat. Příklad jedné z možných vizualizací výsledku prezidentských voleb v USA v roce 2016 je na obrázku 17.



Obr. 17 – Dorlingova anamorfóza vytvořená pomocí nástroje v ArcGIS Pro (Field 2023)

### 2.2.3 Kartografická chyba

Pro hodnocení plošných anamorfóz se v řadě případů využívá takzvaná kartografická chyba (*cartographic error*). Ta je většinou definována jako rozdíl mezi rozlohou regionu, které by měl deformací v rámci anamorfózy dosáhnout, a mezi jeho skutečnou rozlohou ve výsledné mapě. Vzorcem lze kartografickou chybu zapsat jako  $|A_c - A_s|/A_s$ , kde  $A_c$  odpovídá rozloze ve výsledné anamorfóze a  $A_s$  požadované rozloze. Cílem anamorfózy je dosáhnout co nejmenší, ideálně nulové, kartografické chyby (Alam a kol. 2013; Cano a kol. 2015; Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

## 2.3 Tvorba mozaikové anamorfózy

### 2.3.1 Algoritmus pro tvorbu mozaikových anamorfóz

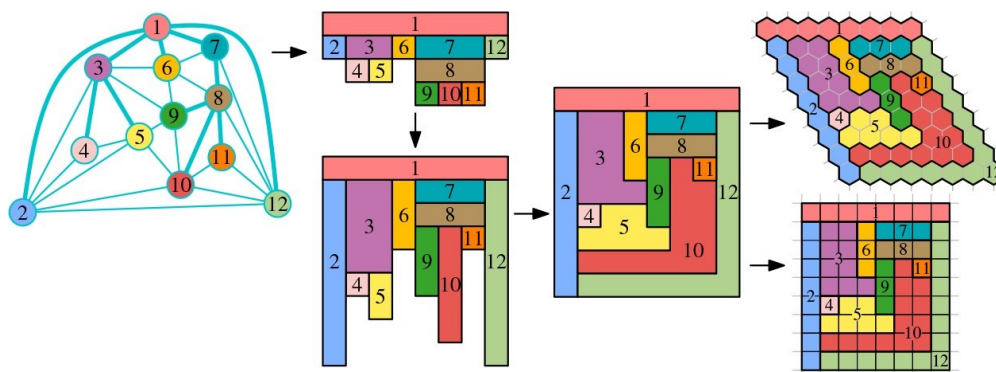
Dle Meulemanse, Sondaga a Speckmannové (2021) z Technické univerzity v Eindhovenu existuje v současné době pouze jeden algoritmus, který umožňuje plně automatizovanou tvorbu mozaikových anamorfóz. Tento algoritmus představili ve své práci Cano a kol. (2015) a je založen na vytvoření mozaikové kresby, následné úpravě rozložení dlaždic přiřazených

jednotlivým územním jednotkám s využitím tzv. vodících tvarů a závěrečné úpravě počtu dlaždic tak, aby odpovídal vstupním datům.

### Mozaiková kresba

Mozaiková kresba je založena na rovinných grafech, jejichž každou vnitřní stranu tvoří trojúhelník. Tyto grafy jsou pak překresleny na dlaždice tvořící rovinu (obr. 18). K tomu mohou být využity různé druhy dlaždic, ale při tvorbě anamorfózy přicházejí v úvahu hlavně stejně veliké pravidelné dlaždice, a to především čtvercové, šestiúhelníkové nebo trojúhelníkové. Ve zkoumaném případě odpovídá každý uzel grafu jedné územní jednotce v mapě a hranami je spojen s uzly těch územních jednotek, se kterými sousedí. Pod konfigurací mozaikové kresby se pak rozumí sada dlaždic, které spolu sousedí a náleží stejné územní jednotce. Takovou konfiguraci je možné nazvat jednoduchou v případě, že jsou všechny její dlaždice spojeny hranami a nevznikají tak mezi nimi mezery. Dvě různé konfigurace jsou sousedící při splnění podmínky, že existuje alespoň jedna dlaždice z každé konfigurace, které jsou navzájem spojeny hranou. Mozaiková kresba pak reprezentuje rovinný trojúhelníkový graf tím způsobem, že je pro každý vrchol grafu vytvořena jedna jednoduchá konfigurace. Pro tyto konfigurace platí, že spolu mohou sousedit pouze v případě, kdy jsou jim odpovídající vrcholy grafu spojeny hranou. Obdobně jako pro jednotlivé konfigurace pak platí, že mozaiková kresba je jednoduchá, pokud v ní nevznikají žádné mezery (Cano a kol. 2015).

Pro tvorbu mozaikové kresby lze využít různé druhy grafů a jednou z možností je kostra grafu. Cano a kol. (2015) využívají ve svém algoritmu konstrukci kostry grafu založené na práci Chianga a kol. (2005). Ta má však jisté limity a výsledná mozaiková kresba pak často nezachovává správnou relativní pozici vstupních uzlů. Další možností tak je využít tvorbu kostry grafu vytvořenou tzv. Schnyderovým značením (Miura, Azuma, Nishizeki 2005), které vede k mozaikovým kresbám lépe reflektujícím relativní rozložení vstupních dat (Cano a kol. 2015).

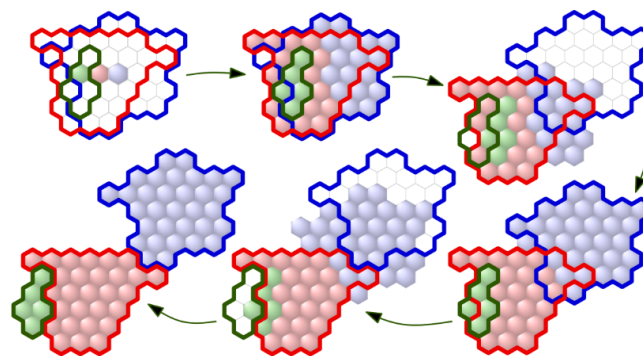


Obr. 18 – Vytvoření mozaikové kresby z kostry grafu (Cano a kol. 2015)

## Vodící tvary

Vodící tvar je definován pro každý uzel vstupního grafu a představuje takovou konfiguraci, která obsahuje počet dlaždic definovaný hodnotou znázorňovaného jevu a svým rozložením připomíná tvar původní územní jednotky. Pro jeho vytvoření je nutné znát plochu jedné dlaždice  $a$  a počet dlaždic  $n$ , které má vodící tvar obsahovat. V prvním kroku je původní územní jednotka upravena tak, aby její plocha  $A$  odpovídala vztahu  $A = a \cdot n$ . Takto upravený polygon je pak přeložen přes mřížku tvořenou dlaždicemi a do vodícího tvaru je přiřazena sada  $n$  sousedících dlaždic, které mají s polygonem největší překryt (Cano a kol. 2015). V případě, kdy není jasně zadaná velikost jedné dlaždice nebo je žádoucí zachovat plochu původního polygonu, lze postupovat i jiným způsobem. Velikost dlaždic v mřížce se pak určí ze vztahu  $a = A/n$ , kde  $A$  odpovídá ploše polygonu a  $n$  požadovanému počtu dlaždic. Mřížkou s požadovaným krokem se překryje polygon a následně je velikost sítě opakovaně upravována tak, dokud v polygonu neleží právě  $n$  centroidů jednotlivých dlaždic mřížky (McNeill, Hale 2017).

Po vytvoření všech vodících tvarů jsou umístěny na mřížku obsahující konfigurace tak, aby každý vodící tvar obsahoval alespoň jednu dlaždici jemu příslušné konfigurace. Následný proces transformace se snaží přiřadit dlaždice každého vodícího tvaru odpovídající konfiguraci. Pro ten platí, že jednotlivé vodící tvary se mohou překrývat, ale konfigurace ne. Pokud není možné další přeskupení dlaždic konfigurace, dochází k posunu vodících tvarů. Za tímto účelem je každý vodící tvar představován jedním bodem, který je v počátku umístěn do jeho těžiště. V každé iteraci je vypočítána síla, která na bod působí, a pokud dojde k posunu dlaždice, v níž se bod nachází, posune se celý vodící tvar ve směru působení dané síly. Příklad přeskupování dlaždic a posunu vodících tvarů je uveden na obrázku 19. Tento proces probíhá do té doby, dokud nejsou všechny síly působící na ně nulové nebo dokud není dosaženo maximálního počtu iterací (Cano a kol. 2015).



Obr. 19 – Příklad přeskupování dlaždic a posunu vodících tvarů (Cano a kol. 2015)

## Úprava velikosti konfigurací

Pro dokončení mozaikové anamorfózy je na závěr nutné opravit počet dlaždic a tvar jednotlivých konfigurací. Dlaždice náležící některé z konfigurací jsou označeny za *pozemní*, ostatní jako *mořské*. *Pozemní* dlaždice, které sousedí s *mořskými*, jsou označeny za *okrajové* dlaždice. Obdobně *okrajové mořské* dlaždice sousedí alespoň s jednou *pozemní* dlaždicí a všechny ostatní dlaždice jsou označeny jako *vnitřní*. Všechny dlaždice jsou pak reprezentovány uzly grafu, které mají danou kapacitu a počet dlaždic, které potřebuje daná konfigurace přijmout nebo odstranit. Sousední uzly různých konfigurací jsou dále spojeny hranami s definovanou kapacitou a váhou. Každé konfiguraci je dále přidán jeden uzel, který definuje, kolik dlaždic je z konfigurace nutné odebrat nebo přidat. Tento podpůrný uzel je spojen s ostatními uzly konfigurace hranou s nekonečnou kapacitou. Po sestavení grafu jsou vykonány operace přesouvající dlaždice mezi okrajovými uzly. Pokud je kartografická chyba větší než nula, dojde k opětovnému sestavení grafu a přesunu dlaždic. Tento proces se opakuje, dokud není dosaženo nulové kartografické chyby nebo dokud již není žádný další přesun dlaždic možný (Cano a kol. 2015). Ukázka sestaveného grafu je na obrázku 20.

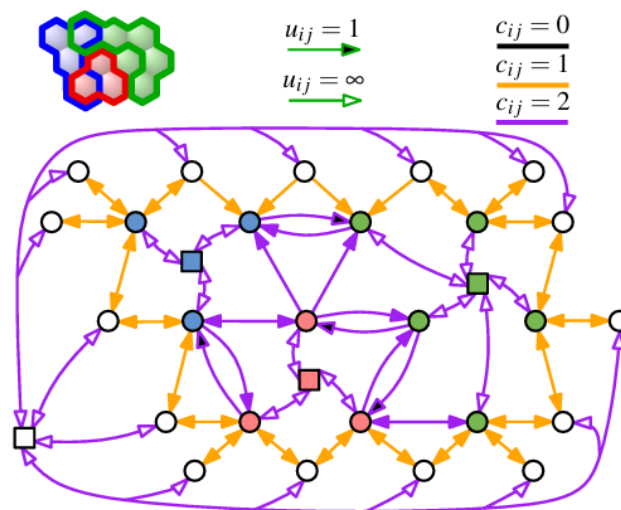


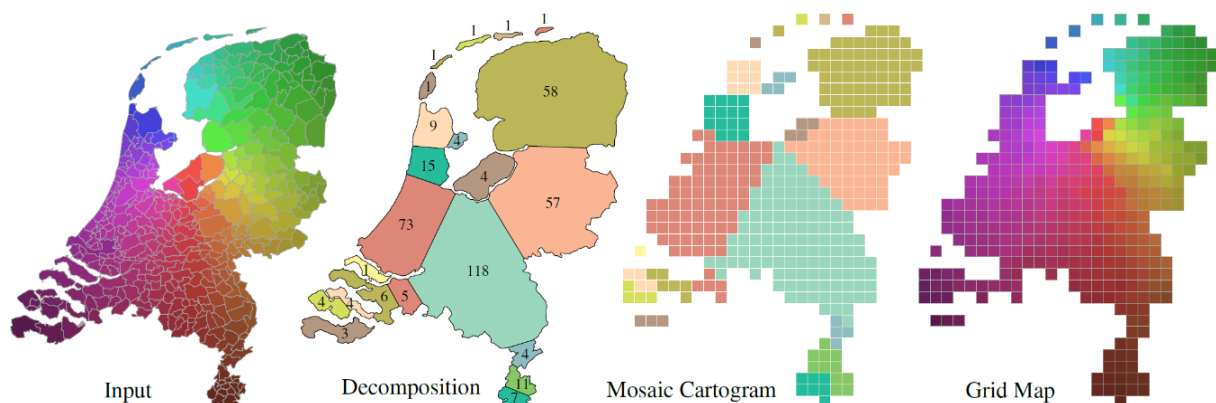
Figure 8: A mosaic drawing, guiding shapes as overlay, and the associated MCFP instance. The feasibility node is omitted for simplicity. Boundary nodes are represented by circles and supply nodes by squares. Sea nodes are white. The supplies are  $b_{\text{red}} = b_{\text{green}} = 0$ ,  $b_{\text{blue}} = -1$  and  $b_{n_{\text{sea}}} = 1$ .

Obr. 20 – Graf popisující výměnu dlaždic mezi konfiguracemi (Cano a kol. 2015)

Během úprav je žádoucí co nejméně deformovat tvar dlaždic. Pokud je tedy nutné přidat do konfigurace další dlaždici, je zvolena taková, která náleží odpovídajícímu vodícímu tvaru nebo která leží co nejbližší k němu. Obdobně při odstranění dlaždice z konfigurace je zvolena ta, která není součástí jejího vodícího tvaru nebo která neleží příliš hluboko uvnitř tohoto vodícího tvaru (Cano a kol. 2015).

### 2.3.2 Příbuzné typy map a další algoritmy

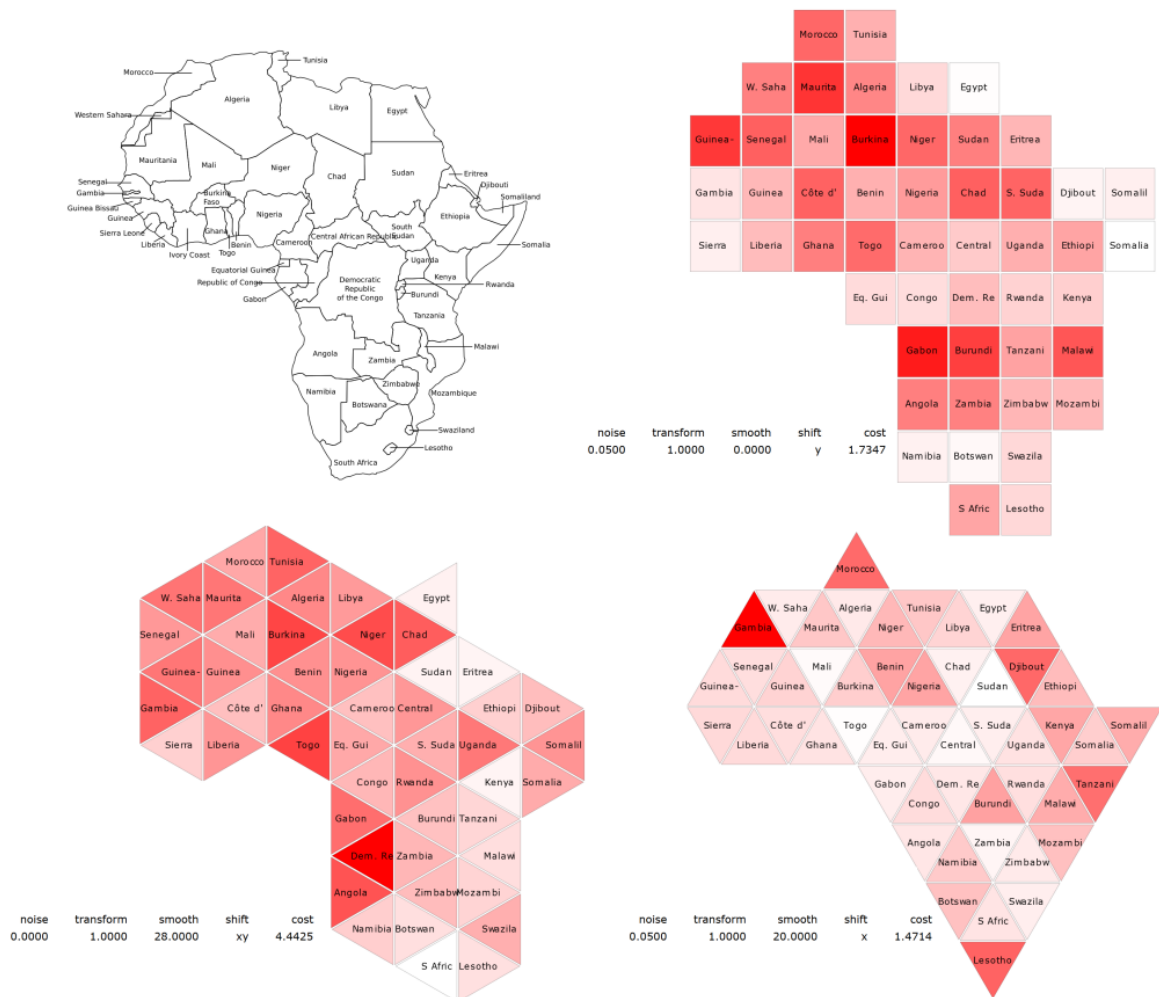
Výše popsaný algoritmus využívají ve své práci Meulemans, Sondag a Speckmannová (2021) pro tvorbu takzvaných dlaždicových map (*grid maps*). U nich je každé vstupní územní jednotce přidělena jedna dlaždice jednoduchého geometrického tvaru a stejné velikosti. Pokud mají vstupní územní jednotky podobnou velikost a pravidelné rozložení, není obtížné je převést na pravidelnou mřížku. Při řešení komplexních problémů, kdy jsou vstupní data různorodá, je jich veliký počet nebo mají například různé odlehle části, je jejich převod na pravidelnou mřížku mnohem složitější. Meulemans, Sondag a Speckmannová (2021) řeší tvorbu dlaždicových map pro tyto komplexní problémy pomocí tří kroků. Vstupní data jsou nejprve na základě odlehlejších prvků dekomponována na jednoduché tvary. Každé spojitě území ve vstupních datech je řešeno zvlášť a pro každé takové území jsou menší územní jednotky sloučeny do většího jednoduchého polygonu. Výstupem tohoto kroku jsou tyto jednoduché polygony s informací o tom, kolik původních územních jednotek se v něm nachází. V dalším kroku je pak pro tyto jednoduché polygony vytvořena mozaiková anamorfóza dle algoritmu popsaného v předchozí kapitole. Jednoduché polygony odpovídají vstupním regionům pro tvorbu anamorfózy a počet územních jednotek definuje počet dlaždic, který bude každému regionu přidělen. Na závěr je každé dlaždici přidělena hodnota jevu odpovídající dané původní územní jednotce. Ukázka dlaždicové mapy a postup její tvorby je zobrazen na obrázku 21.



Obr. 21 – Postup tvorby dlaždicové mapy (Meulemans, Sondag, Speckmann 2021)



Tvorbě dlaždicových map pro komplexní případy se dále věnuje i McNeill a Hale (2017). Nejprve dochází k převodu polygonu každého vstupního regionu na jeho centroid, sestavení matice sousednosti regionů a vytvoření polygonu představující globální tvar/hranici. Na základě hustoty jejich rozložení je každý centroid posunut o malou náhodnou vzdálenost. Poloha centroidů je poté opakovaně upravována tak, aby vzdálenosti mezi nimi byly pokud možno všude stejné, ale aby zároveň zůstala co nejvíce zachována relativní orientace sousedních regionů. Globální tvar je následně upraven tak, aby lépe odpovídal posunutým centroidům. Globální tvar je pak přeložen pravidelnou mřížkou zvoleného geografického tvaru a velikost dlaždic mřížky je dále upravována tak, aby uvnitř globálního tvaru ležely středy přesně tolika dlaždic, kolik je vstupních regionů. Každé dlaždici je poté přiřazen jeden centroid a hodnota odpovídající původnímu regionu. Ukázka dlaždicových map vytvořených tímto algoritmem je na obrázku 22.



Obr. 22 – Ukázka různých dlaždicových map pro africké státy (McNeill, Hale 2017)

### **2.3.3 Aspekty koherence mapy**

Pro dlaždicové mapy je definováno několik aspektů, které by měla výsledná mapa splňovat, aby nebyla porušena její soudržnost a čitelnost (Meulemans, Sondag, Speckmann 2021), označované jako koherence mapy. Díky podobnosti obou metod lze tyto aspekty aplikovat i na mozaikovou anamorfózu a jejich přehled a příklady jsou na obrázku 23.

#### **Vzdálenost**

Vzdálenosti mezi konfiguracemi odpovídajícími jednotlivým územním jednotkám by měly odpovídat vzdálenostem mezi jejich vstupními polygony. Princip anamorfózy, kdy dochází ke zvětšení nebo zmenšení jednotlivých území, tomuto pravidlu částečně odporuje, i tak by se ale mohly vzdálenosti mezi nimi v originále a v anamorfóze brát v potaz (Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

#### **Sousedství**

Sousedství mezi jednotlivými územními jednotkami by mělo být zachováno v pozitivním i negativním smyslu. Pokud tedy Česká republika sousedí s Německem, ale ne s Francií, měla by i její konfigurace sousedit s dlaždicemi patřící Německu, ale ne s těmi odpovídající Francii (McNeill, Hale 2017; Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

#### **Tvar**

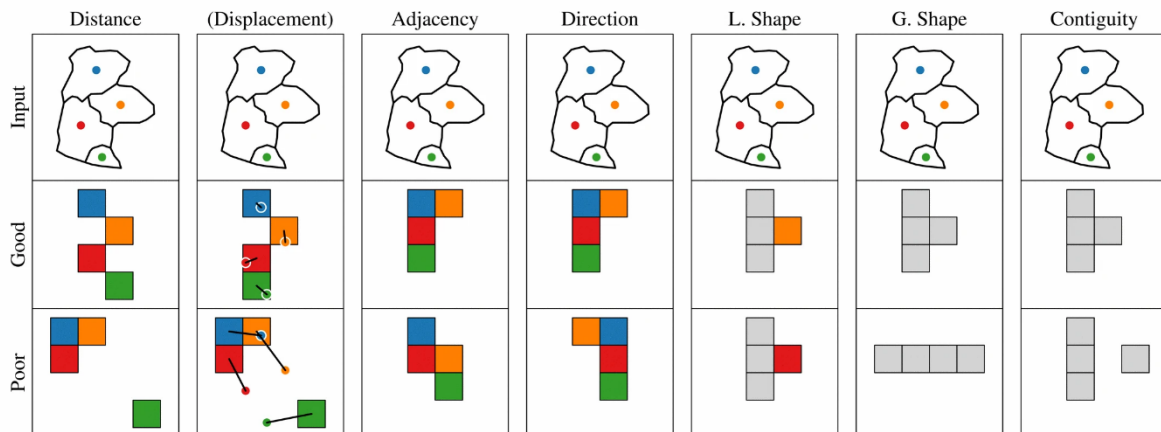
Výsledná anamorfóza by také měla alespoň přibližně zachovávat tvary původní mapy. To platí jak na lokální úrovni, tedy pro tvar jednotlivých územních jednotek, tak globálně, tedy pro celé znázorňované území. V mapě evropských zemí by tak měly jednotlivé konfigurace tvarem připomínat odpovídající státy a zároveň by měl obrys celé mapy odpovídat tvaru Evropy (McNeill, Hale 2017; Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

#### **Relativní poloha**

Dalším zachovaným parametrem by měla být relativní poloha jednotlivých územních jednotek v mapě. V mapě Evropy by tak měla být například konfigurace odpovídající Portugalsku umístěna nejvíce na jihozápadě, dále pak konfigurace Švédska by měla být severněji než konfigurace Rakouska, protože tato podmínka platí i pro původní územní jednotky (McNeill, Hale 2017; Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

## Souvislost

Výsledná anamorfóza by měla v neposlední řadě zachovávat souvislost původního území. To znamená, že v mapě by na sebe měly bez mezer navazovat pouze ty konfigurace, které spolu sousedí i ve skutečnosti. Při znázorňování Afriky by tak na sebe měly konfigurace všech kontinentálních států navazovat bez mezer, mezi dlaždicemi představující Madagaskar by však již nějaký prostor vzniknout měl (Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).



Obr. 23 – Aspekty koherence mapy (Meulemans, Sondag, Speckmann 2021)

### 2.3.4 Metriky pro hodnocení map

Pro hodnocení výsledných map a posouzení správného fungování algoritmu je nutné exaktněji kvantifikovat obecné aspekty koherence map popsané v předchozí kapitole. Za tímto účelem jsou stanoveny metriky, podle kterých se budou vytvořené anamorfózy hodnotit.

#### Tvar

Wongsuphasawat (2016) nehodnotí tvarovou podobnost výsledné anamorfózy původní mapě číselnou metrikou, ale pouze subjektivním hodnocením ano/ne. Tvrdí, že to napomáhá čtenáři jen při prvním pohledu určit, že se jedná o mapu daného geografického celku, ale nemá vliv na další interpretaci mapy.

McNeill a Hale (2017) neposuzují tvar, ale hrubost (*roughness*) výsledné mapy. Ta je založena na počtu hran, které spolu dlaždice sdílí. Obecně platí, že menší počet sdílených hran odpovídá hrubší mapě, přičemž cílem je dosáhnout mapy s co nejmenší hrubostí. Výhodou této metriky je penalizace děr v mapě, nevýhodou pak to, že podlouhlé hraniční tvary jsou více penalizovány než kompaktní tvary. Metrika je definována vzorcem:

$$q_{rough} = \frac{nR - m - P(n, R)}{P(n, R)},$$

kde  $n$  odpovídá počtu hran jedné dlaždice,  $R$  počtu všech dlaždic a  $m$  počtu sdílených hran.  $P(n,R)$  je dáno vztahem  $2\sqrt{\pi a_n R}$ , což odpovídá nejmenšímu možnému poloměru kruhu se stejnou rozlohou jako dlaždicová mapa ( $a_n$  je plocha jedné dlaždice).

