

Posudek vedoucího bakalářské práce Šimona Pošty *The philosophical problem of identity and category theory (FF UK 2024)*

Práce si klade za cíl vytvořit původní ontologický přístup, který by bylo možné aplikovat jako obecný výkladový rámec na různé teorie z oblasti základů matematiky. První část práce zavádí hlavní pojmy tohoto přístupu. Druhá část aplikuje tento přístup na teorii množin, resp. na její nejznámější variantu: Zermelo-Fraenkelovu teorii množin s axiomem výběru (ZFC). Třetí část se věnuje aplikaci ontologického přístupu na Lawverův systém CCAF, který vychází z teorie kategorií. Následuje shrnutí v závěrečné kapitole práce a příloha, která do větších detailů vykládá technické aspekty zmíněných teorií. Centrálním tématem je role a povaha pojmu identity v těchto systémech.

V hrubých obrysech se jedná o zajímavý projekt a výběr základních teorií ZFC a CCAF, na které se práce zaměřuje, dává v tomto kontextu dobrý smysl. Je to však také projekt velmi ambiciózní, jehož cíle svojí ambiciózností výrazně překračují to, co je požadováno na úrovni bakalářské práce. Domnívám se, že tato ambicióznost práci výrazně uškodila a vytyčené cíle se z níže uvedených důvodů nepodařilo naplnit.

Nejzákladnějším problémem práce je velmi výrazná nesrozumitelnost celého textu. Ta je jistě částečně dána složitostí tématu, avšak domnívám se, že do velké míry je za ni zodpovědný i způsob výkladu. Kvůli vysoké míře nesrozumitelnosti neposkytuje navržený ontologický přístup čtenáři nástroj, pomocí kterého by mohl dosáhnout hlubšího filosofického vhledu do zkoumaných teorií. Bohužel téměř žádný aspekt práce není zpracován srozumitelným či přehledným způsobem. To se týká konkrétnějšího vymezení cílů práce, zavádění základních pojmů ontologického přístupu, ale i výkladu technických aspektů zkoumaných teorií a vysvětlení, čeho bylo vlastně předloženo filosofickou analýzou dosaženo. Nesrozumitelnost výkladu výrazně komplikuje možnost adekvátně posoudit potenciál myšlenek, které jsou v zárodcích v práci nastíněné a které by při lepším zpracování mohly být zajímavé.

Co se týče technických pasáží, které se týkají konkrétních matematických teorií, je patrné, že autor je s těmito teoriemi obeznámen a má do nich určitý vhled, i když jejich výklad, zejména pak výklad teorie kategorií, není příliš přehledný. V detailech se objevuje několik drobných problémů a nepřesností. Není zde prostor na jejich důkladný výčet a tyto drobnější problémy nejsou ani podstatné pro posouzení filosofického rozměru celé práce. Uvádím pouze následující příklady pro ilustraci:

- Str. 38 „by Ax. 2 $\forall x(x=x)$ for all sets“: Jedná se o uzavřenou formuli, nedává tedy smysl tvrdit, že platí pro všechny množiny. To by se dalo říct o formuli $x=x$, nikoli o formuli $\forall x(x=x)$. Navíc je tato formule logicky platná, a není tedy správné tvrdit, že platí na základě axiomu extenzionality teorie množin (Ax.2).
- Str. 98, formulace neomezeného principu komprehenze obsahuje na pravé straně ekvivalence nadbytečný konjunkt „ $x \in a$ “.
- Str. 112: Formulace axiomu výběru je poněkud chaotická. Velké sjednocení je aplikováno nikoli na množinu X , ale na podmínku, která má za sjednocením množiny X následovat. I když je to zjevně míněno správně, takto formulované by to nedávalo dobrý smysl.
- Jako poznámku na okraj lze také zmínit, že poměrně rušivě v celé práci působí velmi nekonzistentní používání kurzívy pro matematický text. Např. pro označení množin či morfismů se na některých místech používá kurzíva a jinde – často však v rámci téže věty – nikoli (např. str. 97: „for any set a there also exists a set z consisting of exactly

those elements of a satisfying the formula“). Bývá zvykem psát tyto věci jednotným způsobem, což není jen otázka estetiky, ale přispívá to k čitelnosti textu.

