

## Posudek vedoucího bakalářské práce Pavla Šolína „Fregův pojem analytičnosti“

Práce Pavla Šolína má za téma *analytičnost* v díle Gottloba Frege, a to jednak ve vztahu k jejím kořenům ve filosofii Kantově, kam ji – byť negativně – sleduje i Frege sám, tak s ohledem na další osudy Fregova pokusu zdůvodnit analytickou povahu aritmetiky.

Autor v souladu s tímto úkolem rozděluje práci na dvě kapitoly (kapitola třetí je pro svou stručnost spíše dodatkem té druhé). Obě mají také, zdá se mi, rozdílnou kvalitu zpracování, kdy první je víceméně koherentní a dospívá k jasnému – byť interpretačně diskutabilnímu – závěru ohledně položené otázky, druhá je oproti tomu mírně řečeno zmatečná. To neplatí nutně o všech aspektech provedení – které je často velmi detailní a svědčí o autorově vhladu do problému stejně jako prostudování značného množství literatury, která je vše jen ne snadná –, ale o celkové struktuře argumentů, jejich průhlednosti, návaznosti a validitě artikulovaných závěrů. Ty jsou často jen nahozené a nelze se zbavit dojmu, že byly koncipovány pod tlakem času spíš nežli po zralé úvaze.

Na celém zpracování je problematické i to, že jsem je před odevzdáním neviděl, tj. musím k němu fakticky přistoupit nikoli jako vedoucí práce, ale jako její oponent. Mrzuté je to i proto, že práci nechybí zas tak moc k podobě, která by mohla být prohlášena za uspokojivou, ne-li výbornou.

Posudek v souladu s tím rozděluji na dvě části, kdy první lze chápat spíše jako interpretační nesouhlas nebo doplnění, druhou už jako přímou kritiku. **Při tom všem dospívám k závěru, že práce sice obhajitelná je, ale výsledek nechci předjímat a nechávám jej na průběh řízení.**

X

Platí, že kapitolu 1 práce považuji – přes interpretačně ambivalentní vyznění – za celkově uspokojivou a informativní. Autor v ní v první řadě předvádí základní rozdíly mezi analytičností u Kanta a Frege. První teorie se podle něj opírá o představu, že elementární formou věty je její subjekt-predikátový rozklad a okolnost, že v subjektu může být „obsažen“ predikát, přičemž to, co zde znamená „obsažen“, může být předmětem další debaty. Druhá teorie se potýká už s tím, že Frege přímou definici vlastně nepodává, a to, co se jí nejvíce blíží – a je takto i často traktováno –, je představa souvislého argumentačního řetězce (s. 11), tedy založení *axiomatické*, jak jej sám zmiňuje ve své *Begriffsschrift*. Toto pojetí, jak autor uvádí (s. 12), naráží na přirozenou námitku, že dělá analytičnost závěru závislou na analytičnosti premis a pravidel (jímž může být *modus ponens*, není to ale „typické“, jak autor tvrdí, s. 19, protože to by Fregův systém omezilo na výrokový počet).

Aby se tomuto kruhu vyhnul, resp. vysvětlil, jak se mu vyhýbá Frege, experimentuje autor s rozlišením analytičnosti na látkovou (asi by se řeklo spíše „materiální“) a formální, přičemž Kantovi přiřazuje první z nich a Fregovi druhou. Rozdíl má spočívat v tom, že u Kanta analytičnost plyne z obsahu pojmů, zatímco u Frege z jejich formy.

Osobně tento závěr, nutno říci, považuji za velmi suspektní, protože Kantovu (a Leibnizovu) definici lze *mutatis mutandis* také analyzovat jako formální, totiž plynoucí z možnosti (1) definovat složené pojmy kumulací elementárních, v tom smyslu, v němž je grošák (A) definován jako strakatý kůň (BC) a následně (2) definovat analytickou větu – tentokrátě tedy „grošák je strakatý“ – jako nalezení identity části (B) takto definovaného pojmu v subjektu (A). Frege ostatně sám tento kumulativní způsob pojmotvorby explicitně uvádí jako důvod, proč se Kantova logika nebyla s to pohnout dál za Aristotela, a nemohla tedy analyzovat pravdy matematiky jako analytické.