Meulemans a kol. (2017) se snaží obdobně jako Wongsuphasawat (2016) zachytit první dojem z mapy, avšak pomocí kvantifikovatelné metriky. K tomu využívá překrytí vytvořených dlaždic přes původní mapu. Metrika pracuje s předpokladem, že při menším počtu dlaždic, kdy nedochází k překrytí celé původní mapy, jsou dlaždice rozmístěny tak, aby zachytily celkový tvar původní mapy. Naopak při velkém množství dlaždic, kdy je překryta celá původní mapa, je žádoucí, aby se dlaždice ležící mimo původní mapu nacházely co nejbližší dlaždicím mapu překrývající a docházelo tak k minimální změně původního tvaru.

### Vzájemná poloha

Změnu ve vzájemné poloze regionů lze hodnotit pomocí odchylky od úhlu mezi centroidy dvojice regionů v původní mapě a ve výsledné anamorfóze. Měřit tyto odchylky je možné mezi všemi regiony, častěji však jen mezi dvojicemi sousedních regionů (McNeill, Hale 2017; Meulemans a kol. 2017).

Wongsuphasawat (2016) hodnotí vzájemnou polohu regionů pomocí metriky *misdirection*. Pro každé dva sousední regiony spočítá odchylku od úhlu mezi centroidy v původní mapě, a pokud je větší než 45 stupňů, tak je označena jako *misdirection*. Výsledná hodnota dané metriky pro každý region je pak určena jako podíl jeho *misdirections* a počtu sousedících regionů.

Vzájemnou polohu regionů lze dále hodnotit i pomocí takzvané *compass direction*, která počítá inverze podél x-ové a y-ové osy mezi dvojicí regionů (Meulemans a kol. 2017; Eppstein a kol. 2015). Ty jsou definovány souřadnicemi jejich centroidů v původní mapě  $C1$  a  $C2$  a jejich obrazy ve výsledné anamorfóze  $C1'$  a  $C2'$ . K prohození souřadnice  $x$  ( $x$ -*inversion*) dojde v případě, kdy pro x-ové souřadnice platí, že  $C1 > C2$  a zároveň  $C1' < C2'$  a nebo  $C1 < C2$  a zároveň  $C1' > C2'$ . Obdobně je definována i  $y$ -*inversion*. Meulemans a kol. (2017) s jejich využitím definuje funkci *ortho*, která měří počet porušení ortogonálního řádu a vrací hodnotu 0, pokud je severojižní i východozápadní směr zachován, hodnotu 1, pokud je porušen jeden z nich (dojde k  $x$ -*inversion* nebo  $y$ -*inversion*) a hodnotu 2, pokud jsou porušeny oba dva. Výsledná metrika pro každý region je pak určena jako průměr z výsledků *ortho* pro všechny jeho sousedy. Meulemans a kol. (2017) tak pracuje s počty inverzí, kdežto Eppstein a kol. (2015) počítá pouze páry regionů, u nichž došlo k nějaké inverzi.

## Vzdálenost mezi regiony

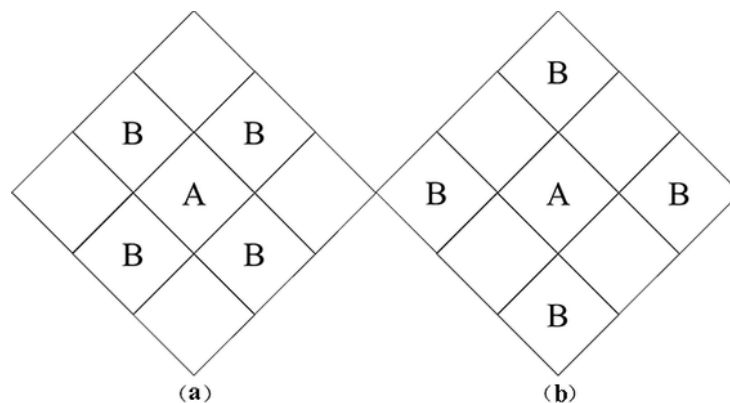
Změnu ve vzájemné poloze regionů lze hodnotit i pomocí průměrné vzdálenosti mezi centroidy regionů v původní mapě a jejich obrazy ve výsledné anamorfóze (Eppstein a kol. 2015; McNeill, Hale 2017; Meulemans a kol. 2017). Další možností je měřit průměrný rozdíl vzdálenosti mezi páry všech nebo jen sousedních regionů v originále a ve výsledné anamorfóze (Meulemans a kol. 2017).

Změna směru a například zrcadlové převrácení mapy se ve výpočtu vzdálenosti neprojeví, Meulemans a kol. (2017) proto ještě navíc kombinuje právě vzdálenost a směr do jedné další metriky, která je založena na výpočtu vektorů.

## Sousedství

McNeill a Hale (2017) hodnotí zachování sousedství regionů na základě průměrného podílu chybějících sousedů pro každý region. Dlaždice spolu sousedí v případě, kdy sdílejí hranu nebo roh a metrika nabývá hodnot od 0 do 1.

Meulemans a kol. (2017) pracuje se čtvercovými dlaždicemi a sousedství definuje na základě možnosti pohybu šachových figur. Pro věž to jsou čtyři sousedé v horizontálním a vertikálním směru (*rook's adjacency*), pro střelce pak čtyři sousedé na diagonálách (*bishop's adjacency*) (obr. 24).



Obr. 24 – Příklad *rook's adjacency* (a) a *bishop's adjacency* (b) (Zhang, Mao 2021)

Na začátku dojde k vytvoření sad  $R$  a  $B$ , které obsahují páry dlaždic podle *rook's adjacency* a *bishop's adjacency*. Primárně je zjišťováno, které dlaždice by spolu měly sousedit, ale nesousedí. Funkce *split* vrací hodnotu 0, pokud se pár dlaždic odpovídající sousedním regionům v původní mapě nachází v  $R$ , hodnotu 0,3, pokud je pár v  $B$  a v ostatních případech hodnotu 1. Hodnota *split neighbors* je pak určena jako průměr ze *split* pro všechny dlaždice.

Funkce *false* pak určuje nepravé sousedy a vrací hodnotu 0, pokud spolu sousedí původní polygony, ke kterým dlaždice náleží, hodnotu 0,3, pokud pár dlaždic leží v *B* a hodnotu 1 v ostatních případech. Hodnota *false neighbors* je pak určena jako průměr z *false* pro všechny dlaždice. *Bishop's adjacency* má váhu 30 %, protože je vizuálně méně významná než *rook's adjacency*. Výsledná metrika je pak určena jako:

$$2 * split\ neighbors + false\ neighbors$$

Metriky používané Wongsuphasawatem (2016) vychází z podobného principu. Sousedící pár regionů ve výsledné anamorfóze je označen jako platný v případě, kdy spolu regiony sousedí i v původní mapě. Metrika *recall* je pak určena jako podíl počtu platných párů sousedních regionů a počtu sousedících párů v originální mapě, přičemž sousedství je bráno v potaz jak podle *rook's*, tak *bishop's adjacency*. Metrika *inaccuracy* je vypočtena jako podíl počtu neplatných párů a počtu sousedících párů v originální mapě, kdy za sousedy jsou brány pouze páry podle *rook's adjacency*.

### 2.3.5 Potřebná data

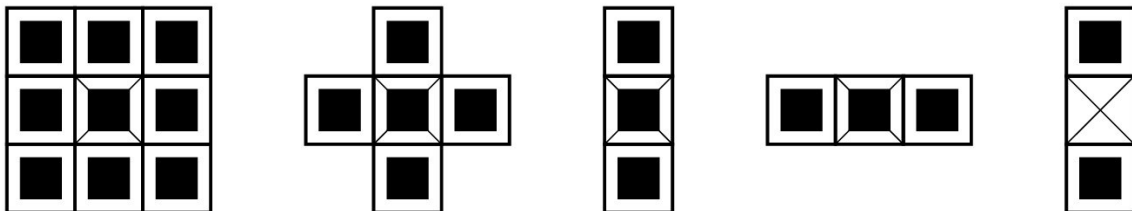
Pro testování navrženého algoritmu pro tvorbu mozaikové anamorfózy jsou potřeba prostorová data členěná do jednotlivých územních jednotek. Každé takové jednotce musí být přiřazena hodnota vybrané kvantitativní proměnné, na jejímž základě se bude převádět územní jednotka na mozaiku vybraného geometrického tvaru. Data pak mohou obsahovat další kvantitativní či kvalitativní informace, které je možné v mapě vyjádřit pomocí barvy či rastru. Zároveň se musí jednat o souvislé území, tedy o sousedící územní jednotky, mezi kterými nedochází ke vzniku mezer. Pro nesouvislá data by pak bylo nutné vytvořit anamorfózu pro každou souvislou část zvlášť a ty následně umístit vedle sebe (Cano a kol. 2015; Meulemans, Sondag, Speckmann 2021).

## 2.4 Další potřebné teoretické základy

Následující kapitola je věnována dalšímu teoretickému aparátu, který byl v praktické části práce využit. Jde o matematickou morfologii a objektově orientované programování, které byly využity pro dílčí části algoritmu pro tvorbu mozaikové anamorfózy, resp. jeho experimentální implementaci.

### 2.4.1 Matematická morfologie

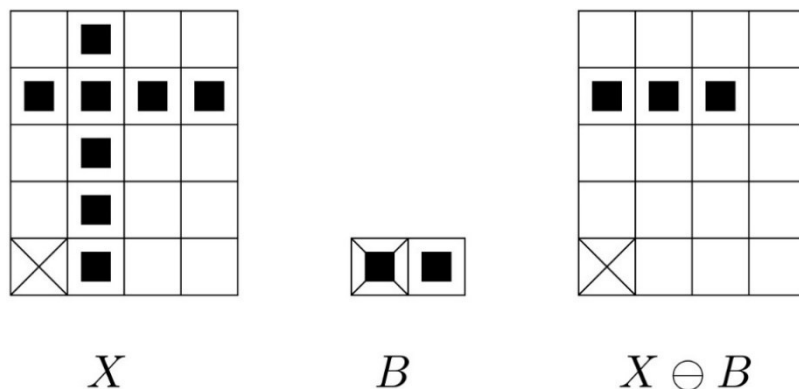
Matematická morfologie a jí definované morfologické filtry se používají v digitálním zpracování obrazů. U binárního obrazu nabývá každý pixel jedné ze dvou možných hodnot. Hodnota 1 představuje pixel náležící objektu a v uvedených příkladech je označen černým čtverečkem. Hodnota 0 pak vyjadřuje pixel pozadí a v příkladech je vyjádřen prázdným čtverečkem. Cílem morfologických filtrů je extrahovat z obrazu jeho topologické nebo geometrické charakteristiky. K tomu slouží pomocný binární obraz, tzv. strukturní element, který se během zpracování přikládá na jednotlivé pixely obrazu. Strukturní element je vždy vztažen k lokálnímu počátku, který je v ukázkách označen křížkem (Goutsias, Heijmans 2000; Sojka, Gaura, Krumnikl 2011; Hlaváč 2022). Na obrázku 25 jsou uvedeny některé možné podoby strukturního elementu.



Obr. 25 – Příklady binárního strukturního elementu (Hlaváč 2022)

### Eroze

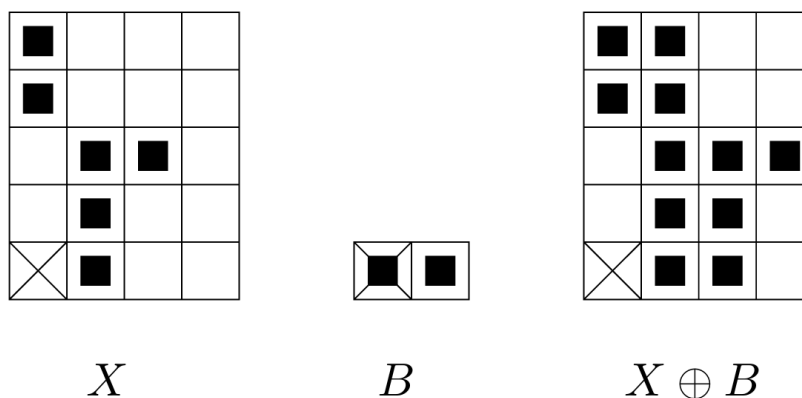
Erozi binárního obrazu  $X$  strukturním elementem  $B$ , při které vznikne opět binární obraz  $E$ , lze vyjádřit vztahem  $E = X \ominus B = \{(x, y) | B_{x,y} \subseteq X\}$ .  $B_{x,y}$  představuje strukturní element, jehož lokální počátek je umístěn do bodu  $(x, y)$ . Aby byla ve výsledném obrazu  $E$  na souřadnicích  $(x, y)$  hodnota 1, musí být v původním obrazu  $X$  hodnota 1 na všech místech, kde je hodnota 1 i ve strukturním elementu  $B_{x,y}$ . V ostatních případech je v obraze  $E$  v daném pixelu hodnota 0. Eroze obrazu vede ke zjednodušení jeho struktury a k odstranění objektů, které jsou menší než strukturní element (Sojka, Gaura, Krumnikl 2011; Hlaváč 2022). Příklad aplikace operátoru eroze je na obrázku 26.



Obr. 26 – Příklad eroze binárního obrazu (Hlaváč 2022)

### Dilatace

Dilataci binárního obrazu  $X$  strukturním elementem  $B$  lze vyjádřit vzorcem  $E = X \oplus B = \{(x, y) | B_{x,y} \cap X \neq \emptyset\}$ . Při dilataci jsou hodnotou 1 označeny všechny pixely výsledného obrazu  $E$ , pro které nabývá hodnoty 1 i odpovídající pixel strukturního elementu  $B_{x,y}$ , ale pouze v případě, kdy je na pozici lokálního počátku  $B_{x,y}$  v původním obraze  $X$  také hodnota 1. Dilatací dojde ke zvětšení původního objektu a k zaplnění úzkých zálivů a malých děr v objektech (Sojka, Gaura, Krumnikl 2011; Hlaváč 2022). Příklad aplikace dilatace je na obrázku 27.



Obr. 27 – Příklad dilatace binárního obrazu (Hlaváč 2022)

### Otevření

Binární otevření je definováno jako eroze následovaná dilatací a lze ji vyjádřit vztahem  $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$ . Vlivem otevření tak dochází k odstranění malých a tenkých objektů a dále k rozdělení objektů v místech, kde jsou příliš tenké (Sojka, Gaura, Krumnikl 2011; Hlaváč 2022).



## Uzavření

Binární uzavření je definováno jako dilatace následovaná erozí a lze ji vyjádřit vztahem  $X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$ . Uzavření má za následek zaplnění malých a tenkých děr v objektech a dále spojuje objekty, které se nacházejí blízko u sebe (Sojka, Gaura, Krumnikl 2011; Hlaváč 2022).

V některých případech zpracování obrazu může být přínosné použít více otevření či uzavření po sobě. Otevření a uzavření je také možné docílit použitím většího počtu erozí a stejného počtu dilatací (Sojka, Gaura, Krumnikl 2011).

### 2.4.2 Objektově orientované programování

Protože implementace navrženého algoritmu využívá principy objektově orientovaného programování a při jejím popisu se s některými pojmy z této oblasti operuje, byl do teoretické části práce zařazen i následující stručný přehled týkající se objektově orientovaného programování (OOP). OOP vytváří systém skládající se z objektů, které v typickém případě představují objekty reálného světa. Na rozdíl od klasických metod, které modularizují pouze zpracování dat, modularizuje OOP jak zpracování objektů, tak informací o nich. Objekty OOP se skládají z datových struktur a metod a jsou uskupené v třídách. Komunikace s objekty pak probíhá prostřednictvím rozhraní objektu, přes které přijímá zprávy, pomocí kterých se volají metody objektu (Virus 2004).

#### Třída

Třída představuje abstrakci vlastností, které jsou společné třídě objektů reálného světa. Objekty OOP jsou pak instancemi dané třídy. Základní vlastností třídy je zapouzdření, které označuje, že pro objekty jsou datové struktury definovány společně s metodami a že některé struktury mohou být soukromé. To znamená, že k nim kromě metod třídy nemají přístup jiné části programu. Další vlastností je dědičnost, která umožňuje od jedné třídy (předek) odvodit jednoduše třídu další (potomek). Potomek pak obsahuje stejné datové struktury a metody jako předek, ale obvykle bývá rozšířen o další, čímž se specifikují další vlastnosti potomka. Třetí vlastností je polymorfismus, který zajišťuje, že jednu zprávu je možné poslat instancím různých tříd, které ale většinou patří do stejné dědičné hierarchie. Pro třídu bývá dále definován protokol, který představuje popis zpráv, které může třída přijmout, společně s popisem jejich odezev (Virus 2004).

## **Datové struktury**

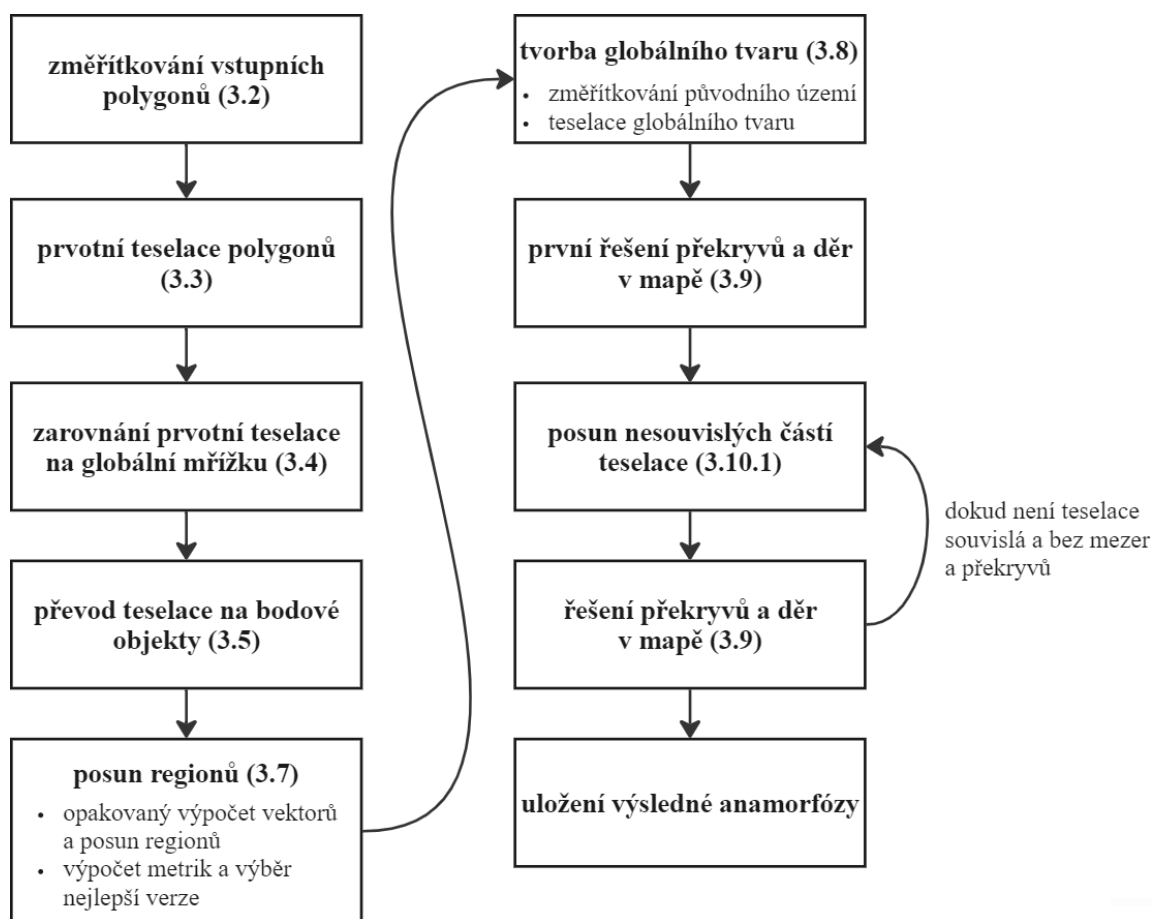
Datové struktury, nazývané též atributy, představují vlastnosti objektů, a dále se dělí na atributy třídy a atributy instancí. Atributy třídy vyjadřují společné vlastnosti všech instancí a pro každou třídu existují pouze jednou. Atributy instancí pak odpovídají individuálním vlastnostem jednotlivých instancí a pro každý objekt mohou nabývat jiných hodnot (Virus 2004).

## **Metody**

Metody představují funkce, procedury a operátory, které umožňují práci s objekty. Metody třídy jsou vázány na třídu jako celek a nepracují s žádným konkrétním objektem. Pracují pouze s atributy třídy a je možné je volat i ve chvíli, kdy neexistuje žádná instance třídy. Příkladem je metoda sloužící k vytvoření nového objektu, která je adresována třídě jako celku. Metody instancí jsou pak volány pro konkrétní objekty a pracují s atributy jednotlivých instancí, ale využít mohou i atributy třídy (Virus 2004).

### 3. Tvorba mozaikové anamorfózy

Tato kapitola je věnována popisu návrhu a implementace algoritmu pro tvorbu mozaikové anamorfózy. Nejprve jsou popsány použité tvary dlaždic a následně jednotlivé fáze algoritmu. Navržený algoritmus by měl fungovat na libovolný typ stejně velikých dlaždic, které umožňují tvorbu pravidelné rovinné teselace. Vstupem algoritmu je polygonová vrstva územních jednotek s hodnotou kvantitativní proměnné na jejímž základě se upravuje velikost jednotlivých polygonů. Výstupem je pak finální mozaiková anamorfóza, ale i její různé verze vzniklé v průběhu algoritmu, ze kterých si uživatel může vybrat variantu, která nejlépe odpovídá jeho požadavkům a manuálně si ji upravit. Algoritmus je schematicky zachycen na obrázku 28 a jeho jednotlivé fáze jsou dále popsány jako samostatné podkapitoly.



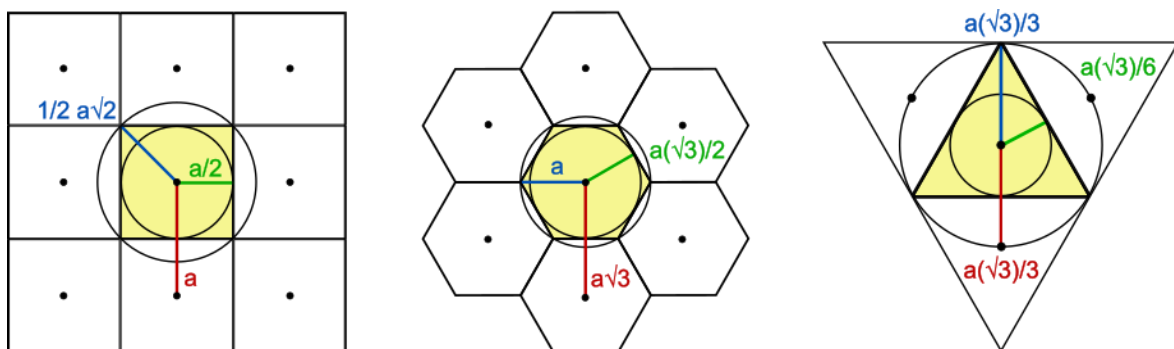
Obr. 28 – Schéma jednotlivých kroků algoritmu s odkazem na kapitoly s jejich popisem

### 3.1 Použité tvary dlaždic

Pro tvorbu mozaikové anamorfózy je v této práci využito pěti tvarů dlaždic, které představují jednoduché geometrické tvary. Dané tvary byly zvoleny na základě toho, že snadno vytvářejí pravidelné rovinné teselace a lze jednoduše určit jejich geometrické vlastnosti a vztahy mezi sousedními buňkami, se kterými je v algoritmu pracováno. Základními tvary jsou čtverec (*square*), šestiúhelník (*hexagon*) a trojúhelník (*triangle*). Ty jsou dále doplněny diamantem (*diamond*), který představuje kosočtverec, a natočeným šestiúhelníkem (*transverse hexagon*), který na rozdíl od základního šestiúhelníku nesměřuje dolů hranou, ale jedním z vrcholů. Tvorbu teselace pro zvolené tvary pak umožňuje funkce *Generate Tessellation* z knihovny ArcPy.

#### 3.1.1 Vlastnosti použitých dlaždic

Pro práci s dlaždicemi jsou definovány dvě jejich vlastnosti – poloměr a úhlopříčka, společně se vztahem mezi středy sousedních dlaždic. Poloměr dlaždice odpovídá pro všechny tvary poloměru kružnice vepsané a na obrázku 29 je zobrazen zelenou barvou. Úhlopříčka dlaždice je pak definována jako poloměr kružnice opsané a na obrázku 29 je zobrazena modrou barvou. Červená barva pak zobrazuje vzdálenost mezi středy sousedních dlaždic. Vztahy pro jednotlivé tvary a jejich vlastnosti vychází z teorie popsané v kapitole 2.1.2.