Ke konkrétním částem práce mám následující dotazy a nejasnosti, na které by bylo žádoucí během obhajoby zareagovat:

1. V úvodní kapitole práce jsou zavedeny základní pojmy předloženého ontologického přístupu: *source ontology*, *target ontology*, *absolute conceptual universe*, *collection of preobjects*, *value hierarchy subsystem* atd. Jejich konkrétní význam mi není v mnoha aspektech jasný, ale např. rozlišení mezi *source ontology* a *target ontology* připomíná klasické Fregovo rozlišení mezi smyslem a významem. Je nějaký specifický důvod, proč nepřijmout Fregovo ustálené a široce přijímané rozlišení a zavádět rozlišení nové? Liší se nějakým podstatným způsobem rozdíle mezi *source ontology* a *target ontology* od rozdílu mezi smyslem a významem?

2. V kapitole 1.5 se hovoří o sortální vrstvě v rámci *target ontology*. Jestli je moje interpretace správná, pojem sorty přibližně odpovídá pojmu typu, který se objevuje v běžných teoriích typů. V práci se pro ilustraci zavádějí sorty *Substances* a *Properties*, které se běžně vyskytují v predikátové logice. Dále se zavádí sorta *Information*, která klasifikuje predikáty podobně jako predikáty klasifikují substance. Z textu mi není jasné, čemu by měly instance této sorty odpovídat. Je tato sorta čistě umělým konstruktem nebo odpovídá něčemu přirozenému, tak jako sorty substancí a predikátů? Proč je pro název této sorty zvolen zrovna tento termín? Jak tato sorta souvisí s pojmem informace?

3. Při výkladu teorie množin ve druhé kapitole se zdá být podstatné, že za primitivní vztah se nepovažuje pouze náležením jedné množiny do druhé, ale také nenáležením. Argument pro tento netradiční přístup je formulován v oddílu 2.2.2 (str. 33). Argumentu příliš nerozumím a uvítal bych, kdyby byl během obhajoby objasněn.

4. V závěru (čtvrtá kapitola) se uvádí, že v kontrastu k teorii množin v sobě ontologie teorie kategorií internalizuje určité epistemické aspekty perspektivy („categorical ontologies internalize the epistemic aspect of perspective“, str. 80). To je zajímavé tvrzení, které by mohlo být nosnou tezí celé práce, kdyby bylo srozumitelně vysvětleno, co se tím přesně míní. Příslušná pasáž je však opět poněkud nejasná. Domnívám se, že by bylo vhodné tento bod při obhajobě dovysvětlit.

5. Druhá kapitola, která se věnuje ZFC, prochází a komentuje jednotlivé axiomy tohoto systému. Začíná přitom axiomem existence, který tvrdí, že existuje objekt, který je sám se sebou identický. Víím, že je tento axiom explicitně uveden v knize (Balcar, Štěpánek, 1986), ze které práce čerpá. Přesto mi není jasné, proč by měl být tento axiom zahrnut do teorie množin, když se jedná o princip platný již v klasické predikátové logice, o kterou se ZFC opírá. Je třeba tento axiom uvádět speciálně jako princip teorie množin? (Tato otázka je marginální a má smysl se k ní při obhajobě vyjadřovat jen v případě, že je na to dostatek času.)

Přes výše uvedené závažné nedostatky vykazuje práce známky originálního uvažování o komplexních tématech a obeznámenosti se složitými teoriemi z oblasti základů matematiky. Práci proto **doporučuji k obhajobě**, pokud se autorovi podaří srozumitelně shrnout, čeho bylo v práci dosaženo, dovysvětlit případné nejasnosti a náležitě odpovědět na výše uvedené dotazy. V takovém případě navrhuji práci hodnotit známkou „dobře“.

V Praze dne 30. 8. 2024

Vít Punčochář