Hovoří-li v tomto kontextu autor o Fregovi jako o „velkém pragmatikovi“ (s. 12) nebo „transcendentálním filosofovi“ (s. 27), je to příliš zkratkovité, aby to dávalo jednoduchý a čtenáři snadno uchopitelný smysl. Frege může být obojí, nebo ani jedno, podle toho, jak čteme jeho rozhodnutí pojmut určitě struktury matematického diskurzu jako struktury logické a obhájit je tak, s doplňkem, že si při této obhajobě s těmito strukturami vystačí. K tomu je třeba vysvětlit, jak může Frege např. pravdivost vět „prší nebo neprší“ chápat jako odvislou od záležitostí prosté formy, neboť tato forma, totiž negace „ne“ a spojka „nebo“ mají přirozeně opět nějaký obsah. Větu lze tedy snadno v souladu s autorovým návrhem označit jako materiálně pravdivou.

Podle mě lze toto vše vyřešit zaměřením se na sémantický aspekt Fregova systému, který autor spíše pomíjí, ačkoli explicitně zmiňuje jeho derivát, což je substituční analýza věty (s. 17). Podobně jako Bolzano totiž Frege určuje ve výsledku jako analytické ty výrazy, které mohou zůstat ve větě pevné, aniž by byla ohrožena pravdivost celku při variovatelnosti zbytku *salva veritate*. To má své vlastní problémy, ale lze odtud dospět k výrazům, které v nějakém ohledu procházejí napříč diskurzy, protože tyto diskurzy formálně pořádají, jako je např. implikace (v tom smyslu, že v každém diskurzu je třeba usuzovat), a komplikovaněji pak negace nebo rovnost.

Z toho odvozeně plyne, že Fregův pojem analytičnosti ani náhodou není axiomatický a že naopak jeho axiomatické založení logiky – stejně jako analytičnost matematiky – už předpokládá předchozí vyjasnění toho, co jsou obecné pojmy jeho logiky. Proto se ostatně nazývá „pojmovým písmem“. Možná je vhodné zmínit, že operátor  $\vdash$ , který Frege zavádí a který je v současnosti standardně užíván právě pro dokazatelnost v axiomatickém systému, Frege používá jako zdůvodnění pravdivosti uvedené věty, tedy jako operátor sémantický.

## X

Vše právě řečené je každopádně věc názoru a nepředstavuje to větší výtku vůči samotné práci, spíše její interpretační usměrnění. To už neplatí pro kapitoly 2 a 3, kde se autor zabývá detaily Fregova pokusu o analytické zdůvodnění aritmetiky. Co chybí, je primárně nevyjasněný vztah k první části, mj. proto, že není stále jasné, v jakém ohledu má vlastně Fregův systém analytický být. To, co v první části mohlo být záležitostí debaty, se tak v části druhé ukazuje jako největší překážka věrohodného a koherentního výkladu.

Tvrdím přitom, že teprve přijmeme-li, že si chce Frege vystačit s omezeným reservoírem pojmů, které označil jako logické, dává smysl zabývat se jeho definicí čísla a dalších aritmetických pojmů, jak autor činí, protože se můžeme zaměřit na způsob, jimiž je chce zavést jako „logické předměty“, ať už prostřednictvím Humova principu nebo toho, co nazývá *Grundgesetz V*. Tyto principy jsou zajímavé právě ve své logicko-sémantickém určení, které chce zavést nějaký nový objekt v kontextu rovnosti přes platnost nějaké věty, např. té, že dvě přímky mají tentýž směr (tj. směr  $a =$  směr  $b$ ), pokud jsou rovnoběžné (tj. platí  $a // b$ ). Tomu se říká *definice abstrakcí*.

Frege sám diskutuje povahu této pojmotvorby a klade si otázku, zda lze s její pomocí zavést číslo přímo (Humův princip) nebo oklikou přes zavedení množiny (*Grundgesetz V*). Obojí se ukáže jako problematické, byť v druhém případě více, protože tato definice se ukazuje být ekvivalentní Russellovu paradoxu, který postihnul Fregeův systém.

Autor k tomu všemu říká mnoho zajímavého a hodnotného, ale protože mu v celém výkladu chybí základ, k němuž by se šlo průběžně vztáhnout, topí se přehršli volně propojených margináliích, jako jsou např. definice jednotlivých čísel. Mnohé tyto detaily jsou navíc nejasné, např. definice celých čísel apod. v poznámce 37, definice čísla 1, která by měla znít spíše  $\{x, x = 0\}$  než  $\{0\}$ , atd.. Totéž platí o Humově principu, který autor nejprve cituje v Humově původním vyjádření, aby posléze přešel k Fregeově pozdější variantě téhož, kde už se užívá *Grundgesetz V*. Nic z toho neumožňuje čtenáři pochopit, v čem vlastně spočívá pointa příslušného principu ve smyslu definice abstrakcí, mj. proto, že sám vůbec nedefinuje ústřední pojem rovnopočetnosti.