Obr. 29 – Vlastnosti použitých tvarů dlaždic

### 3.2 Změna velikosti vstupních polygonů

První fází algoritmu pro tvorbu mozaikové anamorfózy je zvětšení či zmenšení vstupních polygonů dle zvolené kvantitativní proměnné a převodního vztahu, který určuje hodnotu proměnné náležící jedné dlaždici. Tato fáze se skládá z následujících kroků:

1. Výpočet nové rozlohy polygonů
2. Změna velikosti polygonů
3. Uložení informací o vstupních regionech

### 3.2.1 Výpočet nové rozlohy polygonů

Nová rozloha každého polygonu je určena pomocí třech dílčích kroků.

#### Určení počtu dlaždic pro každý polygon

Pro každý vstupní polygon je načtena hodnota zvolené kvantitativní proměnné a ta je následně vydělena hodnotou jedné dlaždice (např. jedna dlaždice odpovídá 100 obyvatelům). Zaokrouhlením výsledku na celé číslo je určen počet dlaždic příslušící danému polygonu. Pokud by výsledek vycházel méně než jedna, tak se polygonu přidělí právě jedna dlaždice, aby nezmizel z výsledné mapy.

#### Stanovení rozlohy jedné dlaždice

Pro určení rozlohy jedné dlaždice je nalezen polygon, jehož hodnota mapované proměnné se nejvíce blíží průměru za všechny polygony. Tento průměrný polygon si zachová svoji plochu v použitém kartografickém zobrazení/souřadnicovém systému. Polygony s vyšší hodnotou proměnné se pak zvětší, polygony s nižší hodnotou naopak zmenší. Rozloha jedné dlaždice je následně vypočtena jako podíl rozlohy průměrného polygonu a jeho počtu dlaždic.

#### Výpočet nové rozlohy polygonů

Posledním krokem je výpočet nové rozlohy každého polygonu. Pro každý polygon je nejprve určena jeho rozloha a délka jeho hranice, která je potřebná pro určení vah při posouvání regionů v dalších fázích algoritmu (viz dále v kapitole 3.7.2) Nová rozloha je pak určena jako součin počtu dlaždic daného regionu a rozlohy jedné dlaždice. Současně je určen i poměr mezi nově vypočtenou a původní rozlohou  $A_r$ , který slouží jako škálovací parametr v dalších krocích.

### 3.2.2 Změna velikosti polygonů

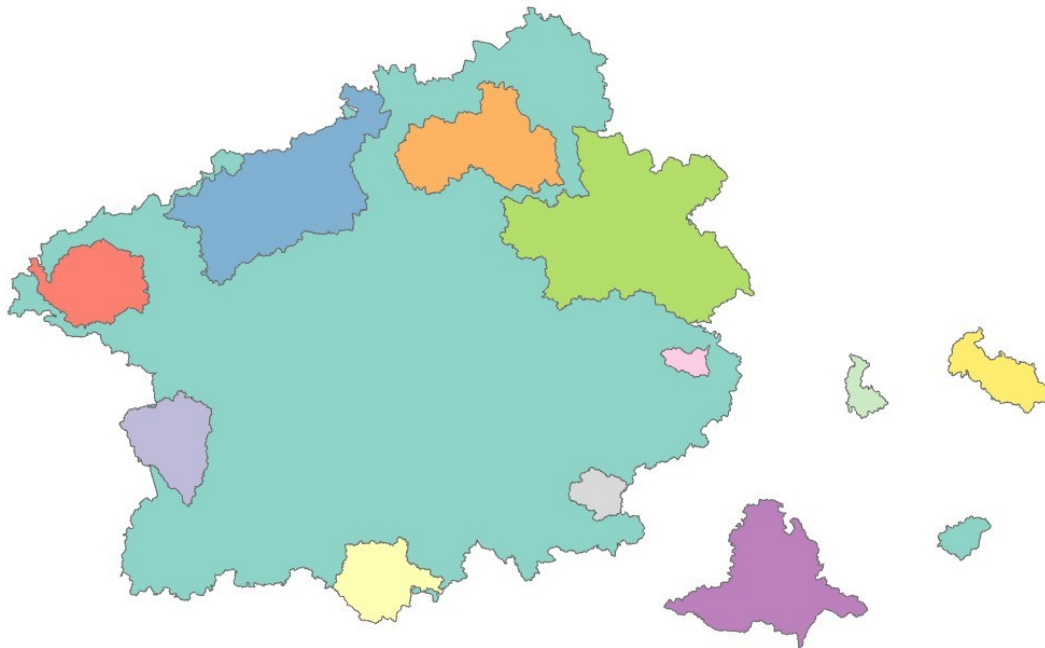
V tomto kroku dochází ke zvětšení či zmenšení vstupních polygonů. Nejprve jsou nalezeny a uloženy souřadnice geometrického středu (dále jen centroid) polygonu  $(X_c, Y_c)$ . Následně se postupně procházejí všechny vrcholy polygonu a dochází k výpočtu vektoru mezi vrcholem a centroidem polygonu  $(\vec{v}_x, \vec{v}_y)$ . Vektor je vynásoben odmocninou ze škálovacího parametru  $A_r$  pro daný region a přičtením výsledku k souřadnicím centroidu jsou určeny nové souřadnice daného vrcholu  $(X_n, Y_n)$ .

Výpočet nových souřadnic lze zapsat pomocí následujících vztahů:

$$X_n = X_c + \vec{v}_x \cdot \sqrt{A_r},$$

$$Y_n = Y_c + \vec{v}_y \cdot \sqrt{A_r}.$$

Vynásobením vektorů je zajištěno, že relativní poloha vrcholů vůči centroidu zůstane zachována, dojde pouze k jejich oddálení či přiblížení, a tím k celkovému zvětšení nebo zmenšení polygonu. Prakticky dochází na nově vypočtených souřadnicích vrcholu k vytvoření a uložení nového bodu. Ze všech bodů příslušících jednomu polygonu je vytvořen nový polygon a tím je nahrazena geometrie původního regionu. Ukázka zvětšení a zmenšení polygonů pro kraje Česka na základě počtu turistů z Dánska, kteří navštívili v roce 2019 daný kraj, a převodního vztahu 1 dlaždice = 100 osob je na obrázku 30.



Obr. 30 – Upravená velikost polygonů na základě počtu dánských turistů v kraji a převodu 1 dlaždice = 100 osob

### 3.2.3 Uložení informací o vstupních regionech

Pro další práci jsou dále uloženy některé informace o vstupních regionech a vztahy mezi nimi.

#### Slovník původních regionů

Pro další fáze algoritmu je nutné pro každý vstupní region udržovat informace o souřadnicích jeho centroidu, počtu dlaždic a délce hranice polygonu. Informace jsou uloženy do slovníku, kde je klíč tvořen identifikátorem regionu (FID).

## Sousedství regionů

Pro další práci je důležitá i informace, které regiony spolu v původních datech sousedí. Dochází tak k vytvoření tabulky, která obsahuje dvojice identifikátorů všech sousedních regionů (funkce *Polygon Neighbors* z knihovny ArcPy). Následně se prochází záznamy v tabulce sousedů a jednotlivé dvojice identifikátorů jsou přidány do seznamu sousednosti regionů.

## Délky hranic regionů

Obdobně jako v předchozím kroku jsou získány informace o sousedících polygonech, tentokrát ale i s délkou jejich společné hranice. Pro každou dvojici sousedních regionů je pak udržována délka jejich společné hranice. To je implementováno pomocí slovníku, kde klíče tvoří dvojice identifikátorů sousedících polygonů a hodnoty pak délky hranic.

## 3.3 Prvotní teselace polygonů

Ve druhé fázi algoritmu dochází k převedení vstupních polygonů s upravenou rozlohou na prvotní teselaci, kde je každý region tvořen určeným počtem dlaždic dané rozlohy. Tato fáze se skládá z následujících kroků:

1. Samostatná teselace každého polygonu
2. Sloučení dílčích teselací

### 3.3.1 Samostatná teselace každého polygonu

V tomto kroku dochází k postupnému procházení jednotlivých polygonů a jejich teselace je zajištěna pomocí dvou dílčích kroků.

#### Tvorba pravidelné mřížky nad polygonem

Nejprve je vybrána geometrie aktuálního polygonu a nad ní dochází k vytvoření pravidelné mřížky, která je tvořena dlaždicemi vybraného tvaru a vypočtené rozlohy. To prakticky zajišťuje funkce *Generate Tessellation* z knihovny ArcPy. Vytvořené teselaci je následně přidán atribut obsahující identifikátor vstupního polygonu (FID).

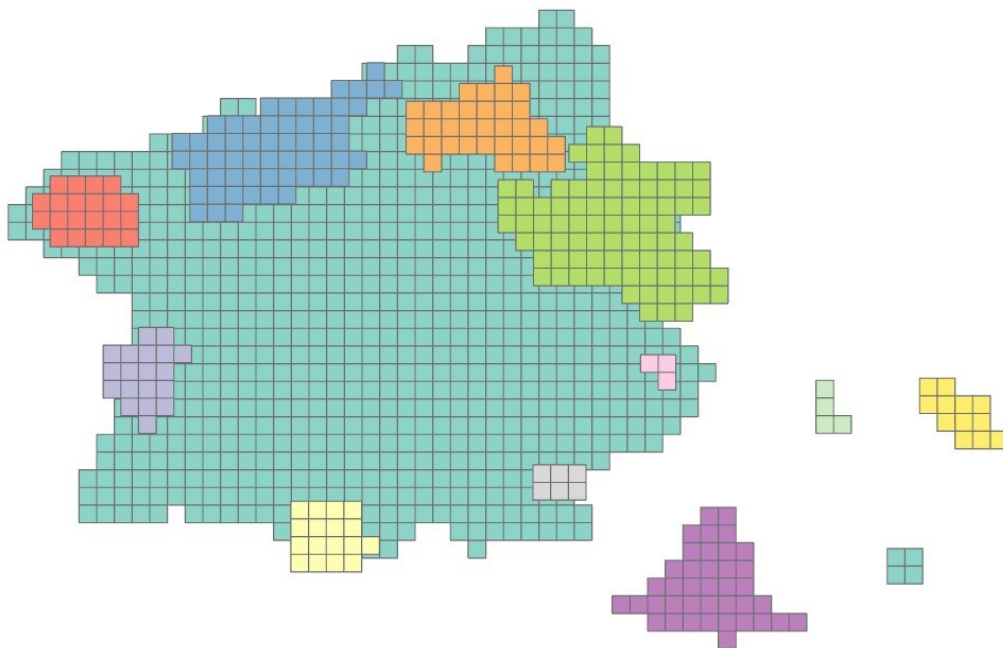
#### Výběr dlaždic teselace

Pro každou dlaždici teselace konkrétního zpracovávaného polygonu je dále určeno, z kolika procent překrývá původní polygon (ArcPy funkce *Tabulate Intersection*). Výsledná tabulka, obsahující hodnotu pro každou dlaždici, je následně sestupně seříděna dle procenta překrytu.

Poté se procházejí záznamy v setříděné tabulce a dokud není dosaženo počtu dlaždic, který odpovídá příslušnému polygonu, dochází k uložení identifikátoru aktuální dlaždice do seznamu. Po načtení příslušného počtu dlaždic je pomocí uložených identifikátorů vybrána jejich geometrie a zvolené dlaždice jsou uloženy do nové vrstvy. Tímto krokem je zajištěno, že příslušný region tvoří přesný počet dlaždic, který byl určen v první fázi algoritmu, a že se navíc jedná o dlaždice, které nejvíce překrývají původní polygon. Smyslem tohoto postupu je snaha o co největší zachování tvaru polygonu.

### 3.3.2 Sloučení dílčích teselací

Po vytvoření dílčí teselace pro každý vstupní region jsou všechny teselace sloučeny do jedné vrstvy. Výsledná teselace tak obsahuje jednotlivé dlaždice všech regionů, u kterých je pomocí atributu rozlišena příslušnost k jednotlivým regionům. Ukázka výsledku prvotní teselace vstupních polygonů je na obrázku 31.



Obr. 31 – Prvotní teselace vstupních polygonů se čtvercovými dlaždicemi

### 3.4 Zarovnání prvotní teselace na globální mřížku

Samostatnou tvorbou dílčích teselací je zajištěno co největší zachování tvaru původních polygonů, ale po sloučení do jedné vrstvy na sebe jednotlivé dlaždice přesně nenasazují a různě se překrývají. Třetí fáze algoritmu tak zajišťuje jejich zarovnání na globální mřížku a skládá se z následujících kroků:



1. Vytvoření globální mřížky
2. Zarovnání teselace na globální mřížku

### 3.4.1 Vytvoření globální mřížky

Globální mřížka je tvořena pomocí třech dílčích kroků.

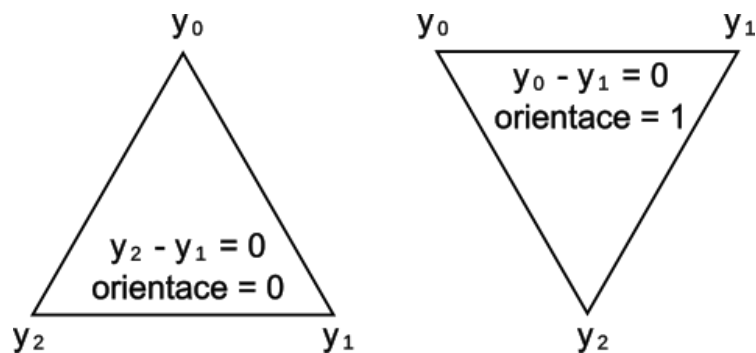
#### Určení rozsahu globální mřížky a její tvorba

Globální mřížka musí být tak velká, aby vzniknul dostatečný prostor pro následný posun regionů. Původně bylo zamýšleno, že horizontální rozměr mřížky bude odpovídat součtu šířek všech regionů a obdobně vertikální rozměr součtu výšek všech regionů. To se ale ukázalo z výpočetního hlediska jako příliš náročné, a tak byl zvolen menší rozměr mřížky.

Pro celou teselaci je nalezen minimální ohraničující obdélník (MOO) a souřadnice jeho vrcholů. K souřadnicím vrcholů je následně v příslušných směrech připočtena či odečtena polovina rozměru MOO tak, aby vzniknul obdélník, který bude ve všech směrech o polovinu větší než MOO. V tomto rozsahu je pak vytvořena mřížka se stejnou velikostí dlaždice jako teselace (ArcPy funkce *Generate Tessellation*).

#### Určení orientace trojúhelníkových dlaždic

U ostatních tvarů dlaždic je tento krok vynechán, ale pro trojúhelníky je nutné určit jejich orientaci. Do vrstvy globální mřížky je tak přidán atribut, který určuje orientaci každé dlaždice. Orientace dlaždice je určena na základě rozdílu y-ových souřadnic trojúhelníků (viz obr. 32). Trojúhelníky směřující vrcholem nahoru jsou označeny orientací 0 a platí pro ně, že rozdíl třetí a druhé souřadnice je nulový. Trojúhelníky směřující vrcholem dolů jsou pak označeny orientací 1 a pro ně platí, že nulový je rozdíl první a druhé souřadnice. Obdobně je určena orientace i pro dlaždice teselace.



Obr. 32 – Určení orientace trojúhelníků

## **Převod globální mřížky na body**

Na závěr dochází k převedení globální mřížky na bodovou vrstvu a to tak, že pro každou dlaždicí je vytvořen bod v jejím těžišti. Následně je vytvořen seznam bodů globální mřížky, kam je uložena geometrie každého bodu. Pro trojúhelníkovou mřížku je společně s geometrií uložena i informace o orientaci dané dlaždice.

### **3.4.2 Zarovnání teselace na globální mřížku**

Následné zarovnání teselace na globální mřížku je zajištěno pomocí dvou dílčích kroků.

#### **Určení nejbližšího bodu globální mřížky**

Dlaždicová vrstva teselace je převedena na bodovou vrstvu a ke každému bodu teselace je nalezen jeho nejbližší bod globální mřížky. Souřadnice nejbližšího bodu jsou uloženy do nových atributů. Toto je prakticky zajištěno funkcí *Near* z knihovny ArcPy. U trojúhelníkových dlaždic je nutné tento krok rozdělit na dvě části a vytvořit výběr bodů teselace a mřížky se stejnou orientací a nejbližší body hledat jen mezi nimi.

#### **Zarovnání teselace na globální mřížku**

Následně se postupně procházejí jednotlivé body teselace a jejich geometrie je upravena tak, že jsou jejich souřadnice změněny na souřadnice nejbližšího bodu globální mřížky, čímž se posunou na jejich pozici. Pro každý bod je dále vytvořen klíč představovaný dvojicí jeho nových souřadnic zaokrouhlených na tři desetinná místa. Tento klíč je uložen do slovníku bodů teselace společně s FID regionu, kterému bod náleží. Pokud se upravuje bod, jehož klíč již ve slovníku existuje, je k danému klíči pouze přidán další FID. Tím je zajištěno, že pro každou pozici mřížky existuje pouze jeden záznam a pokud se v daném místě překrývají dlaždice více regionů, je to zaznamenáno pomocí vícero FID daného záznamu.

## **3.5 Převod teselace na bodové objekty**

Po zarovnání teselace na globální mřížku je dalším krokem její převod na vytvořenou třídu objektově orientovaného programování *PointGrid*. Převod teselace na abstraktní třídu bodových objektů byl zvolen pro možnost efektivnější a rychlejší práce, než kdyby bylo s jednotlivými dlaždicemi stále pracováno na úrovni prostorových bodů nebo polygonů. Za tímto účelem byla navržena datová struktura objektů a metody umožňující práci s nimi, které jsou detailně popsány v příloze 2.

### **3.5.1 Reprezentace teselace pomocí bodových objektů**

V navržené třídě představuje každý objekt jednu pozici globální mřížky, na které se nachází dlaždice jednoho či více regionů. Příslušnost k regionům je rozlišena pomocí jejich identifikátorů FID, které jsou uloženy v seznamu v datové struktuře objektu. Pro každý objekt je dále udržována informace o jeho souřadnicích, orientaci a sousedech. Ti jsou uloženi v seznamu pomocí odkazů na jiné bodové objekty, které s daným objektem sousedí. Pokud se počet sousedů rovná počtu hran dlaždice, jedná se o vnitřní dlaždici, která je ze všech stran obklopena jinými dlaždicemi. Této vlastnosti se využívá v pozdějších fázích algoritmu při řešení překryvů a děr v mapě.

Navržené metody pak umožňují získat informace o vlastnostech objektů, nastavit objektu nového souseda, přidat či smazat informaci o příslušnosti objektu k jednotlivým regionům. Dále je možné zkontrolovat, zda se jedná o vnitřní dlaždici, vypočítat souřadnice, na kterých by se měly nacházet sousedé objektu, a seznam sousedů případně aktualizovat či úplně vymazat. Jedna z navržených metod pak také umožňuje převedení objektu zpět do podoby dlaždice, a to tím způsobem, že se vypočítají souřadnice vrcholů dlaždice a z nich se vytvoří polygon.

### **3.5.2 Převod teselace na reprezentaci pomocí bodových objektů**

Pro převod teselace na bodové objekty se prochází seznam bodů globální mřížky a pokud na jeho souřadnicích existuje bod ve slovníku bodů teselace, načte se jeho příslušný seznam FID, pro trojúhelníky navíc i orientace. Následně dochází k inicializaci bodového objektu a jeho uložení do slovníku bodových objektů teselace s klíčem tvořeným dvojicí jeho zaokrouhlených souřadnic. Použití souřadnic jako klíčů bylo zvoleno za účelem rychlého vyhledávání jednotlivých objektů a práce s nimi. Příkladem operace využívající přístup k objektům přes jejich souřadnice je nastavení sousedních objektů, které následuje po jejich vytvoření. Pro každý bodový objekt jsou určeny souřadnice, na kterých by s ohledem na tvar a velikost dlaždic měly ležet jeho sousedé. Přes vypočítané souřadnice je následně zkontrolováno, zda na dané pozici existuje bodový objekt teselace, a pokud ano, je zkoumanému objektu nastaven jako soused.

## 3.6 Metriky pro hodnocení map

Pro další fáze algoritmu je nutné exaktně definovat metriky, které hodnotí vytvořené verze anamorfózy a ze kterých vycházejí další úpravy. V této kapitole jsou nejprve představeny definice jednotlivých metrik, dále třída *MapScore* navržená pro práci s metrikami a určení celkového skóre mapy a poslední část je věnována ukázkám hodnot metrik pro různé verze anamorfóz.

### 3.6.1 Definice metrik

Pro hodnocení map je definováno šest metrik, jejichž princip vychází z teorie popsané v kapitole 2.3.4.

#### Zachování sousedství

Metrika pro hodnocení sousedství regionů má jako vstupní parametry seznam sousedů v původní mapě a slovník bodových objektů teselace. Nejprve se vytvoří seznam dvojic všech regionů, které spolu sousedí ve výsledné mapě. Porovnáním se seznamem původních sousedů je pak určen počet pravých, nepravých a chybějících sousedů. Práví sousedé jsou ti, kteří spolu sousedí v původní i hodnocené mapě. Nepraví sousedé spolu sousedí v hodnocené, ale nikoliv v původní mapě. Chybějící sousedé jsou představováni dvojicemi regionů, které spolu sousedí v původní mapě, ale ne v hodnocené. Výstupem metriky je pak počet pravých, nepravých a chybějících sousedů a seznamy nepravých a chybějících sousedů.

#### Úhly mezi regiony

Úhlová metrika přejímá na vstupu seznam původních sousedů, slovník původních regionů a slovník bodových objektů teselace. V rámci metriky jsou vytvořeny dvě matice, do kterých se ukládají úhly mezi sousedy, jedna pro regiony v původní mapě a druhá pro regiony v hodnocené mapě. Úhly jsou počítány mezi centroidy regionů a pouze pro ty dvojice regionů, které spolu sousedí v původní mapě. Matice jsou od sebe následně odečteny a rozdíly úhlů jsou upraveny tak, aby byly v rozmezí 0 až 180 °. Rozdíly úhlů jsou dále znormovány tak, aby rozdíl 0 ° odpovídal hodnotě 0 a rozdíl 180 ° hodnotě 1. Výsledkem metriky je pak matice rozdílů úhlů, průměr ze znormované matice a slovník vypočtených centroidů regionů v hodnocené mapě.

## Překryvy v mapě

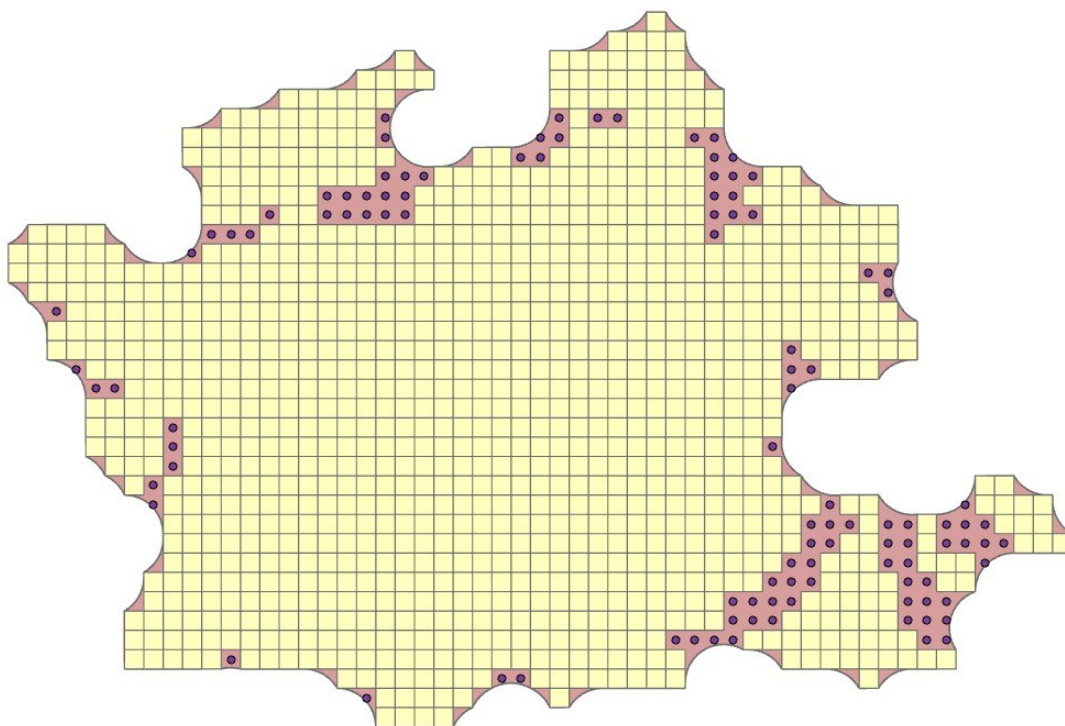
Metrika hodnotící počet překryvů v mapě má jako vstupní parametry slovník původních regionů a slovník konfliktních bodů. Ten udržuje u bodů mřížky, v jejichž místě dochází k překryvu více regionů, informaci o tom, kolik dlaždic se v daném místě překrývá. Metrika pak počítá celkový počet překryvů a dále tento počet vydělený celkovým počtem všech dlaždic teselace.

## Díry v mapě

Vstupními parametry pro metriku hodnotící díry v mapě jsou polygonová vrstva dlaždic, bodová vrstva globální mřížky a teselace, cesta pro uložení výsledného sloučeného polygonu a krok mřížky představovaný dvojnásobkem poloměru dlaždice. Cílem metriky je vytvořit souvislý polygon, který co nejtěsněji obklopuje výslednou teselaci a pomocí něj určit počet děr mezi dlaždicemi teselace. K tomu je využito principu morfologických filtrů popsaných v kapitole 2.4.1. Dilatace je představována funkcí *Buffer* o velikosti kroku mřížky a eroze funkcí *Buffer* se záporným krokem mřížky vynásobeným počtem dilatací.

