

Abstrakt: V této práci zkoumáme různé systémy silně vázaných nelineárních parciálních a obyčejných diferenciálních rovnic, které pocházejí převážně z biologických věd, a to jak teoreticky, tak numericky. Hlavní část této práce je věnována soustavám parabolických rovnic obsahujících tzv. cross-diffusion. Je dobře známo, že systémy těchto typů se obvykle vyznačují nízkou regularitou způsobenou charakterem členů popisujících cross-diffusion. Nedostatek regularity může být také způsoben strukturou ostatních rovnic přítomných v systému. Věnujeme se těmto problémům a získáváme výsledky o existenci globálních klasických řešení pro různé systémy zahrnující cross-diffusion. Dále ukazujeme, že analytické zkoumání chování řešení uvažovaných systémů může být velmi obtížné nebo neproveditelné a je nutno aproximovat příslušná řešení pomocí numerických metod. Ukazujeme, že chování numerických řešení silně závisí na vlivu členů popisujících cross-diffusion, tj. jsou-li tyto členy dominantní, stávají se standardní numerické metody nestabilními a přibližná řešení jsou obvykle zkreslena nefyzikálními oscilacemi. K překonání těchto problémů používáme nelineární metody konečných prvků s korekcí transportních toků (FE-FCT) s vysokým rozlišením. Poté analyzujeme navržená schémata a věnujeme se jejich řešitelnosti, pozitivitě a splnění diskrétního principu maxima. Teoretické a numerické výsledky jsou ověřeny několika numerickými experimenty v různých prostorových dimenzích.

V poslední části této práce zkoumáme kvalitativní a kvantitativní chování silně vázaného nelineárního systému obyčejných diferenciálních rovnic. K aproximaci řešení uvažovaného systému používáme nestandardní schéma konečných diferencí věnujeme se otázkám pozitivity, elementární stability a konzervativity.

Klíčová slova: cross-diffusion, existence řešení, stabilizační metody FEM-FCT, zachování pozitivity