V obou kapitolách 2 a 3 také přibývá překlepů a nezdůvodněných a nejasných tvrzení. Namátkou:

(1) „Představme si jednu definici analytičnosti, která je ekvivalentní s tou Fregeovou: výrok je analytický, pokud z něho nelze odvodit spor.“ (viz s. 31) Osobně nechápu, proč je tato definice ekvivalentní s Fregeovým pojetím analytičnosti a jak to vůbec někdo může považovat za kritérium analytičnosti: spor by nemělo jít odvodit z ničeho, co je pravdivé, ať už synteticky či jinak. Pokud se naráží na Hilbertův axiomatismus, kdy je kritérium pravdivosti konzistence, Frege byl jednak jeho explicitním odpůrcem, jednak ani sám Hilbert nepovažoval tento způsob definování za analytický, ale naopak za syntetický, protože operoval s formulami v tom, co Hilbert nazývá „finite Einstellung“.

(2) Gödelova věta (s. 32) je formulována velmi přibližně, např. zmíněné rekurzivně axiomatizovatelné systémy, které jsou neúplné, musí být také konzistentní apod.

(3) Nemyslím si, že by někdo tvrdil, že je v teorii množin formalizována celá matematika (s. 32). Formalizovat matematiku lze – v modu možnosti – spíše v predikátové logice, s teorií množin jako perspektivní sémantickou bází.

(4) „Frege neobjevuje matematiku jako analytickou, nýbrž ji takovou vynalézá, stejně jako svou logiku, kde je poněkud úspěšnější.“ Smysl tohoto tvrzení je závislý na průhlednosti předchozích úvah, která je relativně nízká. Frege přirozeně nevynalézá matematiku, ale dává jí určitou formu, která dovede četné úsudky, dříve ty považované za materiální, vykázat jako logické, tj. platné na základě formy, a takto přehledně schematizovat. Tuto formu zdůvodňuje jako určitým způsobem logickou, ale to není čistě záležitost jeho rozhodnutí, ale i argumentace, která se za ním skrývá a kterou autor ne zcela jasně rekonstruuje.

(5) „V prvořádové logice je například nepravdivé, že z věty ‚všichni sloni mají chobot‘ plyne věta ‚existuje slon, který má chobot‘, jelikož jejich formalizace to nedovoluje.“ (s. 33) Zde chce autor asi říci, že ve Fregově systému neplyne druhá věta z první, na rozdíl od systému Aristotelova, ale to není v první řadě pouze záležitostí formalizace, ale příslušné sémantiky, která se na ni váže a připouští – na rozdíl od systému Aristotelova – prázdné pojmy.

(6) Závěrečné spojení Fregovy metody s metodou abduktivní mi nepřijde moc funkční, resp. něco podobného by v takto zkratkovitě podobě šlo říci vlastně o objeviteli každého nového paradigmatu. Podstatná mi tu přijde spíš Fregova důkladná znalost určitého diskurzu (matematické analýzy) a schopnost rozlišit v něm obecné úsudkové vzorce, které dokázal v druhém kroku rozpoznat jako logické. Tento krok lze přirozeně stěží považovat za pouhý produkt analýzy, tj. je v něm současně nepopiratelná kreativita a odvaha k nějakému rozhodnutí. S problémem analytičnosti to ale souvisí velmi volně, resp. spíš jej to nivelizuje jako nezajímavý aspekt Fregovy práce, což asi nebyl úplně autorův úmysl.

X

Co se formálních náležitostí týče, práce je psána čtivě, s citem pro celkové členění, byť v druhé části se tento cit postupně vytrácí, zjevně pod vlivem časového deficitu. Souběžně s tím se zvyšuje četnost překlepů, ale nikoli tak, aby to ohrozilo srozumitelnost textu. Zacházení s literaturou, citování atd. jsou korektní.

X

**Jelikož autor projevil značný vhléd do dosti obtížné látky, nemám navzdory uvedeným závažným výtkám nakonec problém s tím doporučit jeho práci k obhajobě. Výsledné hodnocení ale ponechávám otevřené, resp. závislé na vlastním průběhu obhajoby.** Znovu dodávám, že považuji za mrzuté, že autor nedotáhl text do stavu, v němž by uvedené nedostatky nefigurovaly, protože soudím, že by to nedalo zas tolik námahy a výsledkem mohla být práce podstatně vyšší kvality.

V Praze dne 29. srpna 2024

Prof. PhDr. Vojtěch Kolman, Ph.D.