Nejprve jsou všechny dlaždice sloučeny funkcí *Dissolve* do jedné polygonové vrstvy a poté dochází k opakované dilataci tak dlouho, dokud po sloučení nevznikne jeden celistvý polygon. Následně je na něj aplikována eroze, čímž zůstanou zaplněné díry mezi dlaždicemi, ale odstraní se venkovní přidané vrstvy. Poté je zkontrolováno, že i po erozi se polygon skládá pouze z jedné části a nemá vnitřní díry. Dokud nejsou tyto podmínky splněny, dochází k dalším opakovaným aplikacím jedné dilatace následované erozí na polygon s původními dilatacemi. Na závěr jsou vybrány body globální mřížky, které leží ve výsledném sloučeném polygonu, ale neodpovídají bodům teselace. Tyto vybrané body odpovídají díram v mapě.

Výsledkem metriky je počet děr, počet děr vůči počtu bodů mřížky ve sloučeném polygonu a zároveň dochází k uložení bodové vrstvy děr. Ukázka výsledného sloučeného polygonu a bodů děr je na obrázku 33. Z ukázky výsledku je patrné, že metrika vyhodnocuje jako díry jak vnitřní díry uprostřed regionů nebo bloky děr oddělující od sebe jednotlivé regiony, tak úzké zálivy na okrajích polygonů, které je při požadavku na co nejkompaktnější teselaci také potřeba odstranit.



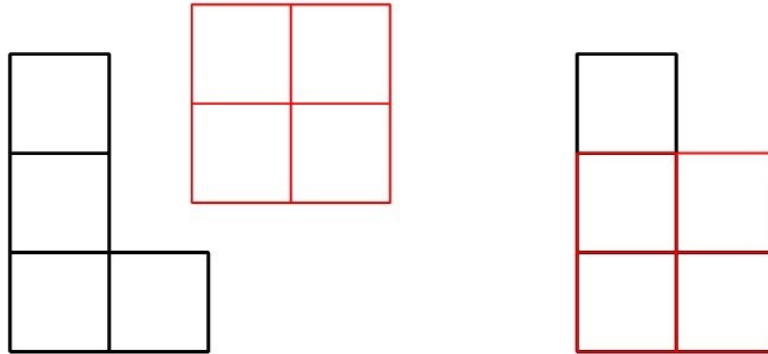
Obr. 33 – Dlaždice teselace se sloučeným polygonem a body děr

### Zachování tvaru regionů

Metrika hodnotící změnu tvaru jednotlivých regionů má jako vstupní parametry slovník původních regionů, slovník bodových objektů původních regionů, slovník bodových objektů nových regionů, poloměr a úhlopříčku dlaždice a její tvar. Pro vzájemné porovnání tvaru regionů v původní a nové mapě jsou středy všech regionů posunuty do bodu  $[0, 0]$  a souřadnice bodových objektů jsou znormovány na celé násobky kroku globální mřížky. Vzhledem k poloze středu v rámci jednotlivých variant uspořádání dlaždic mohou být po posunu středy nových dlaždic vůči středům původních dlaždic posunuty o polovinu kroku mřížky. V tomto případě jsou bodové objekty nových regionů dále posunuty tak, aby byly zarovnané vůči původním bodům.

Následně se procházejí objekty původních regionů a kontroluje se, zda se na jejich souřadnicích nachází objekt nového regionu. Takto se projdou i objekty nových regionů a pro každý region je uložena uspořádaná trojice s počtem objektů, které si svojí polohou odpovídají, počtem objektů, které jsou v původním regionu, ale ne v novém a počtem objektů, které jsou v novém regionu, ale ne v původním. Výsledkem metriky je daná matice pro každý region. Ukázka původního (černý) a nového (červený) regionu se změněným tvarem a jejich

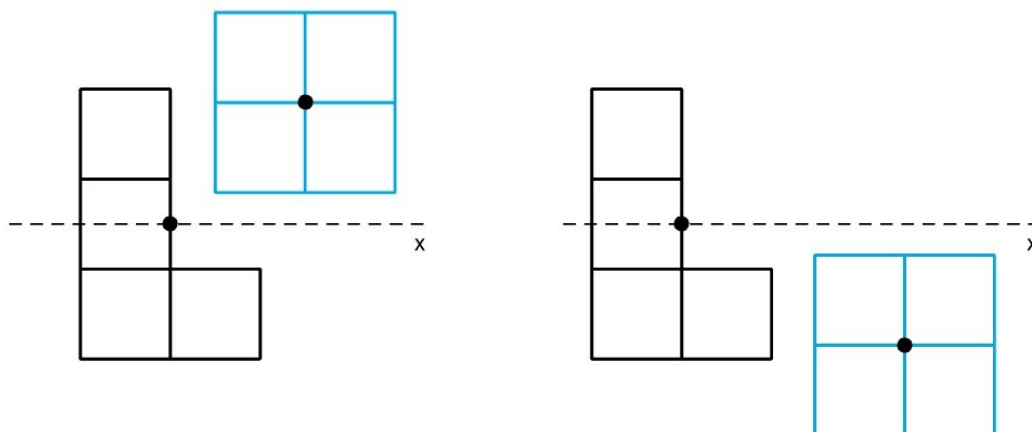
zarovnáním na sebe za účelem porovnání tvaru je na obrázku 34. Výsledná tvarová matice pro tento region by měla podobu [3, 1, 1].



Obr. 34 – Ukázka zarovnání regionů za účelem porovnání změny tvaru

### Relativní poloha regionů (*Compass direction*)

Tato metrika hodnotí relativní změnu ve vzájemné poloze regionů a vychází z metriky *compass direction*, popsané v kapitole 2.3.4. Metrika na vstupu přejímá slovník původních regionů a slovník bodových objektů posunutých regionů. Nejprve se vytvoří všechny kombinace dvojic regionů a pro jejich centroidy se porovnává změna vzájemné polohy. Ta může být narušena převrácením podél x-ové nebo y-ové osy a každé z nich je penalizováno hodnotou 0,5. Každá dvojice regionů je tak ohodnocena 0 při zachování vzájemné polohy, hodnotou 0,5 při jednom převrácení a hodnotou 1 při převrácení podél obou os. Výsledkem metriky je pak průměrná hodnota za všechny dvojice regionů. Ukázka změny ve vzájemné poloze regionů, při které došlo k převrácení podél osy x je na obrázku 35.



Obr. 35 – Původní (nalevo) a nová (napravo) poloha regionů s převrácením podél osy x

### 3.6.2 Třída *MapScore* a celkové hodnocení mapy

Pro práci s jednotlivými metrikami a pro určení celkového skóre mapy byla navržena třída objektově orientovaného programování *MapScore*, která je podrobně popsána v příloze 3. V ní každý objekt odpovídá hodnocení jedné verze anamorfózy. Celkové hodnocení mapy je pro jednoduché porovnání různých verzí dáno jedním číslem. Za tím účelem jsou výsledky jednotlivých metrik převedeny na skóre v rozmezí hodnot 0–1 s tím, že hodnota 0 představuje ideální stav a hodnota 1 nejhorší možné hodnocení. Výsledné skóre vzniká vynásobením dílčích skóre vahami a jejich součtem. Převod výsledků jednotlivých metrik na odpovídající skóre probíhá následujícím způsobem:

- zachování susedství – součet počtu nepravých a chybějících susedů vydělený počtem všech susedů v hodnocené mapě (podíl chybných susedství)
- úhly mezi regiony – průměrná hodnota znormovaných rozdílů úhlů mezi dvojicemi susedních regionů (výsledek metriky)
- překryvy v mapě – poměr překryvů v mapě (výsledek metriky)
- díry v mapě – poměr děr v mapě (výsledek metriky)
- zachování tvaru regionů – pro každý region je určen podíl dlaždic, které si odpovídají v původní i nové podobě regionu, ku celkovému počtu dlaždic regionu. Podíl je následně odečten od jedné, aby platilo, že hodnota 1 odpovídá nejhorší možné variantě. Tvarové skóre je pak dáno jako průměr výsledků za všechny regiony.
- relativní poloha regionů – průměrný počet narušení vzájemných relativních poloh dvojic regionů (výsledek metriky)

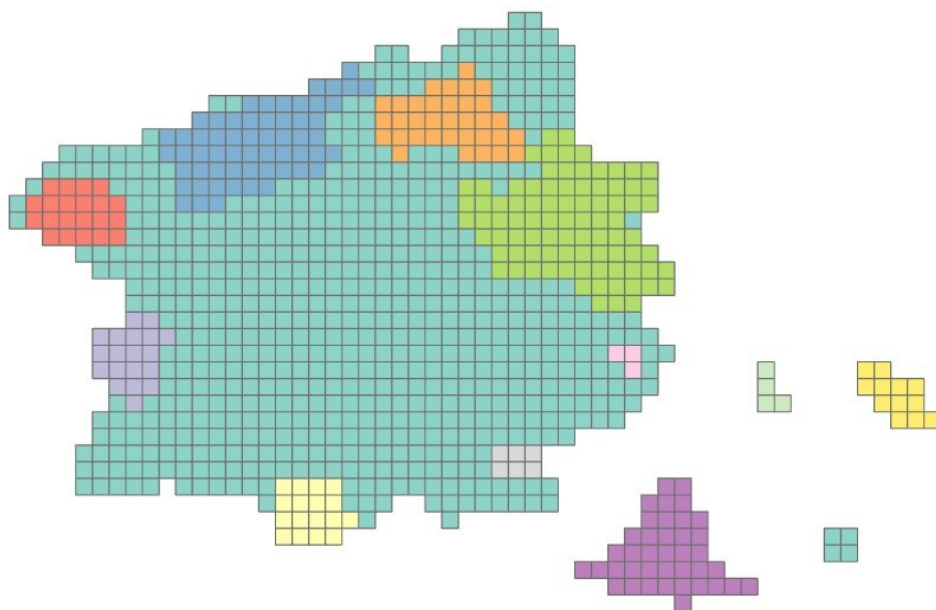
Třída pak pomocí navržených metod předává celkové skóre mapy, slovník centroidů regionů a seznamy chybějících a nepravých susedů, které jsou vytvářeny v rámci metrik na hodnocení map.

### 3.6.3 Ukázky hodnocení různých verzí anamorfóz

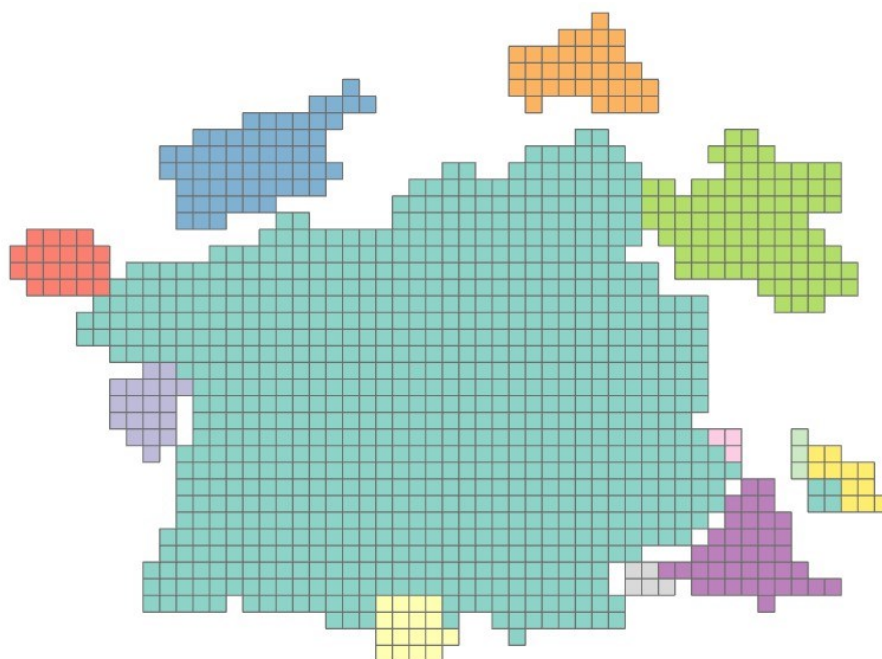
V průběhu tvorby mozaikové anamorfózy jsou vytvářeny její různé verze (viz dále), pro které jsou počítány metriky a celkové skóre mapy. Pro ilustraci fungování metrik jsou na obrázcích 36 až 38 uvedeny různé verze mozaikové anamorfózy zobrazující pro kraje Česka počet dánských turistů s jednou dlaždicí odpovídající 100 osobám. Na obrázku 36 je uveden výsledek prvotní teselace a na obrázku 37 pak první varianta vytvořená posunem jednotlivých regionů



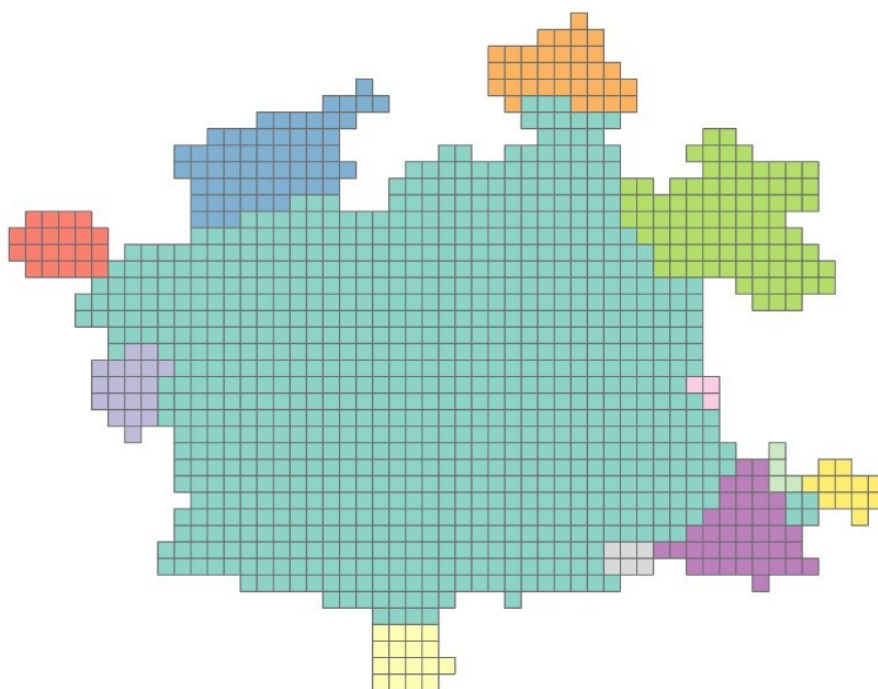
bez změny tvaru. Druhá varianta na obrázku 38 odpovídá výsledné anamorfóze, která vznikla dalším posunem regionů a odstraněním překryvů a děr v mapě. V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty jednotlivých skóre.



*Obr. 36 – Prvotní teselace vůči které se porovnávají další varianty anamorfózy*



*Obr. 37 – První varianta vzniklá posunem regionů bez změny tvaru*



Obr. 38 – Druhá varianta vzniklá odstraněním překryvů a děr v mapě

	celkové skóre	sousedství	úhly	překryv	díry	tvar	relativní poloha
prvotní teselace (obr. 36)	0,219	0,731	0,0	0,361	0,220	0,0	0,0
varianta 1 (obr. 37)	0,132	0,666	0,002	0,030	0,039	0,0	0,051
varianta 2 (obr. 38)	0,108	0,567	0,002	0,0	0,007	0,026	0,045

Tab. 1 – Skóre mapy pro dvě porovnávané verze anamorfózy

Výsledné skóre sousedství je pro obě varianty poměrně vysoké, to je hlavně dáno zvětšením Středočeského kraje a chybějícím sousedstvím mezi okolními kraji. Výsledek metriky pro první variantu je [9, 2, 16], což odpovídá devíti pravým, dvěma nepravým a šestnácti chybějícím sousedům. Nepravé sousedy v této variantě tvoří červený Karlovarský a zelenomodrý Středočeský kraj a dále Středočeský kraj chybně sousedící s fialovým Jihomoravským krajem.

Úhlové skóre je v obou případech nízké, protože se regiony posouvaly ve směru vektorů, které je navzájem spojují a díky tomu nedošlo k výrazné změně úhlů mezi nimi.

Ve druhé variantě se nevyskytují žádné překryvy, a proto je i výsledné skóre překryvů nulové. Pro první variantu je hodnota skóre dána poměrem 34 překrývajících se dlaždic ku celkovému počtu 1117 dlaždic. Skóre děr v mapě je pro obě varianty také nízké, protože v první se vyskytuje 45 děr a ve druhé pouze 8.

Tvarové skóre první varianty je nulové, protože k jejímu vzniku došlo posouváním celých regionů, při čemž se jejich tvar nemění. U druhé varianty je tvarové skóre nízké, protože ke změně tvaru došlo pouze u tří regionů, z nichž jediná výraznější je u žlutého Moravskoslezského kraje, kde se změnila pozice tří dlaždic z dvanácti.

Skóre relativní polohy je v obou variantách nízké, protože nedošlo k výraznějším změnám v relativní poloze mezi regiony. U některých regionů došlo k převrácení podél y-ové osy a u obou variant pak došlo k převrácení podél x-ové osy mezi zeleným Královéhradeckým a růžovým Pardubickým krajem. Pro výpočet celkového skóre pak byly v obou případech nastaveny všem metrikám stejné váhy a výsledek tak ovlivnily stejnou měrou.

### **3.7 Posun regionů**

Po převodu prvotní teselace na bodové objekty dochází k opakovanému posouvání regionů s cílem dosáhnout jejich ideálního rozložení, kdy jsou minimalizovány překryvy a díry v mapě. Z variant s různým posunem regionů je vybrána ta s nejnižším skóre mapy a ta je následně upravena do finální podoby. Fáze posunu regionů se skládá ze tří kroků:

1. Prvotní určení skóre mapy
2. Opakovaný posun regionů
3. Určení verze s nejlepším skóre

#### **3.7.1 Prvotní určení skóre mapy**

Stanovení skóre mapy se skládá ze dvou dílčích kroků.

##### **Určení konfliktních bodů a regionů**

Nejprve je nutné získat překrývající se body teselace a jim odpovídající regiony. Toho je docíleno tím, že se prochází všechny bodové objekty teselace a v místě, kde se překrývá více objektů, jsou jejich souřadnice a počet uloženy do slovníku konfliktních bodů. Pro konfliktní body jsou následně načteny FID regionů, které se v jejich místě překrývají a dochází k vytvoření seznamu dvojic všech překrývajících se regionů.

## Výpočet skóre mapy

Po určení konfliktních bodů a regionů je pomocí příslušných parametrů inicializován objekt skóre mapy pro prvotní teselaci. Následně dochází k načtení hodnoty celkového skóre mapy a její uložení do seznamu skóre map všech posunutých variant. Z tohoto seznamu je na závěr nalezena nejnižší hodnota a tím i nejlepší varianta teselace.

### 3.7.2 Opakovaný posun regionů

Následně dochází k opakovanému posunu regionů, který je ukončen ve chvíli dosažení zadaného počtu iterací. Posun regionů by také mohl být ukončen ve chvíli poklesu skóre mapy pod určitou hodnotu nebo po dosažení určitého časového limitu. Posun regionů se skládá ze třech dílčích kroků.

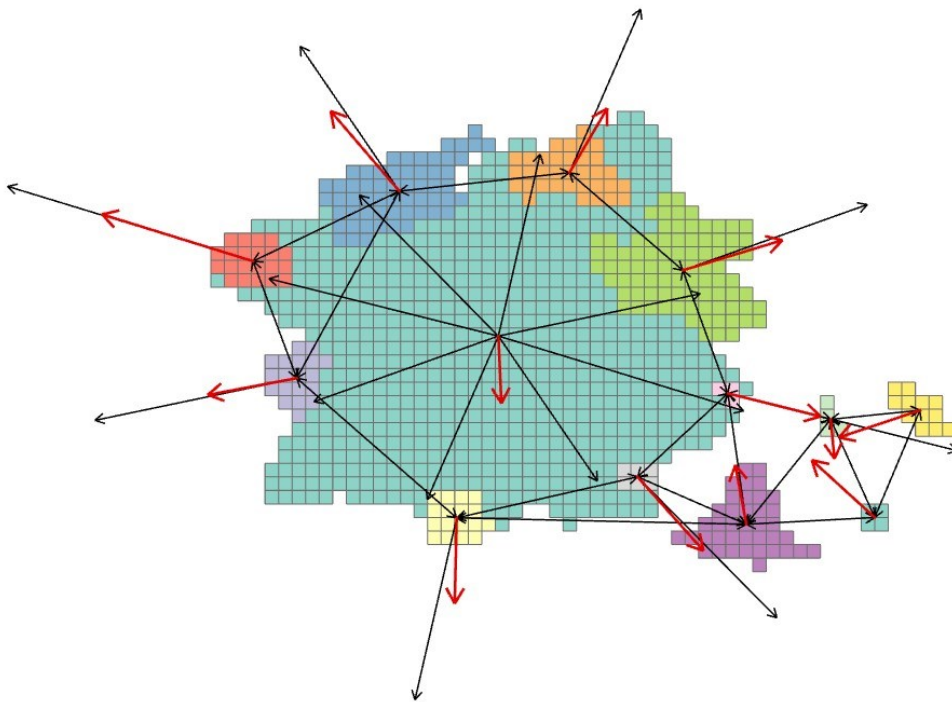
#### Výpočet vektorů posunu

V tomto kroku dochází k výpočtu vektorů, v jejichž směru dojde následně k posunu regionů. Obecně dochází k tomu, že překrývající regiony se odpuzují, v původní mapě sousedící regiony se přitahují a v původní mapě nesousedící regiony se odpuzují.

Za tímto účelem jsou pro každý region stanoveny tři sady vektorů. Dvě sady, které od sebe odpuzují regiony, které se překrývají a dále ty, které tvoří nepravé sousedy. Třetí sada pak k sobě přitahuje regiony, které spolu nesousedí, ale měly by. Výpočet vektorů je pro oba typy stejný, jen je na základě informace, zda se jedná o odpuzující nebo přitahující vektor, nastaven odlišně jejich směr.

Při výpočtu vektorů se procházejí dvojice regionů v příslušném seznamu (konfliktní regiony, nepraví a chybějící sousedé). Vektor je vypočítán z rozdílu souřadnic centroidů regionů. Tímto způsobem je pro daný region spočteno několik vektorů, určujících směr, kterým by se měl posunout. Výsledný směr, kterým se region posune, vychází z jejich váženého průměru. Váhy pro každý region jsou tvořeny dvěma složkami. První složku představuje počet dlaždic druhého (konfliktního, sousedního) regionu vydělený počtem všech dlaždic celé teselace. Tím je zajištěno, že větší váhu dostane menší z dvojice regionů a při následném posunu regionů se budou spíše posouvat menší regiony a větší budou zůstávat na místě. Druhou složku váhy pak tvoří délka společné hranice regionů vydělená celkovou délkou hranice daného regionu. To má za následek, že region se bude pohybovat spíše ve směru toho regionu, se kterým sdílí delší část své hranice, což by mělo pomoci zachování relativního rozmístění regionů. Pokud se počítá vektor pro regiony, které spolu v původní mapě nesousedí, je tato

složka váhy nulová. Výsledná váha pro daný vektor je daná součtem obou složek. Na obrázku 39 je ukázka všech vektorů za jednotlivé regiony (černé) a výsledný vektor posunu (červené).



Obr. 39 – Všechny vektory (černé) a výsledné vektory posunu (červené) pro jednotlivé regiony

## Posun regionů

Na základě vypočtených vektorů dochází následně k posunu regionů. Postupně se procházejí bodové objekty teselace a pro každý region, kterému objekt náleží, jsou na základě vektoru posunu daného regionu vypočteny nové souřadnice objektu.

Z vektoru je určeno, pod jakým úhlem se má bod posunout. K tomuto úhlu je nalezena nejbližší hodnota v seznamu, který definuje pro příslušný tvar dlaždice úhly, pod kterými se vůči středu dlaždice nachází jeho další možná poloha. Tato poloha je dána souřadnicemi středu sousední dlaždice (přes hrany i přes rohy) a v každém kroku iterace dochází k posunu o jeden krok mřížky.

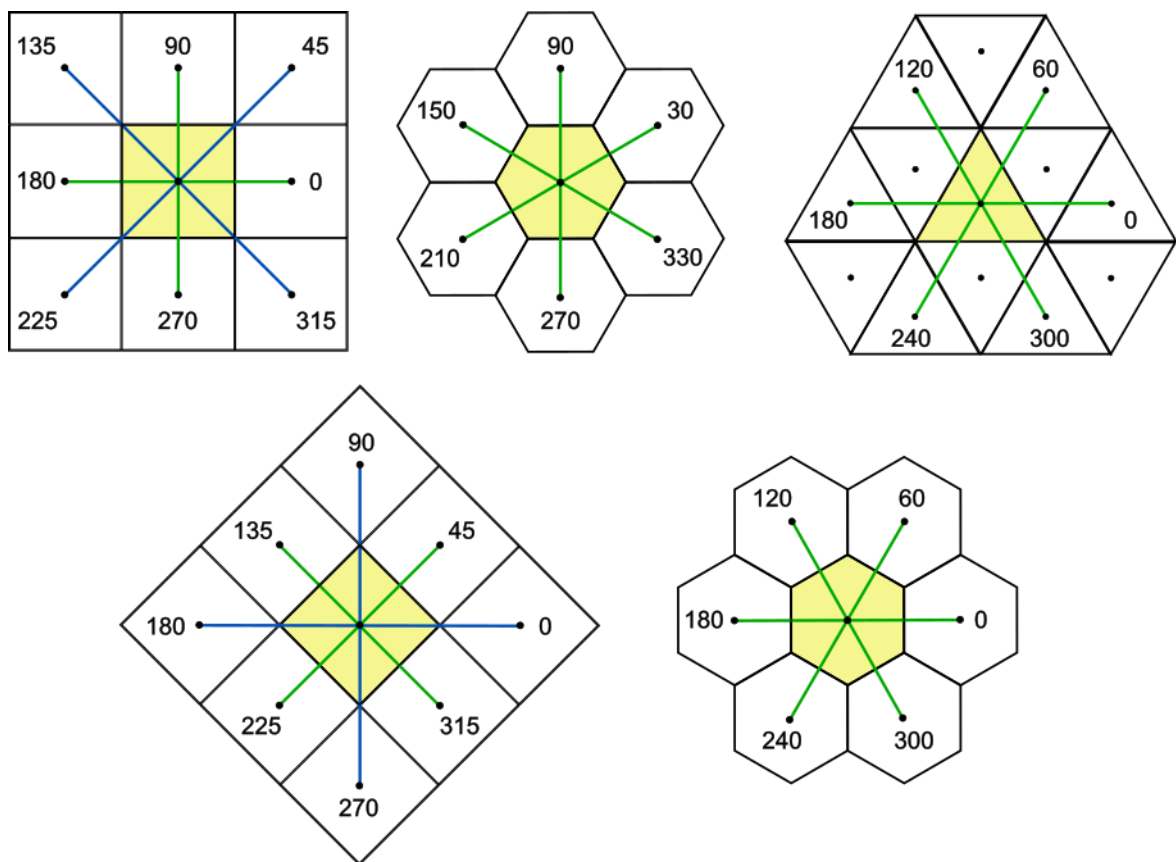
Nové souřadnice jsou podobně jako při určování sousedů nebo vrcholů dlaždic vypočteny pomocí polárních souřadnic. Do výpočtu v tomto případě vstupuje ale i krok mřížky  $k$ , o který se posun provádí. Vzdálenost posunu  $d$  pak záleží na typu dlaždice a úhlu posunu  $u$ . Pro šestiúhelníky a trojúhelníky se vždy jedná o poloměr dlaždice. U čtverců a diamantů je při posunu přes hranu vzdálenost daná poloměrem dlaždice, při posunu přes roh pak její

úhlopříčkou. Výsledný posun je poté dán dvojnásobkem dané vzdálenosti. Výsledné souřadnice posunu jsou určeny pomocí následujících vzorců:

$$X_n = X_p + k \cdot 2 \cdot d \cdot \cos\left(u \cdot \frac{\pi}{180}\right),$$

$$Y_n = Y_p + k \cdot 2 \cdot d \cdot \sin\left(u \cdot \frac{\pi}{180}\right).$$

Na obrázku 40 jsou uvedeny možnosti posunu pro jednotlivé typy dlaždic. Vzdálenost posunu daná poloměrem dlaždice je zobrazena zeleně, pro úhlopříčku pak modře. Jednotlivé směry posunu jsou popsány velikostí úhlu, který danému směru odpovídá.



Obr. 40 – Možnosti posunu pro jednotlivé tvary dlaždic, čísla označují úhel směru posunu, zelené linie vzdálenost posunu danou poloměrem dlaždice, modré její úhlopříčkou

Po určení souřadnic posunu je zkontrolováno, zda se na daných souřadnicích již nachází bodový objekt ve slovníku posunutých objektů a pokud ano, je mu přidáno FID příslušného regionu. Pokud objekt na daných souřadnicích ještě neexistuje, dochází ke zjištění orientace trojúhelníkových dlaždic, indexu bodu v seznamu souřadnic bodů globální mřížky a k inicializaci nového bodového objektu, který je přidán do slovníku posunutých objektů.

Po posunu všech bodových objektů jim jsou nastaveni sousedé a zároveň dochází ke kontrole vnitřních dlaždic.

### **Stanovení skóre mapy**

Pro posunuté bodové objekty regionů jsou určeny konfliktní body a regiony a objekty jsou dále převedeny na polygonovou vrstvu dlaždic. Pomocí nich je inicializován nový objekt skóre mapy a z něj je určena hodnota výsledného skóre mapy, která je uložena do příslušného seznamu.

#### **3.7.3 Určení verze s nejlepším skóre**

Po dosažení stanoveného počtu iterací pro posun regionů je ze seznamu udržující hodnoty skóre mapy pro jednotlivé iterace nalezena iterace s nejnižším skóre, u které budou následně provedeny finální úpravy.

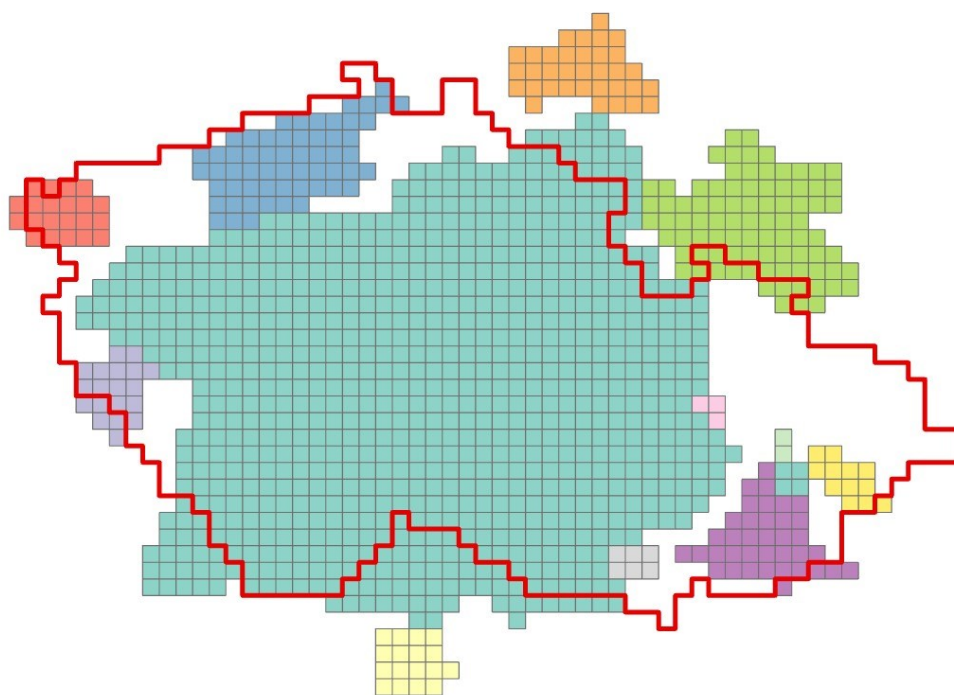
#### **3.7.4 Vizualizace vektorů a posunu regionů**

Pro kontrolu toho, jak vypadají vypočtené vektory posunu a jak probíhá samotný posun regionů, byl sestaven skript *animace.py*, který je přílohou této práce. Ten vizualizuje pro každou iteraci vektory posunu (reprezentované jako linie jako na obr. 39), dlaždice teselace a výslednou hodnotu skóre mapy do připraveného projektu v ArcGIS Pro. Každou iteraci následně exportuje do podoby obrázku, ze kterých vytváří video. Výsledkem je pak video, které zobrazuje postupný posun regionů společně s vektory posunu a hodnotou skóre mapy.

### **3.8 Tvorba globálního tvaru**

V další fázi algoritmu dochází k tvorbě globálního tvaru pro verzi anamorfózy s nejlepším skóre. Tento globální tvar představuje teselaci všech vstupních polygonů najednou a představuje tak jakousi formu ideálního tvaru, které by se měla výsledná mozaiková anamorfóza blížit, aby co nejvíce zachovávala celkový tvar původního mapovaného území. Globální tvar je pak v dalších fázích algoritmu využíván pro výběr dlaždic, které zaplní díry v mapě. Ukázka globálního tvaru pro kraje Česka je na obrázku 41. Samotná tvorba globálního tvaru se skládá z následujících kroků:

1. Změřítkování původního území
2. Teselace globálního tvaru



Obr. 41 – Ukázka globálního tvaru pro teselaci krajů Česka

### 3.8.1 Změřítkování původního území

Pro změřítkování původního území je nejprve ze slovníku původních regionů zjištěn součet dlaždic za celou teselaci a dále je určeno těžiště verze teselace s nejlepším skóre. Následně jsou původní vstupní polygony sloučeny do jednoho polygonu (ArcPy funkce *Dissolve*). Obdobně jako pro dílčí polygony v kapitole 3.2.1 je i za celé území vypočten škálovací parametr  $A_r$ . Ten je stanoven podle vztahu  $A_r = (P \cdot R_d) / R_{pol}$ , kde  $P$  odpovídá počtu všech dlaždic teselace,  $R_d$  rozloze jedné dlaždice a  $R_{pol}$  součtu původních rozloh všech polygonů.

Stejným způsobem jako v kapitole 3.2.2 jsou přes centroid sloučeného polygonu změřítkovány všechny jeho vrcholy, ze kterých je vyroben nový polygon. Centroid změřítkováného polygonu je dále nastaven tak, aby odpovídal centroidu teselace s nejlepším skóre.

### 3.8.2 Teselace globálního tvaru

Následně dochází k teselaci změřítkováného polygonu, a to stejným způsobem jako v kapitole 3.3.1. Polygon je překryt mřížkou teselace a z ní je vybrán stanovený počet dlaždic, které mají s polygonem největší překryt. Výsledkem je tak teselovaný polygon, jehož počet dlaždic odpovídá součtu dlaždic teselace provedené po regionech a leží v jejím těžišti.



### 3.9 Řešení překryvů a děr v mapě

Po opakovaném posouvání regionů a hodnocení map je získána verze teselace, která co nejlépe splňuje dílčí požadavky na vlastnosti výsledné mozaikové anamorfózy, ale stále se v ní mohou vyskytovat překrývající se dlaždice nebo díry, které je nutné odstranit. To je zajištěno pomocí následujících kroků:

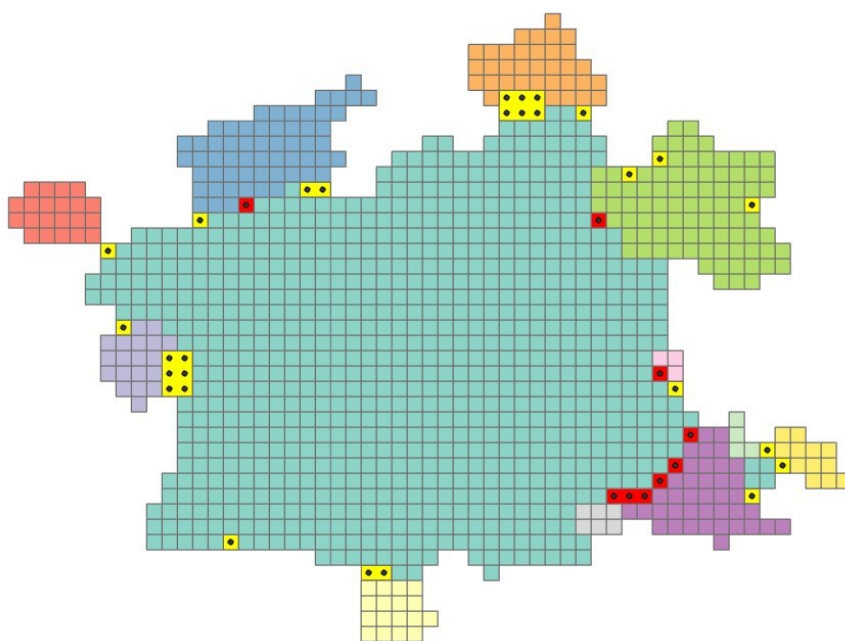
1. Předzpracování děr, překryvů a dlaždic mimo globální tvar
2. Odstranění překryvů
3. Zaplnění děr

#### 3.9.1 Předzpracování děr, překryvů a dlaždic mimo globální tvar

Nejprve je nutné připravit díry a překryvy v mapě tak, aby se s nimi dalo dále pracovat, a najít místa, odkud se následně mohou brát dlaždice na zaplňování děr. To je zajištěno pomocí čtyř dílčích kroků.

##### Vytvoření bloků děr

Pro body děr, které odpovídají verzi teselace s nejlepším skóre, jsou vybrány dlaždice globální mřížky, ve kterých body leží. Ty jsou následně sloučeny dohromady tak, aby se sousední dlaždice spojily do jednoho polygonu, čímž vzniknou bloky souvislých děr v mapě. Následně jsou vybrány bloky, které leží kompletně uvnitř teselace a ty jsou označeny jako vnitřní díry. Zbylé bloky jsou označeny za ostatní díry. Příklad vnitřních (červené) a ostatních (žluté) bloků děr je na obrázku 42.



Obr. 42 – Příklad vnitřních (červené) a ostatních (žluté) bloků děr

## **Výběr dlaždic mimo globální tvar**

Pro následné zaplnění děr je nutné stanovit, které dlaždice se k tomu využijí a přesunou se na jejich místo. Cílem výsledné anamorfózy je pokud možno co nejvíce zachovat i celkový tvar vstupního území, který je definován vytvořeným globálním tvarem. Z toho důvodu bylo stanoveno, že na zaplnění děr se budou přednostně využívat dlaždice teselace, které leží mimo globální tvar a navíc co nejdále od něj, aby se jejich přesunutím snížila odchylka od globálního tvaru. Za tímto účelem jsou tak vybrány a uloženy dlaždice regionů, které leží mimo globální tvar. Pro možnost prioritního zaplňování děr jsou zároveň označeny i bloky ostatních děr, které také leží mimo globální tvar, které se zaplňují až jako poslední.

## **Převod děr na bodové objekty**

Pro další práci je nutné převést i díry na bodové objekty. To je zajištěno stejným postupem jako v kapitole 3.5, jen místo identifikátoru regionu je nastavena hodnota -1. Pro následné zpracování jsou bodové objekty děr ukládány několika způsoby:

- slovník bodových objektů děr – všechny objekty děr jsou uloženy pod klíči tvořenými jejich souřadnicemi
- slovník vnitřních děr – ke klíči tvořenému identifikátorem bloku vnitřních děr je uložen seznam bodových objektů ležících v daném bloku, seznam FID regionů, se kterými blok sousedí a počet děr tvořících blok
- slovník ostatních děr – jako slovník vnitřních děr, navíc uložena i informace o tom, zda blok leží mimo globální tvar či nikoliv

U vnitřních děr není potřeba rozlišovat tuto informaci, protože ty je nutné zaplnit všechny a nemusí se tak vybírat podle nějakých prioritních pravidel. O sousednosti bloků děr a regionů je dobré mít přehled i z pohledu regionů, a tak je zvlášť pro vnitřní a ostatní díry vytvořen další slovník. Tam je ke každému regionu uložen seznam identifikátorů bloků děr, které s daným regionem sousedí.

## **Určení překryvů**

Obdobně jako pro metriku hodnotící překryvy je vytvořen slovník konfliktních bodů, který udržuje u bodů mřížky, v jejichž místě dochází k překryvu více regionů, informaci o tom, kolik dlaždic se v daném místě překrývá. Při odstraňování překryvů je snaha nejdříve vyřešit místa, ve kterých se překrývá co nejvíce dlaždic, a tak je seznam konfliktních bodů dále sestupně seřazen právě podle počtu překrývajících se dlaždic.

### **3.9.2 Zaplnění děr**

Po zpracování děr, překryvů a dlaždic mimo globální tvar se nejprve řeší zaplnění bloků děr. Za tímto účelem jsou bodové objekty teselace roztrženy podle jejich příslušnosti k regionům. Bloky děr jsou dále zaplňovány na základě následujícího principu.

#### **Pořadí zaplňování bloků děr**

Při zaplňování děr jsou první na řadě bloky vnitřních děr, které je nutné zaplnit všechny. Po nich následují bloky ostatních děr. V obou případech se bloky zaplňují od největších po nejmenší. U bloků ostatních děr lze dále upřednostnit bloky ležící uvnitř globálního tvaru před těmi ležící mimo, aby se napomáhalo co největšímu přiblížení se globálnímu tvaru. Dále je možné vynechat zaplnění ostatních děr, které sousedí pouze s jedním regionem. Ty totiž nutně netvoří přímo díry v mapě, ale spíše charakteristiky tvaru jednotlivých regionů, a jejich zaplněním by se tak zbytečně měnil tvar regionu. Při dilataci v metrice hodnotící díry totiž dochází k zaplnění okrajových zálivů regionů, které zůstanou zaplněné i po erozi, a metrika pak tyto oblasti vyhodnotí jako díry.

#### **Výběr dlaždic pro zaplnění děr**

Dlaždice pro zaplnění děr jsou vybírány z regionů, které sousedí s blokem děr, a to následujícím způsobem. Za každý sousedící region je určen poměr počtu jeho dlaždic ku celkovému počtu dlaždic všech sousedících regionů. Tímto poměrem je vynásoben počet děr v zaplňovaném bloku a tím je určeno, kolik dlaždic z každého sousedního regionu zaplní kolik děr. V případě, kdy poměrem určený počet zaplněných děr kvůli zaokrouhlovací chybě neodpovídá počtu děr bloku, je tento rozdíl přičten nebo odečten od počtu děr, které zaplňuje největší region. Toto vyvážené zaplňování děr respektující velikosti regionů by mělo opět napomáhat co největšímu zachování tvaru regionů. Za tímto účelem je dále zaplňování děr prováděno postupně dle určeného poměru. Například pokud blok děr sousedí se dvěma regiony a ty ho mají zaplnit v poměru 2 : 1, tak se nejprve zaplní dvě díry dlaždicemi prvního regionu, pak jedna díra dlaždicemi druhého regionu, poté opět dvě díry dlaždicemi prvního regionu a tak dále, dokud nejsou zaplněny všechny díry.

Konkrétní dlaždice, kterými se díry zaplní, jsou pak vybírány v následujícím pořadí. Nejprve se hledá dlaždice regionu, která se překrývá s jinou dlaždicí. Z překrývajících se dlaždic je dále vybrána ta s nejmenším počtem sousedů vlastního regionu, aby bylo zajištěno, že překrývající se dlaždice se budou přesouvat od kraje regionu a nedojde tak k jeho rozdělení

do více částí. V případě, kdy nemá region žádné překryty, se hledá dlaždice daného regionu, která leží mimo globální tvar, je co nejdále od zaplňované díry a nejedná se o vnitřní dlaždicí, aby jejím přesunem nevznikla nová vnitřní díra. Pokud žádná taková dlaždice neexistuje, je dle stejného principu hledána jakákoliv nejvzdálenější nevnitřní dlaždice regionu. Pokud pro daný region neexistuje žádná okrajová dlaždice, pokračuje se na další region a díra se zaplní jeho dlaždicí. Pokud by pro žádný z regionů sousedících se zaplňovaným blokem děr neexistovala žádná okrajová dlaždice, je po určitém počtu opakovaných hledání vybrána jakákoliv nejvzdálenější dlaždice některého z regionů.

Pro lepší vizuální výsledek a menší deformaci tvaru regionů při přesouvání dlaždic je možné rozšířit podmínku, že se nejedná o vnitřní dlaždicí (všemi hranami sousedí s jinou dlaždicí), i na menší počet sousedů. U čtverců a diamantů by se například nepřesouvaly dlaždice, které třemi hranami ze čtyř sousedí s jinou dlaždicí, u trojúhelníku dvěma ze tří hran a u šestiúhelníků například pěti nebo čtyřmi ze šesti hran.

### **Setřídění děr dle jejich počtu sousedů z různých regionů**

Pro lepší vizuální výsledek a zachování souvislosti a tvaru regionů je cílem zaplnit dlaždicí takovou díru, která má co nejvíce sousedů z daného regionu. Za tímto účelem je vždy pro každý zpracovávaný blok děr vytvořen seznam, kde je pro FID každého regionu, který s blokem sousedí, uvedeno pro každou díru bloku, s kolika dlaždicemi daného regionu tato konkrétní díra sousedí. Na základě tohoto slovníku jsou pak vybírány konkrétní díry, které se zaplní dlaždicemi regionů.

### **Zaplňování děr**

Samotný proces zaplňování děr pak vychází z popsaných principů. Postupně se zaplňují bloky vnitřních a posléze ostatních děr. Pro každý blok je určen poměr, ve kterém ho budou zaplňovat sousední regiony, a dochází k vytvoření slovníku sousedů děr dle jednotlivých regionů, který je aktualizován po každém zaplnění některé z děr. Následně dochází k opakovanému zaplňování děr dle stanoveného poměru, dokud nedojde k zaplnění všech děr daného bloku. Při tom je pro každý region nalezena díra, která má co nejvíce sousedů z daného regionu, a k ní dle popsaného principu dlaždice regionu, která ji zaplní.

Z hlediska implementace je bodovému objektu díry následně nastaven FID regionu přesouvané dlaždice, z jejíhož bodového objektu je zároveň smazán. Bodový objekt zaplněné díry je také přidán do slovníku bodových objektů teselace. Sousedům přesunutých dlaždic je

následně nutné aktualizovat sousedy, stejně tak nastavit sousedy nově zaplněné díře a zkontrolovat, zda se jedná o vnitřní dlaždice. Na závěr je zaplněná díra odstraněna z příslušných slovníků a seznamů a v případě zaplnění celého bloku děr je smazána informace i o něm.

### **3.9.3 Odstranění zbylých překryvů**

Pokud po zaplnění děr zbývají stále nějaké překrývající se dlaždice, dochází následně k jejich odstranění. Pro každý region jsou nejprve nalezeny prázdné body globální mřížky, které s ním sousedí. Ve vytvořeném seřazeném slovníku se následně procházejí body překryvu a postupně zpracovávají od těch s největším počtem překrývajících se dlaždic. Odstranění překryvů je řešeno opakováním následujících kroků, dokud v místě překryvu nezůstane pouze jedna dlaždice.

### **Výběr regionu pro přesun a místa k zaplnění**

Ze slovníku konfliktních bodů je pro daný bod načten seznam FID regionů, jejichž dlaždice se zde překrývají. Z nich je vybrán ten region, který se celkově skládá z nejvíce dlaždic, a jeho dlaždice je následně přesunuta. Pro přesun je vybrána dlaždice největšího regionu z toho důvodu, aby docházelo k co nejmenší deformaci tvaru jednotlivých regionů. Při přesunu jedné dlaždice regionu se stovkami dlaždic se totiž jeho tvar změní mnohem méně, než kdyby se přesunula dlaždice regionu, který se celkově skládá například jen z pěti dlaždic.

V předchozím kroku algoritmu by mělo dojít k odstranění všech bloků vnitřních děr a bloků ostatních děr, které sousedí se dvěma a více regiony. Nejprve se provede kontrola, zda nezbyvá některý z těchto bloků děr, a dlaždice se případně použije pro jeho zaplnění. Jako první možnost se hledají bloky vnitřních děr sousedící s největším překrývajícím se regionem, a po nich ostatní bloky, které s ním sousedí. V případě, kdy není dostupný žádný blok děr, se dlaždice přesune na volný bod globální mřížky.

### **Přesun dlaždice na místo díry**

Po výběru bloku či bloků děr, které přichází v úvahu k zaplnění, je nalezena díra, která sousedí s co největším počtem dlaždic regionu přesouvané dlaždice. V případě, kdy žádná taková díra neexistuje, je zvolena díra, která leží co nejbližší přesouvané dlaždici. Nejbližší díra je vybírána z toho důvodu, aby došlo k co nejmenšímu přesunu dlaždice a tím i nejmenší změně tvaru regionu.

Z hlediska implementace je zaplnění díry provedeno stejným způsobem jako v kapitole 3.9.2. Bodovému objektu díry je nastaven FID regionu, jehož dlaždicí se zaplňuje. Z jejího bodového objektu je zároveň FID odstraněn. Následně je nutné bodový objekt zaplněné díry přidat do slovníku objektů teselace a jemu i objektu dlaždice, kterou byla díra zaplněna, upravit sousedy a zároveň i aktualizovat sousedy jejich sousedů. Na závěr je ještě nutné odstranit díru ze všech pomocných seznamů a slovníků.

### **Přesun dlaždice na bod globální mřížky**

V případě, kdy s překrývajícími se regiony nesousedí žádný blok děr, je nutné dlaždicí přesunout na prázdný bod globální mřížky. Za tímto účelem je ve vytvořeném seznamu nalezen takový bod globální mřížky, který sousedí s nejvíce dlaždicemi největšího překrývajícího se regionu.

Přesun překrývající se dlaždice na bod mřížky je zajištěn obdobně jako při zaplňování děr. Při určování sousedů přesunuté dlaždice jsou však body, které neodpovídají jiným dlaždicím nebo bodům mřížky, přidány do seznamu bodů globální mřížky k zaplnění.

## **3.10 Finální úpravy teselace**

Po prvotním odstranění překryvů a děr by měla být výsledná mozaiková anamorfóza téměř hotová, ale stále může obsahovat určité nedostatky. Takovým nedostatkem může být nespojitost teselace, tedy rozpad na více částí, které spolu nesousedí. To může například nastat v případě, kdy dojde k výraznému zvětšení jednoho regionu a další region, který s ním původně nesousedí, nebyl díky zachování relativní pozice původních centroidů odsunut ke svým sousedům, ale nachází se v blízkosti zvětšeného regionu. Díky principu pro posouvání regionů na ně působí odpuzující síla, a tak nedojde k jejich spojení a výsledná teselace se pak skládá z více částí (viz světle červený Karlovarský a zelenomodrý Středočeský kraj na obrázku 41). Dalším nedostatkem mohou být vnitřní díry, které vznikly operacemi v předchozí fázi algoritmu. K jejich vzniku dochází v případě, kdy pro zaplnění díry neexistuje u sousedních regionů žádná okrajová dlaždice a tak je díra zaplněna nejvzdálenější dlaždicí některého z daných regionů, čímž ale dojde ke vzniku vnitřní díry v místě, odkud byla dlaždice přesunuta. Dokud tedy není teselace souvislá a neobsahuje žádné překryvy a vnitřní díry, dochází k opakování následujících kroků:

1. Posun nesouvislých částí teselace
2. Odstranění překryvů a děr

### **3.10.1 Posun nesouvislých částí teselace**

Pokud se výsledná teselace skládá z více částí, které spolu přímo nesousedí, je nutné posunout tyto části k sobě. Za tímto účelem se opakují následující dílčí kroky, dokud není dosaženo souvislé teselace.

Pro každou souvislou část teselace je nalezena jiná část, která jí je nejbližší a je určena vzdálenost mezi jejich okraji. Pokud v aktuálním cyklu ještě nedošlo k posunu ani jedné z částí, je nalezena větší z nich. Dále jsou určeny souřadnice centroidů obou částí a vektor mezi nimi, jehož směr je nastaven od menší části k větší. K posunu totiž dochází jen u menší části, aby byly minimalizovány změny ve výsledné teselaci.

Na základě vzdálenosti mezi částmi je stanoven krok mřížky, o který se menší část posune. Bodové objekty dané části jsou následně posunuty podle principu popsaném v kapitole 3.7.2 .

### **3.10.2 Odstranění překryvů a děr**

Po odstranění nesouvislostí v teselaci je určeno skóre mapy a pokud se v ní nacházejí překryvy nebo vnitřní díry, dochází k jejich odstranění postupem popsaným v kapitole 3.9.

## 4. Implementace a testování algoritmu

Následující kapitola popisuje nejdůležitější aspekty praktické implementace navrženého algoritmu a jeho testování nad reálnými daty.

### 4.1 Implementace algoritmu

Navržený algoritmus pro tvorbu mozaikové anamorfózy byl implementován pomocí programovacího jazyka Python 3.9.11 celkem do osmi skriptů, které jsou přílohou této práce. K tvorbě algoritmu byla využita celá řada funkcí z knihovny ArcPy, která umožňuje propojení nástrojů dostupných v ArcGIS Pro. Dále byly využity funkce z knihoven NumPy, Pillow, OpenCV a modulů *math*, *os*, *statistics*, *itertools* a *time*.

Ve skriptu *config.py* nastavuje uživatel vstupní parametry. Hlavní část algoritmu je pak implementována ve skriptu *mosaic\_cartogram.py*, který zajišťuje spuštění všech fází algoritmu a tvorbu mozaikové anamorfózy. Ve skriptu *algorithms.py* jsou definovány dílčí pomocné funkce, které algoritmus využívá, a skript *holes\_overlaps.py* obsahuje funkci řešící překryvy a díry v mapě v závěrečných fázích algoritmu. Ve skriptu *metrics.py* jsou pak implementovány jednotlivé metriky pro hodnocení anamorfózy. Pomocný skript *animace.py* zajišťuje vizualizaci jednotlivých verzí teselace při opakovaném posouvání regionů a tvorbu videa zachycující jejich posun. Skripty *PointGrid.py* a *MapScore.py* pak obsahují implementaci vlastních tříd, které definují třídy pro bodové objekty teselace a pro práci s metrikami a celkovým skóre pro hodnocení anamorfózy. Jejich detailní popis je v přílohách 2 a 3. Způsob jejich využití je popsán v kapitolách 3.5 a 3.6.2.

#### 4.1.2 Spuštění algoritmu

Pro správné spuštění algoritmu je nutné mít všechny skripty v jedné složce a nainstalovaný programovací jazyk Python a jeho uvedené knihovny. Ve skriptu *config.py* je nejdříve nutné dle vstupních dat a požadavků uživatele upravit vstupní parametry. Celý proces tvorby mozaikové anamorfózy se pak spouští skriptem *mosaic\_cartogram.py*. Nastavení vstupních parametrů pomocí samostatného skriptu bylo zvoleno kvůli jejich velkému počtu, díky čemuž by bylo jejich zadávání přes příkazovou řádku nepřehledné a nepohodlné.



Vstupní parametry jsou následující:

- *input\_polygon* – cesta ke vstupním datům (polygononová feature class uložená jako shapefile nebo v geodatabázi)
- *test\_num* – číslo pro rozlišení testovacích verzí pro případ, kdy chceme algoritmus testovat pro různá data nebo nastavení parametrů a nechceme, aby se výsledky přepisovaly
- *atribut* – název atributu vstupních dat, na základě kterého se určují počty dlaždic jednotlivých vstupních regionů
- *tile\_value* – hodnota jedné dlaždice v jednotkách vstupního parametru
- *shape* – tvar dlaždice (výběr z hodnot SQUARE (čtverec), HEXAGON (šestiúhelník), TRANSVERSE\_HEXAGON (natočený šestiúhelník), TRIANGLE (trojúhelník), DIAMOND (diamant))
- *metrics\_weights* – seznam se šesti hodnotami odpovídající vahám jednotlivých metrik popsaných v kapitole 3.6.1 v pořadí uvedeném v této kapitole, defaultně jsou nastaveny stejné váhy všem metrikám
- *max\_iter* – počet opakovaných posunů regionů, z jejichž výsledků se vybírá nejlepší verze anamorfózy
- *make\_video (True/False)* – při hodnotě *True* dojde k vytvoření animace posunu regionů
- *video\_vectors (True/False)* – při hodnotě *True* budou v animaci vizualizovány vektory posunu pro jednotlivé regiony (černě všechny vektory působící na region, červeně výsledný vektor posunu)
- *video\_time* – čas, po který bude ve videu zobrazen jeden snímek (defaultně nastaveno na jednu sekundu)
- *video\_iters* – počet iterací posunu regionů, který bude ve videu zobrazen (defaultně nastaveno na zobrazení všech iterací, hodnota nesmí překročit hodnotu  $max\_iter - 1$ )
- *output\_cartogram* – cesta pro uložení výsledku anamorfózy (polygononová feature class uložená jako shapefile nebo v geodatabázi)

Při tvorbě animace je dále nutné mít ve složce se skripty umístěný i vzorový projekt programu ArcGIS Pro *mosaic\_cartogram.aprx* a soubory *tiles.lyrx* a *vectors.lyrx* se symbologií, případně ve skriptu *animace.py* upravit cestu k jinému projektu a jeho parametrům.

### 4.1.2 Podmínky na vstupní data

Vstupními daty pro tvorbu mozaikové anamorfózy musí být polygonová data, která obsahují atribut s číselnými hodnotami. Data musí být souvislá, tedy každý polygon musí sousedit minimálně s jedním dalším. Anamorfózu nesouvislého území by bylo možné vytvořit teselací každého území zvlášť s dlaždicí o stejné rozloze a hodnotě jevu a jejich následným umístěním k sobě. Pro správné fungování výpočtu souřadnic a vzdáleností musejí být data v souřadnicovém systému, který používá jako jednotky metry. Pro rozsáhlejší mapovaná území je vhodné navíc zvolit plochojevné zobrazení, aby nedošlo při zobrazení anamorfózy k deformaci velikosti jednotlivých dlaždic v okrajových částech.

### 4.1.3 Výstupy algoritmu

Výstupem algoritmu je polygonová vrstva dlaždic výsledné mozaikové anamorfózy, u nichž je příslušnost k jednotlivým regionům rozlišena pomocí atributu *Region\_FID*. Do pomocné složky *data* jsou dále zejména pro účely ladění ukládány průběžné výsledky anamorfózy při závěrečném řešení děr a překryvů (*final\_test\_tiles* po odstraňování děr, *final\_test* v dalších krocích) společně s polygonem globálního tvaru (*global\_shape*). Do složky *layers* označené tvarem dlaždice a číslem pro rozlišení testovacích verzí jsou ukládány jednotlivé verze při posunu regionů společně se středy dlaždic, vektory posunu, body děr a obklopujícího polygonu na jehož základě se vybírají body děr. Všechny výstupy mají souřadnicový systém vstupní vrstvy, ale vzhledem k deformaci a posunu vstupních polygonů není poloha výsledné anamorfózy nijak relevantní.

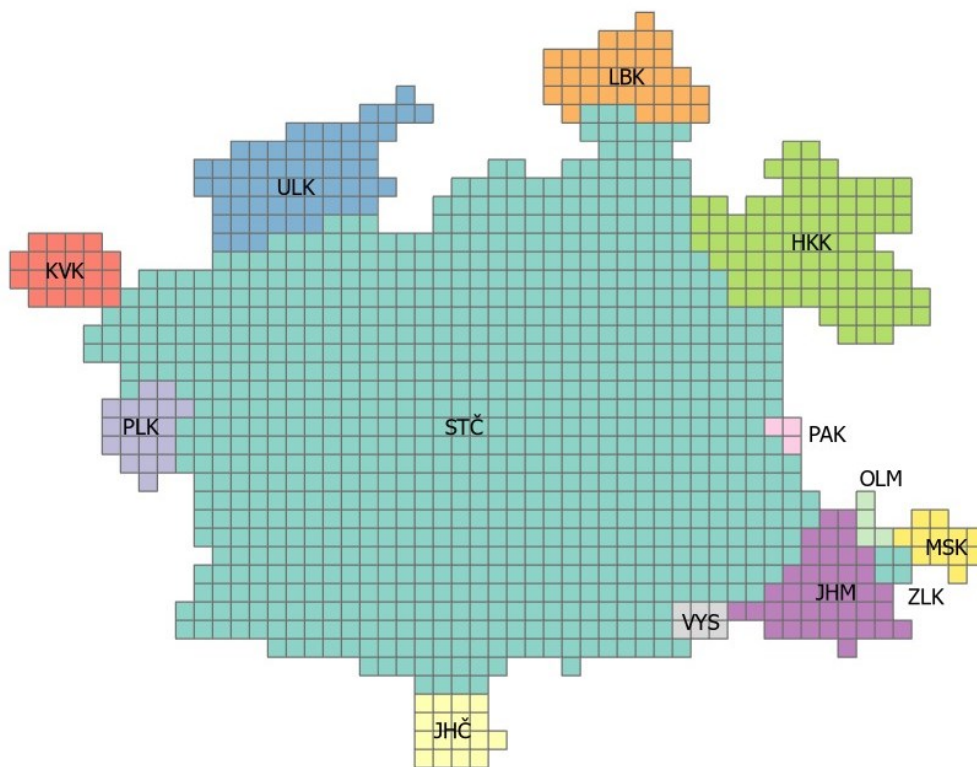
## 4.2 Testování algoritmu nad reálnými daty

Tato podkapitola představuje výsledky testování algoritmu nad třemi sadami dat pro čtvercové dlaždice a následně výsledky i pro ostatní tvary dlaždic.

### 4.2.1 Testovací data použita při návrhu algoritmu

Při návrhu algoritmu byly jeho jednotlivé fáze testovány na datech českých krajů z databáze ArcČR verze 4.0 (ČÚZK, ČSÚ, ARCDATA PRAHA 2021). Jako mapovaná proměnná byl zvolen počet turistů z Dánska, kteří navštívili jednotlivé kraje v roce 2019, a velikost jedné dlaždice 100 osob. Za účelem zjednodušení vstupních dat byl sloučen dohromady Středočeský kraj s Prahou. Na těchto datech se podařilo spustit celý algoritmus. Výstupy jednotlivých kroků jsou zobrazeny na obrázcích u popisu daných částí algoritmu v kapitole 3.

V těchto datech měla mapovaná proměnná za sloučený Středočeský kraj výrazně vyšší hodnotu než ostatní kraje, a tak i výsledný teselovaný region svou rozlohou značně převyšoval ostatní regiony. To způsobilo problémy v zachování správného sousedství výsledných regionů, protože si díky nastaveným principům při posouvání regionů zachovávají co nejvíce svoji relativní polohu vůči největšímu z regionů, a tak došlo k zániku vzájemného sousedství regionů obklopující Středočeský kraj. Podmínka, že výsledná anamorfóza musí být souvislá a nesmějí se v ní vyskytovat díry oddělující od sebe jednotlivé regiony, pak vedla v daném případě ke vzniku nepravých sousedství. Region Karlovarského kraje tak byl přisunut ke Středočeskému kraji, se kterým ale v původních datech nesousedí, a stejně tak i Jihomoravský kraj. Celkové skóre mapy pro výslednou anamorfózu je 0,108. Podrobnější hodnoty jednotlivých metrik pro tuto variantu jsou uvedeny v kapitole 3.6.3. Výsledná anamorfóza po dořešení všech posunů, děr a překryvů pro tato vstupní data je uvedena na obrázku 43.

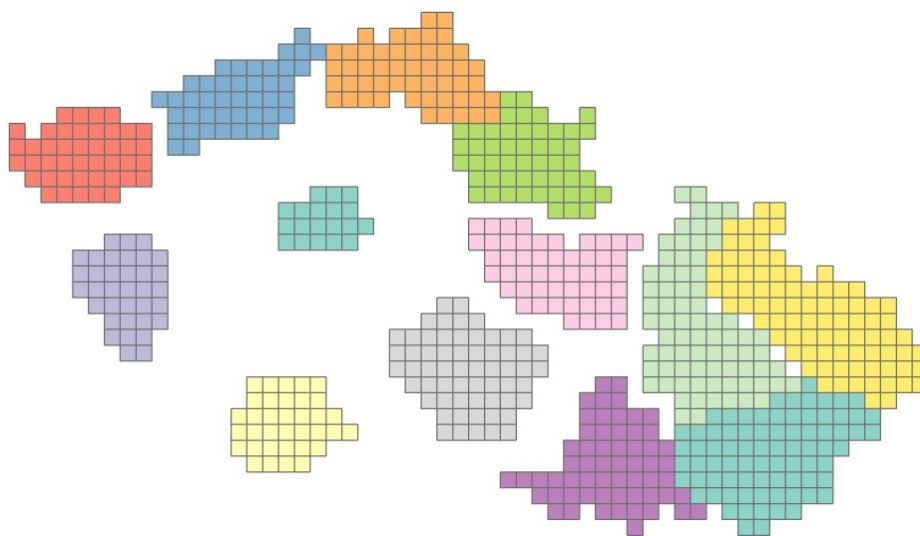


Obr. 43 – Mozaiková anamorfóza pro kraje Česka s jednou dlaždicí představující 100 dánských turistů

#### 4.2.2 Kraje Česka se čtvercovými dlaždicemi s vyrovnanějšími hodnotami atributu

Po dokončení byl algoritmus otestován opět na datech za kraje Česka, tentokrát ale s vyrovnanějšími (podobnějšími) hodnotami za jednotlivé kraje. Za tímto účelem byl v datech nalezen atribut *regionsoud*, jehož hodnoty se pro jednotlivé kraje pohybují v rozmezí

19–78. Při následném prostudování popisu dat se ukázalo, že se jedná o označení nadřazeného regionu soudržnosti a velikost dlaždice tak není možné převést na nějakou logickou jednotku. Vzhledem k vyrovnanějším hodnotám atributu, kde na rozdíl od předchozího případu navíc Středočeskému kraji odpovídala nižší hodnota než ostatním krajům, bylo i tak přistoupeno k využití tohoto atributu a velikost dlaždice byla nastavena na jednu jednotku. Vstupní data tak lze vnímat jako uměle generovaná za účelem testování algoritmu. Výsledek prvotní teselace změřitkových regionů je na obrázku 44.



Obr. 44 – Prvotní teselace krajů Česka s vyrovnanými hodnotami mapovaného atributu

Ze třiceti verzí vzniklých posunem regionů byla jako nejlepší vyhodnocena verze vytvořená v deváté iteraci s hodnotou celkového skóre mapy 0,102 (obr. 45). Výrazným rozdílem oproti předchozí testovací sadě je dobrý výsledek metriky zachování sousedství, kdy je v mapě zachováno 19 sousedských vztahů z 25 a posunem regionů nevzniklo žádné nepravé sousedství.



Obr. 45 – Nejlepší varianta teselace pro druhou sadu testovacích dat

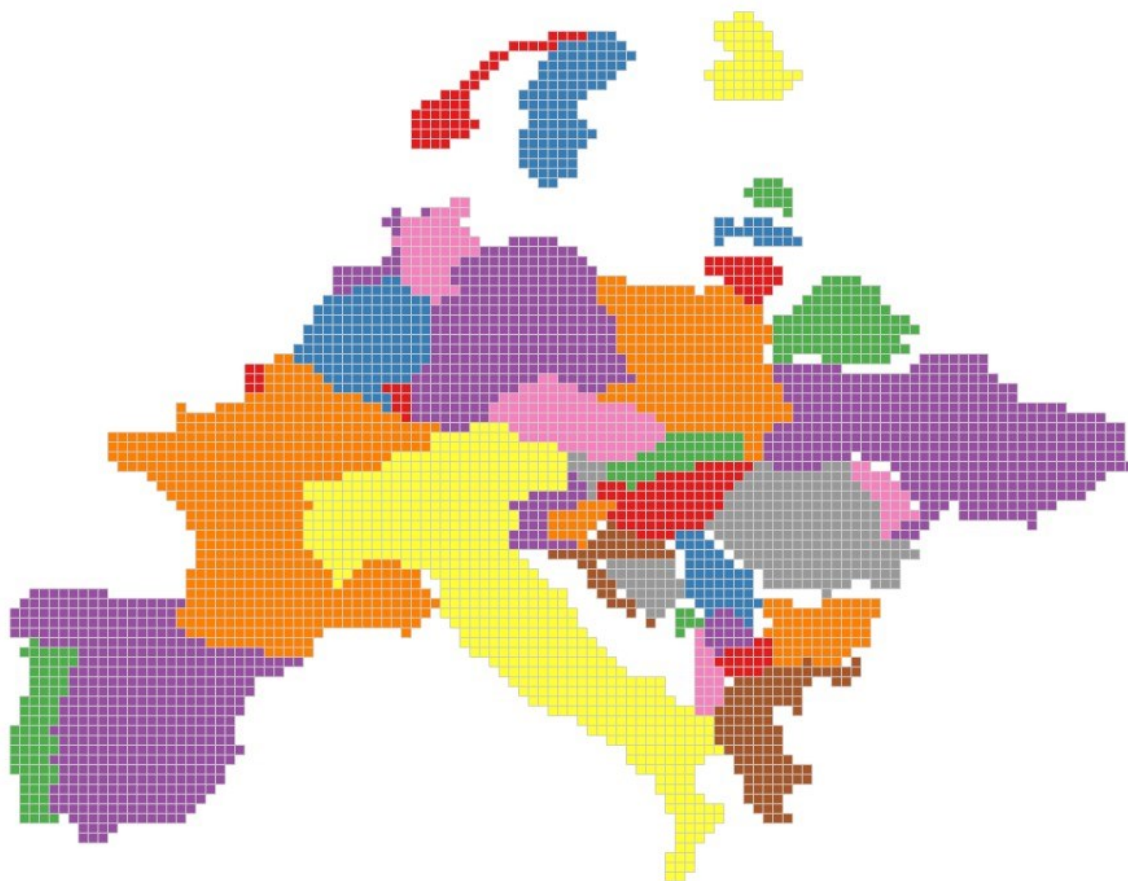
Po výběru nejlepší verze teselace došlo k prvotnímu zaplnění děr a odstranění překryvů. I po odstranění zjevných příčin ale zůstává v teselaci po prvotním řešení děr a překryvů stále jedna vnitřní díra. Tu sice odstraní následující první cyklus, který řeší nesouvislosti a díry a překryvy v mapě, ale řešením ostatních děr vznikne další vnitřní díra. Toto se opakuje i ve druhém cyklu, ale po zaplnění jedné z ostatních děr dlaždicí dojde při nastavování sousedů posunuté dlaždicí k pádu programu. Příčinou pádu je to, že se ve slovníku bodových objektů teselace nevyskytuje záznam s klíčem dlaždice odpovídající zaplněné díře, i když je o pár řádků výše přesně tento záznam do slovníku přidán. Výsledná anamorfóza (obr. 46) tak obsahuje jednu vnitřní díru, ale žádné překryvy a dosahuje celkového skóre 0,130.



Obr. 46 – Výsledná anamorfóza pro vyrovnaná data za kraje Česka

#### 4.2.3 Počty obyvatel evropských zemí se čtvercovými dlaždicemi

Pro otestování algoritmu pro větší územní celek a větší počet regionů byla vybrána data počtu obyvatel v roce 2019 v kontinentálních zemích Evropy z databáze *Natural Earth Data* (NED 2022). Velikost jedné dlaždice byla nastavena na 100 tisíc obyvatel, aby bylo zároveň otestováno fungování algoritmu pro tvorbu více menších dlaždic pro každý region. Výsledek prvotní teselace je na obrázku 47.



*Obr. 47 – První teselace počtu obyvatel evropských zemí*

Opakovaný posun regionů proběhl bez chyby, ale vzhledem k většímu počtu regionů i dlaždic trvala tato fáze algoritmu výrazně déle než u předchozích dvou testovacích sad. Ze třiceti iterací byla jako nejlepší vybrána šestnáctá verze, která je zobrazena na obrázku 48. V následující fázi prvního řešení překryvů a děr se podařilo úspěšně odstranit všechny vnitřní díry. Zaplněny byly i některé ostatní díry, ale na jednom z bloků ostatních děr se algoritmus vždy zacyklil, a to i při nastavení velikosti dlaždice na 500 tisíc nebo 1 milion obyvatel.



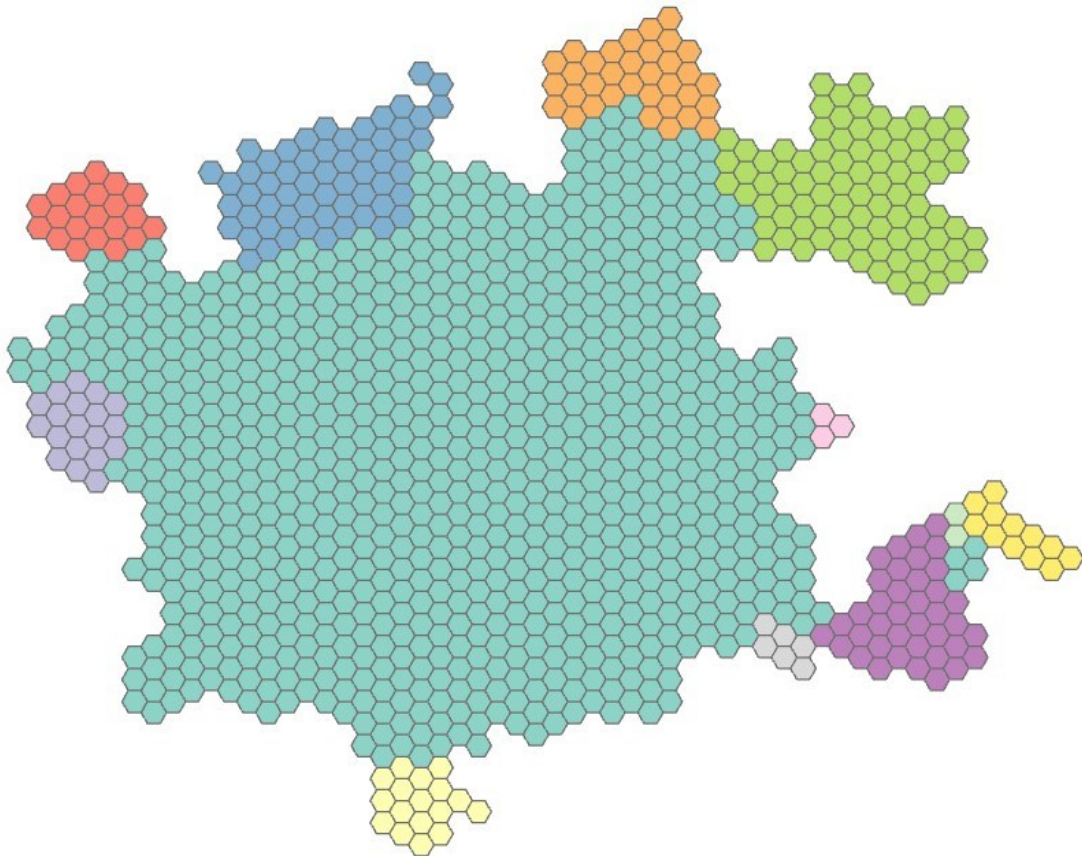
Obr. 48 – Nejlepší verze teselace evropských zemí

#### 4.2.4 Testování ostatních tvarů dlaždic

Úvodní fáze algoritmu až do určení celkového skóre mapy byla implementována a průběžně testována pro všech pět vybraných tvarů dlaždic (čtverec, diamant, trojúhelník, šestiúhelník, natočený šestiúhelník). U šestiúhelníků a diamantů však nastal problém s implementací tvarové metriky a také s ohledem na složitost následných fází algoritmu byla další implementace provedena pouze pro čtverce. Následný posun regionů a řešení překryvů a děr by však mělo díky obecnému návrhu fungovat na všechny uvedené tvary dlaždic. Pro každý tvar je pouze nutné správně definovat sady úhlů a vlastnost dlaždice (průměr či úhlopříčka), se kterou se počítají souřadnice pro posun dlaždice nebo určení sousedů a souřadnice vrcholů pro převod bodového objektu na polygon dlaždice.

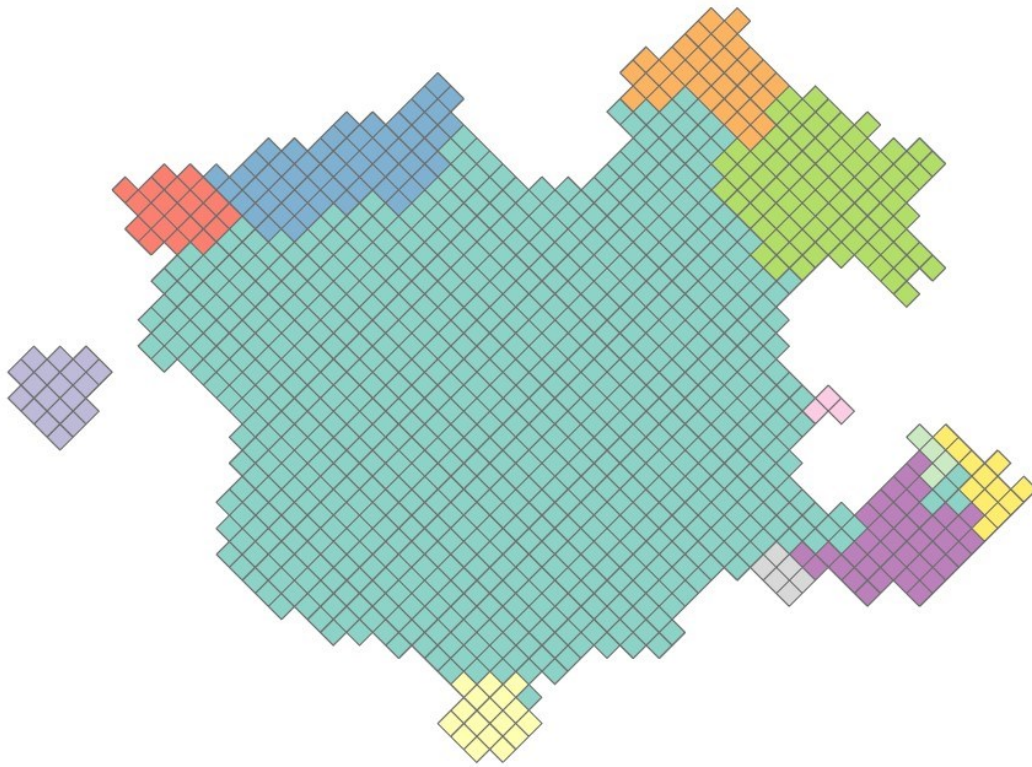
Pro otestování algoritmu i na ostatní tvary dlaždic u nich byla s ohledem na nefunkční tvarovou metriku nastavena hodnota tvarového skóre pro všechny případy na hodnotu nula. Na posun regionů a výběr nejlepší verze teselace to nemá žádný vliv, jelikož se při něm v žádné iteraci tvar nemění. Pro trojúhelníkové dlaždice nefunguje úplně správně implementace načtení orientace bodu globální mřížky, na který se přesouvá dlaždice ve fázi opakovaného posunu regionů, a výsledné posunuté trojúhelníky se tak tvoří všechny se stejnou (a tedy chybnou)

orientací. Pro diamanty a obě varianty šestiúhelníků však proběhlo posouvání regionů na datech dánských turistů v českých krajích s velikostí dlaždice 100 osob bez chyby. Výsledné nejlepší verze teselací pro jednotlivé tvary dlaždic jsou na obrázcích 49 až 51. Pro všechny tři tvary se následně podařilo vyřešit všechny vnitřní díry a část ostatních, ale obdobně jako u dat evropských zemí došlo k zacyklení při řešení jednoho z bloků ostatních děr.

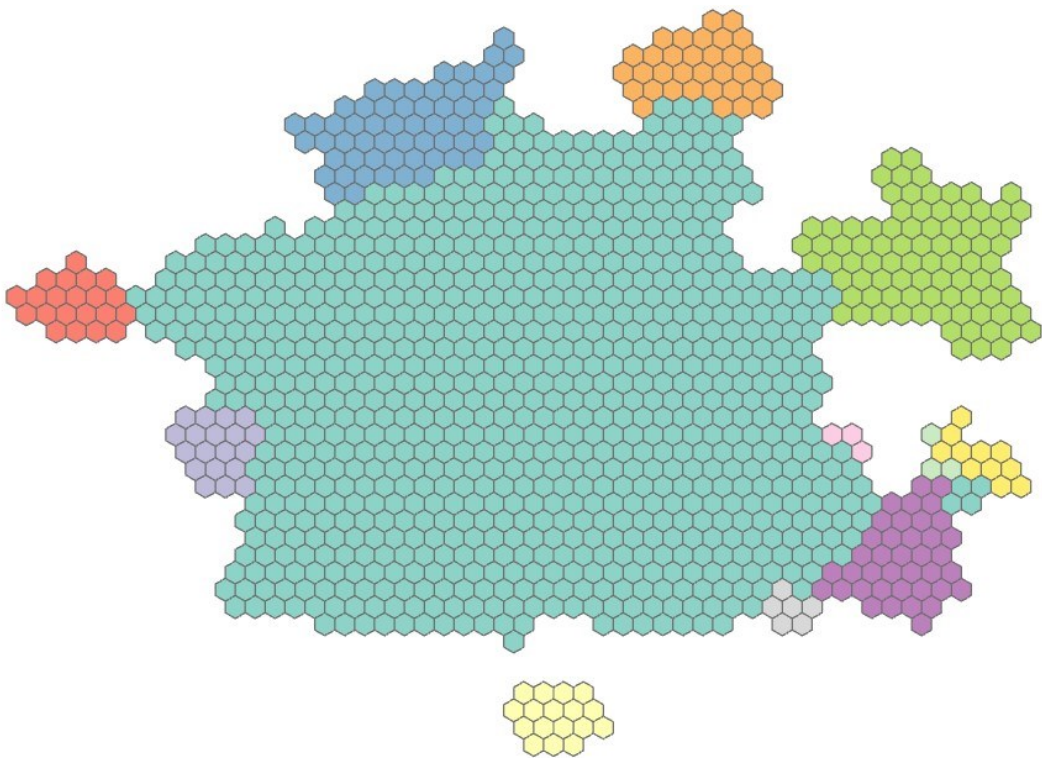


*Obr. 49 – Šestiúhelníková anamorfóza dánských turistů za kraje Česka*





*Obr. 50 – Diamantová anamorfóza dánských turistů za kraje Česka*



*Obr. 51 – Šestiúhelníková natočená anamorfóza dánských turistů za kraje Česka*

## 5. Diskuze

Diskuze se věnuje třem hlavním oblastem. V úvodu je v práci navržený algoritmus porovnán s doposud jediným existujícím (nebo alespoň autorce práce známým) algoritmem pro automatizovanou tvorbu mozaikové anamorfózy. Další část je věnována použitým metrikám na hodnocení anamorfózy a jejich možnému rozšíření. Na závěr je diskutována implementace algoritmu a jeho další možná rozšíření a vylepšení.

Algoritmus pro plně automatizovanou tvorbu mozaikové anamorfózy, který představil Cano a kol. (2015), je založen na vytvoření mozaikové kresby pro vstupní data, jejich převod na vodící tvary a konfigurace dlaždic, které jsou následně posouvány, a na závěr dochází k finálním úpravám konfigurací (viz kapitolu 2.3.1). Jeden z hlavních rozdílů mezi algoritmy je ten, že v této práci navržený algoritmus začíná s teselovanými změřitkovými regiony umístěnými do těžiště jejich původního polygonu a následně se posouvají celé regiony i za cenu vzniku překryvů a děr v mapě, které jsou odstraněny v následující fázi algoritmu. Existující algoritmus však umísťuje vodící tvary, které odpovídají teselovaným změřitkovým regionům, na mozaikovou kresbu. Prvotní rozmístění tak není dáno skutečnou polohou regionů, ale tím, jak se jejich vzájemná poloha podaří přenést do vytvořeného grafu a mozaikové kresby. Vodící tvary pak působí jako jakési formy, které se pohybují po mapě a algoritmus se je snaží vyplnit dlaždicemi příslušných regionů tak, aby se dlaždice nikde nepřekrývaly a zůstalo zachováno správné sousedství regionů. Výhodou tohoto postupu je, že v teselaci nevznikají v žádném kroku překryvy dlaždic, ale vodící tvary se překrývat mohou, a nevznikají ani téměř žádné mezery mezi dlaždicemi, ale pokud v úvodu sestavený graf a mozaiková kresba nezachycují správně relativní polohu regionů, může být obtížné jí posunem vodících tvarů docílit a zobrazit ji tak ve výsledné anamorfóze.

Rozdíl je i v samotném posouvání regionů a vodících tvarů. V algoritmu Cano a kol. (2015) působí přitahující síla na dvojice sousedních vodících tvarů, mezi kterými není žádný překryv. Přitahující síla pak působí ve směru spojnice těžišť obou vodících tvarů a její intenzita je dána nejmenší vzdáleností, která spojuje dvě dlaždice z obou vodících tvarů. Odpuzující síla pak působí na každou dvojici vodících tvarů, které se překrývají. Její intenzita je dána počtem překrývajících se dlaždic a dále tím, zda spolu má daná dvojice vodících tvarů sousedit či nikoliv. Jeden cyklus posouvání regionů je pak vždy zastaven hned, když dojde k posunu prvního regionu. To má zajistit, aby se vodící tvary neposunuly příliš daleko od dlaždic,

ktelé je vyplňují. Celý proces posouvání vodících tvarů je pak ukončen ve chvíli, kdy jsou síly působící na vodící tvary nulové nebo bylo dosaženo stanoveného počtu opakování.

V této práci navržený algoritmus také určuje přitažlivé vektory pro dvojice chybějících sousedů a odpuzující vektory pro překrývající se regiony, a navíc i pro dvojice nepravých sousedů. Velikost vektorů je dána vzdáleností mezi centroidy regionů a vahami, které zohledňují počet dlaždic obou regionů a délku jejich společné hranice. Výsledný vektor posunu je pak dán součtem zvážených dílčích vektorů za každý region. Určené váhy mají zajistit, že se pohybovat budou spíše menší regiony, a to ve směru větších regionů a dále ve směru těch regionů, se kterými sdílejí nejdelší část své hranice. To by mělo napomoci co největšímu zachování relativní polohy regionů. Na rozdíl od existujícího algoritmu pak dochází v každé iteraci k posunu všech regionů o jeden krok globální mřížky (posun o jednu dlaždici). Proces je ukončen po dosažení zvoleného počtu iterací a z vytvořených verzí se vybírá ta s nejlepším skóre. Úpravou vah jednotlivých metrik si tak může uživatel nastavit, který aspekt je pro něj nejdůležitější a na základě toho se vybere nejlepší varianta, která se bude dále upravovat.

Další rozdíl mezi algoritmy je právě v požadavcích na výslednou anamorfózu a v jejím hodnocení. Algoritmus Cana a kol. (2015) klade důraz na správné zachování všech sousedství mezi regiony. Za tímto účelem mají ve výsledné anamorfóze některé regiony více nebo naopak méně dlaždic, než by měly mít. U zde navrženého algoritmu je tomu přesně naopak, ve všech případech striktně zachovává na začátku stanovený počet dlaždic regionů, i za cenu chybějícího sousedství v mapě. Dobrým příkladem jsou testovací data dánských turistů v krajích Česka, na kterých je ilustrován princip algoritmu a jeho dílčí výsledky. S ohledem na výrazně vyšší hodnotu mapovaného jevu u Středočeského kraje jsou jeho sousedé odsunuti do stran tak, aby si zachovaly relativní polohu hlavně vůči Středočeskému kraji, ale i vůči ostatním krajům. To má však za následek, že tyto okolní regiony již nesousedí spolu navzájem a například Karlovarský kraj je přisunut ke Středočeskému kraji, i když by spolu neměly sousedit. Algoritmus Cana a kol. (2015) by v tomto případě pravděpodobně ubral nějaké dlaždice Středočeskému kraji a naopak je přidal jeho sousedům tak, aby spolu také sousedili. Výsledek by mohl vypadat tak, že okolo Středočeského kraje vzniknou úzké pásy o šířce jedné dlaždice vybíhající z okolních regionů tak, aby je navzájem spojily. Tím by došlo ke spojení Ústeckého a Plzeňského kraje, čímž by byl Karlovarský kraj oddělen od Středočeského a správné sousedské vztahy by byly zachovány. V navrhovaném algoritmu tak byla dána přednost

zachování relativní pozice a tvaru jednotlivých regionů před dodržáním správného sousedství za cenu deformace těchto dvou parametrů.

Jinou poloautomatickou možností pro tvorbu mozaikové anamorfózy by bylo nejprve vytvořit spojitou geografickou anamorfózu, například s využitím nástroje Gastnera a Newmana (2004) pro difuzní anamorfózu, a tu následně překrýt pravidelnou mřížkou vybraného tvaru a z ní zvolit dlaždice, které anamorfózu překrývají. Tuto variantu zmiňuje ve své práci i Cano a kol. (2015), ale uvádí k ní řadu nedostatků. Za prvé by bylo nutné zvolit menší velikost dlaždic, aby došlo k zachování správného sousedství jednotlivých regionů. Takto vytvořené mozaikové anamorfózy dále většinou nedosahují nulové kartografické chyby, tedy jejich výsledná plocha je jiná, než jaká byla na začátku určena.

Aspekty, které by měla výsledná mapa splňovat, a metriky pro její hodnocení, popsané v kapitolách 2.3.3 a 2.3.4 vycházejí primárně z teorie dlaždicových map, ale většinu z nich bylo možné aplikovat i na mozaikovou anamorfózu. Jedinou úplně vynechanou metrikou je vzdálenost mezi regiony, která vzhledem ke změně velikosti polygonů a jejich posunu, není u mozaikové anamorfózy příliš relevantní. Na základě teoretického přehledu tak bylo navrženo šest metrik, které komplexně hodnotí zkoumanou anamorfózu. Metriky sousedství a vzájemné polohy regionů, hodnocené pomocí úhlů mezi centroidy a pomocí *compass direction*, byly převzaty z popsané teorie. Metrika hodnotící změnu tvaru regionů byla navržena vlastním způsobem a metriky byly dále doplněny o hodnocení překryvů a děr v mapě.

V dostupné teorii se podobnost tvaru regionů v původní mapě a ve výsledné anamorfóze hodnotí pouze subjektivně nebo naopak složitými způsoby. Pravidelný tvar dlaždic použité mřížky však umožňuje zarovnat oba porovnávané tvary na sebe a jednoduše zhodnotit, o jaký počet dlaždic se zarovnané útvary liší. Detailní princip fungování metriky je popsán v kapitole 3.6.1. Z hlediska praktické implementace je nejjednodušší řešení u čtvercových dlaždic, protože jejich centroidy leží na pravidelné mřížce a různá seskupení dlaždic je tak snadné na sebe přesně zarovnat. V trojúhelníkové mřížce mají mezi sebou centroidy dlaždic v horizontálním směru vždy stejné rozestupy, ve vertikálním směru jsou však vůči sobě centroidy zarovnané do dvou rovin. Řešením tak bylo posunout centroidy s ohledem na orientaci dlaždice na její spodní hranu či vrchol, čímž dojde k jejich zarovnání do jedné přímky. Centroidy pak tvoří pravidelnou obdélníkovou síť, v níž je opět snadné porovnat zarovnání dlaždic. U diamantů a šestiúhelníků jsou však centroidy vůči sobě posunuté jak ve vertikálním, tak v horizontálním směru. Zarovnání centroidů obou porovnávaných regionů

na sebe se u těchto tvarů dlaždic nepodařilo prakticky úspěšně implementovat, a tak zde zůstává prostor pro další práci na této metrice. Dalším vylepšením by mohlo být i doplnění hodnocení celkového tvaru anamorfózy, tedy výpočet tvarové metriky pro celou výslednou teselaci vůči globálnímu tvaru, jehož tvorba je popsána v kapitole 3.8.

Za účelem hodnocení počtu děr v mapě bylo nutné nalézt způsob, jak vytvořit polygon, který by co nejtěsněji obepínal všechny části teselace, které od sebe mohou být v úvodu i dosti vzdálené. Pro to bylo využito teorie matematické morfologie, konkrétně dilatace a eroze obrazu. Vytvořený polygon plní svůj účel, protože spojí i nesouvislé části teselace do jednoho polygonu. V polygonu se však projeví i tvarové charakteristiky jednotlivých regionů a pokud se na jejich okrajích vyskytují užší zálivy, polygon je taktéž zaplní a následně jsou tato místa vyhodnocena jako díry v mapě. V praxi pak nejsou tyto okrajové díry sousedící jen s jedním regionem zaplňovány, takže tvar regionu se tím nezmění. Nabízí se tím však prostor pro vylepšení metriky, aby tato místa nevyhodnocovala jako díry.

Z hlediska implementace jsou pak všechny metriky kromě děr počítány pomocí bodových objektů, což zjednodušuje náročnost jejich výpočtu. U metriky děr je pracováno s geometrií dlaždic a jejich dilatace a eroze je zajištěna pomocí tvorby pozitivního či negativního *bufferu* okolo nich. Tato část je tak především u větších datových sad časově a výpočetně mnohem náročnější než ty ostatní, a v budoucnu by tak bylo dobré najít způsob, jak převést výpočet i této metriky pouze do roviny bodových objektů.

V algoritmu pak není pro hodnocení anamorfóz vůbec využita kartografická chyba, která se jinak pro hodnocení plošných anamorfóz většinou používá. Vynechána byla z toho důvodu, že hodnotí rozdíl mezi plochou ve výsledné mapě a plochou, která jí byla na začátku určena a které by měla dosáhnout. Vzhledem k tomu, že výsledné regiony se vždy skládají přesně z tolika dlaždic, kolik jim bylo na začátku určeno, tak bude pro každou algoritmem správně vytvořenou anamorfózu kartografická chyba vždy nulová.

Po dokončení algoritmu se může implementace výpočtu celkového skóre mapy a práce s jednotlivými metrikami pomocí další vlastní třídy objektově orientovaného programování jevit jako zbytečně náročná. Při návrhu algoritmu se však jevilo pro účely ladění, resp. analýzy chování algoritmu jako dobrý nápad mít pro každou hodnocenou verzi anamorfózy možnost uložit si objekt obsahující výsledky všech metrik společně například se sadou centroidů jednotlivých regionů, která se pro každou verzi liší. Ve výsledné implementaci se nakonec

neukládají celé objekty, ale jen jeho potřebné atributy, ale takto připravená struktura by mohla být dobrým základem pro další úpravy a zefektivnění implementace algoritmu.

Pro algoritmus a jeho dílčí fáze se nabízí ještě řada dalších vylepšení či rozšíření. Některé z nich budou uvedeny v následujících odstavcích.

U výpočtu nové rozlohy polygonů v úvodní fázi algoritmu (kapitola 3.2.1) například nemusí být s ohledem na charakter vstupních dat nebo požadavky uživatele vždy nejlepší volbou zachovávat rozlohu polygonu s průměrnou hodnotou mapované proměnné. Algoritmus by tak bylo možné rozšířit o uživatelské nastavení, které určí, zda se má zachovat rozloha polygonu, jehož hodnota se blíží průměrné nebo nějaké přesně definované hodnotě. Další možností by bylo přímé určení rozlohy jedné dlaždice uživatelem.

U prvotní teselace regionů je každý region převáděn na pravidelnou mřížku dlaždic samostatně z toho důvodu, aby došlo k co nejlepšímu zachování jeho původního tvaru. To by mohlo být dále podpořeno tím, že pro každý region bude vytvořeno několik sad teselace s mírně posunutou mřížkou a z nich pak bude vybrána ta sada dlaždic, která co nejvíce překrývá původní region.

Na ukázce teselovaných dat Evropy (obr. 48) je dále dobře patrný vliv moře v původní mapě. Státy Balkánského poloostrova byly přisunuty k Itálii, obdobně pak Skandinávie k Německu. Pro taková území s výraznými mořskými oblastmi by tak mohlo být dobré tyto oblasti do mapy doplnit jako samostatné regiony moří a při posunu regionů nebo zaplňování děr pracovat i s nimi. Bez této informace pak mohou vznikat nežádoucí a zavádějící falešná sousedství.

U zaplňování děr by pak bylo dobré pracovat i se sousedstvím původních regionů, které s blokem děr sousedí. Na obr. 52 je ukázka teselace druhé testovací sady krajů Česka s body, které vyznačují díry. Stejná velikost oranžového Libereckého a zeleného Královéhradeckého kraje a jejich vzájemný překryv v sousedství bloku děr napravo od zelenomodrého Středočeského kraje způsobil, že tento blok byl převážně zaplněn dlaždicemi Libereckého kraje a došlo tak k porušení sousedství Královéhradeckého se Středočeským krajem. Podobný případ nastal i u fialového Plzeňského kraje. Proces zaplňování bloků děr by tak bylo dobré rozšířit i o princip, který zajistí, že pro zaplnění děr budou vybrány takové dlaždice, aby došlo k propojení regionů, které sousedí s blokem děr a zároveň by měly sousedit spolu navzájem.



Obr. 52 – Ukázka teselace s body představujícími díry

Pro závěrečnou fázi algoritmu bylo diskutováno další rozšíření, které nebylo nakonec z časových důvodů implementováno. Tím by byl vstupní parametr, pomocí kterého by uživatel určil, zda stojí spíše o zachování lokálních tvarů jednotlivých regionů nebo o zachování celkového tvaru mapovaného území. Hodnota 0,0 by odpovídala lokálním tvarům, hodnota 1,0 pak čistě globálnímu tvaru a hodnoty mezi určitěmu kompromisu mezi oběma možnostmi. Při zachování lokálních tvarů by algoritmus skončil aktuální poslední fází po odstranění všech nespojitostí, překryvů, vnitřních děr a dále ostatních děr, které sousedí s více jak jedním regionem. Při hodnotě parametru vyšší než 0,0 by pak algoritmus pokračoval a snažil se přesunout dlaždice ležící mimo globální tvar na jeho prázdná místa. Hodnota parametru by pak určovala poměr dlaždic, který může zůstat mimo globální tvar. Vzhledem k tomu, že globální tvar se skládá ze stejného množství dlaždic jako celá teselace, tak by při hodnotě parametru 1 mělo být teoreticky možné přesunout všechny dlaždice teselace tak, aby se nacházely uvnitř globálního tvaru, i když za cenu nezachování lokálního tvaru jednotlivých regionů.

Co největší zachování lokálních tvarů, ke kterému směřuje v práci navržený algoritmus, vede v některých případech k tomu, že z výsledné anamorfózy jako celku není na první pohled jasné, o jaké území se jedná (např. z obr. 52 – ten o kousek výše – není na první pohled zřejmé, že jde o Česko a jeho kraje). Řešením by mohlo být pracovat s globálním tvarem již od začátku a rozložení dlaždic upravovat v rámci něj. To by nutně vedlo k horšímu zachování lokálních tvarů jednotlivých regionů, ale při jednoznačné identifikaci celkového území by to nemusel být takový problém. Dílčí regiony by pak bylo možné rozpoznat podle jejich umístění v rámci celku.

Dalším přirozeným rozšířením by mohlo být fungování algoritmu na nesouvislá data, například kontinentální státy Evropy společně s Velkou Británií. Algoritmus by identifikoval jednotlivé nesouvislé části, určil pro ně jednotnou rozlohu dlaždice a teselace pro každou část by se pak vytvořila samostatně. Na závěr by byly teselované části umístěny k sobě a jejich vzdálenost v původní mapě by určovala počet dlaždic, které budou mezi nimi vynechány.

Při testování poslední fáze algoritmu řešící překryvy a díry v mapě se projevila složitost této části a náročnost její implementace, která nefunguje na všechna testovací data. V každém případě však došlo k vytvoření prvotní teselace a následných verzí s posunem regionů. To je již dobrý základ, ze kterého si uživatel může vybrat nejlepší variantu a dle svých požadavků ručně dopravit. Kromě trojúhelníků toto navíc funguje i na všechny ostatní zvolené tvary dlaždic. To samo o sobě představuje relevantní výsledek diplomové práce. Původní ambice, spočívající ve zcela automatizovaném řešení problému pro všechny tvary dlaždic, se nepodařilo zcela naplnit, protože komplexní řešení problému představuje úkol, jehož složitost přesahuje časové a rozsahové možnosti standardní diplomové práce. Nabízí se tak prostor pro další práci na tomto tématu s konkrétními úkoly k řešení uvedenými výše.



## 6. Závěr

Předkládaná práce se věnuje kartografické anamorfóze založené na teselacích, nazývané též mozaiková anamorfóza. Jedná se o méně obvyklou moderní metodu tematické kartografie, která umožňuje jako ostatní plošné anamorfózy zanedbat vliv rozlohy vstupních územních jednotek a převést je na sadu pravidelných dlaždic, jejichž počet odpovídá zvolené kvantitativní proměnné a její hodnotě, která je přiřazena jedné dlaždici. Mozaiková anamorfóza tak přejímá výhodu všech plošných anamorfóz, kdy dochází ke zvětšení území s vyšší hodnotou mapované proměnné a tím i jejímu zvýraznění v mapě, i kdyby se původně jednalo o stát s malou rozlohou, který zaniká mezi sousedními státy. Převod na pravidelnou mřížku stejně velikých dlaždic navíc umožňuje při správném přiřazení hodnoty jedné dlaždice jednoduše odhadnout nebo spočítat hodnotu mapovaného jevu za jednotlivá území a jednodušeji porovnávat tato území mezi sebou.

Hlavním cílem práce bylo navrhnout možný postup automatizované tvorby mozaikové anamorfózy. Mezi dílčí cíle pak patřilo podrobné studium přístupů k tvorbě mozaikové anamorfózy, návrh postupu její automatizované tvorby, návrh a implementace algoritmu do podoby toolboxu nebo skriptů v prostředí GIS a jeho testování nad reálnými daty.

V úvodu práce je popsána rovinná teselace a tvary, které ji mohou tvořit. Dále je zde věnována část tematické kartografii, konkrétně představení kartografické anamorfózy, dostupným nástrojům pro její tvorbu a definici kartografické chyby anamorfózy. Podstatná část teoretické části práce je věnována tvorbě mozaikové anamorfózy. Zde je představen v současnosti jediný existující algoritmus pro její automatizovanou tvorbu, společně s příbuznými typy map a dalšími algoritmy, jejichž principy byly využity při návrhu algoritmu pro tvorbu mozaikové anamorfózy. Dále jsou zde představeny aspekty, které by měla výsledná anamorfóza splňovat, společně s metrikami pro její hodnocení. Na závěr jsou představeny další teoretické základy využití při návrhu algoritmu, konkrétně matematická morfologie a objektově orientované programování.

V praktické části je pak popsán návrh vlastního algoritmu pro automatizovanou tvorbu mozaikové anamorfózy. Jeho princip je založen na změřitkování vstupních polygonů dle zvolené kvantitativní proměnné a převodního parametru a jejich následném převodu na sadu pravidelných dlaždic. Takto teselované regiony jsou pak opakovaně posouvány

a z jednotlivých verzí anamorfózy je vybrána ta s nejlepším hodnocením. U ní jsou poté provedeny finální úpravy, které spočívají v odstranění nesouvislostí, děr a překryvů v mapě.

Další kapitola je věnována implementaci algoritmu a jeho testování nad reálnými daty. V diskuzi je pak navržený algoritmus porovnán s již existujícím algoritmem, jsou hodnoceny jeho nedostatky a navržena možná vylepšení a rozšíření algoritmu.

Testování algoritmu nad reálnými daty ukázalo složitost celého problému, kdy implementace algoritmu nefungovala úplně v pořádku na všechna vstupní data. Vytvořené skripty však ve všech případech umožňují tvorbu různých verzí teselace, která je dobrým výchozím bodem pro tvorbu mozaikové anamorfózy a kterou si může uživatel dle svých požadavků manuálně upravit. Obecně pak téma práce odpovídá trendu výzkumu v tematické kartografii, kterým je snaha o nalezení nezvyklých vizuálně zajímavých metod pro zobrazování dat a postupů pro jejich automatizovanou tvorbu.

## Zdroje

- ALAM, Md. J., BIEDL, T., FELSNER, S., KAUFMANN, M., KOBOUROV, S. G., UECKERDT, T. (2013): Computing Cartograms with Optimal Complexity. *Discrete & Computational Geometry*, 50, 3, 784–810.
- BAYER, T. (2008): *Algoritmy v digitální kartografii*. Karolinum, Praha.
- BEARAK, M., GAMIO, L. (2016): The U.S. foreign aid budget, visualized, *Washington Post*, <https://www.washingtonpost.com/graphics/world/which-countries-get-the-most-foreign-aid/> (19. 6. 2024).
- CANO, R. G., BUCHIN, K., CASTERMANS, T., PIETERSE, A., SONKE, W., SPECKMANN, B. (2015): Mosaic Drawings and Cartograms. *Computer Graphics Forum*, 34, 3, 361–370.
- ČAPEK, R., MIKŠOVSKÝ, M., MUCHA, L. (1992): *Geografická kartografie*. Státní Pedagogické Nakl, Praha.
- ČÚZK, ČSÚ, ARCDATA PRAHA (2021): ArcČR® 4.0, digitální geografická databáze, <https://web.archive.org/web/20210924205901/https://www.arcdata.cz/produkty/geograficka-data/arccr-4-0> (6. 10. 2021).
- DORLING, D. (1996): *Area cartograms: their use and creation*. School of Environmental Sciences, University of East Anglia, Norwich, England.
- DOUGENIK, J. A., CHRISMAN, N. R., NIEMEYER, D. R. (1985): An algorithm to construct continuous area cartograms. *The Professional Geographer*, 37, 1, 75–81.
- EPPSTEIN, D., VAN KREVELD, M., SPECKMANN, B., STAALS, F. (2015): Improved Grid Map Layout by Point Set Matching. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 25, 2, 101–122.
- ESRI, FIELD, K. (2017): *Cartograms*. Geographic Information Science & Technology Body of Knowledge, Q3, 2017.
- EVANS, W., FELSNER, S., KAUFMANN, M., KOBOUROV, S. G., MONDAL, D., NISHAT, R. I., VERBEEK, K. (2018): Table cartogram. *Computational Geometry*, 68, 174–185.
- FIELD, K. (2022): *Thematic mapping: 101 inspiring ways to visualise empirical data*. Esri Press, Redlands, California.

- FIELD, K. (2023): Graphical cartograms in ArcGIS Pro, ArcGIS Blog, <https://www.esri.com/arcgis-blog/products/arcgis-pro/mapping/graphical-cartograms-in-arcgis-pro/> (12. 6. 2024).
- FINK, C. (2017): austromorph/cartogram3, <https://github.com/austromorph/cartogram3> (11. 6. 2024).
- FLANAGAN, B. (2016): US election 2016: battle of the maps, Resource Centre | Esri UK & Ireland, <https://resource.esriuk.com/blog/2016-11-1-us-election-2016-battle-of-the-maps/> (18. 5. 2023).
- GASTNER, M. T. (2019): Flow-Based-Cartograms/go\_cart, [https://github.com/Flow-Based-Cartograms/go\\_cart](https://github.com/Flow-Based-Cartograms/go_cart) (11. 6. 2024).
- GASTNER, M. T. (2024): Creating Cartograms Online, go-cart.io, <https://go-cart.io/> (11. 6. 2024).
- GASTNER, M. T., NEWMAN, M. E. J. (2004): Diffusion-based method for producing density-equalizing maps. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101, 20, 7499–7504.
- GASTNER, M. T., SEGUY, V., MORE, P. (2018): Fast flow-based algorithm for creating density-equalizing map projections. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115, 10, 156–164.
- GOUTSIAS, J., HEIJMANS, H. J. A. M. (2000): *Fundamenta Morphologicae Mathematicae. Fundamenta Informaticae*, 41, 1–2, 1–31.
- HLAVÁČ, V. (2022): *Matematická morfologie, výukový materiál na ČVUT v Praze*, <https://people.ciirc.cvut.cz/~hlavac/TeachPresCz/11DigZprObr/71-06MatMorfolBinCz.pdf> (18. 6. 2024).
- HOLTZ, Y. (2018): Basic Cartogram with R, <https://www.r-graph-gallery.com/332-hexbin-chloropleth-cartogram.html> (12. 6. 2024).
- CHIANG, Y.-T., LIN, C.-C., LU, H.-I. (2005): Orderly Spanning Trees with Applications. *SIAM Journal on Computing*, 34, 4, 924–945.
- JEWORUTZKI, S. (2019): cartogram: Create Cartograms with R, <https://github.com/sjewo/cartogram> (11. 6. 2024).
- MCNEILL, G., HALE, S. A. (2017): Generating Tile Maps. *Computer Graphics Forum*, 36, 3, 435–445.

- MEULEMANS, W., DYKES, J., SLINGSBY, A., TURKAY, C., WOOD, J. (2017): Small Multiples with Gaps. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 23, 1, 381–390.
- MEULEMANS, W., SONDAG, M., SPECKMANN, B. (2021): A Simple Pipeline for Coherent Grid Maps. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 27, 2, 1236–1246.
- MIKLÍN, J., DUŠEK, R., KRTIČKA, L., KALÁB, O. (2018): *Tvorba map*. Ostravská univerzita, Ostrava.
- MIKULČÁK, J., CHARVÁT, J., MACHÁČEK, M., ZEMÁNEK, F. (2003): *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Prometheus, Praha.
- MIURA, K., AZUMA, M., NISHIZEKI, T. (2005): A canonical decomposition, realizer, Schnyder labeling and orderly spanning trees of a plane graphs. *International Journal of Foundations of Computer Science*, 16, 1, 117–141.
- NED (2022): Natural Earth Data, Admin 0 – Details, map units, ver. 5.1.1, <https://www.naturalearthdata.com/downloads/110m-cultural-vectors/> (9. 7. 2024).
- NELSON, J. (2024): How to Make a Hexagonal Cartogram in ArcGIS Pro, *Adventures In Mapping*, <https://adventuresinmapping.com/2024/03/13/how-to-make-a-hexagonal-cartogram-in-arcgis-pro/> (12. 6. 2024).
- NUSRAT, S., KOBOUROV, S. (2016): The State of the Art in Cartograms. *Computer Graphics Forum*, 35, 3, 619–642.
- OLSON, J. M. (1976): Noncontiguous Area Cartograms. *The Professional Geographer*, 28, 4, 371–380.
- PONÍŽIL, P. (2003): *Prostorové teselace: klasifikace a využití v materiálovém inženýrství*, zkrácená verze habilitační práce. VUTIUM, Brno.
- REYES NUÑEZ, J. J., JUHÁSZ, B. (2015): Hungarian survey on the use of cartograms in school cartography. *International Journal of Cartography*, 1, 1, 5–17.
- ROSER, M. (2018): The map we need if we want to think about how global living conditions are changing, *Our World in Data*, <https://ourworldindata.org/world-population-cartogram> (19. 6. 2024).
- SHAWCROSS, G. (2012): *Periodic and Non-Periodic Tiling*, Graham Shawcross PhD Architect, <https://grahamshawcross.com/2012/10/12/periodic-and-non-periodic-tiling/> (20. 6. 2024).

SOJKA, E., GAURA, J., KRUMNIKL, M. (2011): Matematické základy digitálního zpracování obrazu. VŠB Ostrava, ZČU v Plzni.

SOUSA, C. (2019): Cartogram geoprocessing tool, <https://www.arcgis.com/home/item.html?id=d348614c97264ae19b0311019a5f2276> (11. 6. 2024).

ŠKOP, M., MAHDALOVÁ, K. (2023): Unikátne dáta z volieb 2023: mapy ukazujú, ako strany uspeli v okresoch, Aktuality.sk, <https://www.aktuality.sk/clanok/mBMQPEp/unikatne-data-z-volieb-2023-mapy-ukazuju-ako-strany-uspeli-v-okresoch/> (20. 6. 2024).

THOMPSON, H. (2018): How to Build a Cartogram in Microsoft Office and ArcGIS Online, ArcGIS Blog, <https://www.esri.com/arcgis-blog/products/arcgis-online/mapping/how-to-build-a-cartogram-in-microsoft-office-and-arcgis-online/> (12. 6. 2024).

VIRIUS, M. (2004): Základy algoritmickej. Vydavateľství ČVUT, Praha.

VOŽENÍLEK, V. (2004): Aplikovaná kartografie I: tematické mapy. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc.

VOŽENÍLEK, V., KAŇOK, J. (2011): Metody tematické kartografie. Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc.

WEISSTEIN, E. W. (2001): Regular Tessellation, Wolfram MathWorld, <https://mathworld.wolfram.com/> (20. 6. 2024).

WONGSUPHASAWAT, K. (2016): Whose Grid Map is better? Quality Metrics for Grid Map Layouts, Medium, <https://kristw.medium.com/whose-grid-map-is-better-quality-metrics-for-grid-map-layouts-e3d6075d9e80> (23. 3. 2024).

ZHANG, N., MAO, Y. (2021): Spatial Effects of Environmental Pollution on Healthcare Services: Evidence from China. International Journal of Environmental Research and Public Health, 18, 4, 1784.

## Seznam příloh

**Příloha 1:** složka *skripty* s následujícím obsahem:

- osm skriptů s implementací algoritmu,
- soubory *tiles.lyrx* a *vectors.lyrx* se symbologií pro vizualizaci posunu regionů,
- složka *mosaic\_cartogram* s ArcGIS Pro projektem k tvorbě animace

**Příloha 2:** Třída bodových objektů *PointGrid*

**Příloha 3:** Třída *MapScore* pro celkové hodnocení mapy

## Příloha 2: Třída bodových objektů *PointGrid*

Za účelem efektivnější práce s teselovanými regiony byla navržena vlastní třída objektově orientovaného programování *PointGrid*, v níž každý objekt odpovídá jednomu bodu globální mřížky. Pro každý objekt třídy je definován inicializátor a objekt se skládá z dále popsáných datových struktur a metod.

### P.2.1 Inicializátor objektu

Pro vytvoření objektu je nutné předat inicializátoru následující parametry s datovým typem uvedeným v závorce:

- $X$  (desetinné číslo) – x-ová souřadnice bodu
- $Y$  (desetinné číslo) – y-ová souřadnice bodu
- $index$  (celé číslo) – index odkazující na pozici bodu v seznamu bodů globální mřížky
- $FID$  (seznam) – seznam obsahující FID všech regionů, kterým daný bod náleží
- $orientation$  (celé číslo) – hodnoty 0 nebo 1 určující orientaci dlaždice

### P.2.2 Datové struktury

Vlastnosti objektů jsou definovány následujícími datovými strukturami:

- $X$  – inicializována parametrem  $X$
- $Y$  – inicializována parametrem  $Y$
- $geom\_ID$  – inicializována parametrem  $index$
- $FID$  – inicializována parametrem  $FID$
- $neighbors$  – seznam pro ukládání sousedních bodů, inicializována prázdným seznamem
- $orientation$  – inicializována parametrem  $orientation$
- $inner$  – booleova hodnota definující, zda se jedná o vnitřní dlaždici, inicializována hodnotou *False*

### P.2.3 Metody

Pro práci s bodovými objekty byly navrženy následující metody.

#### Skupina *Setterů*

Tato skupina metod slouží k přidání nebo uložení nových hodnot do datových struktur objektů. Skupinu tvoří následující metody, u nichž jsou v závorce uvedeny vstupní parametry:

- $setFID$  (hodnota FID jednoho regionu) – do seznamu  $FID$  je přidána vstupní hodnota



- *setNeighbor* (bod typu *PointGrid*) – do seznamu *neighbors* je přidán sousední objekt

### **Skupina *Getterů***

Tato skupina metod slouží k předávání hodnot datových struktur jednotlivých objektů a je tvořena následujícími metodami, u kterých je uvedeno, kterou datovou strukturu předávají:

- *getFID* – *FID*
- *getCoords* – *X, Y*
- *getNeighbors* – *neighbors*
- *getOrientation* – *orientation*
- *getInner* – *inner*

### ***removeFID***

Tato metoda má jako vstupní parametr hodnotu *FID* jednoho regionu a slouží k jejímu odstranění ze seznamu *FID*.

### ***checkInner***

Tato metoda přejímá na vstupu tvar dlaždice a slouží k určení toho, zda se jedná o vnitřní dlaždici, tedy že všemi hranami sousedí s jinou dlaždicí. Metoda nastaví hodnotu datové struktury *inner* na *True* v případě, kdy se délka seznamu *neighbors* rovná počtu hran daného typu dlaždice. Ta pro čtverce a diamanty odpovídá hodnotě 4, pro šestiúhelníky a natočené šestiúhelníky hodnotě 6 a pro trojúhelníky hodnotě 3.

### ***findNeighborsCoords***

Metoda slouží k určení souřadnic sousedních bodových objektů daného objektu a jejími vstupními parametry jsou poloměr dlaždice a její tvar. Výpočet souřadnic sousedních objektů  $(X_n, Y_n)$  je založen na principu polárních souřadnic a do výpočtu vstupují souřadnice aktuálního objektu  $(X_p, Y_p)$ , poloměr dlaždice  $r$  a úhel  $u$ . Souřadnice sousedů jsou pak dány následujícími vztahy:

$$X_n = X_p + 2 \cdot r \cdot \cos\left(u \cdot \frac{\pi}{180}\right),$$

$$Y_n = Y_p + 2 \cdot r \cdot \sin\left(u \cdot \frac{\pi}{180}\right).$$

Pro každý tvar dlaždice je definována sada úhlů, na kterých se nacházejí středy sousedních dlaždic a pro něž jsou vypočteny odpovídající souřadnice. Metoda následně vrátí

seznam všech souřadnic, kde by se mohly nacházet sousedé aktuálního bodového objektu. Vztah mezi středem dlaždice a středy sousedních dlaždic je naznačen na obrázku 29 na straně 44. Úhly, na kterých se počítají souřadnice sousedů, jsou pro jednotlivé tvary dlaždic následující:

- čtverec – 0, 90, 180, 270
- šestiúhelník – 30, 90, 150, 210, 270, 330
- trojúhelník – 30, 150, 270
- diamant – 45, 135, 225, 135
- natočený šestiúhelník – 0, 60, 120, 180, 240, 300

### ***updateNeighbors***

Tato metoda má jako vstupní parametry slovník bodových objektů teselace, slovník bodových objektů děr, poloměr a tvar dlaždice a slouží k aktualizaci sousedů bodových objektů při jejich posouvání po globální mřížce. Na začátku dojde k nastavení datové struktury *neighbors* na prázdný slovník, čímž se vymažou sousedé aktuálního objektu. Následně jsou metodou *findNeighborsCoords* určeny souřadnice sousedů bodového objektu. Pro každou souřadnici je zkontrolováno, zda se pro ni nachází objekt ve slovníku objektů teselace nebo děr a pokud ano, je tento objekt uložen jako soused aktuálního objektu. Na závěr je zavolána metoda *checkInner*, čímž dochází ke kontrole, zda se jedná o vnitřní dlaždici.

### ***resetNeighbors***

Tato metoda nemá žádné vstupní parametry a jejím účelem je vymazat sousedy objektu, čehož je docíleno nastavením datové struktury *neighbors* na prázdný seznam.

### ***createTile***

Metoda má na vstupu úhlopříčku dlaždice a její tvar a slouží k vytvoření polygonu dlaždice pro daný bodový objekt. Obdobně jako v metodě *findNeighborsCoords* jsou pomocí polárních souřadnic nalezeny souřadnice vrcholů dlaždice. V tomto případě je ale poloměr dlaždice nahrazen její úhlopříčkou a pro každý tvar dlaždice je definována jiná sada úhlů. Sady úhlů jsou následující:

- čtverec – 45, 135, 225, 315, 45
- šestiúhelník – 0, 60, 120, 180, 240, 300, 0
- trojúhelník s orientací 0 – 90, 210, 330, 90

- trojúhelník s orientací 1 – 30, 150, 270, 30
- diamant – 0, 90, 180, 270, 0
- natočený šestiúhelník – 30, 90, 150, 210, 270, 330, 30

Na každé z vypočtených souřadnic dochází k vytvoření bodu, ze kterých je následně vytvořen polygon představující dlaždici, jenž metoda vrací. V seznamu úhlů se poslední rovná prvnímu z toho důvodu, aby se vytvořil bod opět na první pozici a došlo tak k uzavření polygonu.

### **Příloha 3: Třída MapScore pro celkové hodnocení mapy**

Pro práci s jednotlivými metrikami a pro určení celkového skóre mapy byla navržena třída objektově orientovaného programování *MapScore*. V ní každý objekt odpovídá hodnocení jedné verze anamorfózy. Pro každý objekt třídy je definován inicializátor a objekt se skládá z dále popsaných datových struktur a metod.

Celkové hodnocení mapy je pro jednoduché porovnání různých verzí dáno jedním číslem. Za tím účelem jsou výsledky jednotlivých metrik převedeny na skóre v rozmezí hodnot 0–1 s tím, že hodnota 0 představuje ideální stav a hodnota 1 nejhorší hodnocení. Výsledné skóre vzniká vynásobením dílčích skóre vahami a jejich součtem.

#### **P.3.1 Inicializátor objektu**

Pro vytvoření objektu pro hodnocení mapy je nutné předat inicializátoru následující parametry s datovým typem uvedeným v závorce:

- *original\_adjacency* (seznam) – seznam dvojic regionů původních sousedů
- *original\_polygons\_dict* (slovník) – slovník původních regionů
- *new\_grid\_points\_dict* (slovník) – slovník bodových objektů výsledné teselace
- *orig\_grid\_points\_dict* (slovník) – slovník bodových objektů prvotní teselace
- *conflict\_points* (slovník) – slovník udržující k souřadnicím bodů globální mřížky informaci o tom, kolik se v jejich místě překrývá dlaždic různých regionů
- *input\_tile\_layer* (polygonová vrstva) – polygonová vrstva dlaždic teselace
- *output\_dissolved\_polygon* (text/cesta k souboru) – cesta pro uložení výsledného sloučeného polygonu
- *grid\_points\_lyr* (bodová vrstva) – vrstva bodů globální mřížky
- *tess\_points\_lyr* (bodová vrstva) – vrstva bodů teselace
- *tile\_radius* (desetinné číslo) – poloměr dlaždice
- *tile\_diagonal* (desetinné číslo) – úhlopříčka dlaždice
- *shape* (text) – název tvaru dlaždice
- *metrics\_weights* (seznam) – seznam se šesti hodnotami, které odpovídají vahám metrik a jejich součet je roven jedné

### P.3.2 Datové struktury

První sada datových struktur odpovídá názvem všem vstupním parametrům kromě *metrics\_weights* a jsou inicializovány příslušnými parametry. Dále jsou definovány tři nové struktury:

- *regions\_centroids* – slovník pro ukládání souřadnic centroidů jednotlivých regionů, inicializována prázdným slovníkem
- *missing\_nbs\_list* – seznam pro ukládání chybějících sousedů, inicializována prázdným seznamem
- *false\_nbs\_list* – seznam pro ukládání nepravých sousedů, inicializována prázdným seznamem

Další sada struktur odpovídá vahám jednotlivých metrik, které jsou v uvedeném pořadí inicializovány položkami vstupního parametru *metrics\_weights* a nesou následující názvy:

- *adjacency\_w* – váha metriky sousedství
- *angles\_w* – váha úhlové metriky
- *overlap\_w* – váha metriky překryvů v mapě
- *holes\_w* – váha metriky děr v mapě
- *shape\_w* – váha tvarové metriky
- *compass\_w* – váha metriky *compass direction*

Na závěr je definována sada struktur odpovídajících skóre jednotlivých metrik. Jedná se o následující struktury, které jsou všechny inicializovány hodnotou -1:

- *adjacency\_score* – skóre metriky sousedství
- *angles\_score* – skóre úhlové metriky
- *overlap\_score* – skóre metriky překryvů v mapě
- *holes\_score* – skóre metriky děr v mapě
- *shape\_score* – skóre tvarové metriky
- *compass\_score* – skóre metriky *compass direction*
- *map\_score* – celkové skóre mapy

### P.3.3 Metody

Pro práci s metrikami a určení celkového skóre mapy byly navrženy následující metody, z nich žádná nemá žádný vstupní parametr kromě vlastního objektu:

### ***calculateAdjacencyScore***

V této metodě dochází k výpočtu metriky sousedství a k uložení do příslušných datových struktur seznamu chybějících a nepravých sousedů, které metrika vytváří. Skóre sousedství je určeno jako součet nepravých a chybějících sousedů vydělený celkovým počtem sousedů.

### ***calculateAnglesScore***

Výsledek úhlové metriky, průměrný znormovaný rozdíl úhlů mezi sousedními regiony, je nastaven jako úhlové skóre. Slovník centroidů regionů vytvořený metrikou je uložen do příslušné datové struktury.

### ***calculateOverlapScore***

Jako hodnota skóre překryvu je nastaven výsledek odpovídající metriky, tedy poměr překryvů a všech dlaždic teselace.

### ***calculateHolesScore***

Jako krok mřížky pro výpočet dilatace a eroze je nastaven dvojnásobek poloměru dlaždice. Jako skóre děr je pak nastaven výsledek metriky hodnotící díry v mapě, tedy poměr počtu děr vůči bodům souvislého polygonu teselace.

### ***calculateShapeScore***

Metoda spouští výpočet tvarové metriky, jejíž výsledkem je matice s počty odpovídajících si a rozdílných bodových objektů pro každý region. Pro každý z regionů je následně určen počet dlaždic a pravý tvar představovaný počtem bodových objektů, které si po zarovnání nového regionu na starý odpovídají. Pravý tvar je následně vydělen počtem dlaždic a výsledek je odečten od jedné, aby platilo, že hodnota 1 odpovídá nejhorší variantě. Tvarové skóre je pak dáno jako průměr výsledků za všechny regiony.

### ***calculateCompassDirectionScore***

Jako skóre metriky *compass direction* je nastaven její výsledek, tedy průměr z narušení vzájemných pozic všech dvojic regionů.

### ***calculateMapScore***

Nejprve je zavoláno šest předchozích metod, čímž dojde k výpočtu skóre jednotlivých metrik. Daná skóre jsou následně vynásobena příslušnými vahami a celkové skóre mapy je určeno jejich součtem.

## Skupina *Getterů*

Tato skupina metod slouží k předávání hodnot vypočtených datových struktur a je tvořena následujícími metodami, u kterých je uvedeno, které struktury předává:

- *getMapScore* – celkové skóre mapy
- *getRegionsCentroids* – slovník centroidů regionů
- *getMissingNbrsList* – seznam chybějících sousedů
- *getFalseNbrsList* – seznam nepravých sousedů